

Министерство образования и науки Российской Федерации  
**Федеральное государственное автономное образовательное**  
**учреждение высшего образования**  
**«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»**  
**ОБНИНСКИЙ ИНСТИТУТ АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКИ**  
**ОТДЕЛЕНИЕ «ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ КИБЕРНЕТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ»**

**ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ**

По курсу «Методы и системы поддержки принятия решений»  
Решение многокритериальной задачи «Выбор катера для долгосрочных  
рейсов»

Выполнил Студент гр. ИС-М16 \_\_\_\_\_ Рябов П.В

(подпись, дата)

Проверил

Профессор, д.т.н.

\_\_\_\_\_

Яцало Б.И

(подпись, дата)

Обнинск 2017

**Задача:** Выбрать катер для долгосрочных рейсов из представленных ниже: Grizzly 580 DC(1), Laker V 570(2), Shark DC 580(3), Trident 620(4), RusBoat 65(5), COBRA 2050 Elegance OB(6), Silver Dorado 540(7).

Для решения поставленной задачи необходимо построить диаграмму с альтернативами и критериями. Дерево критериев представлено на Рис.1.

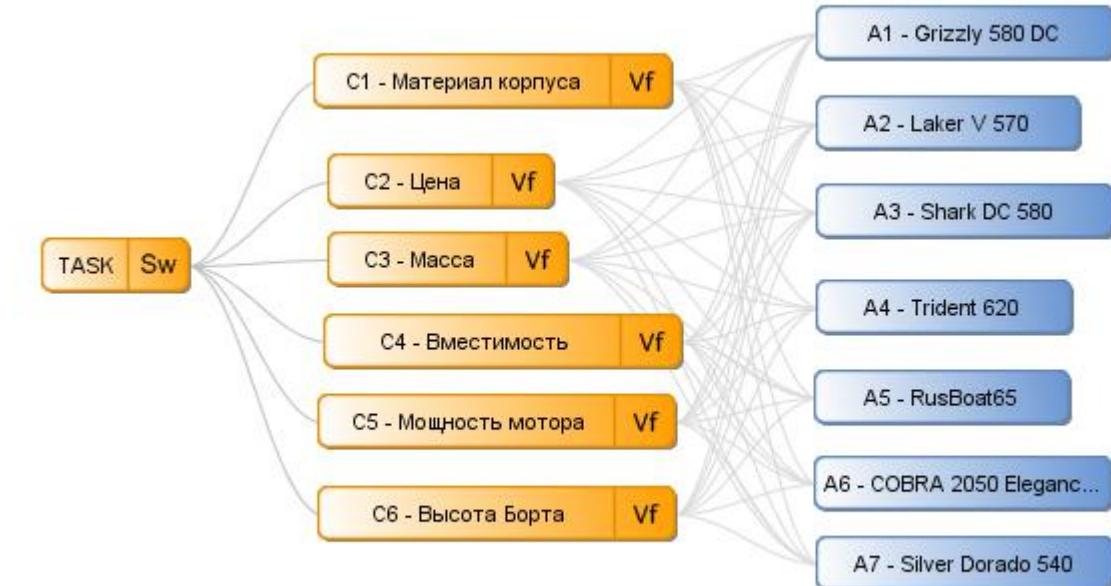


Рисунок 1 – Исходная диаграмма с критериями и альтернативами

Для решения задачи выбора необходимо заполнить таблицу значениями критериев для каждой альтернативы. Таблица характеристик представлена в Таб.1.

Для критерия С1 используется следующие возможные типы значений:

- 1 - Алюминиево-магниевый сплав (АМГ)
- 2 - Алюминий
- 3 - Стеклопластик

Таблица 1 - Таблица характеристик

	<b>C1-</b> Материал корпуса (значения 1,2 или 3)	<b>C2-Цена</b> (млн. руб)	<b>C3-</b> Масса (кг)	<b>C4-</b> вместимость (количество человек)	<b>C5-</b> Мощность мотора (л.с)	<b>C6-</b> Высота борта (см)
<b>A1-Grizzly</b> 580 DC	2	0.695	560	8	150	90
<b>A2-Laker</b> V 570	3	0.925	700	6	155	97
<b>A3-Shark</b> DC 580	1	1.200	660	5	175	117
<b>A4-Trident</b> 620	1	1.150	900	7	175	110
<b>A5-</b> RusBoat 65	2	1.012	750	6	195	105
<b>A6-</b> COBRA 2050 Elegance OB	3	0.975	1050	6	200	105
<b>A7-Silver</b> Dorado 540	1	1.000	630	7	150	124

Для каждого критерия было выбрано соответствующее направление критерия:

C1 - Минимизация (АМГ сплав лучше стеклопластика из соображений надежности, что важно для длинных рейсов).

C2 - Минимизация (Чем дешевле, тем лучше). Оптимальный бюджет был выбран в размере 1 млн. руб

C3 - Максимизация (Из соображений достаточной устойчивости на воде).

C4 - Максимизация (Можно взять большую команду).

C5 - Максимизация (в меру).

C6 - Максимизация (из соображений безопасности).

Решение поставленной задачи осуществлялось 9 методами: MAVT, TOPSIS, AHP, PROMETHEE, MAUT, ProMAA, FuzzyMAVT, FMAA и FlowSort.

## 1. Метод MAVT

Метод MAVT основан на идеях классической теории полезности (без использования вероятностей) (Фон Нейман Дж., Моргенштерн О.)

***Необходимые условия (требования):***

1. Независимость по разности: предпочтения между альтернативами, различающимися только по одному критерию (C1), не зависит от значений по другим критериям

2. Независимость по предпочтению:

два критерия (C1, C2) независимы по предпочтению от других критериев (C3,...,Cm) если предпочтения между альтернативами, *различающимися только* по C1 и C2 , не зависит от значений по другим критериям.

Этапы реализации:

1. Структуризация (дерево критериев)
2. Оценка альтернатив по критериям (табл. Характеристик).
3. Проверка обоснованности выбора метода MAVT
4. Определение/задание частных ф-ий ценности  $V_j(x)$ ;
5. Задание весовых коэффициентов (swing meth)
6. Оценка интегральной ценности альтернатив по методу MAVT

## 7. Анализ чувствительности

## 8. Рекомендации

Модель MAVT основана на использовании функций ценности (value functions)  $V_j(x)$  для каждого критерия  $j$  критерия и обобщенной функции ценности  $V(a)$ . MAVT представлен в деталях в работах (Keeney and Raiffa, 1976; von Winterfeldt and Edwards, 1986; Belton and Stewart, 2002; Figueira, Greco and Ehrgott, 2005). MAVT предназначен для решения задач МКАР в условиях определенности.

В рамках MAVT проводится оценка интегральной ценности  $V(a)$  альтернативы  $a = (a_1, \dots, a_m)$ , с использованием разработанных пользователем/экспертами частных функций ценности  $V_j(x)$  и весовых коэффициентов критериев  $w_j$ ,  $j=1,\dots,m$ :

$$V(a) = F(w; V_1(a_1), \dots, V_m(a_m)). \quad (1)$$

Целью процесса МКАР с использованием модели (точнее, одной из целей) является выбор альтернативы  $a$  с максимальной интегральной ценностью  $V(a)$ .

В DecernsMCDA реализована аддитивная модель (2),(3), наиболее часто используемая при решении практических задач с использованием концепции MAVT:

$$V(a) = w_1 V_1(a_1) + \dots + w_m V_m(a_m), \quad (2)$$

$$w_j > 0, \quad w_j = 1, \quad (3)$$

В рамках модели MAVT (2,3) весовые коэффициенты критериев,  $w_j$ , представляют собой коэффициенты шкалирования (scaling factors) и для их задания рекомендуется использование метода swing.

Необходимо отметить также, что для обоснованного применения модели (2) при решении конкретной задачи МКАР необходимо проверить выполнение требований независимости критериев по предпочтению (preferential independence) (Keeney and Raiffa, 1976; von Winterfeldt and Edwards, 1986). Концептуально, MAVT базируется на допущении, что ЛПР в процессе анализа решений привержен концепции рациональности,

предпочитая, в частности, большую ценность меньшей (в рамках выбранной модели оценки ценности альтернатив).

Поскольку низкие значения альтернативы по одним критериям могут быть компенсированы высокими значениями по другим, то MAVT принадлежит к т.н. компенсаторным методам МКАР.

Задание функции ценности для критериев представлено на Рис.2-7.

Задание весов критериев методом swing представлено на Рис.8.

Вид функций ценности выбирался исходя из следующих экспертных суждений:

-Нам хорошо взять команду из 6 человек а больше особо и не нужно

-Вес судна достаточный для устойчивых рейсов, но с учетом потребностей в грузе составит примерно 750 кг

-Оптимальный бюджет 1 млн рублей на покупку судна.

-Важно чтобы был самый надежный прочный материал -АГМ, но обычный алюминий тоже приемлем хоть и хуже. Стеклопластик совсем не подходит под исходную задачу.

-Мощности мотора хватит 175 л.с, так как это будет не самая быстрая поездка, впрочем этот критерий не так важен по сравнению с другими.

-Высота борта лучше не менее 1 метра. Можно и выше, но это не будет давать большого преимущества, особенно если цена существенная выше.

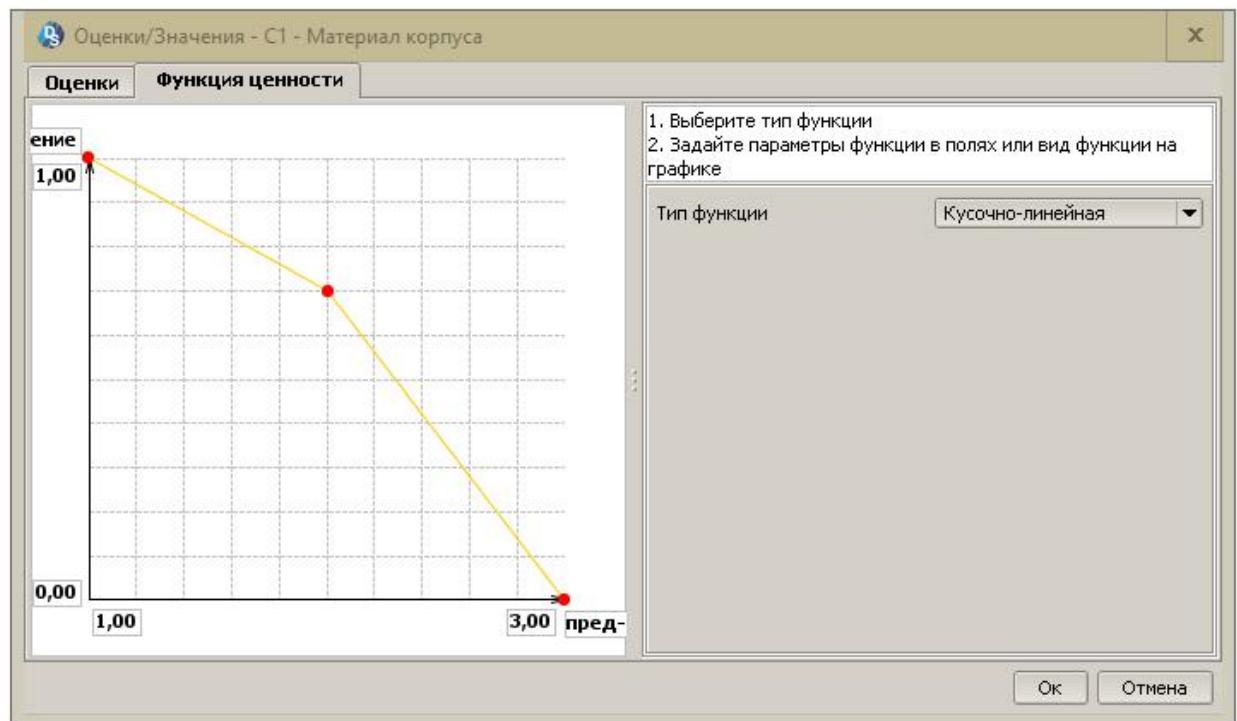


Рисунок 2 – Задание функции ценности для критерия «Материал корпуса»

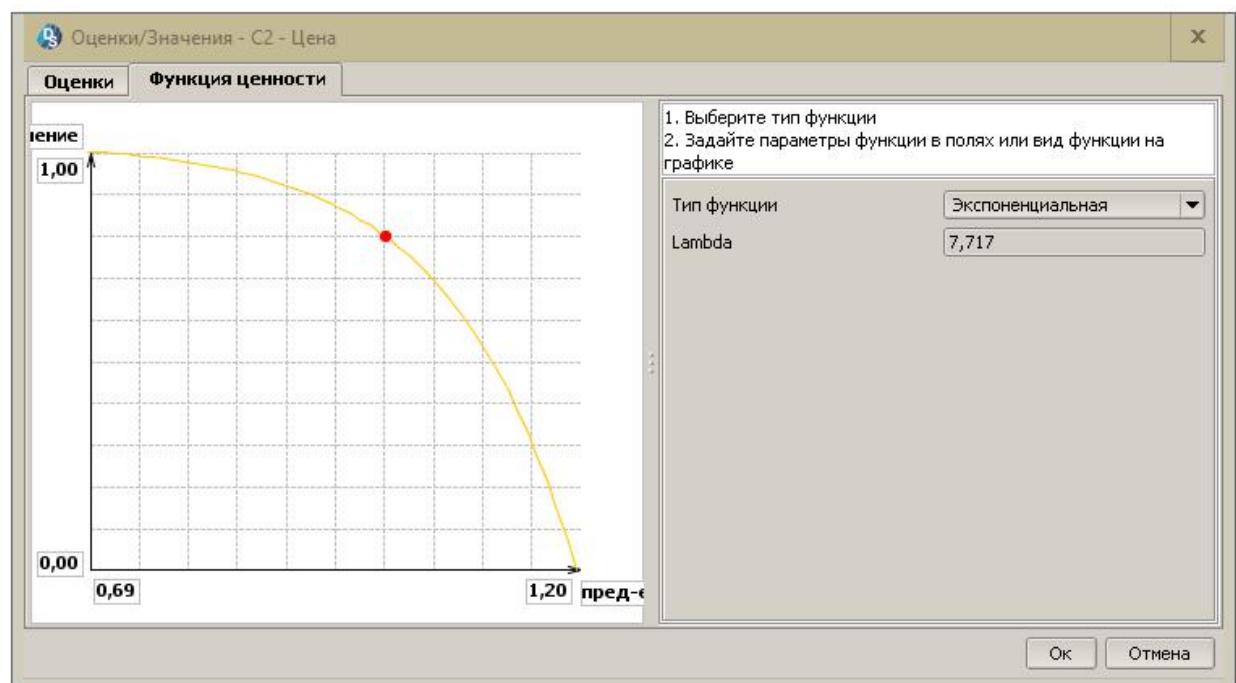


Рисунок 3 – Задание функции ценности для критерия «Цена»

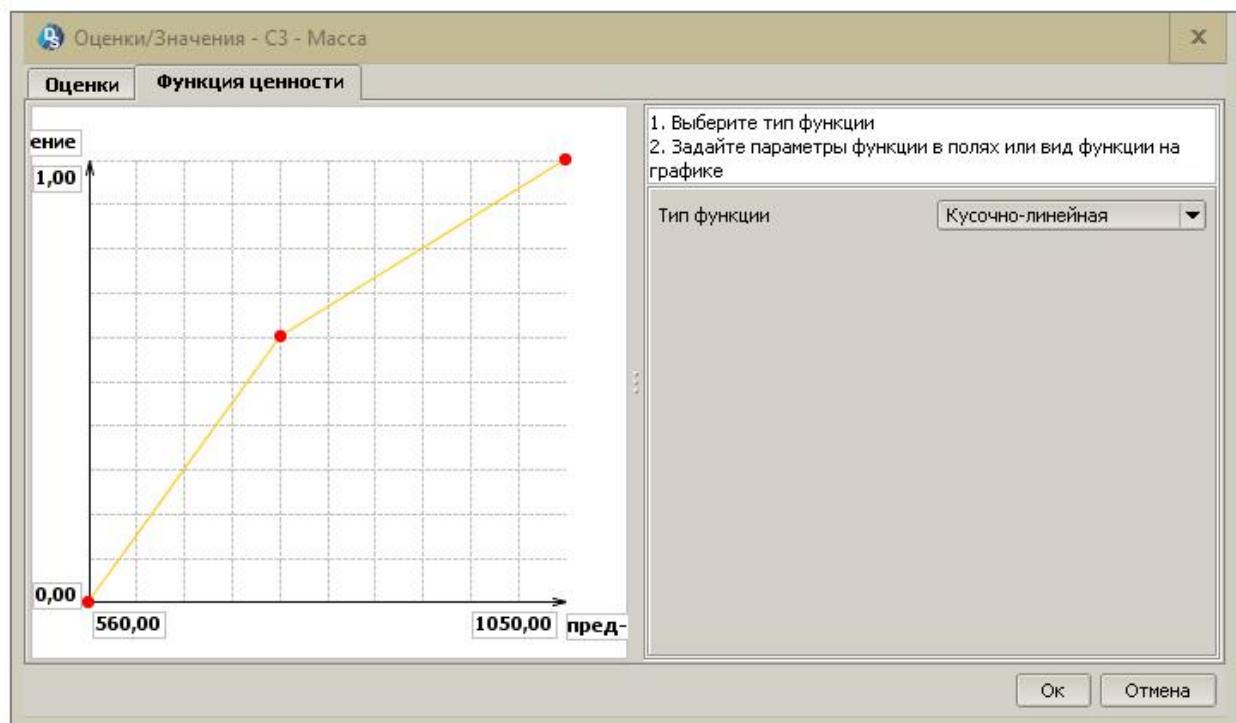


Рисунок 4 – Задание функции ценности для критерия «Масса»

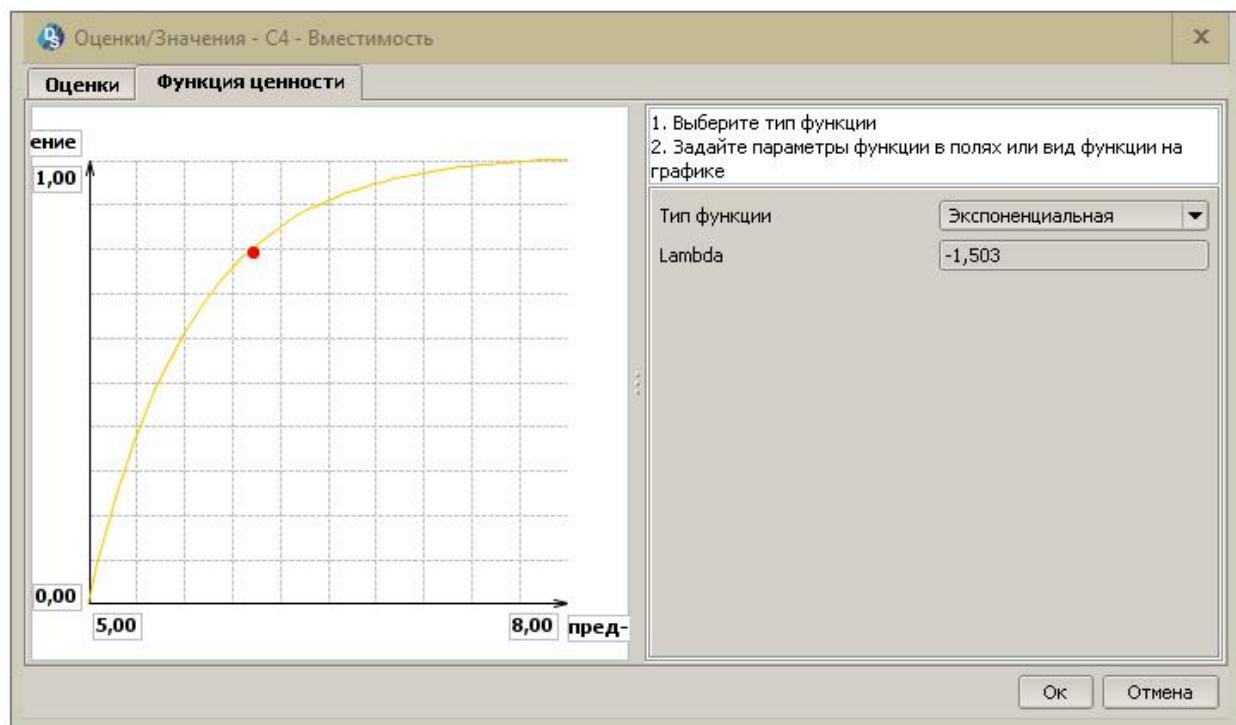


Рисунок 5 – Задание функции ценности для критерия «Вместимость»

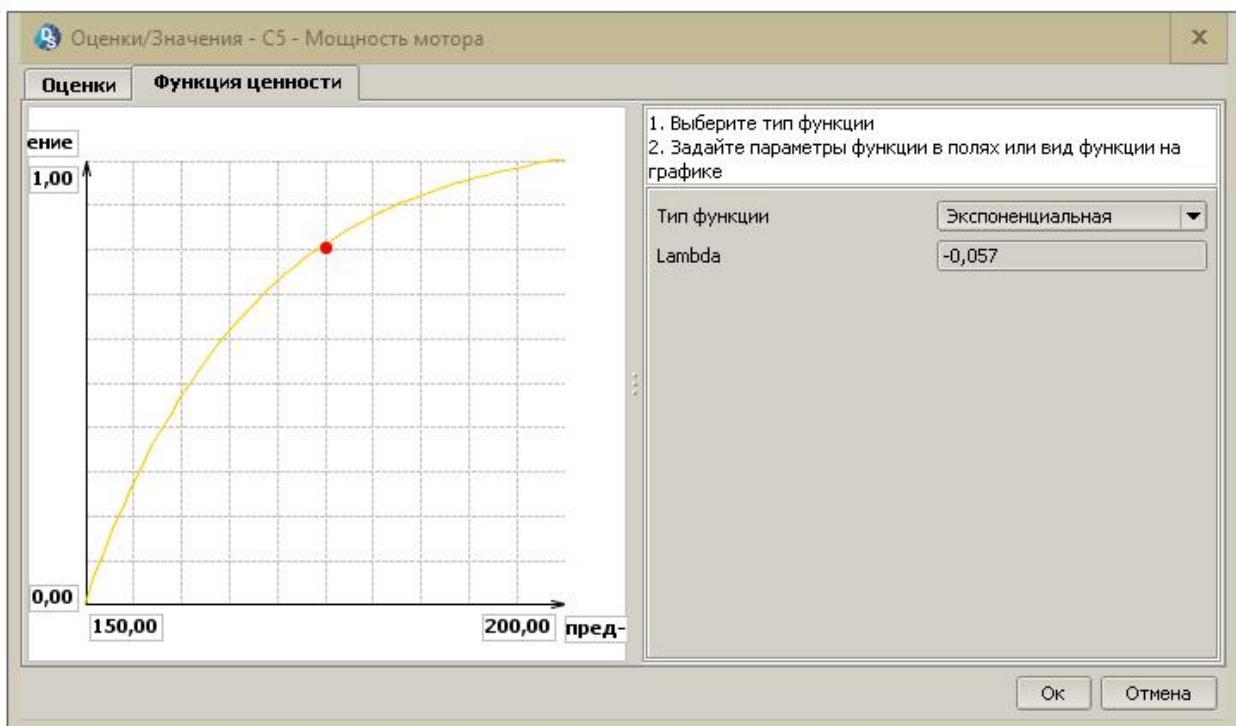


Рисунок 6 – Задание функции ценности для критерия «Мощность мотора»

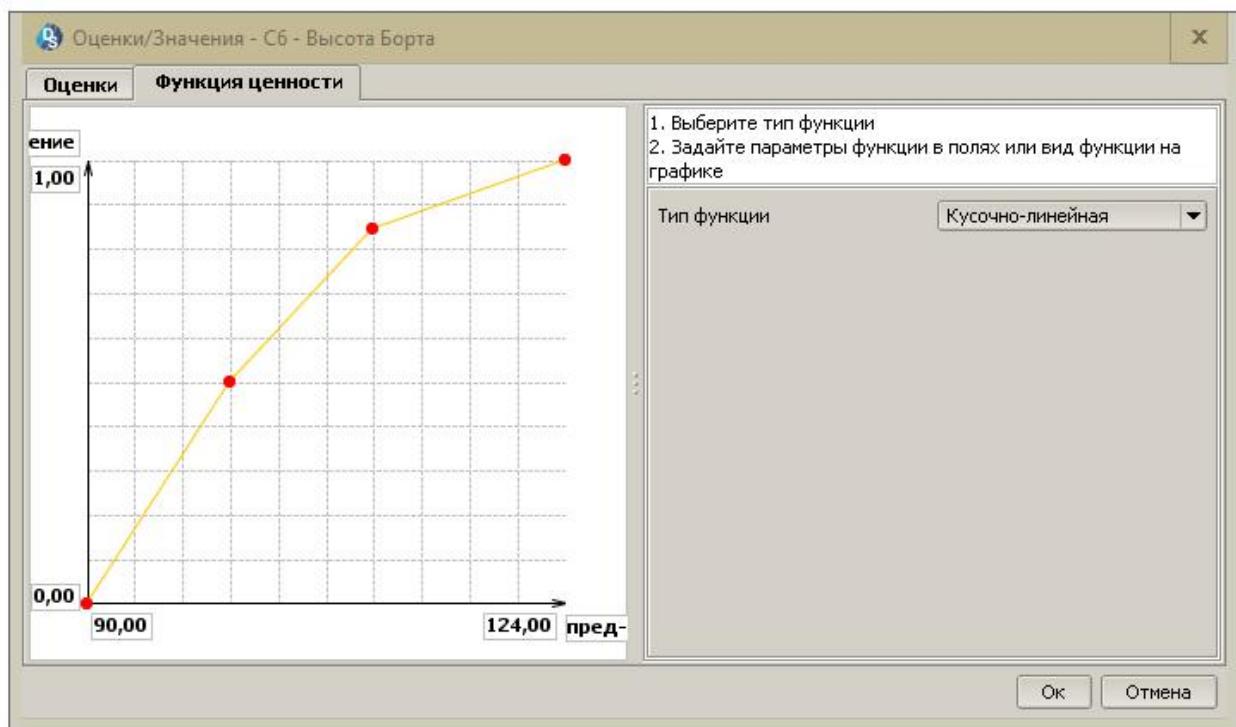


Рисунок 7 – Задание функции ценности для критерия «Высота борта»

Оценки/Значения - C1 - Материал корпуса

**Оценки**   **Функция ценности**

Задайте веса критериям напрямую

Значения и оценки альтернатив		
Альтернатива	Значение	Оценка
A1 - Grizzly 580 DC	2.000	0.702
A2 - Laker V 570	3.000	0.000
A3 - Shark DC 580	1.000	1.000
A4 - Trident 620	1.000	1.000
A5 - RusBoat 65	2.000	0.702
A6 - COBRA 2050 Elegance OB	3.000	0.000
A7 - Silver Dorado 540	1.000	1.000

Ok   Отмена

Рисунок 8 – Задание оценок каждой альтернативы для критерия «Материал корпуса».

