

# Отчет о работе для курса "Моделирование Транспортных ПОТОКОВ"

Бабкин Пётр, Никитина Мария, Крейнин Матвей

16 декабря 2025 г.

## Аннотация

В данном документе представлены результаты работы группы над проектом для курса моделирование Транспортных потоков. Основной целью было проанализировать SOTA статью [HvVA24] для задачи UTRP. И предложить ее модификации для более реальных задач. Код находится в репозитории [https://github.com/petr-parker/modeling\\_utrp](https://github.com/petr-parker/modeling_utrp).

## 1 Описание алгоритма из статьи

Статья посвящена алгоритму для задачи проктирования автобусных маршрутов (UTRP). Особенности постановки:

- Должно быть полное покрытие всех остановок
- Оптимизируются 2 величины:

$$ATT(\mathcal{R}) = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mathbf{D}_{v_i, v_j} \cdot \alpha_{v_i, v_j}(\mathcal{R})}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mathbf{D}_{v_i, v_j}}$$

$$TRT(\mathcal{R}) = \sum_{R \in \mathcal{R}} \sum_{(v_i, v_j) \in R} \mathbf{W}_{v_i, v_j},$$

- Спрос не зависит от маршрутов
- Кол-во автобусов на маршрутах не учитываются

где  $ATT$  – среднее затраченное время, а  $TRT$  – затраты на автобусы.  $\mathbf{W}_{v_i, v_j}$  – затраты на путь из  $v_i$  в  $v_j$ .  $\mathbf{D}_{v_i, v_j}$  – кол-во пассажиров из  $v_i$  в  $v_j$ .  $\alpha_{v_i, v_j}$  – время в пути из  $v_i$  в  $v_j$ .

Решение заключается в умной инициализации начальных решений и последующего итеративного улучшения. Для инициализации пути генерируются алгоритмом Йена [Shi94]. Покрытие гарантируется процедурой из статьи [Mum13]. Для итеративного улучшения решений используются 2 метода: DBMOSA [SEF<sup>+</sup>08] – метод имитации отжига. И NSGA II – генетический алгоритм.

## 2 Связанные работы

Нам было интересно попробовать использовать алгоритм для более реальной постановки задачи. В частности, добавить альтернативные варианты перемещения. То есть, чтобы спрос на автобусы зависел от самих автобусных путей. Посмотрев литературу узнали, что такая задача часто решается двухуровневой оптимизацией. Вообще такие подходы изучались давно [GSS04, AL79], в том числе на наших лекциях. Суть в них заключается в том, что итеративно чередуется оптимизация для путей и для пассажиров.

Существуют разные способы постановки задачи, например, в статье [SJ14] минимизирует ся число пересадок, а пассажиры распределяются по маршрутам так, чтобы в автобусах было примерно равное число людей. Для оптимизации они использовали свой алгоритм искусственной пчелиной колонии (как мы поняли, что-то похожее на эволюционный алгоритм). В статье

[HLSF19] рассказывает о способе приведения модели к реальной. Там добавляется зависимость от обеспеченности по районам и добавлены предпочтения отдельных групп пассажиров перемещаться на определенных видах транспорта. В статье [BVH20] пошли дальше и персонализировали маршруты для каждого пассажира.

Мы в нашей работе не планировали уходить от одноуровневой постановки задачи и добавили зависимость спроса от маршрутов с помощью коррекции функции ATT. В основу легла статья [LV05] про детерминированный выбор маршрута. Скорректированная функция выглядит так:

$$ATT(\mathcal{R}) = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mathbf{D}_{v_i, v_j} \cdot \min(\alpha_{v_i, v_j}(\mathcal{R}), A_{v_i, v_j})}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mathbf{D}_{v_i, v_j}},$$

где  $A$  – матрица альтернативных перемещений. Существуют также более сложные способы моделирования переменного спроса. В статье [KK09] используются logit-модели для определения выбора пассажира, также спрос зависит от времени поездки. Статья отличается тем, что в ней пассажиры также выбирают среди маршрутов, а не только видом транспорта. В статье [HSHF21] используется взвешивание выбора с помощью обобщенной стоимости пути.