Оценки - Катера

1. Отранжируйте критерии перетаскивая их за первую ячейку каждой строки  
 2. Задайте очки (<1) отражая увеличение интегрального значения результата к увеличению от оценки 0 до оценки 1 по выбранному критерию  
 3. Внимание: -

Ранг	Критерий	Шкала	Swing веса	Нормализованные
1	C1 - Материал корпуса	(1.0;3.0); мин	1,00	1,000
2	C2 - Цена	(0.695;1.2); мин	0,85	0,850
3	C6 - Высота Борта	(90.0;124.0); макс	0,60	0,600
4	C4 - Вместимость	(5.0;8.0); макс	0,75	0,750
5	C5 - Мощность мотора	(150.0;200.0); макс	0,55	0,550
6	C3 - Масса	(560.0;1050.0); макс	0,65	0,650

Применить   Ok   Отмена

Рисунок 9 – Задание весов критериев методом swing.

После заполнения таблицы характеристик и задания для каждого критерий функции ценности, исходя из оценки предметной области, введенные данные были проверены на предмет возможного доминирования. Результаты приведены на Рисунке 10. Ни одна из альтернатив не доминируется. Диаграмма значений альтернатив представлена на рисунке 11.

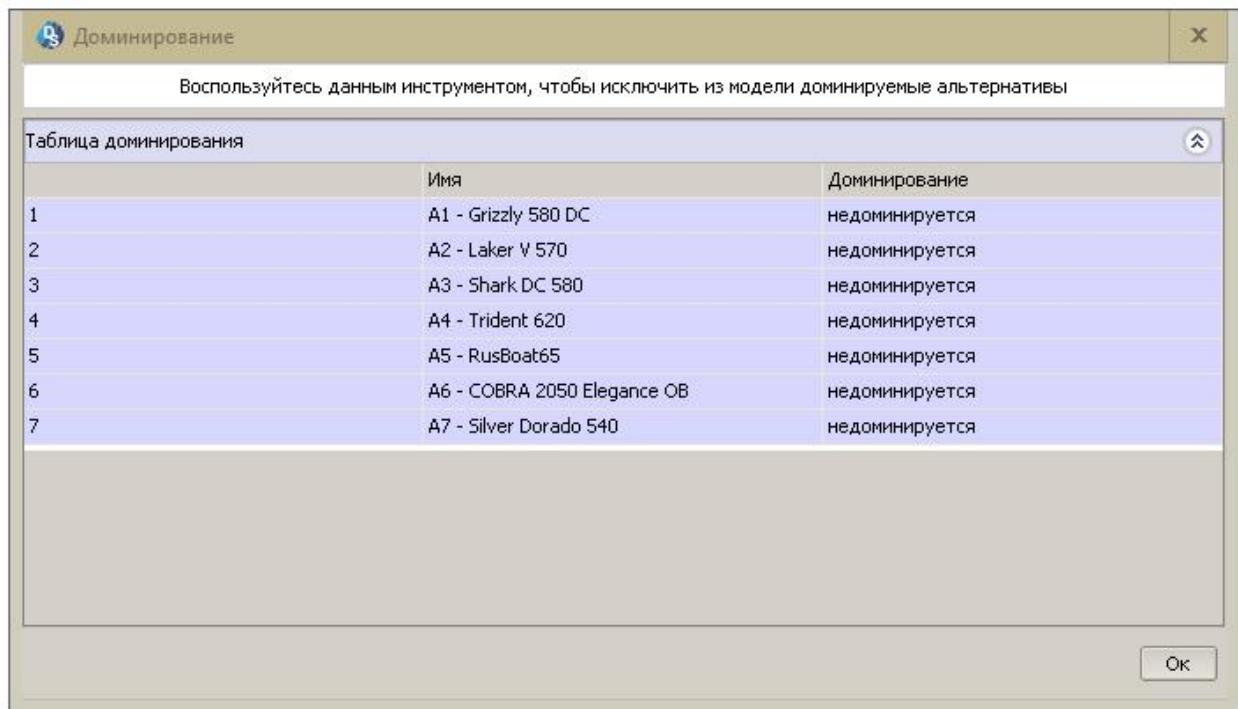


Рисунок 10 – Анализ альтернатив на предмет доминирования.

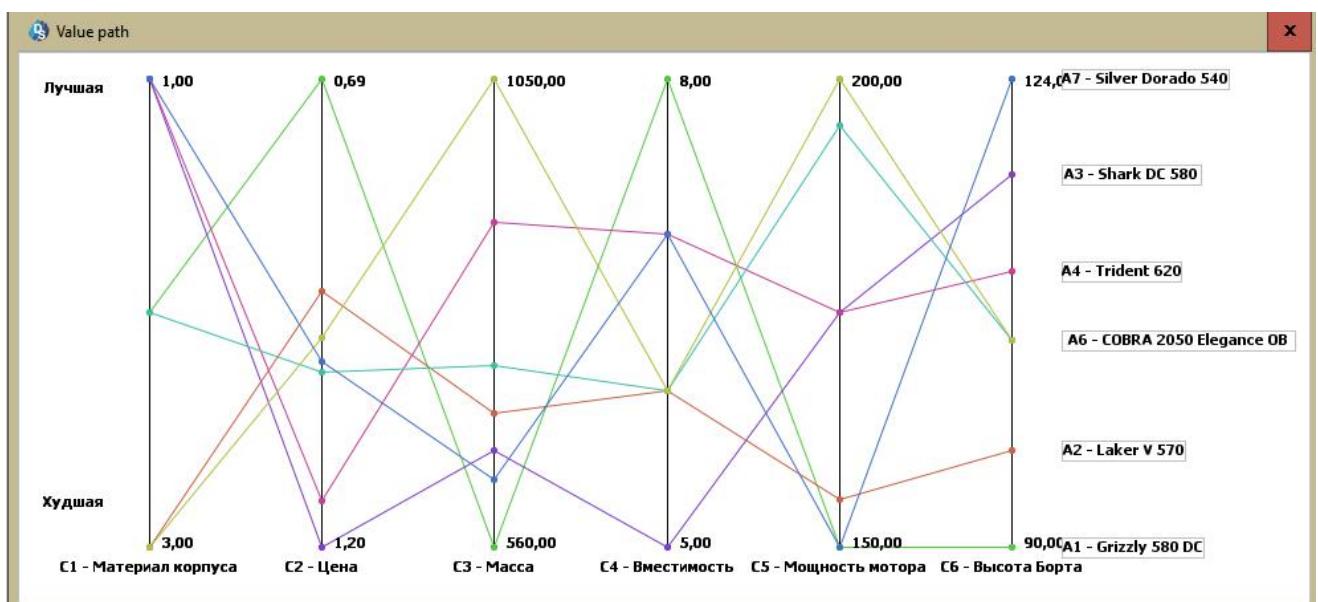


Рисунок 11 – Диаграмма значений альтернатив.

Анализ чувствительности критериев к весам на примере критерия «Материал корпуса» представлен на Рисунках 12,13,14 и 15.

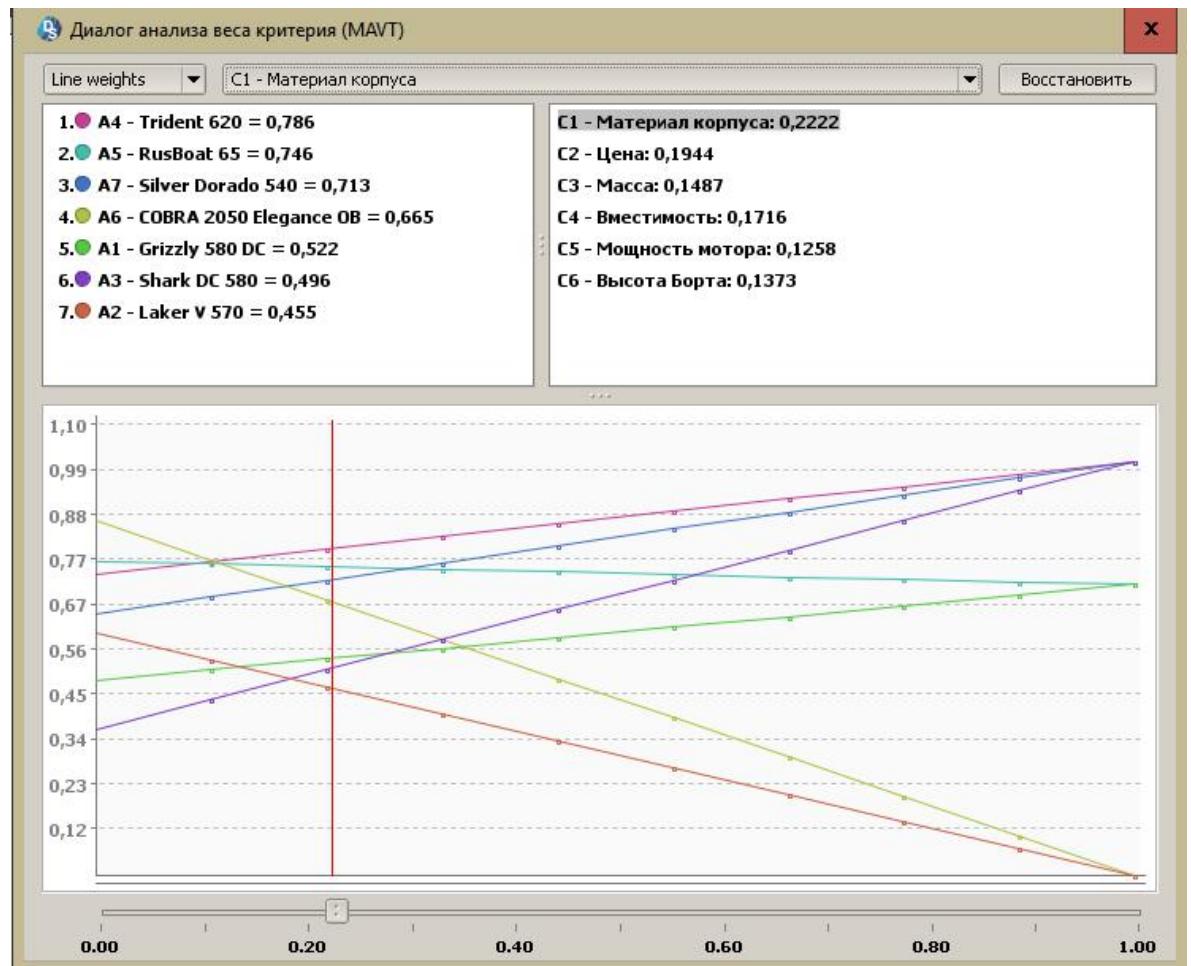


Рисунок 12 – Анализ чувствительности критериев к весам в виде графика.

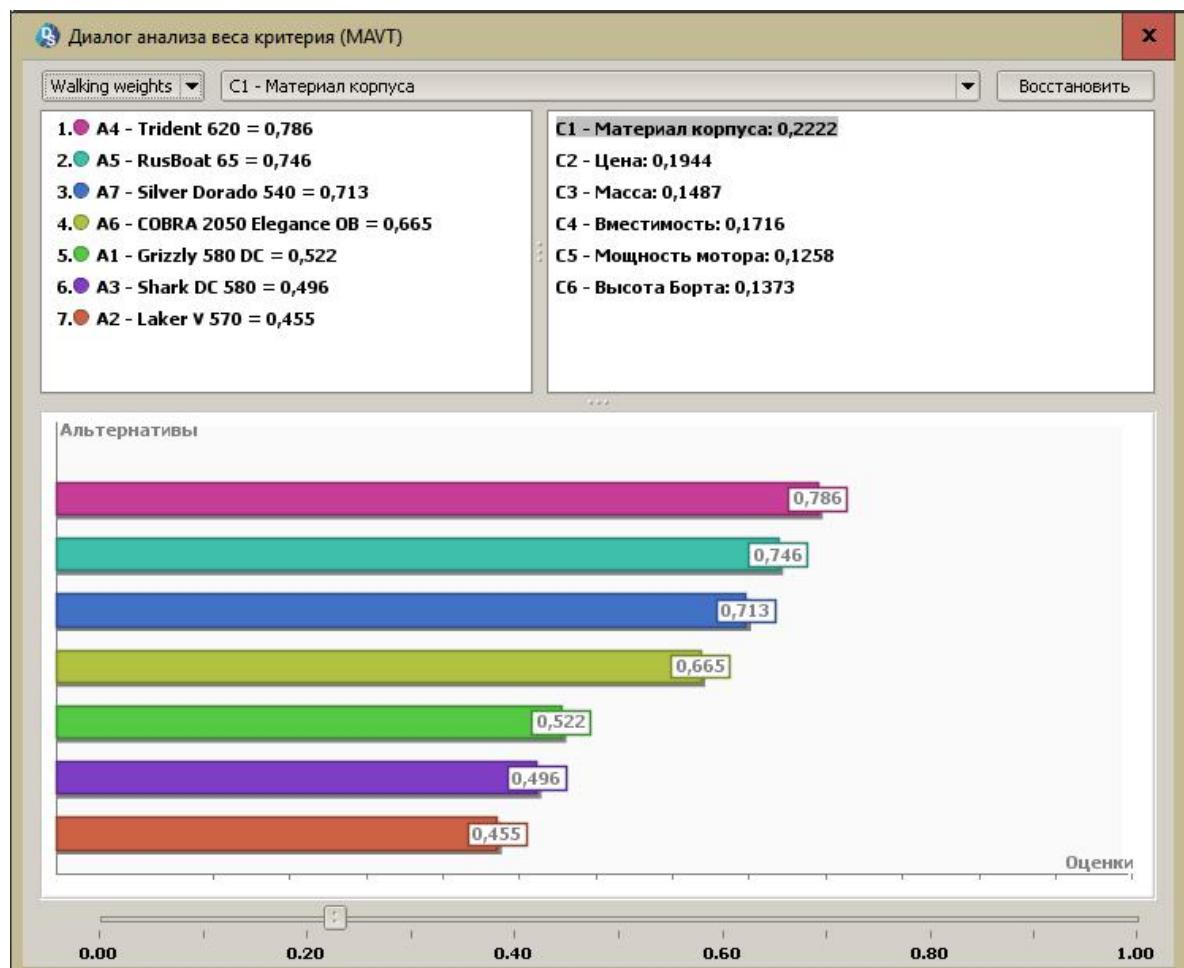


Рисунок 13 – Анализ чувствительности критериев к весам в виде диаграммы.

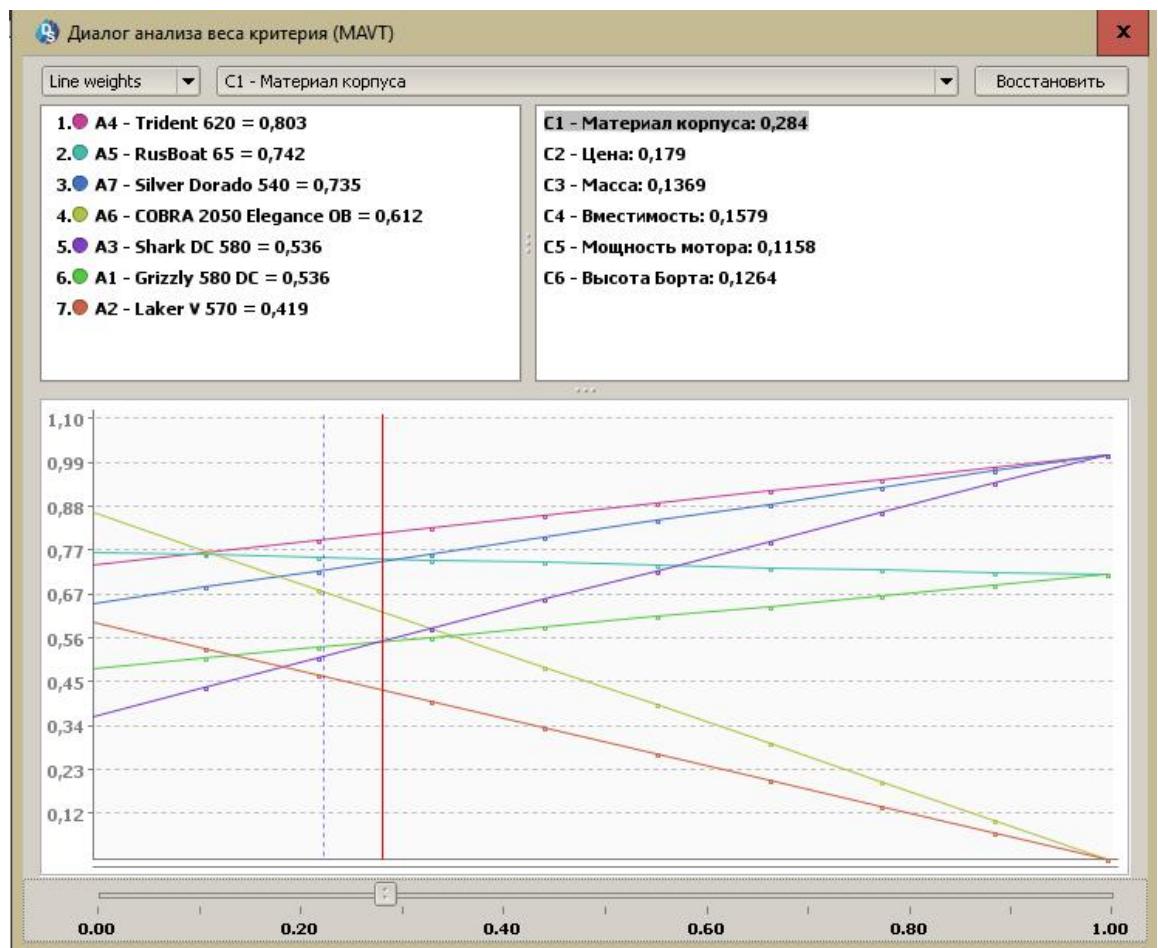


Рисунок 14 – Анализ чувствительности критериев к весам при сдвиге вправо.

Как видно на графике поменились лишь местами 5 и 6 позиция

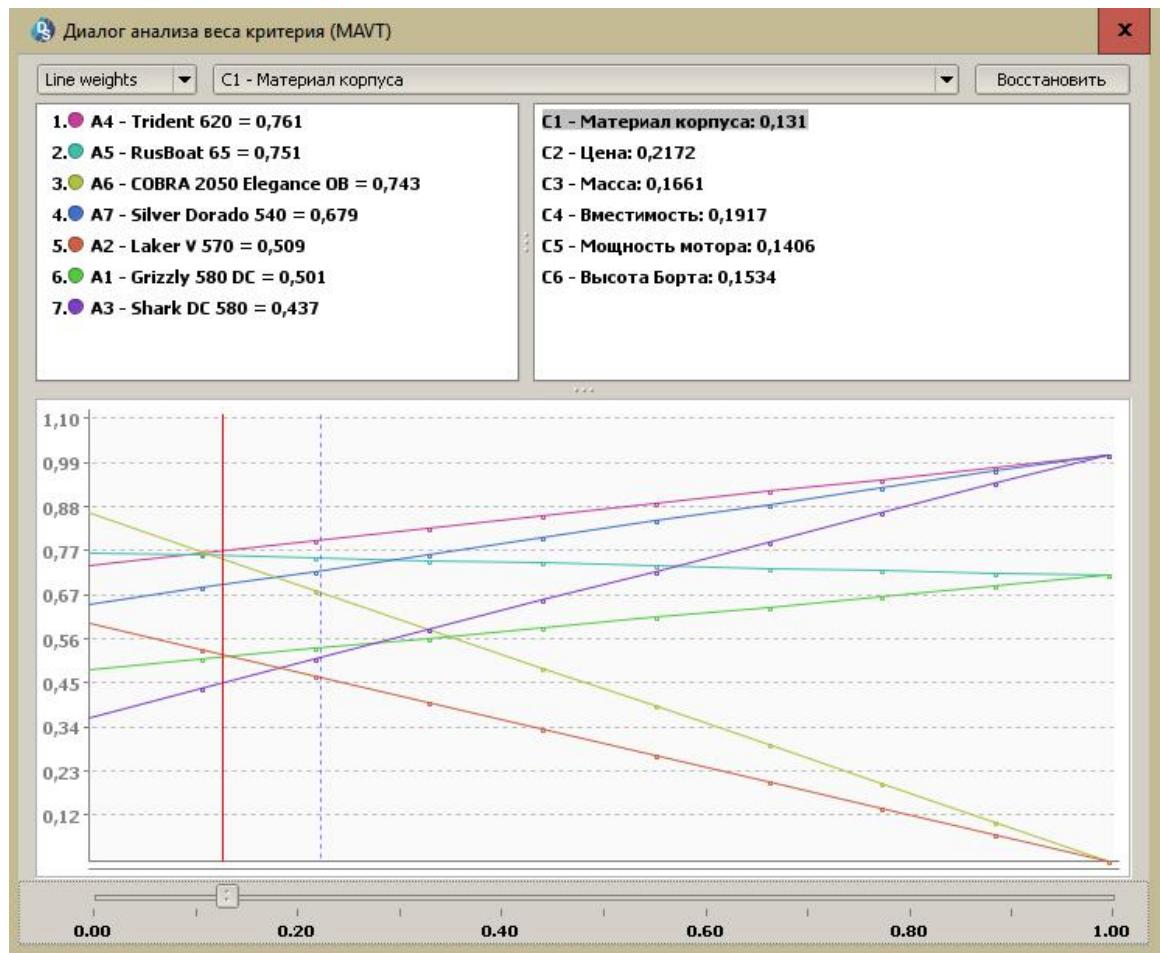


Рисунок 15 – Анализ чувствительности критериев при сдвиге влево.

Как видно на графике никаких изменений в пределах сдвига до 0.1 не произошло. Отметим, так же что при значении сдвига немногим выше 0.1 первая и вторая позиция меняются местами, но с незначительным отрывом.

Используемый метод позволяет сравнивать альтернативы по некоторым критериям одновременно. Анализ чувствительности к функции ценности представлен на рисунках 16, 17 и 18 на примере критериев С1 и С2. Сдвиг осуществляется на примере критерия С2 (Цена).

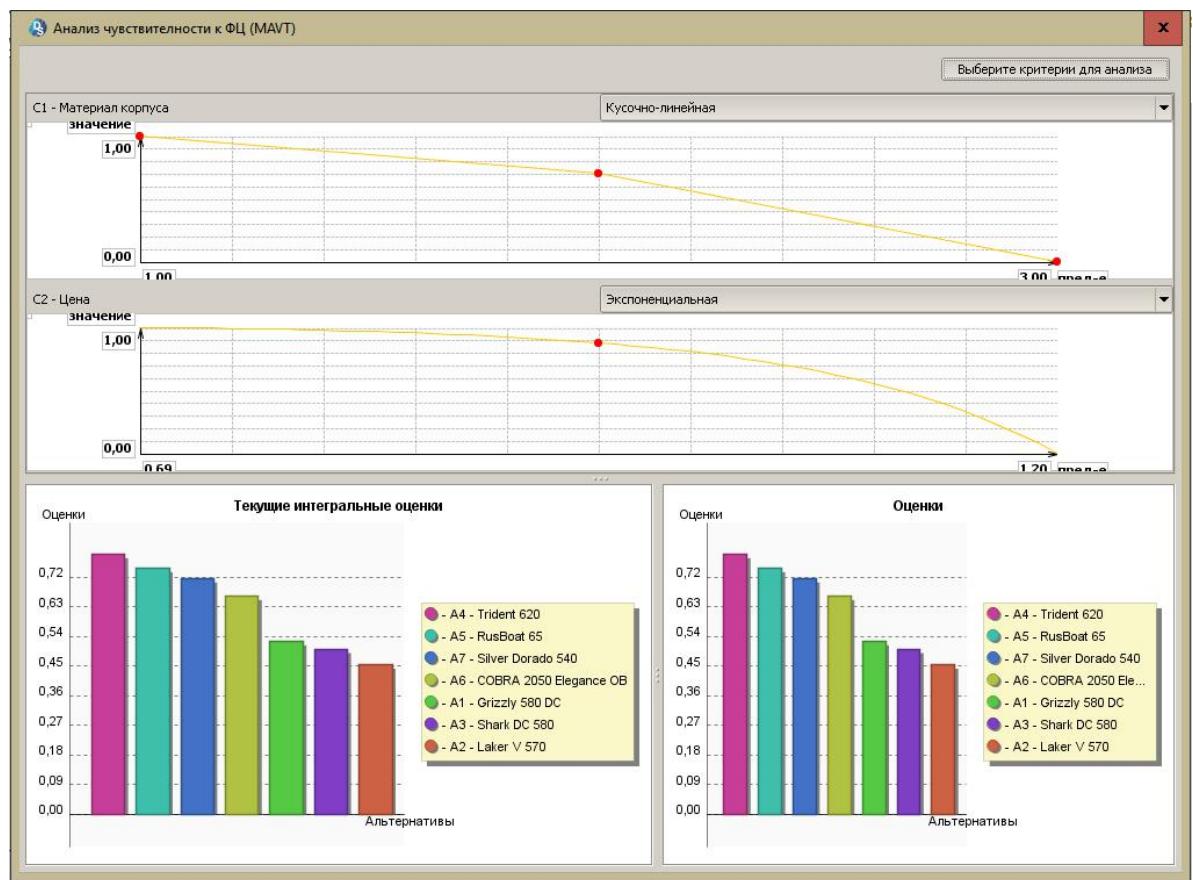


Рисунок 16 – Анализ чувствительности критериев к функции ценности.

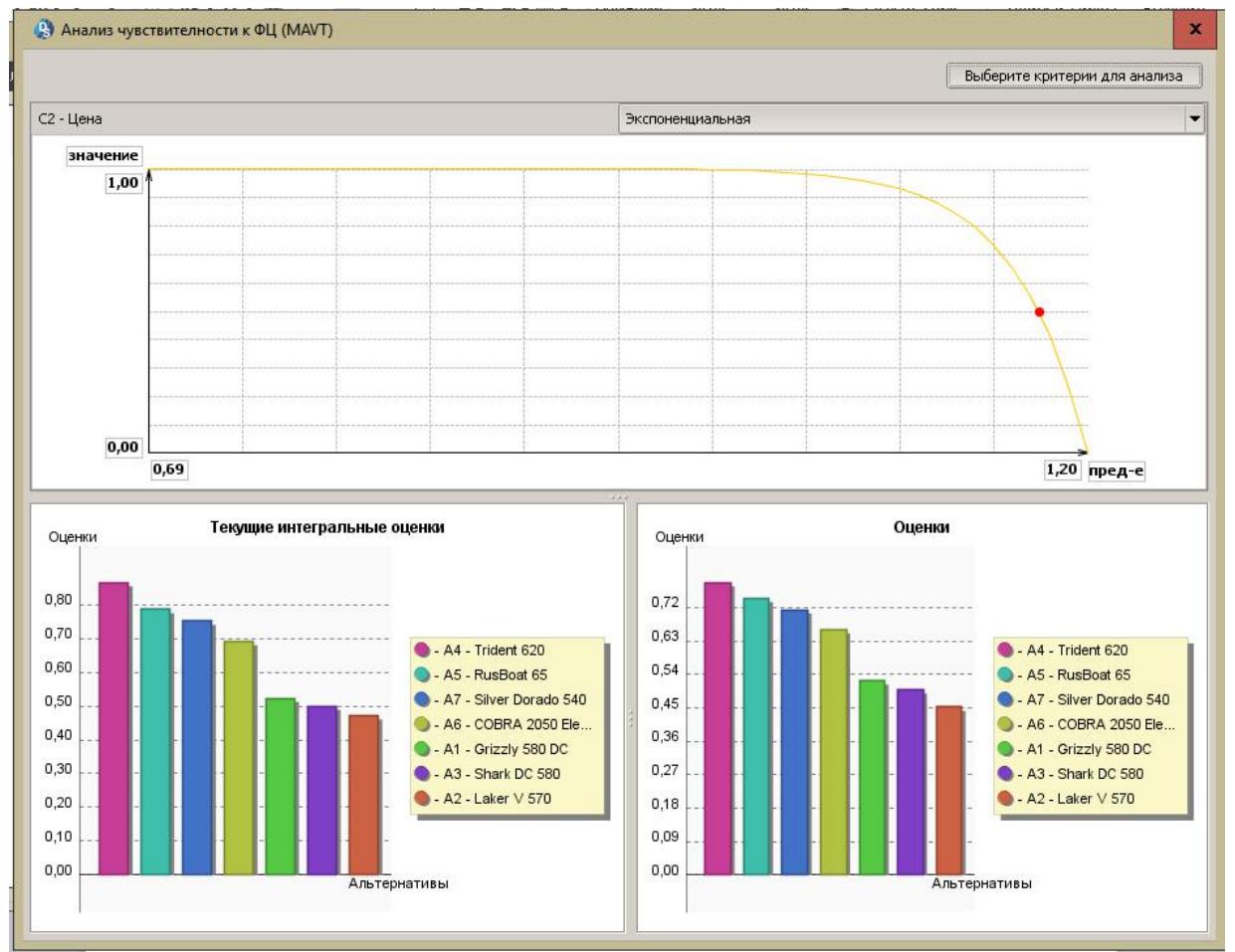


Рисунок 17 – Анализ чувствительности критериев к функции ценности при сдвиге вправо.

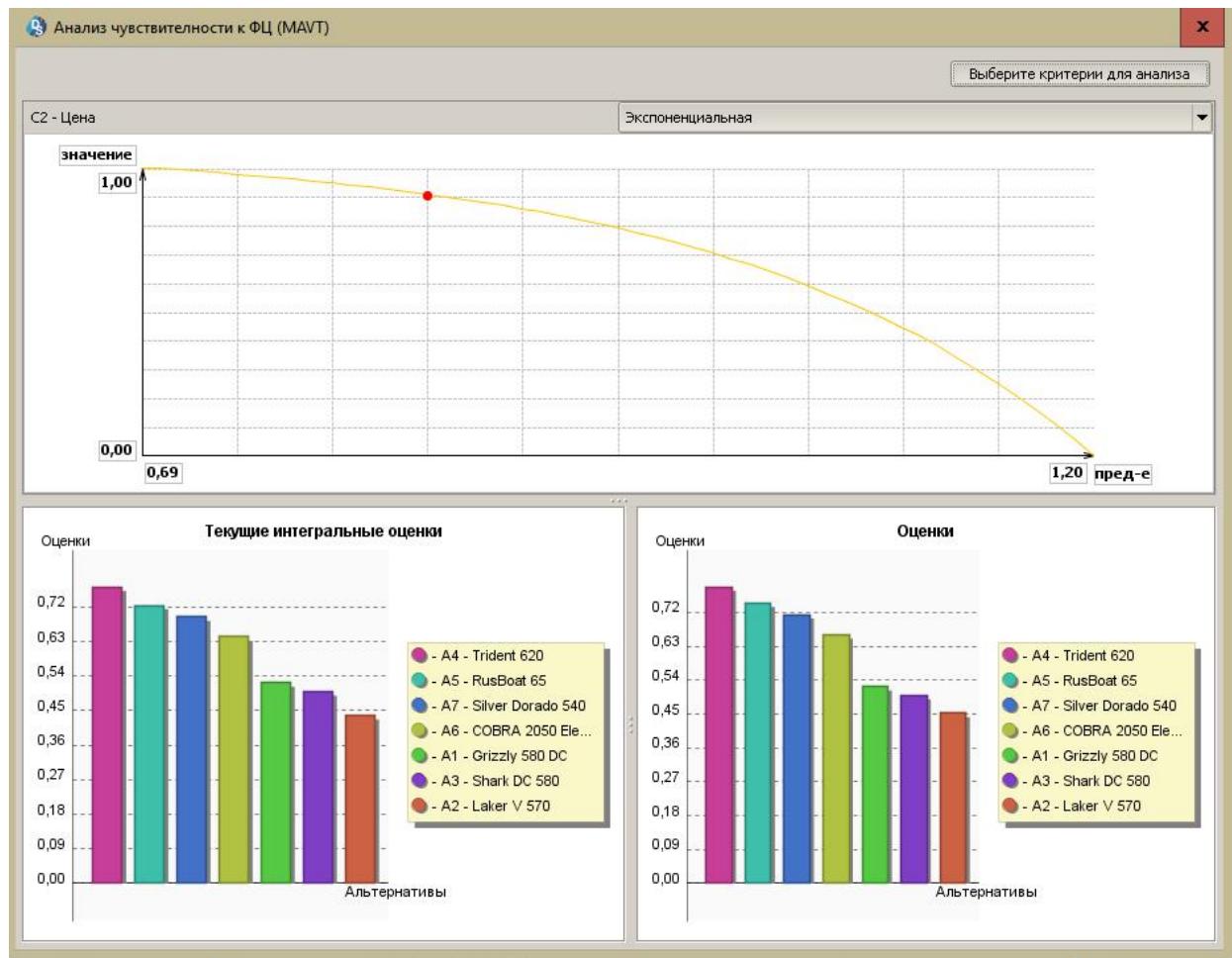


Рисунок 18 – Анализ чувствительности критериев к функции ценности при сдвиге влево.

Решение поставленной задачи методом MAVT представлено на рисунке 19.

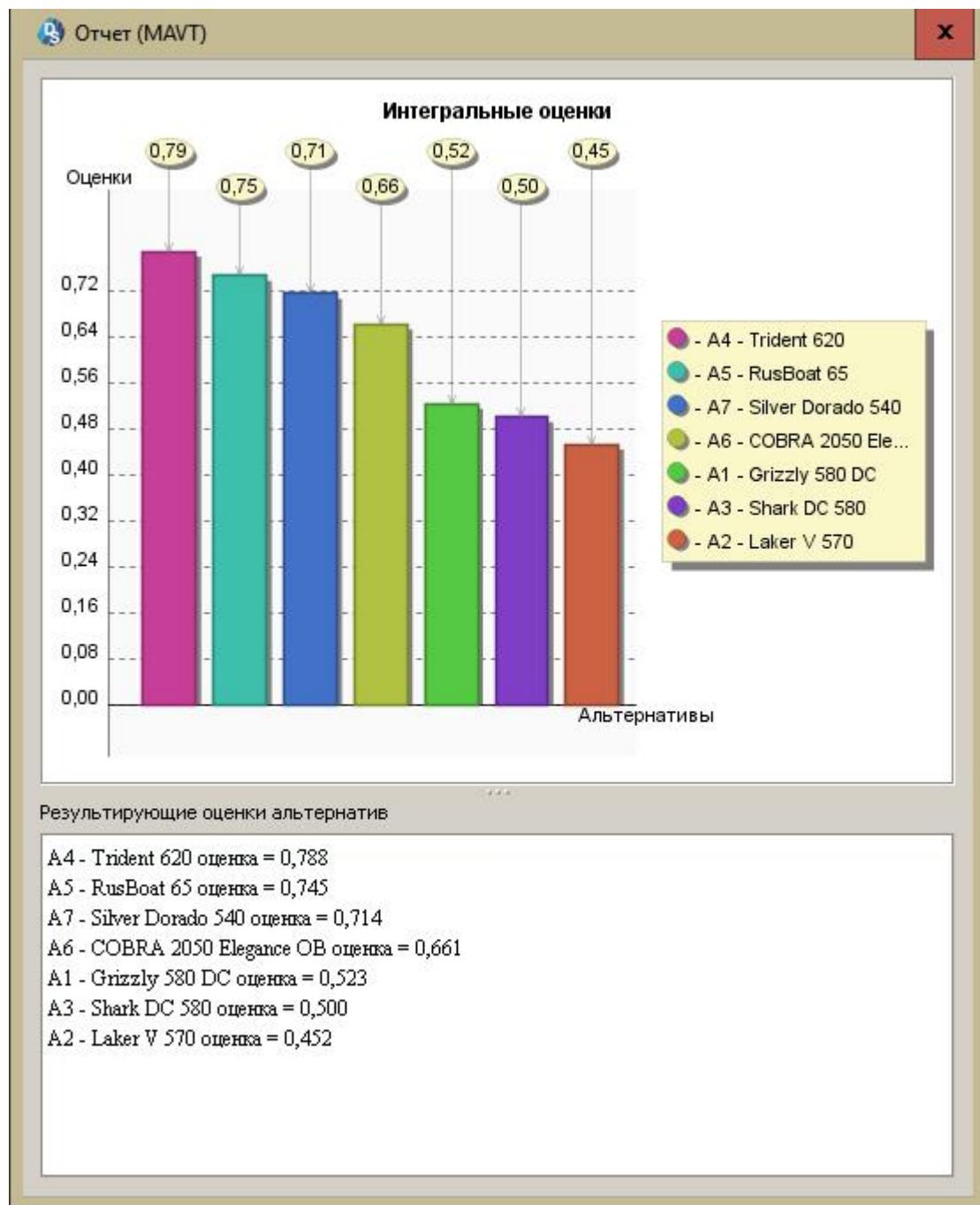


Рисунок 19 – Результаты вычислений по методу MAVT.

Вывод – выбираем альтернативу №4 (Trident 620).

## 2. Метод TOPSIS

В методе TOPSIS ранжирование альтернатив основано на учете расстояния каждой из альтернатив до идеальной и антиидеальной точек в многомерном пространстве критериев (Hwang and Yoon, 1981; Malczewski, 1999). Координаты идеальной, ( $x_{+j}$ ), и антиидеальной, ( $x_{-j}$ ), точек в пространстве критериев ( $R_m$ ) строятся по таблице характеристик выбором для каждого критерия  $j$ ,  $j=1,\dots,m$ , соответственно наилучшего и наихудшего значения из множества рассматриваемых альтернатив.

В рамках TOPSIS расстояния до идеальной,  $s_{i+}$ , и антиидеальной,  $s_{i-}$ , точек вычисляются следующим образом:

$$s_{i+} = \left( \sum_j w_j^p (x_{ij} - x_{+j})^p \right)^{1/p} \quad (14)$$

$$s_{i-} = \left( \sum_j w_j^p (x_{ij} - x_{-j})^p \right)^{1/p} \quad (15)$$

здесь  $w_j$  – вес, назначенный  $j$ -ому критерию (точнее, отклонению значения критерия от заданной идеальной/антиидеальной точки),  $x_{ij}$  – стандартизованное значение  $i$ -ой альтернативы по критерию  $j$ ; в качестве параметра степени  $p$  выбирают, чаще всего, используют значение  $p=2$  (реализовано в DecernsMCDA).

Существует несколько подходов к стандартизации значений критериев:  
 $C_{ij} = C_j (a_i) \rightarrow x_{ij}$   
( $C_{ij}$  – оценка альтернативы  $a_i$  по критерию  $j$ ;  $x_{ij}$  – соответствующее стандартизованное значение).

В DecernsMCDA реализован следующий метод стандартизации:

$$\boxed{x_{ij} = C_{ij} / \left( \sum_{j=1}^m C_{ij}^2 \right)^{1/2}}$$

Ранжирование альтернатив базируется на вычислении следующего (наиболее часто используемого) интегрального критерия (similarity index):

$$c_{i+} = s_{i-} / (s_{i+} + s_{i-}) \quad (16)$$

Чем выше значение интегрального критерия с  $i^+$ , тем выше ранг альтернативы  $i$ .

TOPSIS является простым и привлекательным методом МКАР, особенно эффективным в случаях, когда трудно верифицировать независимость критериев (что требуется в MAVT/MAUT); последнее особенно ценно при решении пространственных многокритериальных задач. Отметим также, что анализ чувствительности к изменению весовых коэффициентов при применении данного метода является весьма важным ввиду отсутствия четко обоснованных подходов к заданию весов относительной важности.

Задание весов критериев прямым взвешиванием представлено на Рис.20.

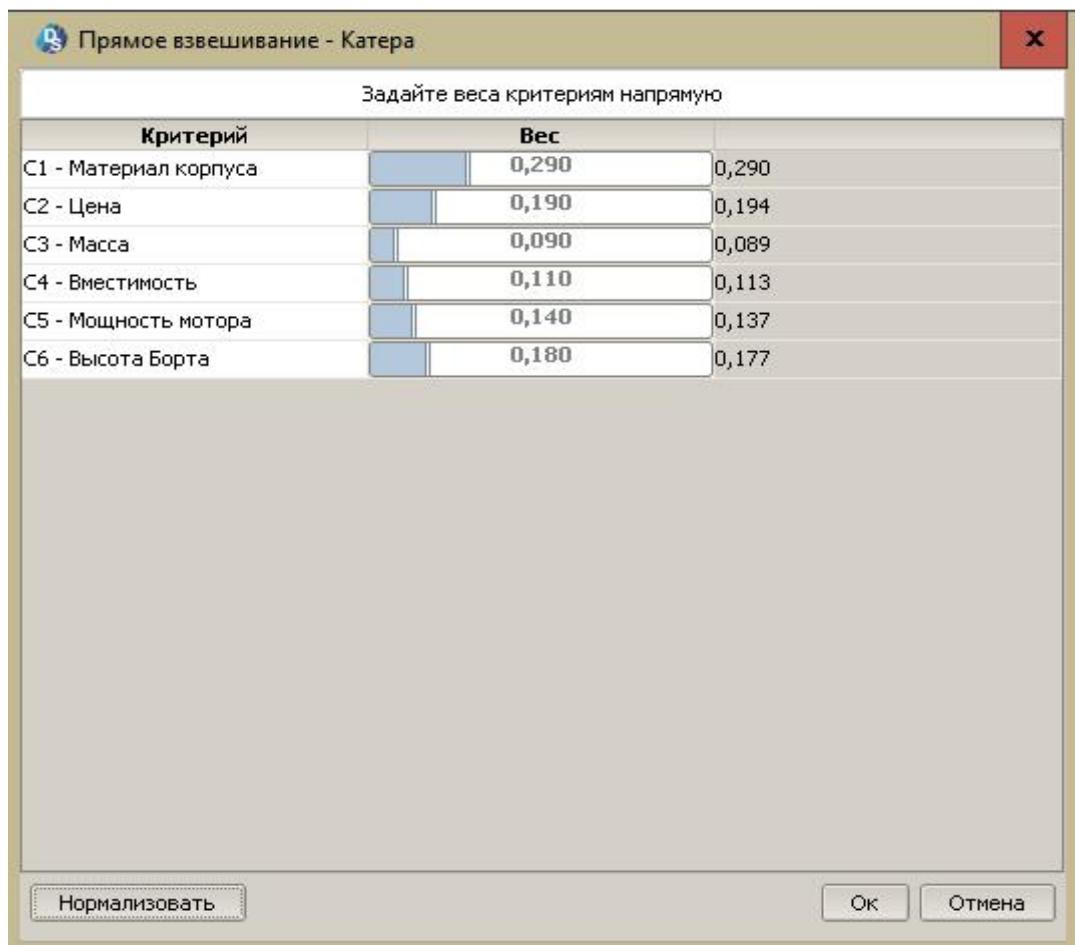


Рисунок 20 – Задание весов прямым взвешиванием.

Диаграмма значений альтернатив представлена на рисунке 21.

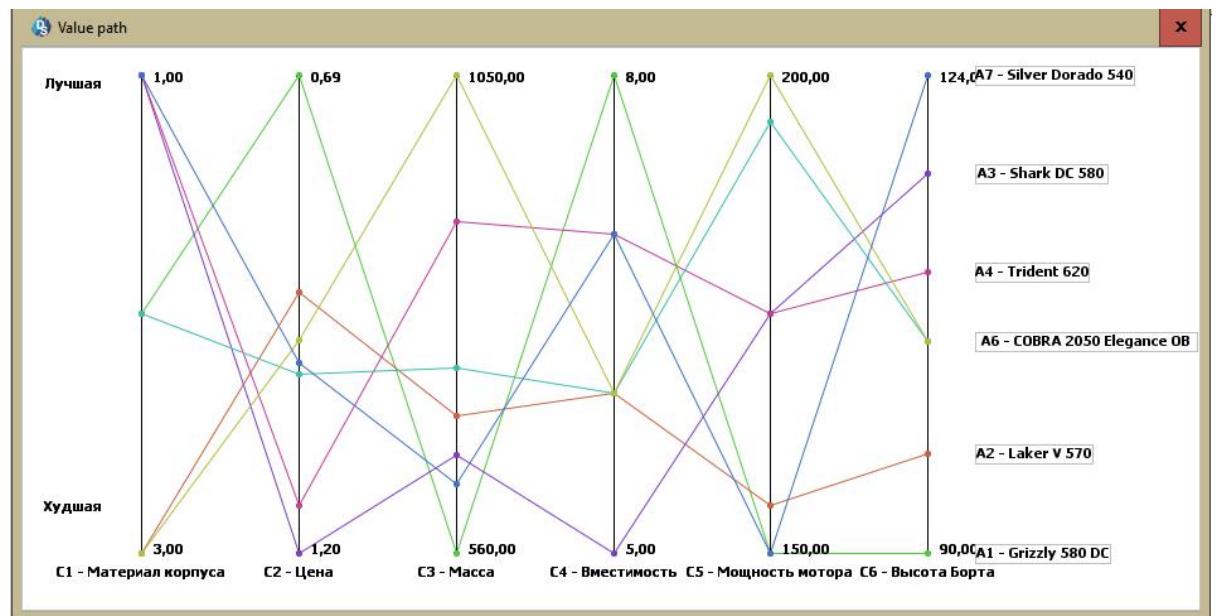


Рисунок 21 – Значения всех критериев каждой альтернативы.