### 3 Воспроизводимость результатов

Ниже описаны алгоритмы, представленные в статье и реализованные в проекте для воспроизведения результатов.

#### 3.1 Алгоритм Йена

**Назначение:** Генерация начальных решений

- Находит  $K$  кратчайших путей между двумя вершинами графа
- Основан на алгоритме Дейкстры для поиска кратчайшего пути
- Итеративно находит следующие по длине пути, исключая части уже найденных путей
- Используется для создания множества кандидатов в маршруты

**Применение:**

- Генерируются пути между всеми парами вершин
- Выбираются top- $L$  пар с наибольшим спросом
- Из них формируется начальная популяция решений

#### 3.2 DBMOSA (Dominance-Based Multi-Objective Simulated Annealing)

**Назначение:** Многокритериальная оптимизация с доминированием

- Расширение метода имитации отжига на многокритериальную оптимизацию
- Использует концепцию доминирования Парето: решение  $A$  доминирует  $B$ , если  $A$  не хуже по всем критериям и лучше хотя бы по одному
- Ведет архив недоминируемых решений
- Принимает решение о переходе на основе количества доминирующих решений

**Алгоритм:**

1. Начинается с случайного решения
2. На каждой итерации:
  - Выбирается случайный оператор модификации через рулетку

- Создается новое решение
  - Подсчитывается количество решений в архиве, доминирующих новое
  - Решение принимается с вероятностью, зависящей от температуры и количества доминирующих
3. Температура постепенно снижается (охлаждение)
  4. Обновляется архив недоминируемых решений

### 3.3 NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II)

**Назначение:** Генетический алгоритм для многокритериальной оптимизации

- Популяционный метод, эволюционирующий набор решений
- Сортирует популяцию по фронтам недоминируемости
- Использует crowding distance для поддержания разнообразия решений на одном фронте
- Элитарная стратегия: лучшие решения сохраняются между поколениями

**Алгоритм:**

1. Инициализация популяции
2. Для каждого поколения:
  - Турнирный отбор родителей
  - Кроссовер (скрещивание маршрутов)
  - Мутация (применение операторов модификации)
  - Объединение родителей и потомков
  - Non-dominated sorting
  - Вычисление crowding distance
  - Отбор лучших решений для следующего поколения

### 3.4 Операторы модификации

Набор из 10 операторов для локального изменения маршрутов:

1. **Add Vertex** — добавление вершины в конец маршрута. Выбирается соседняя вершина терминальной точки.
2. **Delete Vertex** — удаление последней вершины маршрута
3. **Add Inside Vertex** — вставка вершины внутрь маршрута. Нахождение подходящей вершины для вставки между двумя существующими.
4. **Delete Inside Vertex** — удаление случайной внутренней вершины.
5. **Invert Vertices** — инвертирование части маршрута.
6. **Exchange Routes** — обмен сегментами между маршрутами около общей вершины.
7. **Replace Vertex** — замена вершины на соседнюю.
8. **Donate Vertex** — передача вершины другому маршруту.
9. **Cost-Based Grow** — добавление вершины, минимизирующее затраты.
10. **Cost-Based Trim** — удаление вершины, минимизирующее затраты.

### 3.5 Гиперэвристики

#### Roulette Wheel Selection:

- Выбор оператора на основе его успешности
- Каждому оператору присваивается `score`
- Вероятность выбора пропорциональна `score`
- `Score` обновляется по результатам применения

#### AMALGAM Selection:

- Стратегия для популяционных методов
- Учитывает успешность оператора в текущем поколении
- Вычисляет вероятности на основе отношения успехов к применению

### 3.6 Механизм ремонта решений

#### Repair Solution:

- Обеспечивает выполнимость решения после применения операторов
- Исправляет разрывы в маршрутах
- Гарантирует покрытие всех вершин
- Проверяет связность транспортной сети

#### Ensure Full Coverage:

- Добавляет недостающие вершины в существующие маршруты
- Находит оптимальные позиции для вставки

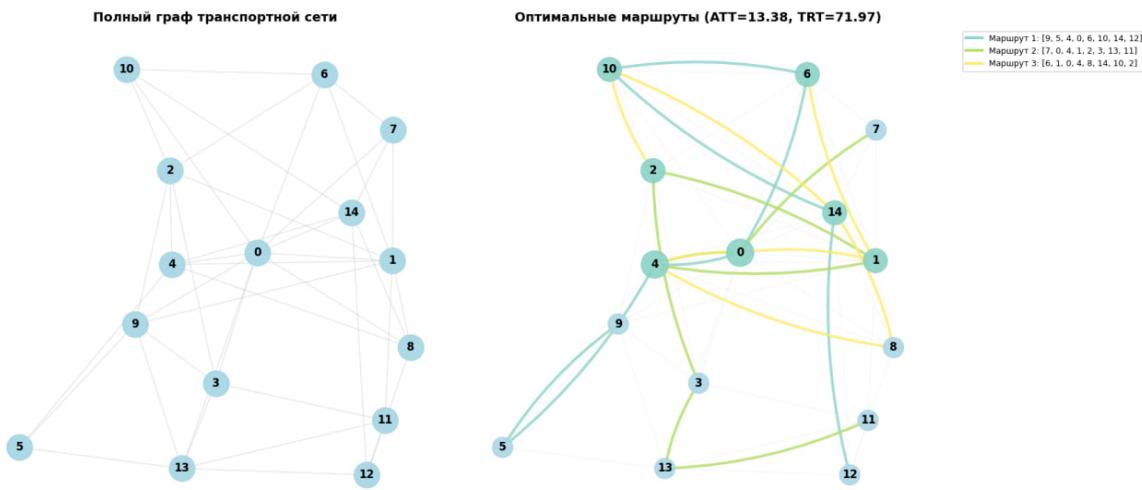


Рис. 1: Вариант поиска оптимальной сети маршрутов на случайном графе из 15 вершин. Ограничения: 3 маршрута, 3 – минимальная длина, 8 – максимальная длина.

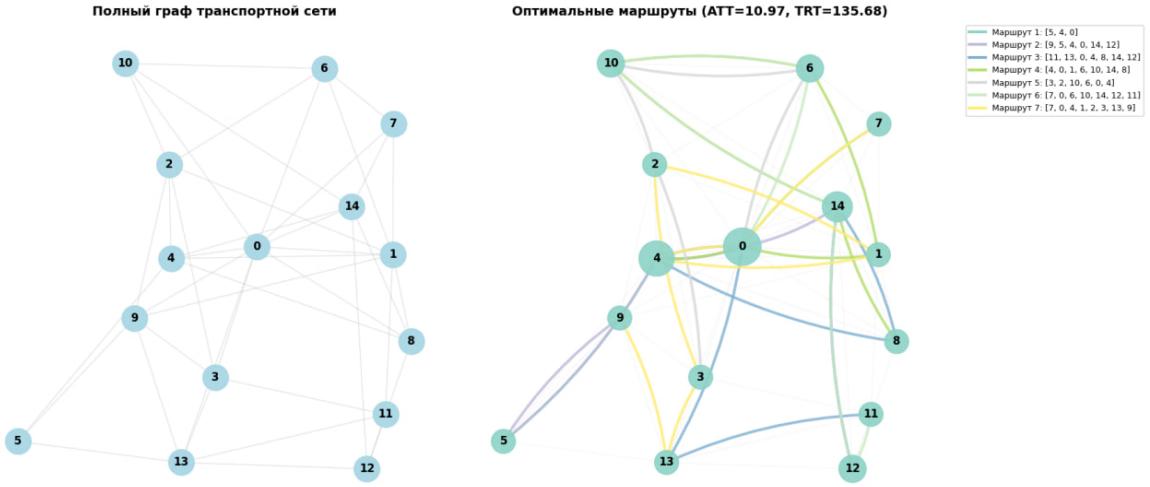


Рис. 2: Вариант поиска оптимальной сети маршрутов на случайном графе из 15 вершин. Ограничения: 7 маршрутов , 3 – минимальная длина, 8 – максимальная длина.