Анализ чувствительности критериев к весам на примере критерия «Цена» представлен на Рисунках 22, 23 и 24.

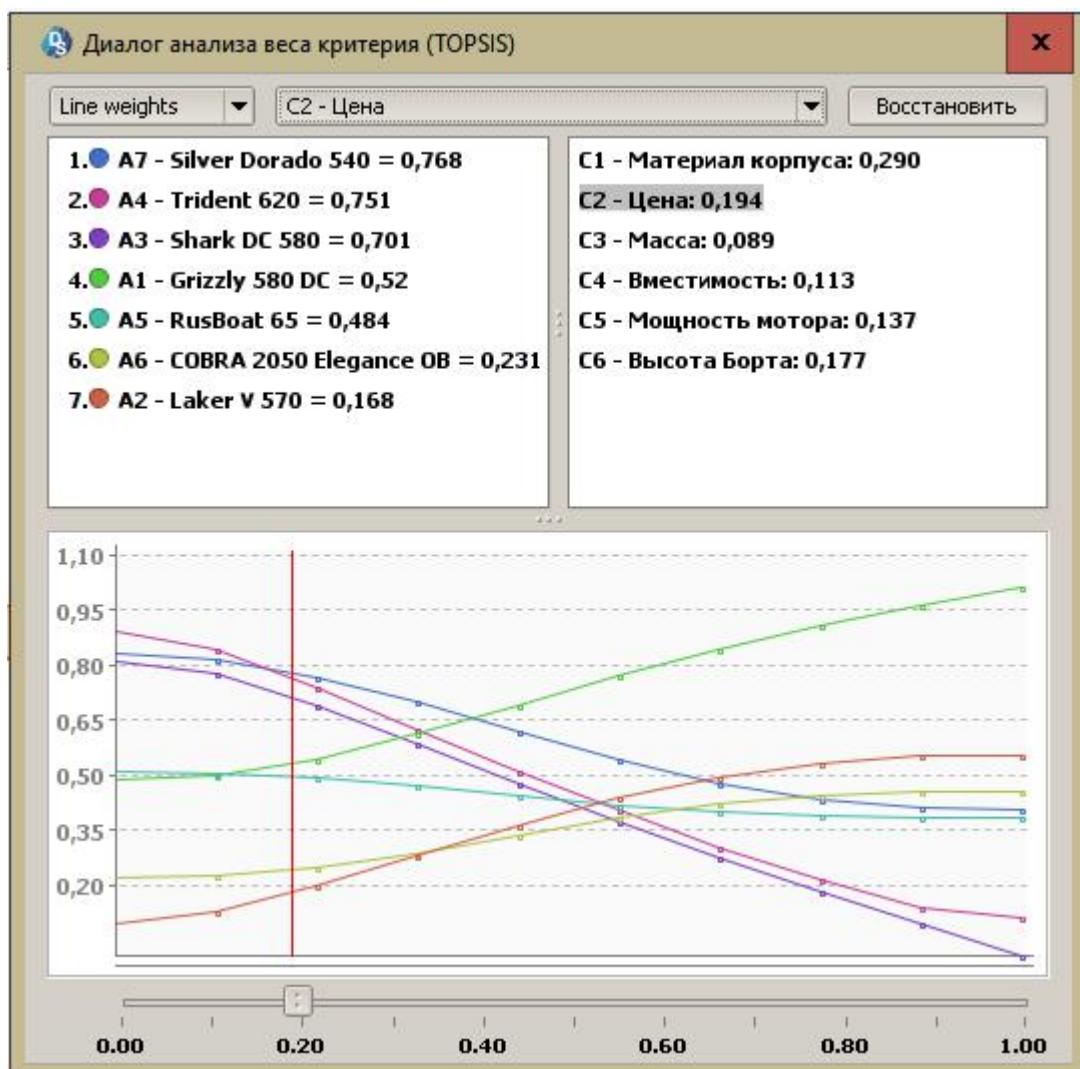


Рисунок 22 – Анализ чувствительности критериев к весам (TOPSIS).

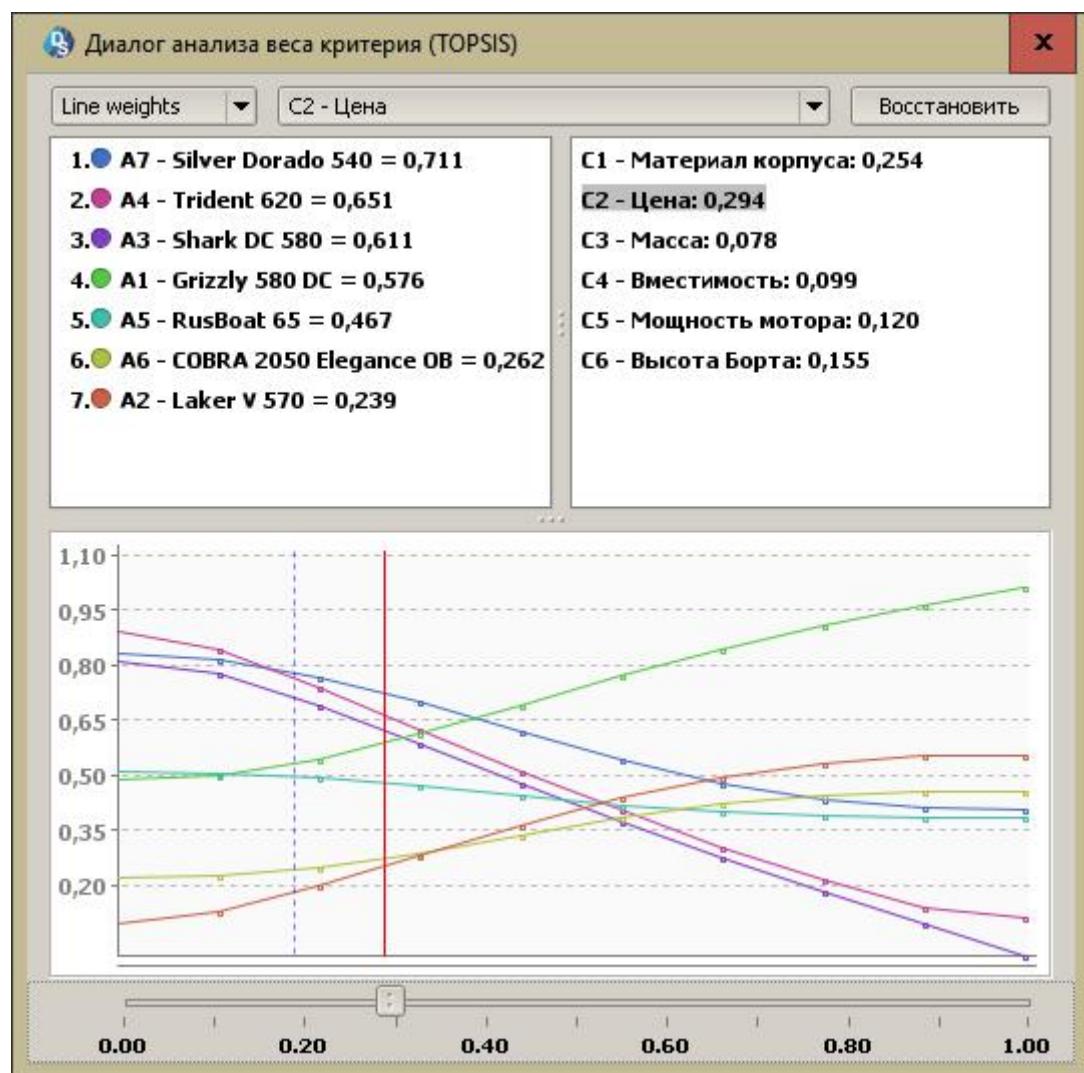


Рисунок 23 – Анализ чувствительности критериев к весам при сдвиге вправо.



Рисунок 24 – Анализ чувствительности критериев к весам при сдвиге влево.

Решение задачи методом TOPSIS представлено на рисунке 25.

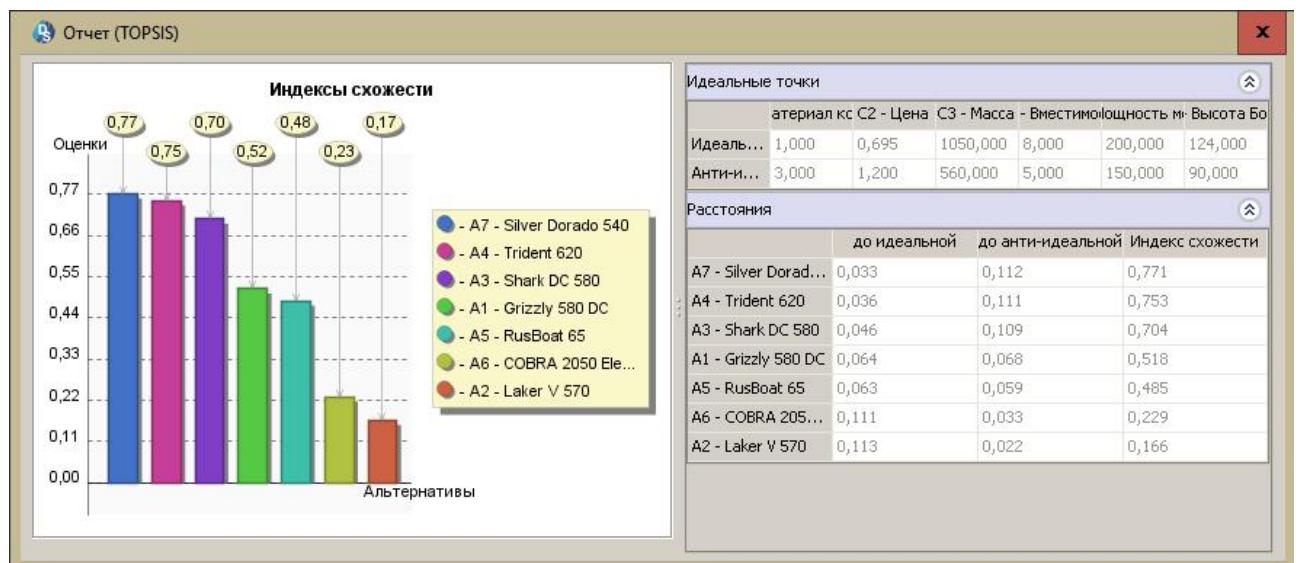


Рисунок 25 – Результаты вычислений по методу TOPSIS.

Вывод – выбираем альтернативу №7 (Silver Dorado 540).

### **3. Метод АНР**

Модель АНР (Saaty, 1980) основана на реализации трех базовых принципов:

- декомпозиция: реализации АНР-иерархии задачи (с использованием дерева критериев);
- попарное сравнение альтернатив для каждого критерия (нижнего уровня) и попарное сравнение критериев; оценки сравнений проводятся в специализированной шкале отношений;
- синтез приоритетов: вычисление весовых коэффициентов и значений ценности альтернатив по критериям на базе обработки матриц попарного сравнения с последующим вычислением интегральной ценности альтернативы с использованием линейной аддитивной модели.

Математическая модель АНР представляет собой интеграцию модели (2),(3) с использованием особых методов вычисления весов критериев  $w_j$  и значений функций ценности  $V_{ij}$  для критериев  $j=1,\dots,m$ , и альтернатив  $i=1,\dots,n$ . Попарное сравнение альтернатив для каждого критерия (всего  $mn(n-1)/2$  сравнений), а также попарное сравнение критериев между собой ( $m(m-1)/2$  сравнений) проводится в специальной шкале отношений: для заданного критерия альтернатива  $k$  предпочтительнее альтернативы  $j$  с уровнем предпочтения  $s - a_{kj} = s$ ,  $1 \leq s \leq 9$ ; соответственно,  $a_{jk} = 1/s$ . В этой же шкале проводится и попарное сравнение критериев. Полученные матрицы обрабатываются с целью получения собственного вектора для максимального собственного значения матрицы с последующей нормализацией (сумма элементов нормализованного вектора =1) и получением весов критериев  $w_j$  (из матрицы попарного сравнения критериев) и ценностей альтернатив  $V_{ij}$  (из матрицы попарного сравнения альтернатив для критерия  $j$ ) с дальнейшим использованием модели (2),(3) для оценки интегральной ценности альтернативы  $i$ . При практическом использовании АНР следует обращать внимание на отношение соответствия (consistency ratio), указывающий на

уровень соответствия при заполнении матриц попарного сравнения (Saaty, 1980; Belton and Stewart, 2002).

Из-за использования модели (2-3), АНР может рассматриваться как метод в рамках MAVT модели. Однако, принимая во внимание специфику оценки весов критериев и ценности альтернатив, сторонники подчеркивают, что это отдельный метод МКАР, не основанный на методологии оценки ценностей (Belton and Stewart, 2002).

АНР метод является весьма популярным благодаря своей гибкости, отсутствию жестких требований и ограничений, а также наличию соответствующего программного обеспечения.

В то же время, за видимой простотой используемых в рамках АНР процедур, зачастую кроются (скрытые от неспециалистов) проблемы с используемой шкалой отношений при решении многих задач, обоснованность полученных весовых коэффициентов, проблема обращения рангов альтернатив (при добавлении новых или изъятии имеющихся альтернатив; rank reversal problem) (Belton and Stewart, 2002), не говоря о значительном объеме работы экспертов при проведении попарных сравнений для большого количества критериев и альтернатив.

Авторы DecernsMCDA рекомендуют использование АНР (если привлекаемые эксперты считают приемлемым использование заданной шкалы отношений при решении конкретной задачи МКАР) совместно с другими методами, а также в случаях, когда использование других моделей МКАР представляется более сложным.

Оценка критериев методом попарного сравнения представлена на Рисунке 26.

Попарное сравнение - Катера

**Оценки**

C5 - Мощность мотора							
- 9 - Чрезвычайное							
- 7 - Оч. сильное							
- 5 - Сильное							
- 3 - Среднее							
- 1 - Равное							
<input checked="" type="checkbox"/> 1/3 - Среднее							
- 1/5 - Сильное							
- 1/7 - Оч. сильное							
- 1/9 - Чрезвычайное							
C2 - Цена							

1. Выберите ячейку матрицы  
2. Задайте относительную оценку используя "ползунок"

C1 - Матер...	C2 - Цена	C3 - Масса	C4 - Вмест...	C5 - Мощно...	C6 - Высот...	
C1 - Материал корпуса	1	3	7	5	4	3
C2 - Цена	1/3	1	4	4	3	2
C3 - Масса	1/7	1/4	1	1/3	1/5	1/5
C4 - Вместимость	1/5	1/4	3	1	2	1/4
C5 - Мощность мотора	1/4	1/3	5	1/2	1	1/3
C6 - Высота Борта	1/3	1/2	5	4	3	1

Отношение согласованности = 0,077

Ok Отмена

Рисунок 26 – Оценка критериев методом попарного сравнения.

Оценка альтернатив методом попарного сравнения представлена на Рис.27 – Рис.32.

Попарное сравнение - C1 - Материал корпуса

**Оценки**

не задано							
- 9 - Чрезвычайное							
- 7 - Оч. сильное							
- 5 - Сильное							
- 3 - Среднее							
<input checked="" type="checkbox"/> 1 - Равное							
1/3 - Среднее							
1/5 - Сильное							
1/7 - Оч. сильное							
1/9 - Чрезвычайное							
не задано							

1. Выберите ячейку матрицы  
2. Задайте относительную оценку используя "ползунок"

A1 - Gr...	A2 - La...	A3 - Sh...	A4 - Tri...	A5 - Ru...	A6 - Co...	A7 - Sil...	
A1 - Gri...	1	5	1/4	1/4	1	5	1/4
A2 - La...	1/5	1	1/8	1/8	1/5	1	1/8
A3 - Sh...	4	8	1	1	4	8	1
A4 - Tri...	4	8	1	1	4	8	1
A5 - Ru...	1	5	1/4	1/4	1	5	1/4
A6 - Co...	1/5	1	1/8	1/8	1/5	1	1/8
A7 - Sil...	4	8	1	1	4	8	1

Отношение согласованности = 0,026

Ok Отмена

Рисунок 27 – Попарное сравнение альтернатив по критерию «Материал корпуса»

**Попарное сравнение - C2 - Цена**

**Оценки**

		A1 - Gr...	A2 - La...	A3 - Sh...	A4 - Tri...	A5 - Ru...	A6 - Co...	A7 - Sil...
<input type="checkbox"/> не задано	- 9 - Чрезвычайное	1	2	4	4	3	3	3
	- 7 - Оч. сильное	1/2	1	2	2	2	1	2
	- 5 - Сильное	1/4	1/2	1	1	1/2	1/2	1/2
	- 3 - Среднее	1/4	1/2	1	1	1	1/2	1/2
	<input checked="" type="checkbox"/> 1 - Равное	1/3	1/2	2	1	1	1	1
	- 1/3 - Среднее	1/3	1	2	2	1	1	1
	- 1/5 - Сильное	1/3	1	2	2	1	1	1
	- 1/7 - Оч. сильное	1/3	1	2	2	1	1	1
	- 1/9 - Чрезвычайное	1/3	1/2	2	2	1	1	1
не задано		Отношение согласованности = 0,013						

**Ок**    **Отмена**

Рисунок 28 – Попарное сравнение альтернатив по критерию «Цена»

**Попарное сравнение - C3 - Масса**

**Оценки**

		A1 - Gr...	A2 - La...	A3 - Sh...	A4 - Tri...	A5 - Ru...	A6 - Co...	A7 - Sil...
<input type="checkbox"/> не задано	- 9 - Чрезвычайное	1	1/2	1/2	1/4	1/3	1/4	1/2
	- 7 - Оч. сильное	2	1	1	1/3	1	1/3	1
	- 5 - Сильное	2	1	1	1/3	1/2	1/3	1
	- 3 - Среднее	4	3	3	1	2	1	3
	<input checked="" type="checkbox"/> 1 - Равное	3	1	2	1/2	1	1	2
	- 1/3 - Среднее	4	3	3	1	1	1	3
	- 1/5 - Сильное	2	1	1	1/3	1/2	1/3	1
	- 1/7 - Оч. сильное	2	1	1	1/3	1/2	1/3	1
	- 1/9 - Чрезвычайное	2	1	1	1/3	1/2	1/3	1
не задано		Отношение согласованности = 0,012						

**Ок**    **Отмена**

Рисунок 29 – Попарное сравнение альтернатив по критерию «Масса»

**Попарное сравнение - C4 - Вместимость**

**Оценки**

не задано - 9 - Чрезвычайное - - 7 - Оч. сильное - - 5 - Сильное - - 3 - Среднее - <input checked="" type="checkbox"/> 1 - Равное - - 1/3 - Среднее - - 1/5 - Сильное - - 1/7 - Оч. сильное - - 1/9 - Чрезвычайное  не задано	1. Выберите ячейку матрицы 2. Задайте относительную оценку используя "ползунок" <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">A1 - Gr...</th> <th style="text-align: center;">A2 - La...</th> <th style="text-align: center;">A3 - Sh...</th> <th style="text-align: center;">A4 - Tri...</th> <th style="text-align: center;">A5 - Ru...</th> <th style="text-align: center;">A6 - Co...</th> <th style="text-align: center;">A7 - Sil...</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">A1 - Gri...</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">A2 - La...</td> <td style="text-align: center;">1/3</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">A3 - Sh...</td> <td style="text-align: center;">1/4</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1/3</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">A4 - Tri...</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">A5 - Ru...</td> <td style="text-align: center;">1/3</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">A6 - Co...</td> <td style="text-align: center;">1/3</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">A7 - Sil...</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> </tbody> </table> <p>Отношение согласованности = 0,005</p>	A1 - Gr...	A2 - La...	A3 - Sh...	A4 - Tri...	A5 - Ru...	A6 - Co...	A7 - Sil...	A1 - Gri...	1	3	4	2	3	3	A2 - La...	1/3	1	2	1/2	1	1	A3 - Sh...	1/4	1/2	1	1/3	1/2	1/2	A4 - Tri...	1/2	2	3	1	2	2	A5 - Ru...	1/3	1	2	1/2	1	1	A6 - Co...	1/3	1	2	1/2	1	1	A7 - Sil...	1/2	2	3	1	2	1
A1 - Gr...	A2 - La...	A3 - Sh...	A4 - Tri...	A5 - Ru...	A6 - Co...	A7 - Sil...																																																			
A1 - Gri...	1	3	4	2	3	3																																																			
A2 - La...	1/3	1	2	1/2	1	1																																																			
A3 - Sh...	1/4	1/2	1	1/3	1/2	1/2																																																			
A4 - Tri...	1/2	2	3	1	2	2																																																			
A5 - Ru...	1/3	1	2	1/2	1	1																																																			
A6 - Co...	1/3	1	2	1/2	1	1																																																			
A7 - Sil...	1/2	2	3	1	2	1																																																			

**Ok**    **Отмена**

Рисунок 30 – Попарное сравнение альтернатив по критерию «Вместимость»

**Попарное сравнение - C5 - Мощность мотора**

**Оценки**

не задано - 9 - Чрезвычайное - - 7 - Оч. сильное - - 5 - Сильное - - 3 - Среднее - <input checked="" type="checkbox"/> 1 - Равное - - 1/3 - Среднее - - 1/5 - Сильное - - 1/7 - Оч. сильное - - 1/9 - Чрезвычайное  не задано	1. Выберите ячейку матрицы 2. Задайте относительную оценку используя "ползунок" <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">A1 - Gr...</th> <th style="text-align: center;">A2 - La...</th> <th style="text-align: center;">A3 - Sh...</th> <th style="text-align: center;">A4 - Tri...</th> <th style="text-align: center;">A5 - Ru...</th> <th style="text-align: center;">A6 - Co...</th> <th style="text-align: center;">A7 - Sil...</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">A1 - Gri...</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">1/3</td> <td style="text-align: center;">1/3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">A2 - La...</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">1/3</td> <td style="text-align: center;">1/3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">A3 - Sh...</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">A4 - Tri...</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">A5 - Ru...</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">A6 - Co...</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">A7 - Sil...</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">1/2</td> <td style="text-align: center;">1/3</td> <td style="text-align: center;">1/3</td> </tr> </tbody> </table> <p>Отношение согласованности = 0,003</p>	A1 - Gr...	A2 - La...	A3 - Sh...	A4 - Tri...	A5 - Ru...	A6 - Co...	A7 - Sil...	A1 - Gri...	1	1	1/2	1/2	1/3	1/3	A2 - La...	1	1	1/2	1/2	1/3	1/3	A3 - Sh...	2	2	1	1	1/2	1/2	A4 - Tri...	2	2	1	1	1/2	1/2	A5 - Ru...	3	3	2	2	1	1	A6 - Co...	3	3	2	2	1	1	A7 - Sil...	1	1	1/2	1/2	1/3	1/3
A1 - Gr...	A2 - La...	A3 - Sh...	A4 - Tri...	A5 - Ru...	A6 - Co...	A7 - Sil...																																																			
A1 - Gri...	1	1	1/2	1/2	1/3	1/3																																																			
A2 - La...	1	1	1/2	1/2	1/3	1/3																																																			
A3 - Sh...	2	2	1	1	1/2	1/2																																																			
A4 - Tri...	2	2	1	1	1/2	1/2																																																			
A5 - Ru...	3	3	2	2	1	1																																																			
A6 - Co...	3	3	2	2	1	1																																																			
A7 - Sil...	1	1	1/2	1/2	1/3	1/3																																																			

**Ok**    **Отмена**

Рисунок 31 – Попарное сравнение альтернатив по критерию «Мощность мотора»

**Попарное сравнение - С6 - Высота Борта**

**Оценки**

	A1 - Gri...	A2 - La...	A3 - Sh...	A4 - Tri...	A5 - Ru...	A6 - Co...	A7 - Sil...
не задано							
- 9 - Чрезвычайное	1	1/2	1/3	1/3	1/2	1/2	1/4
- 7 - Оч. сильное	2	1	1/3	1/2	1/2	1/2	1/4
- 5 - Сильное	3	3	1	1	2	2	1/2
- 3 - Среднее	3	2	1	1	1	1	1/3
- 1 - Равное	2	2	1/2	1	1	1	1/3
- 1/3 - Среднее	2	2	1/2	1	1	1	1/3
- 1/5 - Сильное	2	2	1/2	1	1	1	1/3
- 1/7 - Оч. сильное	2	2	1/2	1	1	1	1/3
- 1/9 - Чрезвычайное	4	4	2	3	3	3	1
не задано							

1. Выберите ячейку матрицы  
2. Задайте относительную оценку используя "ползунок"

Отношение согласованности = 0,015

Ok      Отмена

Рисунок 32 – Попарное сравнение альтернатив по критерию «Высота борта»

Анализ чувствительности критериев к весам на примере критерия «Цена» представлен на Рисунках 33,34,35

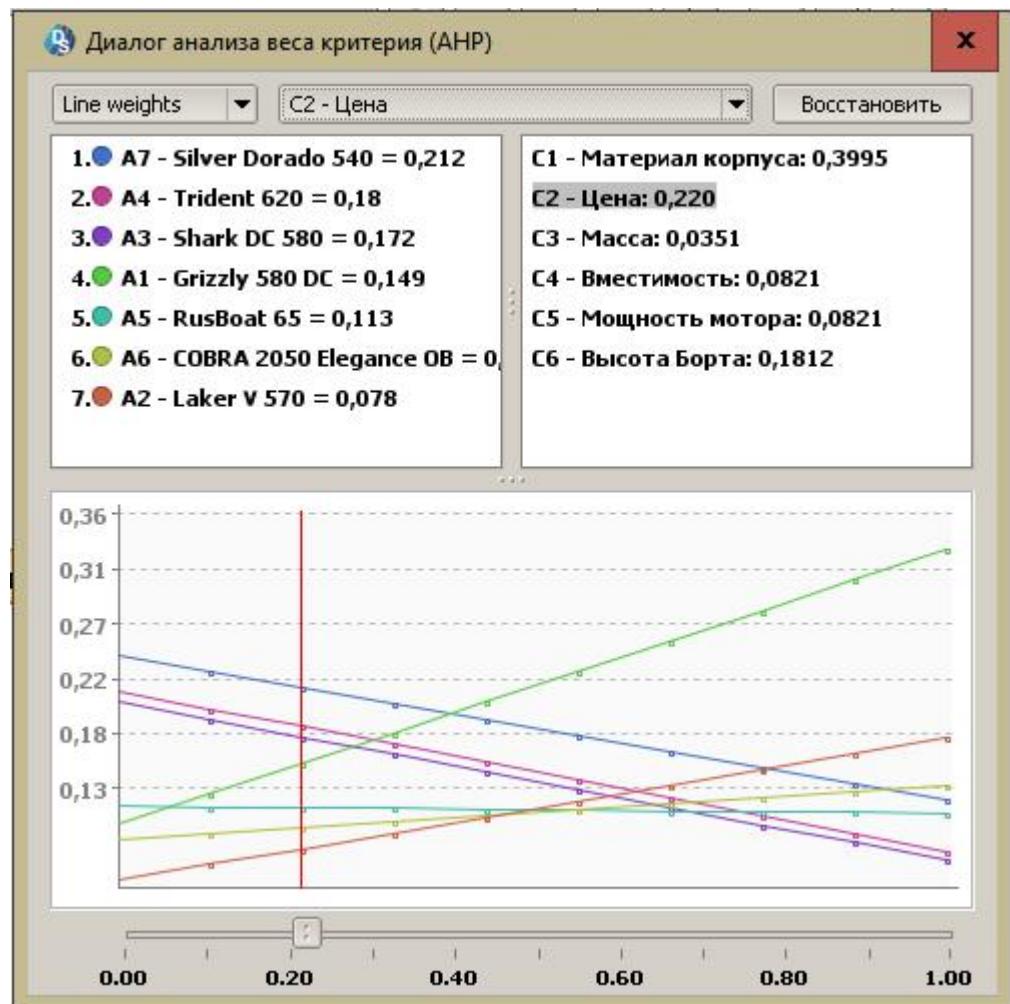


Рисунок 33 – Анализ чувствительности критериев к весам (AHP).

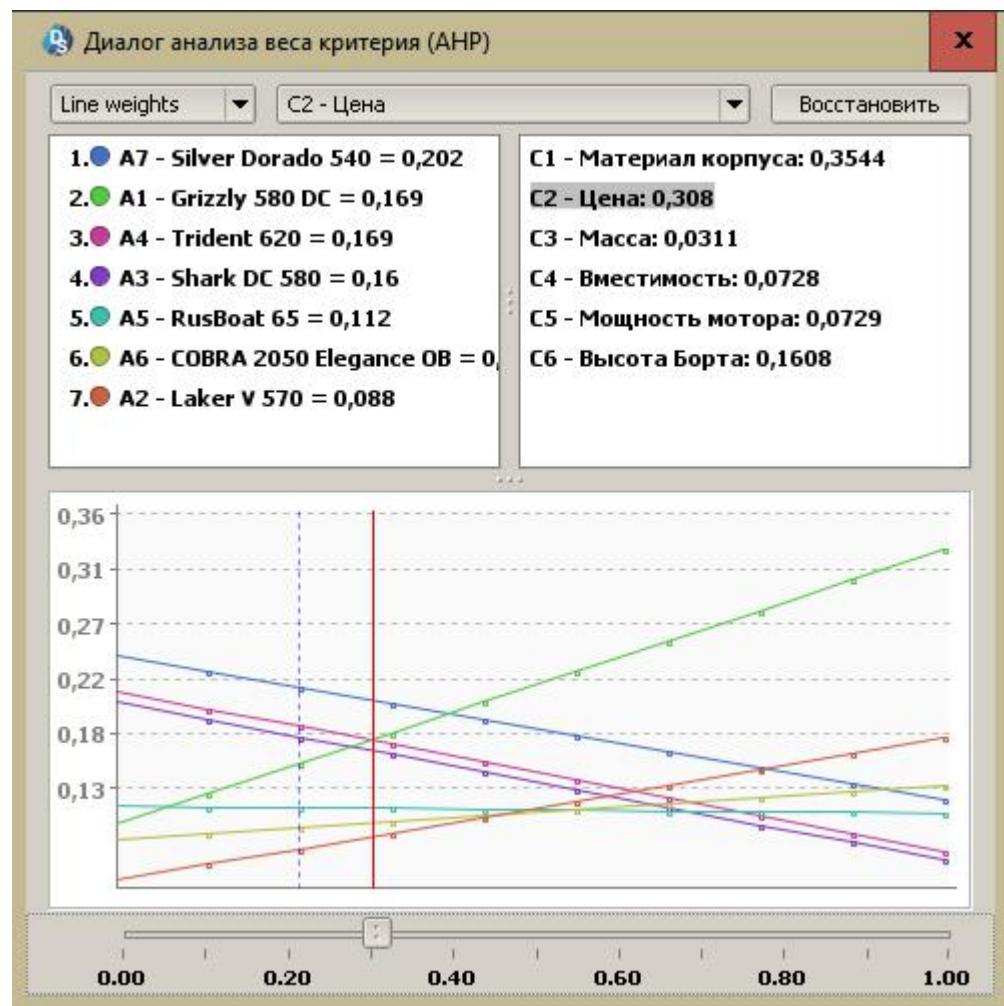


Рисунок 34 – Анализ чувствительности критериев к весам при сдвиге вправо.

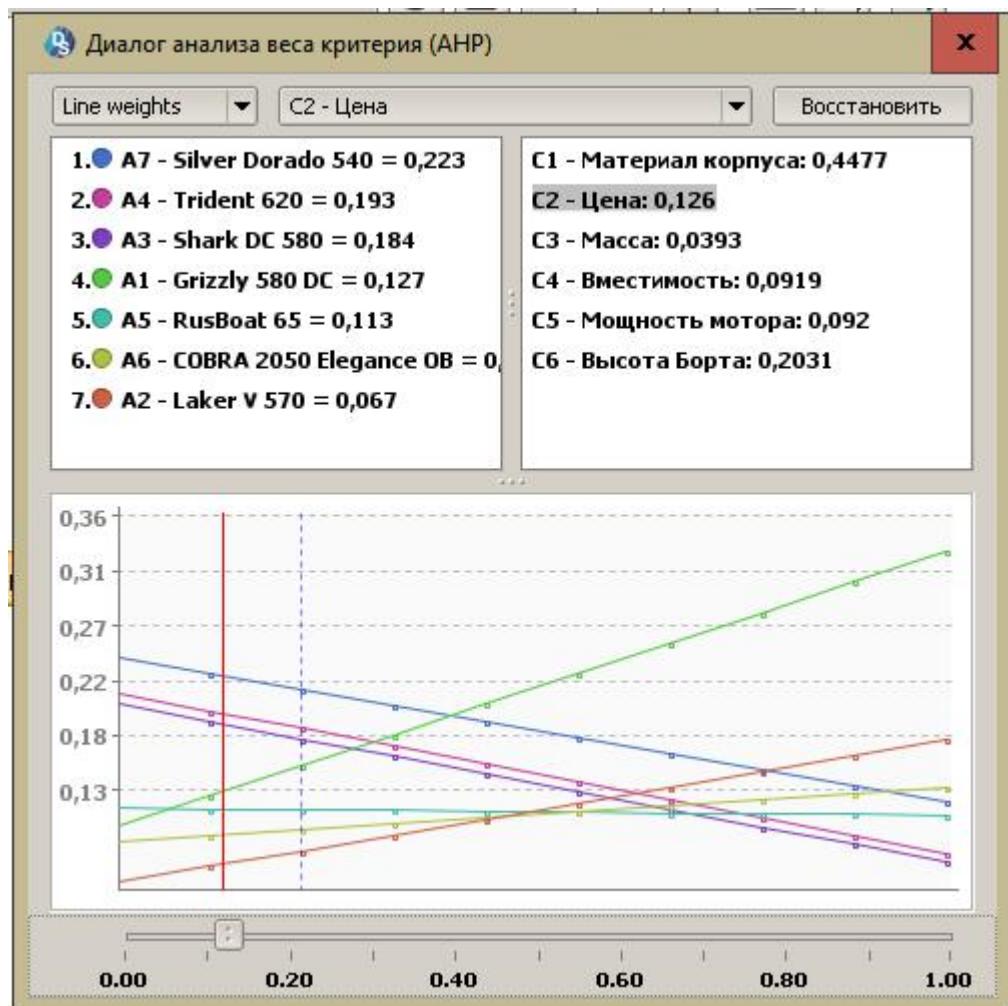


Рисунок 35 – Анализ чувствительности критериев к весам при сдвиге влево.

Решение задачи методом АHP представлено на рисунке 36.

Вывод – выбираем альтернативу №7 (Silver Dorado 540).

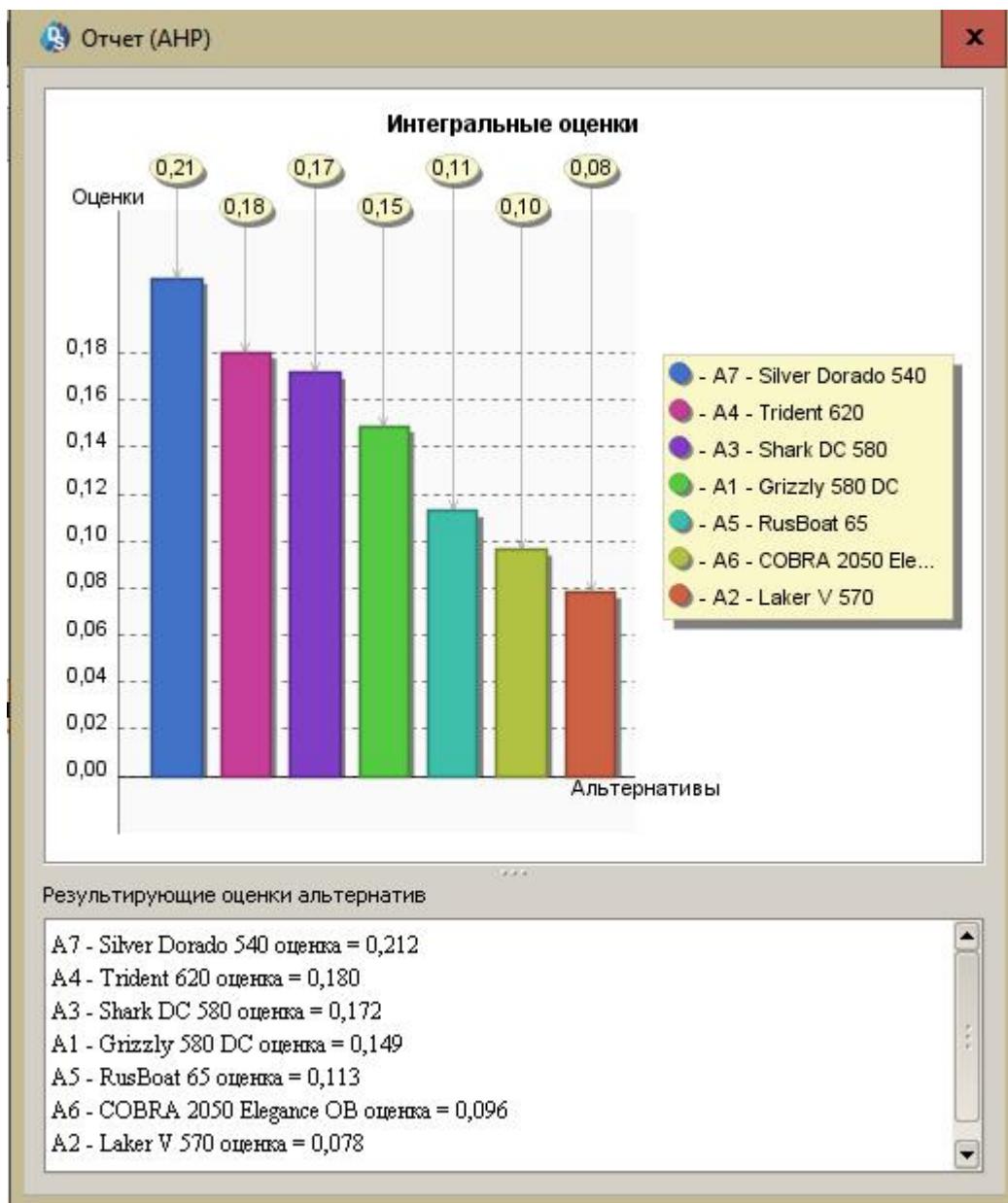


Рисунок 36 – Результаты вычислений по методу АНР.

#### 4. Метод PROMETHEE

PROMETHEE принадлежит к т.н. методам/моделям из класса превосходства (outranking; ORT Outranking Relation Theory) (Brans and Vincke, 1985; Belton and Stewart, 2002; Figueira, Greco an Ehrgott, 2005).

Методы ORT основаны на попарном сравнении альтернатив по каждому из заданных критериев с последующей интеграцией полученных предпочтений в соответствии с алгоритмом метода. Среди моделей ORT

наиболее востребованными для практического применения являются PROMETHEE, а также ряд моделей семейства ELECTRE (Brans and Vincke, 1985; Figueira, Greco and Ehrgott, 2005; Belton and Stewart, 2002).

PROMETHEE основан на использовании таблицы/матрицы характеристик  $\{z_j(a)\}$  (здесь  $z_j(a)$  оценка альтернативы  $a$  по критерию  $j$ ) и функций предпочтения  $P_j(d)$ ,  $0 \leq P_i(d) \leq 1$ , с заданными уровнями безразличия ( $q_j$ ) и предпочтения ( $p_j$ ),  $j=1,\dots,m$ ;  $d = z_j(a) - z_j(b)$  – разность значений альтернатив  $a$  и  $b$  по критерию  $j$ .

В рамках метода проводится оценка интенсивности предпочтения альтернативы  $a$  над альтернативой  $b$  по критерию  $j$ ,  $P_j(a,b) = P_j(z_j(a) - z_j(b))$  (согласно методу, если  $P_j(a,b) > 0$ , тогда  $P_j(b,a) = 0$ ), а также индекс предпочтения,  $P(a,b)$ ,

$$P(a,b) = \sum w_j P_j(a,b), \quad (10)$$

(выше для простоты использовалось одно и то же обозначение  $P_j(\cdot)$  для разных функций  $P_j(a,b)$  и  $P_j(d)$ ); здесь весовые коэффициенты  $w_j$ ,  $j=1,\dots,m$ , отражают относительную важность критериев (voting weights) [Brans and Vincke, 1985; Figueira, Greco and Ehrgott, 2005; Belton and Stewart, 2002].

Индексы предпочтения используются для оценки позитивного потока превосходства (positive outranking flow)  $Q^+(a)$ :

$$Q^+(a) = \sum_b P(a,b)/(n-1), \quad (11)$$

и негативного потока превосходства (negative outranking flow)  $Q^-(a)$ :

$$Q^-(a) = \sum_b P(b,a)/(n-1), \quad (12)$$

(суммирование ведется по всем альтернативам  $b$  –  $a$ ,  $n$  – число исследуемых альтернатив).

Согласно методу PROMETHEE 1, альтернатива  $a$  предпочтительнее/не хуже альтернативы  $b$ , если  $Q^+(a) \geq Q^+(b)$  и  $Q^-(a) \leq Q^-(b)$ ;  $a$  и  $b$  индифферентны/равноценны, если  $Q^+(a) = Q^+(b)$  и  $Q^-(a) = Q^-(b)$ ;  $a$  и  $b$

являются несравнимыми альтернативами, если  $Q + (a) > Q + (b)$  и  $Q - (a) < Q - (b)$ .

Таким образом, PROMETHEE 1, как и ряд других методов ORT, не гарантируют полного упорядочения альтернатив, поскольку некоторые альтернативы могут оказаться несравнимыми.

Метод PROMETHEE 2 основан на оценке “чистого потока” (net flow)  $Q(a)$  для альтернативы  $a$ :

$$Q(a) = Q^+(a) - Q^-(a); \quad (13)$$

PROMETHEE 2 может быть использован для полного упорядочения/ранжирования альтернатив: альтернатива  $a$  превосходит альтернативу  $b$ , если  $Q(a) > Q(b)$ .

PROMETHEE рассматривается специалистами и пользователями как привлекательный и транспарентный метод, для практического применения которого имеется ряд программных продуктов [Figueira, Greco and Ehrgott, 2005; Belton and Stewart, 2002]. В качестве “недостатков” данной модели часто отмечают “произвольность” выбора уровней безразличия и превосходства ( $q_j$  и  $r_j$ ) и необходимость дополнительного анализа чувствительности результатов к изменению данных уровней; кроме того, в отличие от моделей MAUT/MAVT, модели семейства PROMETHEE/ELECTRE основаны исключительно на эвристических подходах без соответствующей теоретической базы [Belton V, Stewart T 2002] (последнее замечание нисколько не умаляет достоинств методов ORT при их практическом применении в рамках решения задач МКАР).

Технология вычисления потоков превосходства ( $Q$ ) также допускает компенсацию оценок по одним критериям значениями по другим. При этом, недооценка по одним критериям не компенсируется возможным значительным предпочтением по другим критериям ввиду использования функций предпочтения  $P_j(d)$ . В связи с этим модели класса ORT известны также как “частично компенсаторные” модели.

Задание весов критериев рейтинговым методом представлено на Рисунке 37.

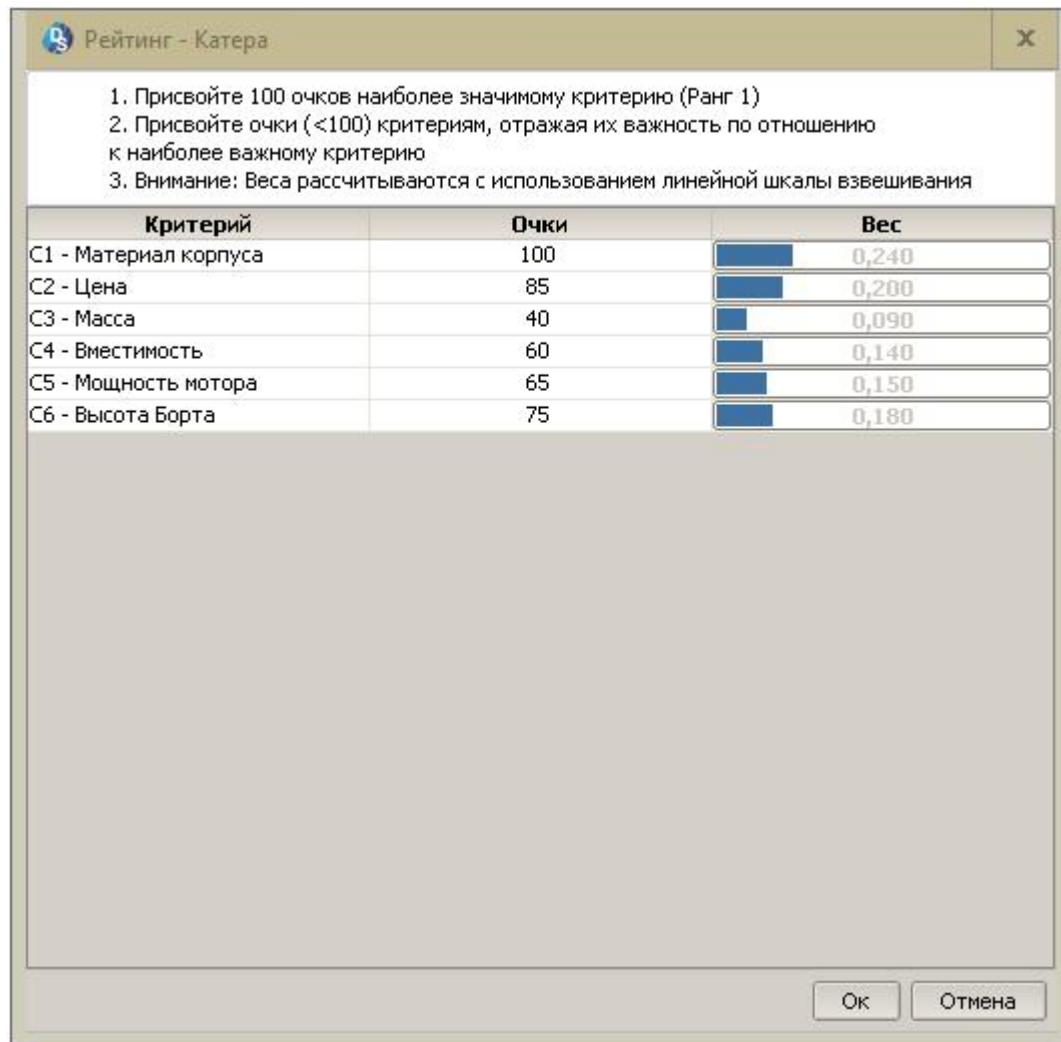


Рисунок 37 – Задание весов критериев рейтинговым методом.

Значения всех критериев каждой альтернативы представлены на Рис.38.