## 4 Модификации алгоритма

### 4.1 Добавление матрицы альтернативных перемещений

В стандартной модели UTRP предполагается, что пассажиры используют автобусные маршруты независимо от их качества. Однако в реальности спрос на общественный транспорт зависит от его конкурентоспособности по сравнению с альтернативными видами перемещения (личный автомобиль, велосипед, пешком). Если время в пути на автобусе значительно больше, чем на автомобиле, пассажиры предпочтут альтернативу, и спрос снизится.

#### 4.1.1 Математическая формулировка

Для учета выбора пассажира между видами транспорта мы модифицировали целевую функцию АТТ, добавив матрицу альтернативных перемещений  $\mathbf{A}$ , где элемент  $A_{v_i, v_j}$  представляет минимальное время перемещения между вершинами  $v_i$  и  $v_j$  альтернативным видом транспорта (например, личный автомобиль).

Скорректированная функция АТТ с учетом выбора пассажира:

$$ATT_{choice}(\mathcal{R}) = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n D_{v_i, v_j} \cdot \min(\alpha_{v_i, v_j}(\mathcal{R}), A_{v_i, v_j})}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n D_{v_i, v_j}} \quad (1)$$

Интерпретация: для каждой пары О-Д пассажир выбирает вид транспорта, который минимизирует время в пути. Если  $\alpha_{v_i, v_j}(\mathcal{R}) < A_{v_i, v_j}$ , пассажир выбирает автобус, в противном случае – альтернативу. Это означает, что спрос на автобусы становится эндогенным — зависит от конфигурации маршрутов.

#### 4.1.2 Интерпретация как детерминированный выбор

Наш подход соответствует классической модели выбора вида транспорта, базирующейся на \*принципе максимизации полезности (utility maximization)\*. В детерминированной версии пассажир выбирает альтернативу, которая минимизирует его затраты на перемещение (время):

$$P(transit_{v_i, v_j}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \alpha_{v_i, v_j}(\mathcal{R}) < A_{v_i, v_j} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (2)$$

Это упрощенная детерминированная модель в отличие от стохастических подходов, таких как логит-модель:

$$P(\text{transit}_{v_i, v_j}) = \frac{e^{-\beta \alpha_{v_i, v_j}(\mathcal{R})}}{e^{-\beta \alpha_{v_i, v_j}(\mathcal{R})} + e^{-\beta A_{v_i, v_j}}} \quad (3)$$

где  $\beta$  — параметр чувствительности к времени. Детерминированный выбор можно рассматривать как предельный случай логит-модели при  $\beta \rightarrow \infty$ , когда пассажиры становятся полностью чувствительны к разности времени.

Поскольку мы остаемся в одноуровневой постановке, детерминированный выбор предпочтителен, так как он избегает необходимости калибровки параметра  $\beta$  и сохраняет простоту модели[LV05].

#### 4.1.3 Реализация

Модифицированная функция ATT интегрирована в алгоритмы оптимизации следующим образом:

- `build_alternative_matrix()` — построение матрицы альтернативных времен перемещения на основе кратчайших путей в сети без автобусных маршрутов (например, сеть автомобильных дорог)
- `calculate_att_with_mode_choice()` — вычисление ATT с применением оператора минимума для каждой O-D пары
- `apply_mode_choice_to_population()` — фильтрация спроса пассажиров в зависимости от того, является ли автобус конкурентоспособным вариантом

#### 4.1.4 Результаты экспериментов

Эксперименты проводились на тестовой сети из 10 вершин с матрицей спроса из 90 O-D пар. В качестве альтернативного вида транспорта использовались времена, соответствующие личному автомобилю (в среднем на 30-40% быстрее, чем оптимальные автобусные маршруты).