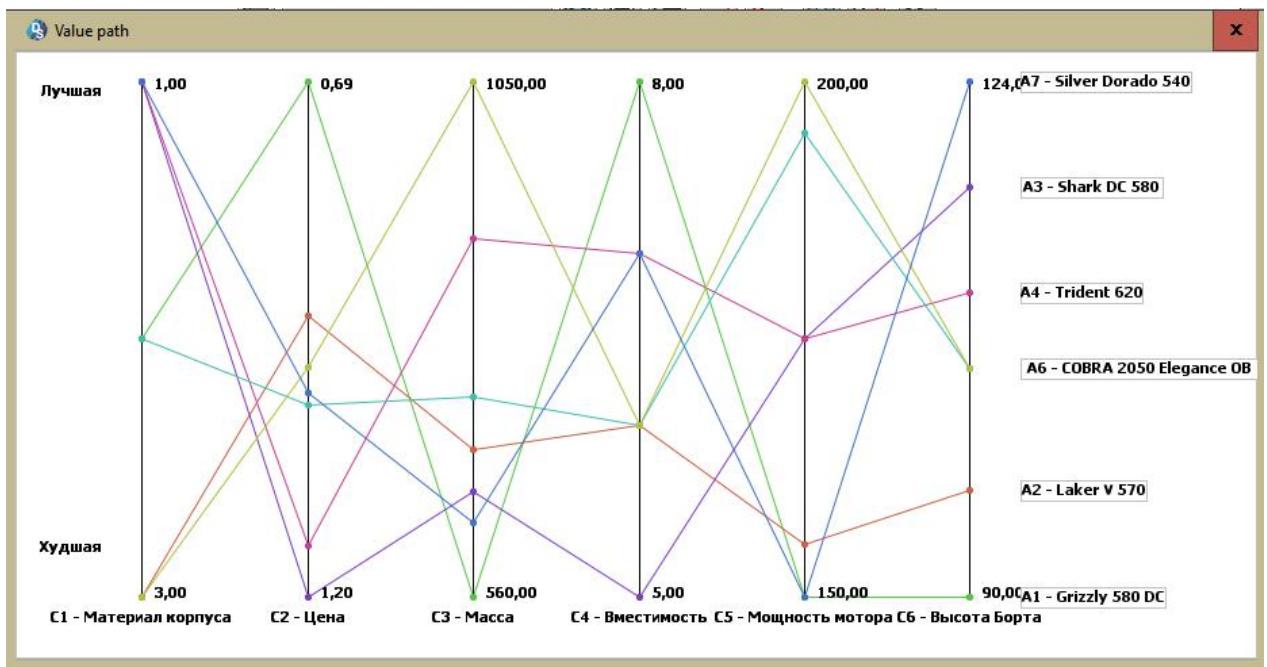


Рисунок 38 – Значения всех критериев каждой альтернативы.

Анализ чувствительности критериев к весам на примере критерия «Цена» представлен на Рисунках 39,40 и 41 .

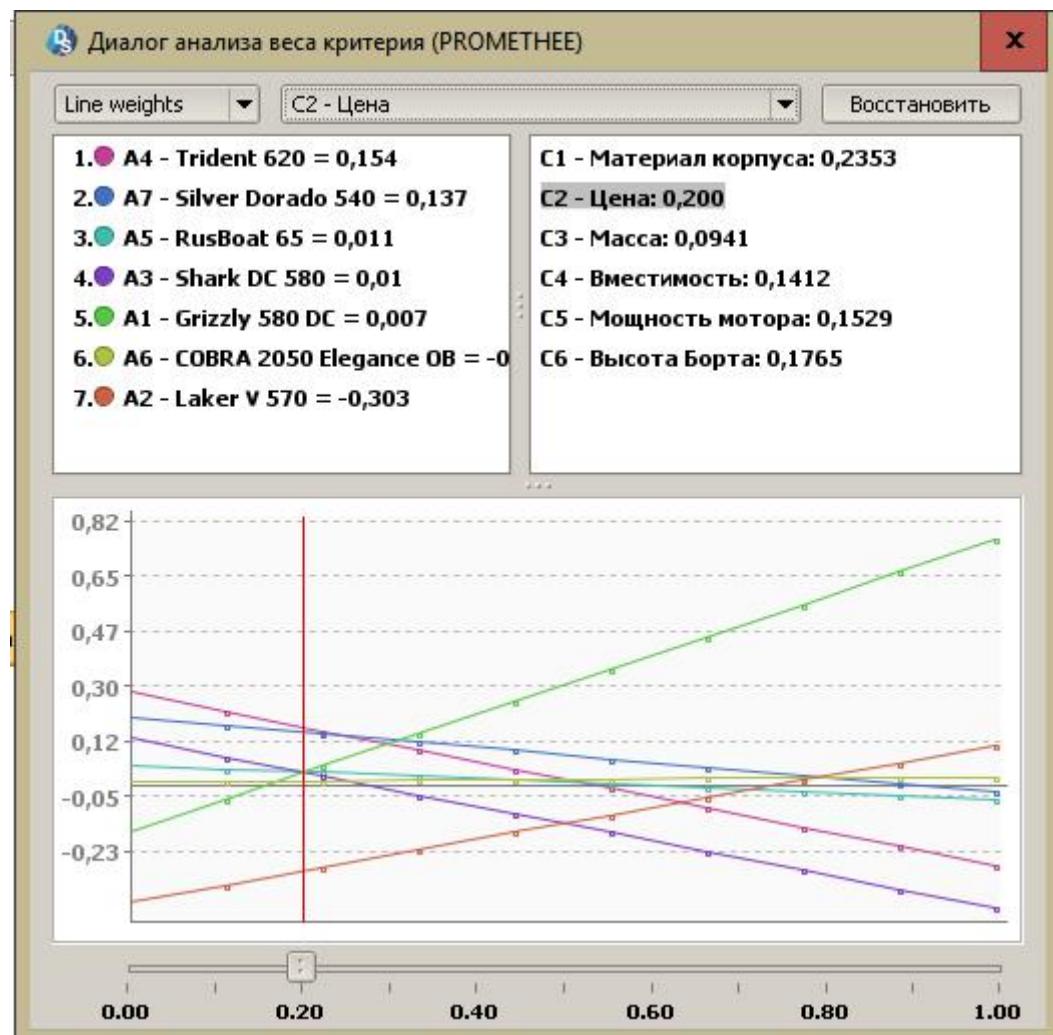


Рисунок 39 – Анализ чувствительности критериев к весам (PROMETHEE).

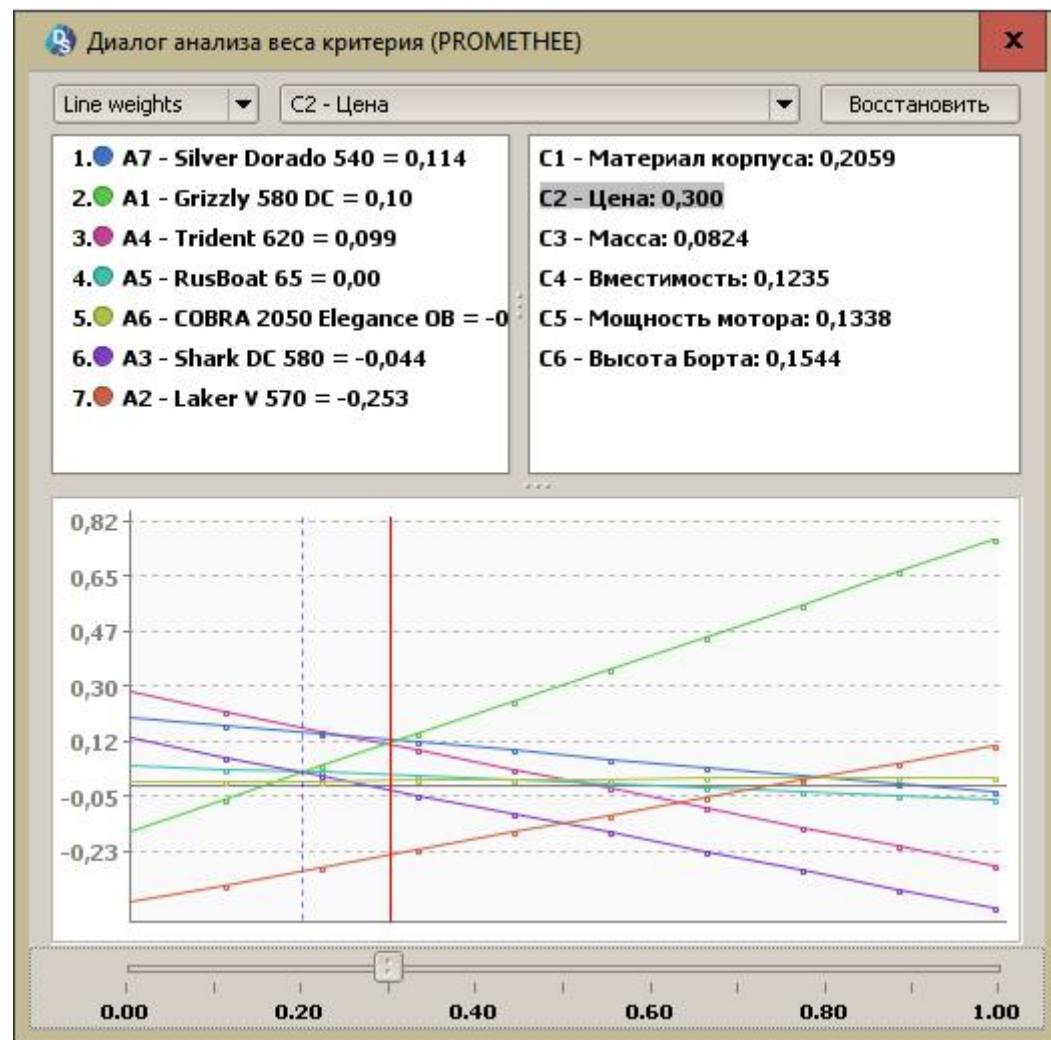


Рисунок 40 – Анализ чувствительности критериев к весам при сдвиге вправо.

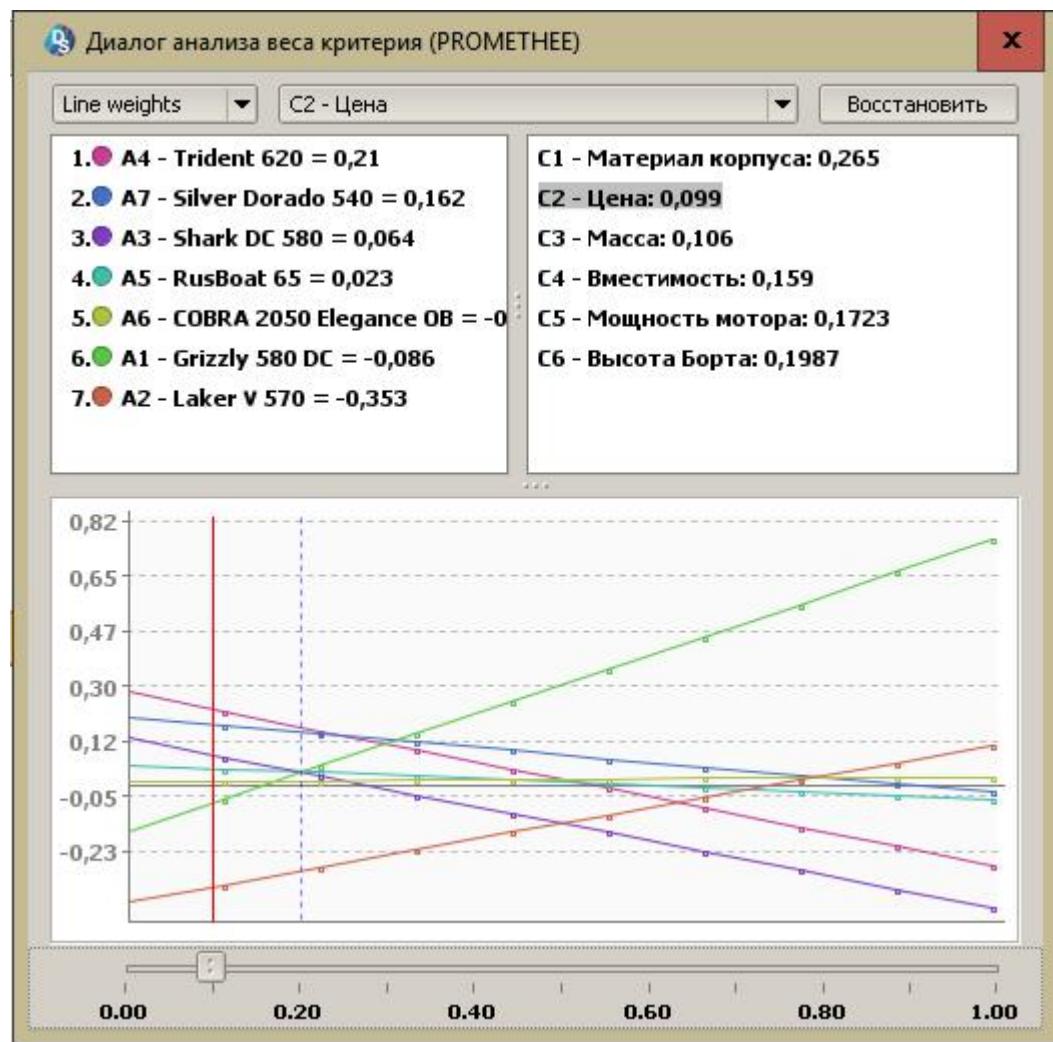


Рисунок 41 – Анализ чувствительности критериев к весам при сдвиге влево.

Задание функции предпочтения для критериев представлено на Рис.42 – Рис.47.

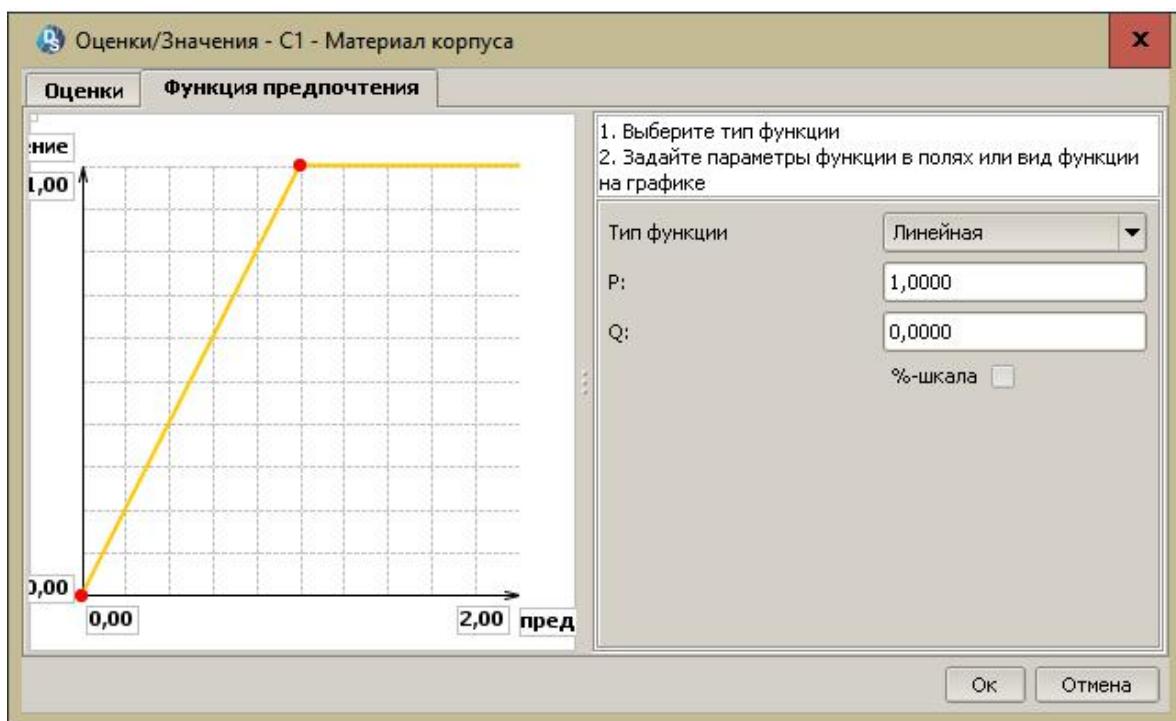


Рисунок 42 – Функция предпочтения для критерия «Материал корпуса»

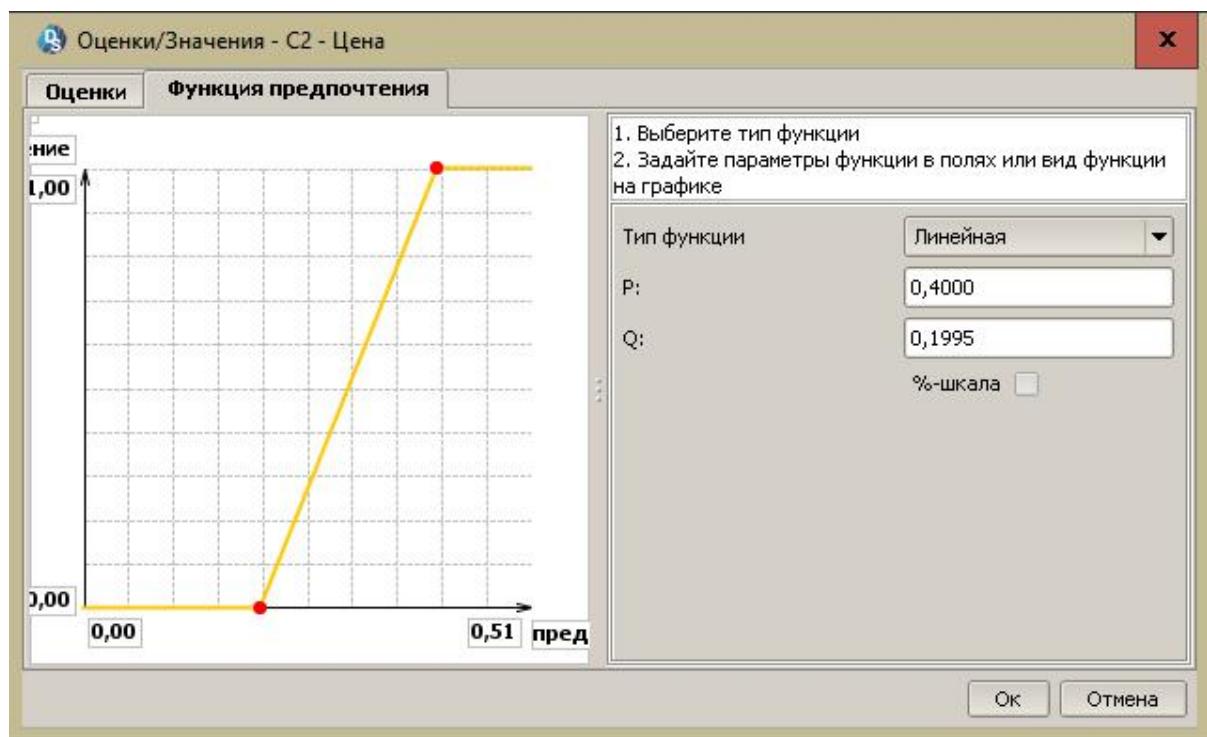


Рисунок 43 – Функция предпочтения для критерия «Цена»

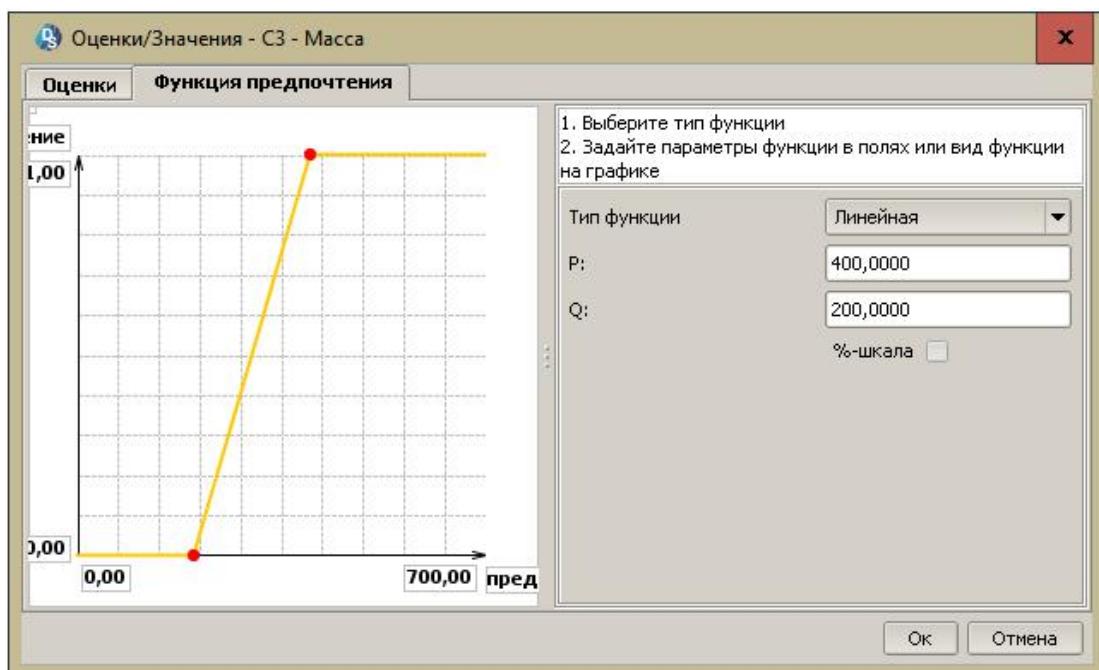


Рисунок 44– Функция предпочтения для критерия «Масса»

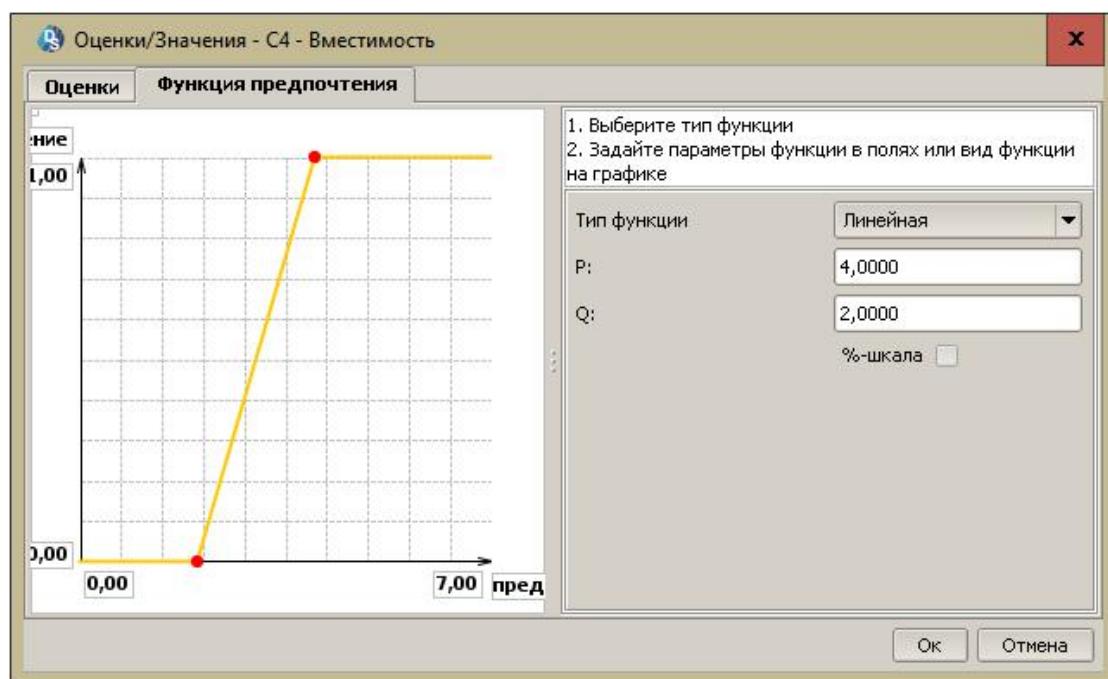


Рисунок 45– Функция предпочтения для критерия «Вместимость»

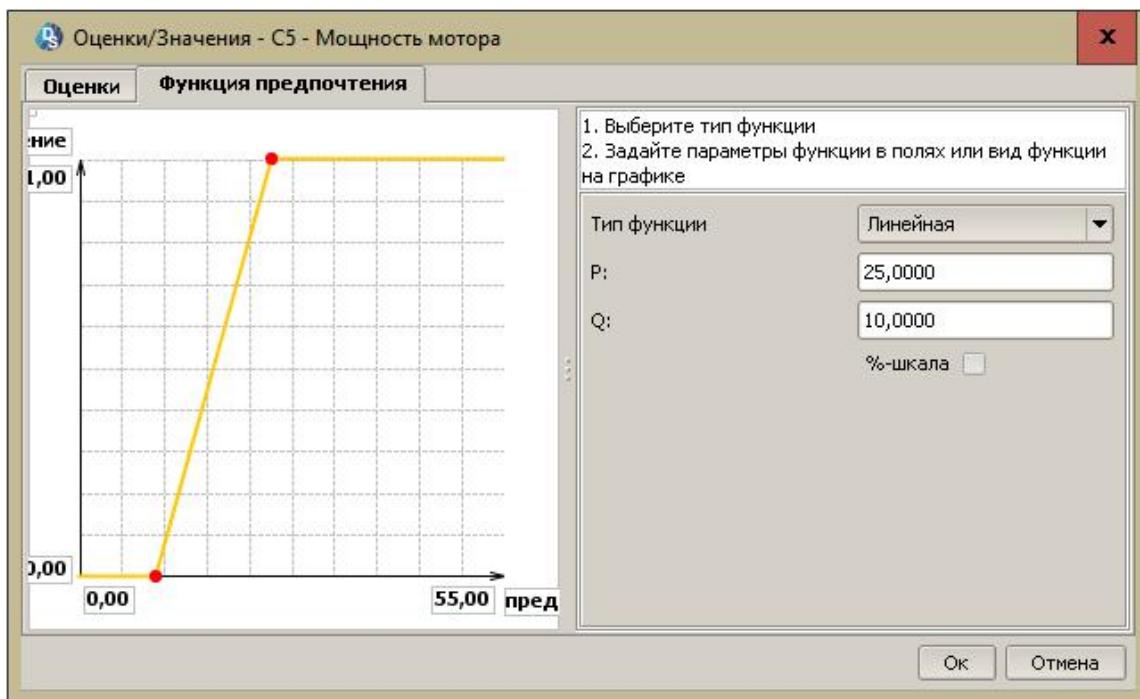


Рисунок 46– Функция предпочтения для критерия «Мощность мотора»

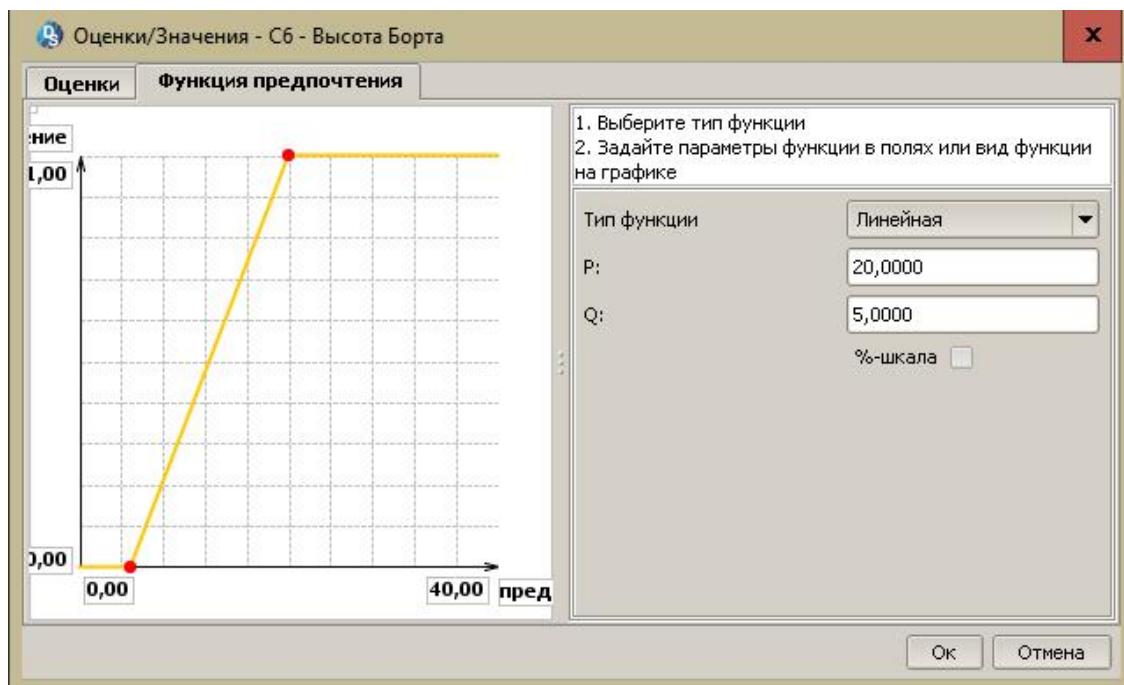


Рисунок 47– Функция предпочтения для критерия «Высота борта»

Решение задачи методом АНР представлено на рисунках 47 и 48

Вывод – выбираем альтернативу №3 (Shark DC 580).

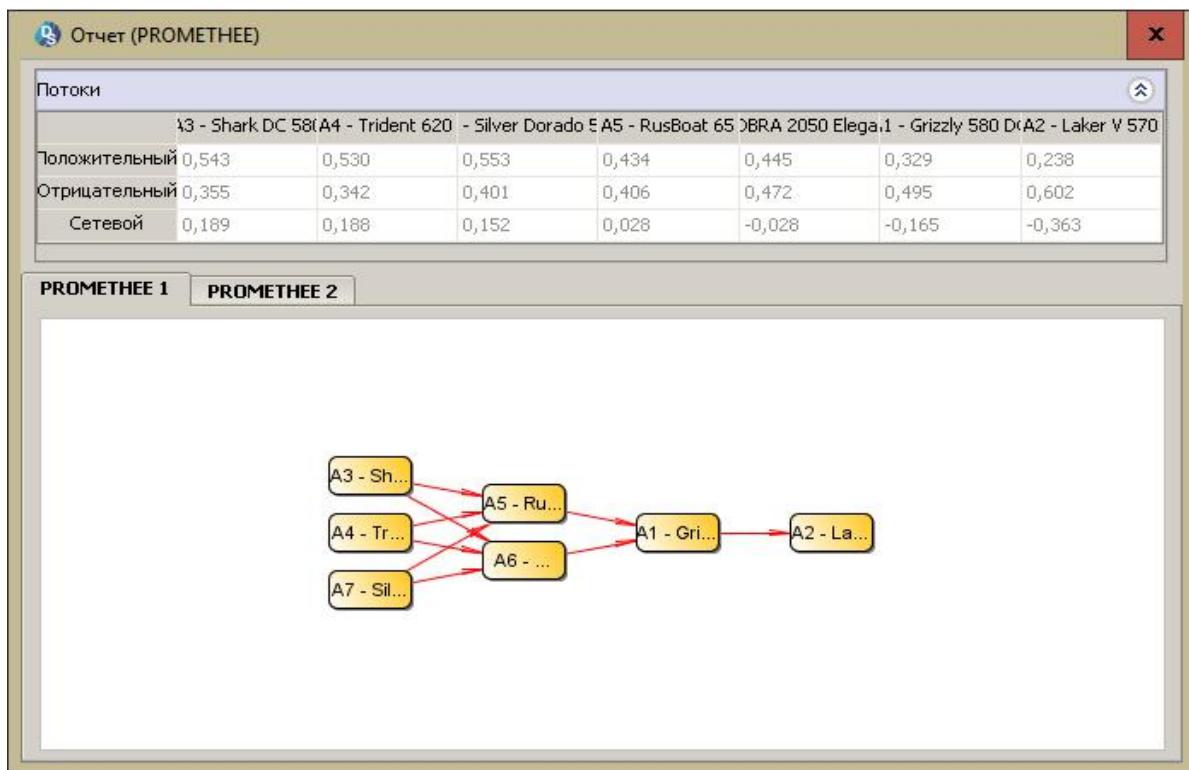


Рисунок 47– Решение задачи методом PROMETHEE-1

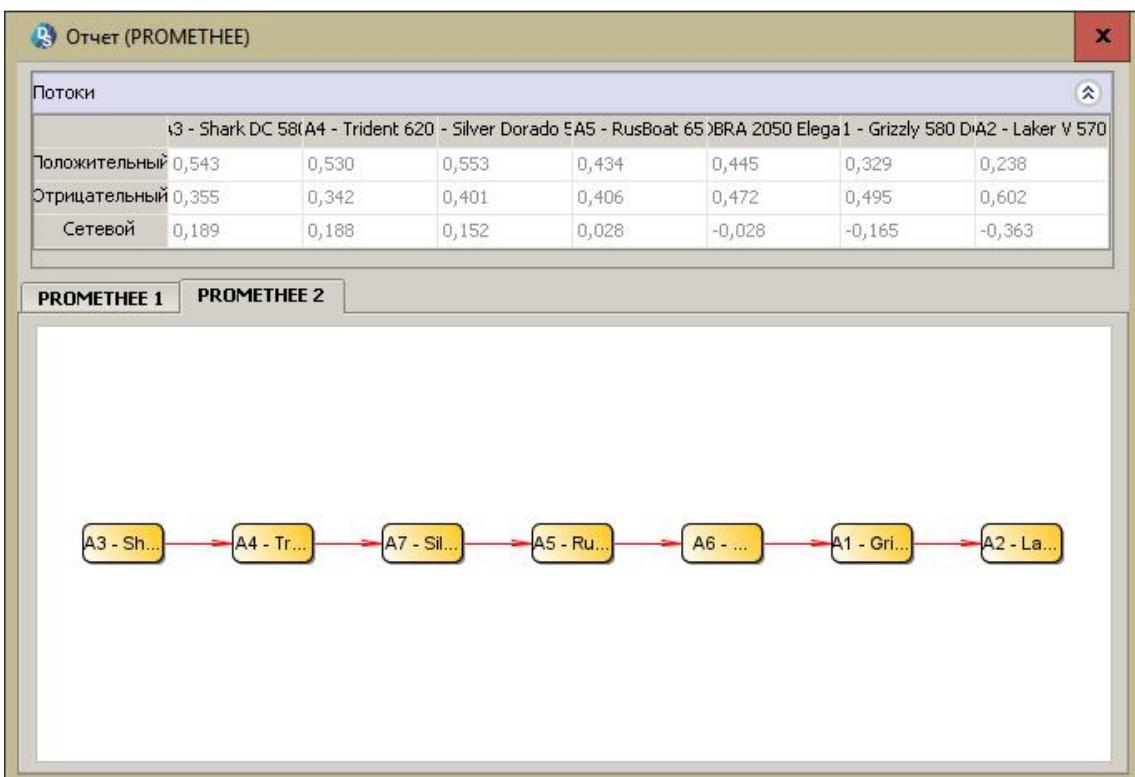


Рисунок 48– Решение задачи методом PROMETHEE-2

## 5. Метод MAUT

Модель MAUT может рассматриваться как расширение MAVT с возможностью учета неопределенностей значений критериев (Keeney and Raiffa, 1976; von Winterfeldt and Edwards, 1986). Учет такого рода неопределенностей (риска) базируется на задании распределения вероятностей значений критерия для рассматриваемых альтернатив.

В рамках MAUT анализ (ранжирование) альтернатив проводится на базе оценки интегральной полезности  $U(a)$ :

$$U(a) = F(U_1(a_1), \dots, U_m(a_m)), \quad (4)$$

здесь альтернатива  $a$  представлена вектором оценок по критериям:  $a = (a_1, \dots, a_m)$ , где  $a_j$  – оценка данной альтернативы по критерию  $C_j$ ,  $j=1, \dots, m$ ;  $U_j(a_j)$  – частная ф-я полезности альтернативы по критерию  $j$  в шкале полезности:  $0 \leq U_j(x) \leq 1$ .

Для практических целей чаще всего используется аддитивная модель MAUT (реализованная в DecernsMCDA):

$$U(a) = w_1 U_1(a_1) + \dots + w_m U_m(a_m), \quad (5)$$

$$w_i > 0, \sum w_i = 1, \quad (6)$$

здесь весовые коэффициенты критериев,  $w_j$ , как и в MAVT, также представляют собой коэффициенты шкалирования.

Для корректного использования MAUT при решении конкретной задачи необходимо проверить требования о независимости по предпочтению, независимости по полезности и аддитивной независимости (preferential independence, utility independence, and additive independence) (Keeney and Raiffa, 1976; von Winterfeldt and Edwards, 1986).

Неопределенность значения критерия,  $a_j$ , представляется случайной величиной  $X_j = X_j(a)$  с плотностью распределения  $\varphi_j(x)$ ,  $j=1, \dots, m$ . Таким образом, интегральная ценность альтернативы,  $U(a)$ , представляется случайной величиной

$$U(\mathbf{a}) = w_1 U_1(X_1) + \dots + w_m U_m(X_m), \quad (7)$$

Ранжирование альтернатив в MAUT основано на сравнении ожидаемой полезности (мат. Ожидания интегральной полезности): альтернатива  $a$  превосходит альтернативу  $b$ , тогда и только тогда, когда

$$E(U(a)) > E(U(b)) \quad (8)$$

где  $E(X)$  – мат. ожидание случайной величины  $X$ .

Согласно (5),

$$E(U(a)) = w_1 E(U_1(X_1)) + \dots + w_m E(U_m(X_m)). \quad (9)$$

Как и для MAVT, находят применения также мультипликативная и полилинейные формы модели MAUT (Keeney and Raiffa, 1976; von Winterfeldt and Edwards, 1986). Задание весовых коэффициентов представлено на рисунке 49.

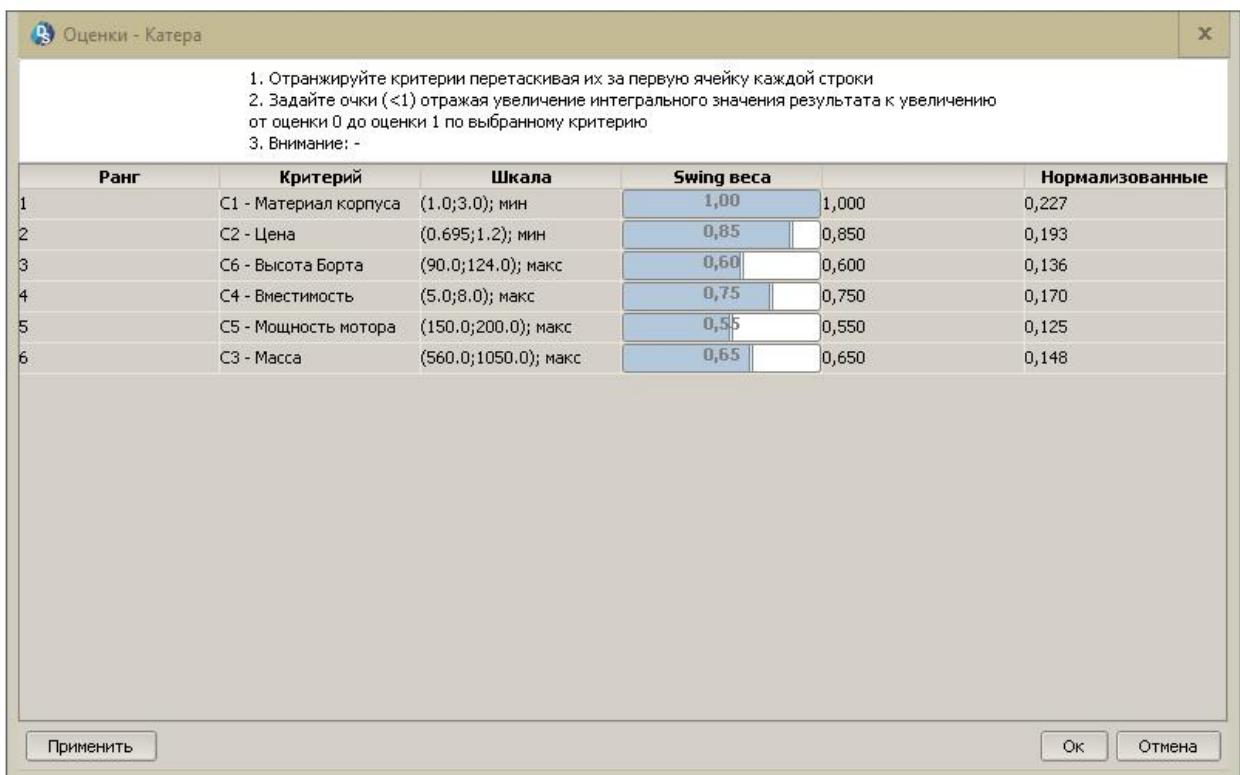


Рисунок 49 – Задание весов критериев методом swing.

Задание оценок критериев представлено на рисунке 50.

Задание функций полезности представлено на Рис.51 и Рис.52.

Критерии		C1 - Материал корпуса	C2 - Цена	C3 - Масса	C4 - Вместимость
Альтернативы / Критерии		C1 - Материал корпуса	C2 - Цена	C3 - Масса	C4 - Вместимость
A1 - Grizzly 580 DC	2.000	Дельта Е: 2.000 Л: 2.000	0.695 Равномерное 0.695 : 0.017 0.665 : 0.725	560.000 Нормальное 000 : 29.986 00 : 680.000	8.000 Дельта Е: 8.000 Л: 8.000
A2 - Laker V 570	3.000	Дельта Е: 3.000 Л: 3.000	0.925 Равномерное 0.925 : 0.020 0.890 : 0.960	700.000 Нормальное 000 : 29.986 00 : 820.000	6.000 Дельта Е: 6.000 Л: 6.000
A3 - Shark DC 580	1.000	Дельта Е: 1.000 Л: 1.000	1.195 Равномерное 1.195 : 0.049 1.110 : 1.280	660.000 Нормальное 000 : 29.986 00 : 780.000	5.000 Дельта Е: 5.000 Л: 5.000
A4 - Trident 620	1.000	Дельта Е: 1.000 Л: 1.000	1.150 Дельта Е: 1.150 Л: 1.150	900.000 Нормальное 000 : 29.986 00 : 1020.000	7.000 Дельта Е: 7.000 Л: 7.000
A5 - RusBoat 65	2.000	Дельта Е: 2.000 Л: 2.000	0.980 Равномерное 0.980 : 0.035 0.920 : 1.040	750.000 Нормальное 000 : 29.986 00 : 870.000	6.000 Дельта Е: 6.000 Л: 6.000
A6 - COBRA 2050 Elegance OB	3.000	Дельта Е: 3.000 Л: 3.000	0.966 Равномерное 0.966 : 0.012 0.945 : 0.988	1050.000 Нормальное 000 : 49.977 00 : 1250.000	6.000 Дельта Е: 6.000 Л: 6.000
A7 - Silver Dorado 540	1.000	Дельта Е: 1.000 Л: 1.000	1.008 Равномерное 1.008 : 0.019	630.000 Нормальное 000 : 29.986	7.000 Дельта Е: 7.000 Л: 7.000

C5 - Мощность мотора		C6 - Высота Борта	
150.000	Равномерное 300 : 2.887 10 : 155.000	91.500	Равномерное .500 : 2.021 .000 : 95.000
151.500	Равномерное 500 : 3.753 10 : 158.000	97.000	Равномерное .000 : 1.155 .000 : 99.000
172.500	Равномерное 500 : 4.330 10 : 180.000	117.500	Равномерное 500 : 1.443 10 : 120.000
176.000	Равномерное 300 : 3.464 10 : 182.000	112.500	Равномерное 500 : 1.443 10 : 115.000
190.000	Равномерное 300 : 8.660 10 : 205.000	104.000	Равномерное 300 : 1.155 10 : 106.000
196.500	Равномерное 500 : 6.640 10 : 208.000	104.000	Равномерное 300 : 2.309 10 : 108.000
152.000	Равномерное 300 : 2.309 10 : 156.000	122.000	Равномерное 300 : 2.309 10 : 126.000

Рисунок 50 – Задание оценок критериев.

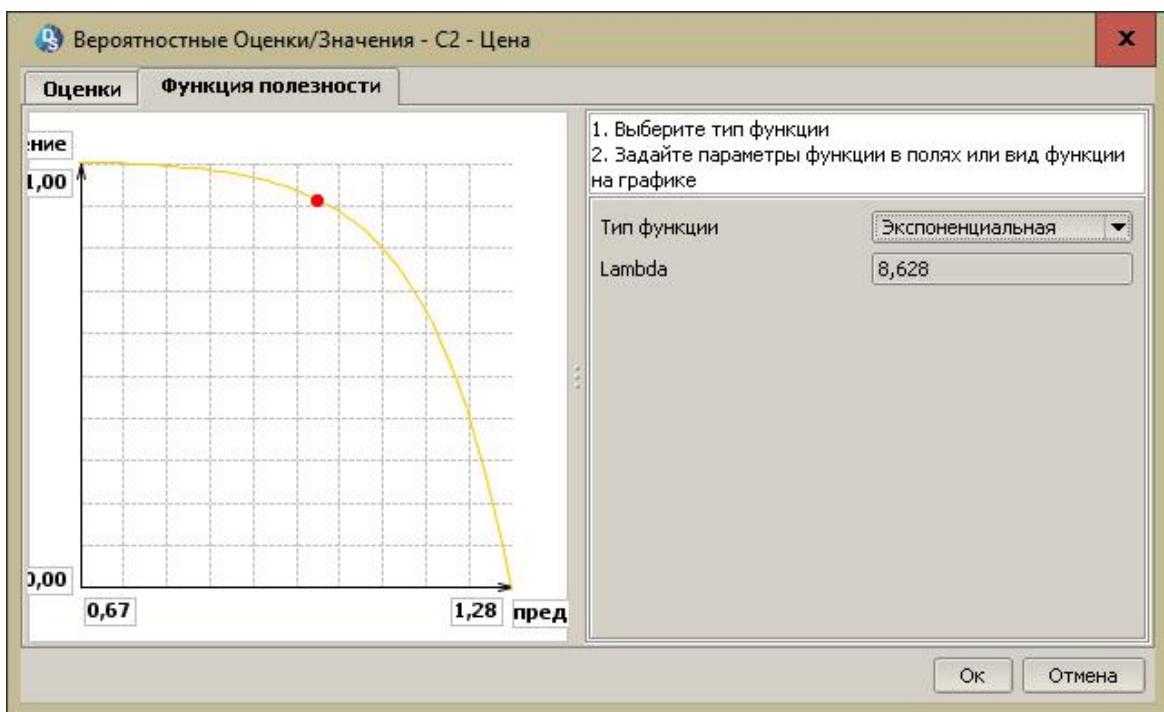


Рисунок 51 – Задание функции полезности для критерия «Цена».