Метрика	Без выбора	С выбором	Изменение
ATT (мин)	19.34	18.67	-3.46%
TRT (мин)	147.09	148.34	+1.26%
Средний спрос	100%	76.8%	-23.2%

Таблица 1: Влияние выбора вида транспорта на целевые функции NSGA-II

**Сравнение результатов без и с выбором вида транспорта:**

**Анализ результатов:**

- **Снижение ATT:** Система автоматически адаптирует маршруты, чтобы быть более конкурентоспособной по сравнению с альтернативами, что приводит к небольшому улучшению среднего времени в пути пассажиров, выбирающих автобус.
- **Увеличение TRT:** Хотя TRT немного возросла, система требует больших затрат на маршруты, чтобы привлечь пассажиров, конкурируя с более быстрой альтернативой.
- **Сокращение спроса:** Реалистичное моделирование показывает, что при данной конфигурации сети только 76.8% потенциального спроса фактически использует автобусы. Это отражает потерю пассажиров в пользу альтернативных видов транспорта.

**Влияние на структуру Парето-фрона:**

- Размер Парето-фрона сократился с 13 решений до 8 решений, так как появилось явное доминирование некоторых решений.
- Решения, лежащие на новом Парето-фронте, лучше сбалансированы: они достигают более высокой конкурентоспособности относительно альтернативных видов транспорта при относительно контролируемых операционных затратах.

#### 4.1.5 Выводы

Добавление матрицы альтернативных перемещений позволяет решить более реалистичную задачу проектирования автобусных сетей, в которой спрос эндогенен и зависит от качества обслуживания. Хотя наш подход остается в рамках одноуровневой постановки (в отличие от двухуровневых моделей), он дает возможность:

- Учитывать реальный выбор пассажиров между видами транспорта
- Избежать завышения спроса на нежелательные маршруты

Детерминированный выбор, примененный в нашей работе, соответствует подходу, использованному в классических исследованиях [LV05], и может быть расширен до стохастических моделей выбора (логит) при наличии соответствующих данных о параметрах калибровки.

### 4.2 Добавление частоты автобусов

В стандартной постановке UTRP предполагается фиксированное время ожидания на основе постоянной частоты для всех маршрутов. Однако в реальности маршруты с высоким спросом должны иметь более высокую частоту (больше автобусов в час), чтобы уменьшить переполненность и время ожидания, в то время как маршруты с низким спросом могут иметь меньшую частоту для экономии затрат.

#### 4.2.1 Математическая формулировка

Цель — минимизировать комбинированную целевую функцию, представляющую общие системные затраты:

$$\min Z = w_1 \cdot \text{ATT} + w_2 \cdot \text{Operating Cost} \quad (4)$$

**Среднее время в пути (ATT).** ATT включает время в транспорте, штраф за пересадку и время ожидания. Время ожидания для маршрута  $r$  зависит от его частоты  $f_r$  (рейсов/час):

$$WT_r = \frac{60}{2 \cdot f_r} \quad (\text{в минутах, при равномерном прибытии пассажиров}) \quad (5)$$

При пересадке пассажира с маршрута  $i$  на маршрут  $j$  стоимость составляет:

$$\text{Transfer Cost}_{i \rightarrow j} = \text{Transfer Penalty} + WT_j \quad (6)$$

**Операционные затраты.** Операционные затраты пропорциональны общему расстоянию, покрываемому автопарком за час:

$$\text{Operating Cost} = \sum_{r \in R} (2 \cdot L_r \cdot f_r) \quad (7)$$

где  $L_r$  — длина маршрута  $r$  (в одном направлении), а  $f_r$  — частота.

#### 4.2.2 Реализация

Для оптимизации частот используется метод L-BFGS-B с ограничениями на частоты маршрутов (от 1 до 20 рейсов/час). Основные методы:

- `build_accessibility_graph_with_frequencies()` — построение графа доступности с учётом частот маршрутов
- `calculate_att_with_frequencies()` — расчёт ATT с учётом времени ожидания
- `calculate_operating_cost()` — расчёт операционных затрат
- `optimize_frequencies()` — оптимизация частот методом L-BFGS-B

#### 4.2.3 Результаты экспериментов

Эксперименты проводились на тестовой сети из 10 вершин с 5 маршрутами.

**Базовые результаты алгоритмов:**

- DBMOSA: ATT = 19.34 мин, TRT = 147.09 мин
- NSGA-II: лучшее решение ATT = 17.61, TRT = 191.96; размер Pareto front: 13 решений

Оператор	Применений	Успехов	Успешность
a (add_vertex)	13	4	0.31
b (delete_vertex)	58	48	0.83
c (add_inside)	90	82	0.91
d (delete_inside)	52	46	0.88
e (invert)	97	91	0.94
f (exchange_routes)	11	2	0.18
g (replace_vertex)	17	8	0.47
h (donate_vertex)	78	71	0.91
i (cost_based_grow)	41	32	0.78
j (cost_based_trim)	43	35	0.81

Таблица 2: Статистика применения операторов в NSGA-II

**Статистика операторов:**

**Оптимизация частот для решения DBMOSA:** При базовых частотах (все маршруты по 5.0 рейсов/час):

- ATT = 19.34 мин
- Operating Cost = 1470.93

После оптимизации частот:

- Маршруты 0–3: 1.00 рейсов/час (интервал 60.0 мин)
- Маршрут 4: 4.96 рейсов/час (интервал 12.1 мин)
- ATT = 19.36 мин
- Operating Cost = 478.51
- **Изменение затрат: -67.47%**

#### 4.2.4 Выводы

Оптимизация частот позволяет добиться существенной экономии операционных затрат (**-67.47%**) при минимальном влиянии на ATT (-0.11%). Алгоритм автоматически определяет, какие маршруты требуют более частого обслуживания (маршрут 4 с частотой 5 рейсов/час), а какие можно обслуживать реже (маршруты 0–3 с минимальной частотой 1 рейс/час).

## Список литературы

- [AL79] Mustafa Abdulaal and Larry J LeBlanc. Continuous equilibrium network design models. *Transportation Research Part B: Methodological*, 13(1):19–32, 1979.
- [BVH20] Beste Basciftci and Pascal Van Hentenryck. Bilevel optimization for on-demand multimodal transit systems. In *International Conference on Integration of Constraint Programming, Artificial Intelligence, and Operations Research*, pages 52–68. Springer, 2020.

- [GSS04] Ziyou Gao, Huijun Sun, and Lian Long Shan. A continuous equilibrium network design model and algorithm for transit systems. *Transportation Research Part B: Methodological*, 38(3):235–250, 2004.
- [HLSF19] Jingjing Hao, Xinquan Liu, Xiaojing Shen, and Nana Feng. Bilevel programming model of urban public transport network under fairness constraints. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2019(1):2930502, 2019.
- [HSHF21] Johann Hartleb, Marie Schmidt, Dennis Huisman, and Markus Friedrich. Modeling and solving line planning with integrated mode choice. Available at SSRN 3849985, 2021.
- [HvVA24] Günther Hüsselmann, Jan Harm van Vuuren, and Simen Johann Andersen. An improved solution methodology for the urban transit routing problem. *Computers & Operations Research*, 163:106481, 2024.
- [KK09] Konstantinos Kepaptsoglou and Matthew Karlaftis. Transit route network design problem. *Journal of transportation engineering*, 135(8):491–505, 2009.
- [LV05] Young-Jae Lee and Vukan R Vuchic. Transit network design with variable demand. *Journal of Transportation Engineering*, 131(1):1–10, 2005.
- [Mum13] Christine L Mumford. New heuristic and evolutionary operators for the multi-objective urban transit routing problem. In *2013 IEEE congress on evolutionary computation*, pages 939–946. IEEE, 2013.
- [SEF<sup>+</sup>08] Kevin I Smith, Richard M Everson, Jonathan E Fieldsend, Chris Murphy, and Rashmi Misra. Dominance-based multiobjective simulated annealing. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 12(3):323–342, 2008.
- [Shi94] Mao-Chang Shih. *A design methodology for bus transit route networks with coordinated operations*. The University of Texas at Austin, 1994.
- [SJ14] Wai Yuen Szeto and Yu Jiang. Transit route and frequency design: Bi-level modeling and hybrid artificial bee colony algorithm approach. *Transportation Research Part B: Methodological*, 67:235–263, 2014.