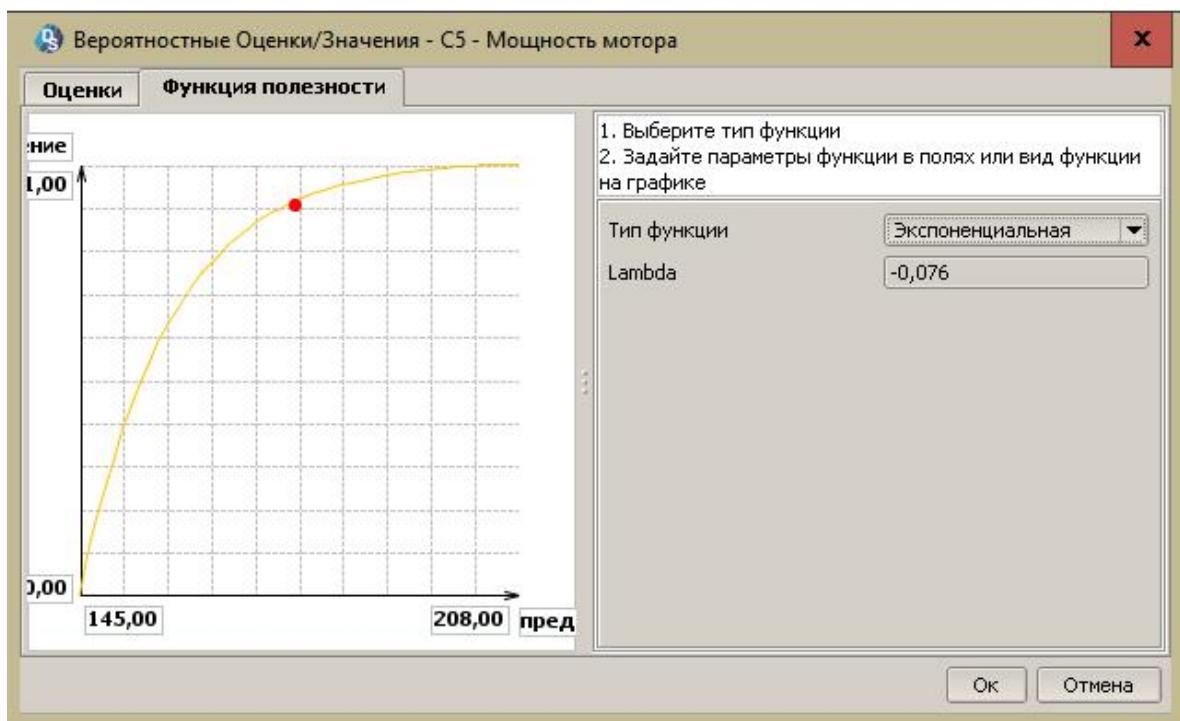


Рисунок 52 – Задание функции полезности для критерия «Мощность мотора».

Анализ чувствительности к весами представлен на рисунках 53-55.

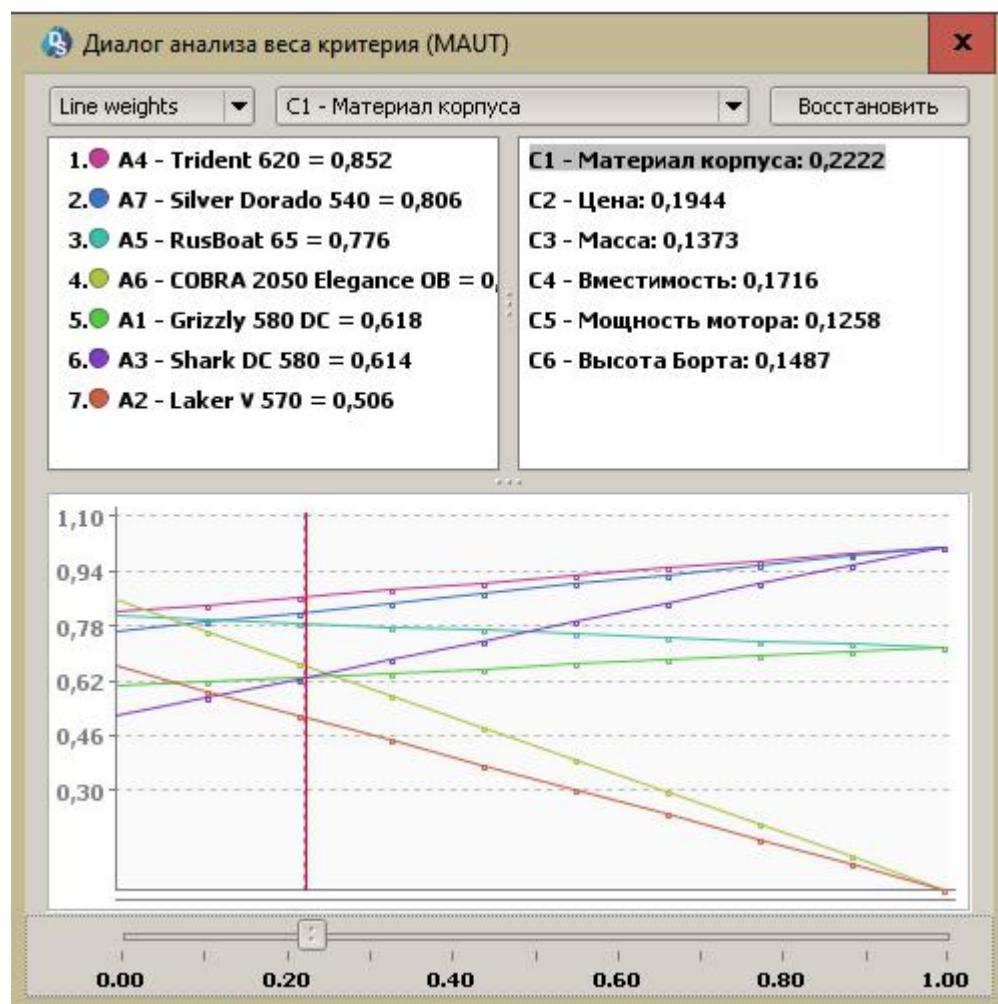


Рисунок 53 – Анализ чувствительности критериев к весам (MAUT).

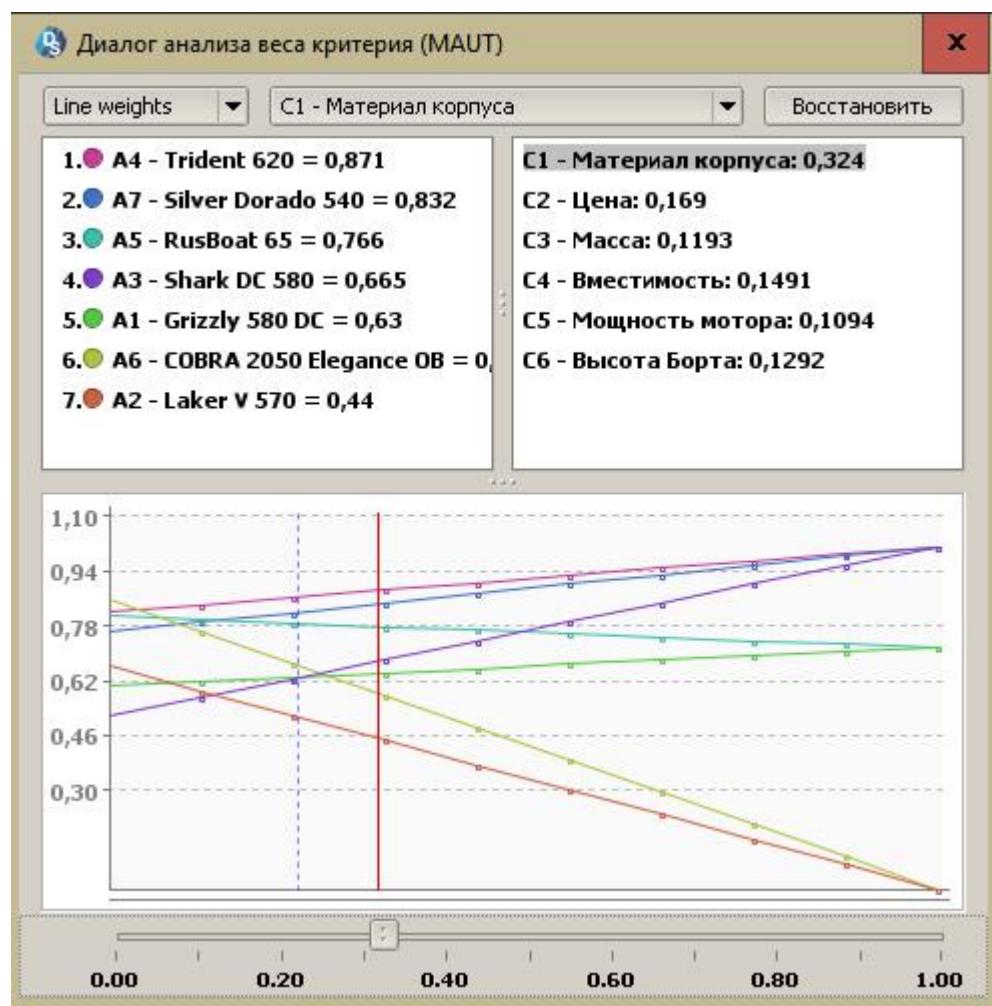


Рисунок 54 – Анализ чувствительности критериев к весам при сдвиге вправо.

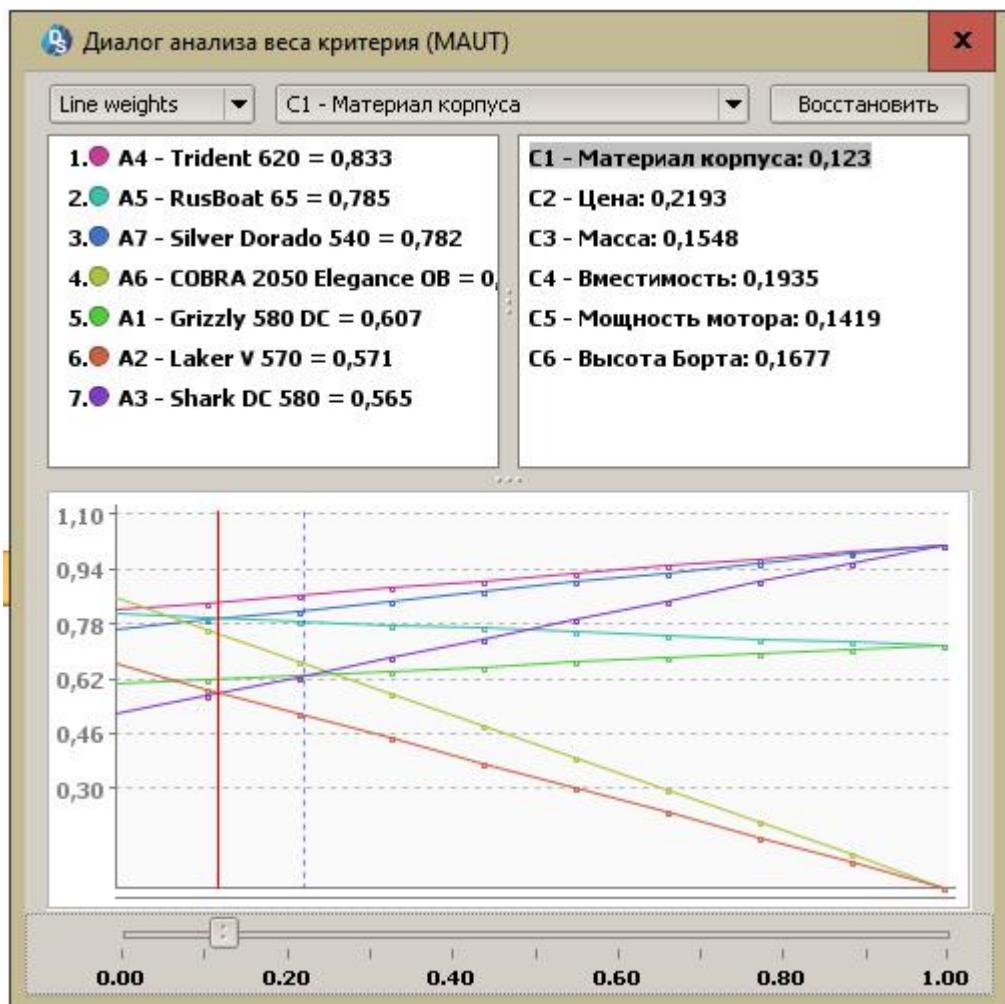


Рисунок 55 – Анализ чувствительности критериев к весам при сдвиге влево.

Анализ чувствительности к функции полезности представлен на рис. 56-58.

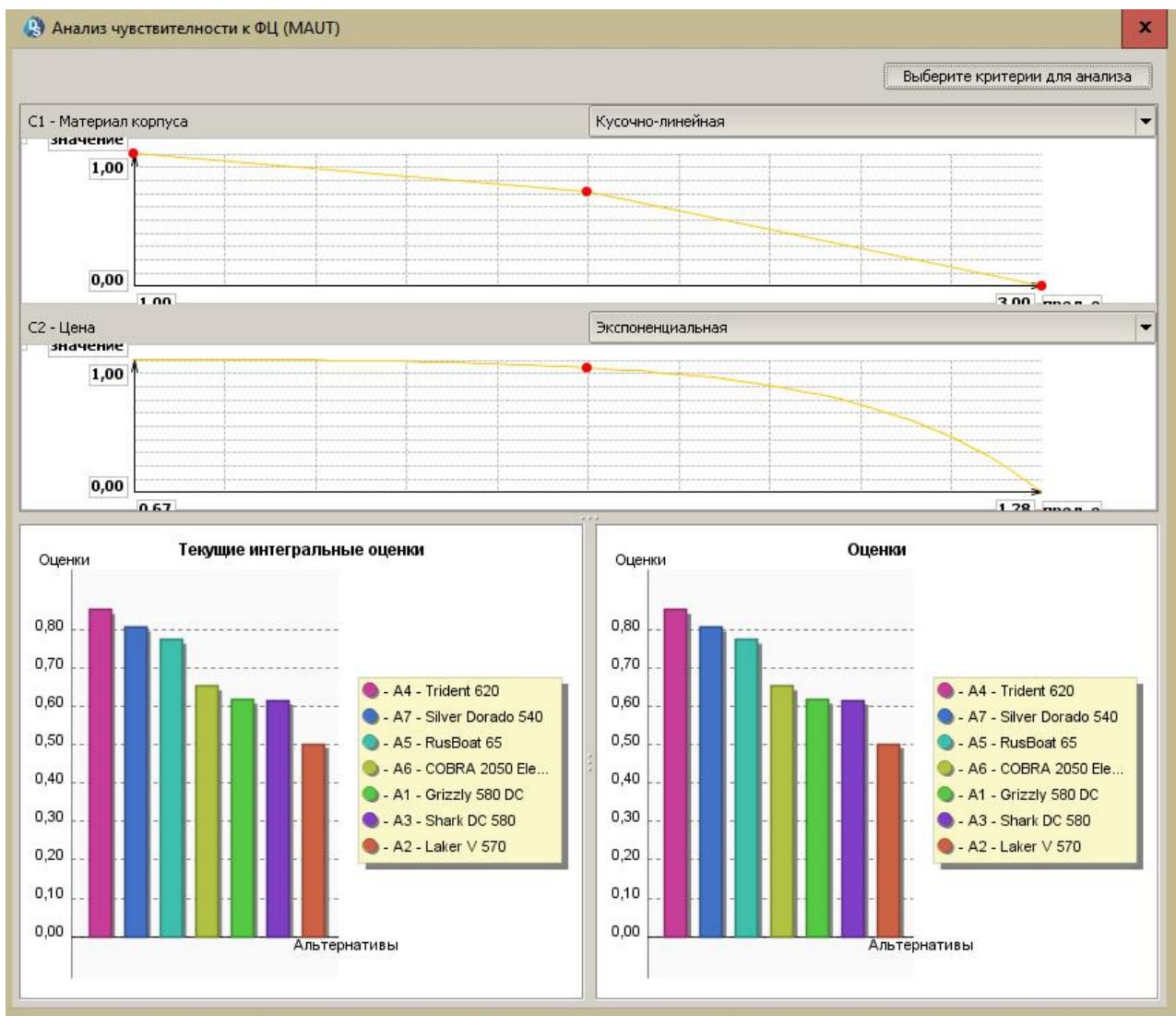


Рисунок 56 – Анализ чувствительности функции полезности.



Рисунок 57 – Анализ чувствительности функции полезности при сдвиге вправо



Рисунок 58 – Анализ чувствительности функции полезности при сдвиге влево.

Решение задачи методом АНР представлено на рисунке 59.

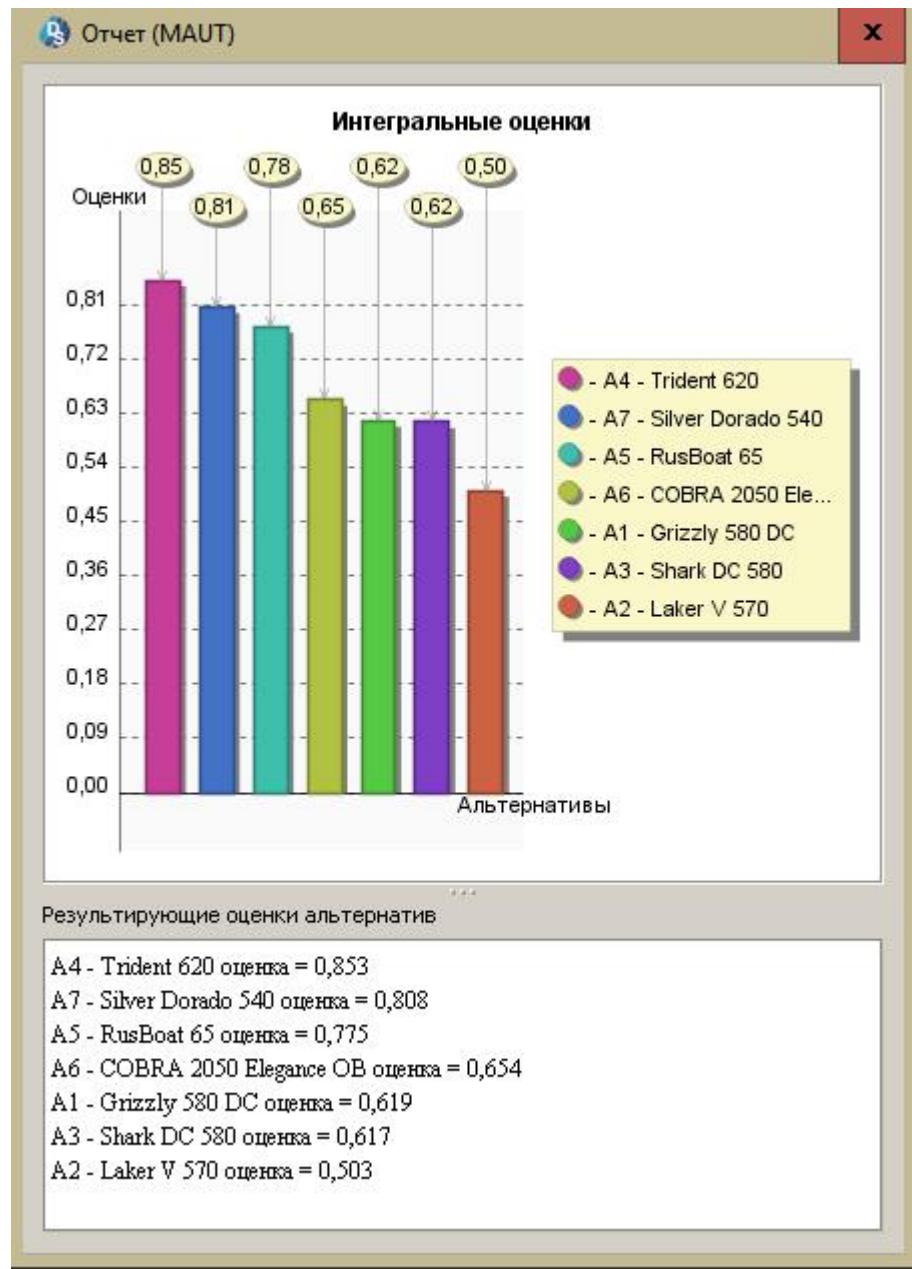


Рисунок 59 – Решение задачи методом MAUT.

Вывод – выбираем альтернативу №4 (Trident 620).

## 6. Метод ProMAA

В модели ProMAA [Yatsalo, Gritsyuk, Mirzeabasov and Vasilevskaya, 2011] учитываются неопределенности объективных значений и субъективных суждений с использование вероятностных методов. В ProMAA задаются распределения вероятностей для значений критериев по исследуемым альтернативам, а также распределения вероятностей весовых коэффициентов.

Основу метода ProMAA, реализованного в DecernsMCDA, составляют алгоритмы вычисления вероятностей событий ранга  $S_{ik}$ :

$$S_{ik} = \{\text{Альтернатива } i \text{ имеет ранг } k; i, k = 1, \dots, n\}.$$

Для вероятностей  $P_{ik} = P\{S_{ik}\}$  используется термин “индексы приемлемости рангов” („rank acceptability indices“). Для интеграции указанных вероятностей может быть использован интегральный индекс приемлемости  $R_i$  [Lahdelma, Hokkanen and Salminen, 1998; Tervonen and Figueira, 2008]:

$$R_i = \sum_{k=1}^n w_k^{ac} P_{ik}, \quad (17)$$

здесь  $w_k^{ac}$  - веса относительной важности рангов.

Таким образом, в рамках ProMAA, выбор лучшей альтернативы в множестве исследуемых альтернатив  $\{a_i, i=1, \dots, n\}$ , скрининг альтернатив (т.е., отсеивание “худших” альтернатив с целью дальнейшего анализа оставшихся), а также, в ряде случаев, ранжирование альтернатив, основаны на использовании матрицы индексов приемлемости  $\{P_{ik}\}, i, k = 1, \dots, n$ , а также интегральных индексов приемлемости  $R_i, i = 1, \dots, n$ ; в то же время, рекомендации по использованию (вторичного) ранжирования на основе (17) являются достаточно ограниченными.

В DecernsMCDA реализован метод ProMAA-U, основанный на использовании метода (5), в котором весовые коэффициенты могут также рассматриваться распределенными величинами, а события рангов  $S_{ik}$  и индексы приемлемости рангов  $P_{ik}$  определяются из определенных на основе модифицированного выражения (5) (с распределенными значениями частных функций ценности альтернатив и  $U_j(a_j)$  и распределенными весовыми коэффициентами  $w_j$ ; определяющими распределенное значение интегральной полезности  $U(a)$  альтернативы  $a$ ). В могут быть заданы следующие распределения вероятностей случайных величин (для значений критериев и весов): дельта-функция, равномерное распределение, а также (обрезанные/truncated) нормальные и логнормальные распределения.

Реализация алгоритмов ProMAA базируется на численных методах реализации функций от нескольких случайных переменных и численном вычислении соответствующих интегралов (для приближенной оценки вероятностей  $P_{ik} = P\{S_{ik}\}$ ).

Реализация ProMAA основана на использовании оригинальной библиотеки компьютерных модулей (с использованием численных методов и без применения методов Монте-Карло) для оценки плотности и функции распределения случайной величины  $\xi = f(\xi_1, \dots, \xi_m)$  для широкого класса функций  $f(\dots)$  с целью численного вычисления соответствующих интегралов для приближенной оценки вероятностей  $P_{ik} = P\{S_{ik}\}$ .

Интерфейс ProMAA и реализованные функции позволяют:

- задать плотности распределения исходных критериев  $X_j(x)$ ,  $j=1,\dots,m$ , исследуемой многокритериальной задачи для рассматриваемого множества альтернатив  $A=\{a_i, i=1,\dots,n\}$ ;
- задать плотности распределения весовых коэффициентов  $w_j$ ,  $j=1,\dots,m$ , (см. ниже);
- вычислить распределения/функции принадлежности величин интегральной полезности  $\eta_i = U(a_i)$ ,  $i=1,\dots,\bar{n}$  согласно используемой модели;

- вычислить индексы приемлемости рангов  $P_{ik}$  (вероятность того, что альтернатива  $a_i$ ,  $i=1,\dots,n$ , будет иметь ранг  $k$  ( $k=1$  – „лучшая“,  $k=n$  – „худшая“ альтернативы); кроме того,
- проводить графический и табличный анализ полученных оценок для последующего принятия соответствующих решений;
- проводить анализ чувствительности получаемых результатов к изменению формы используемых частных функций полезности  $U_j(x)$ ;
- редактировать значения критериев и весов (диапазоны изменения весов и их распределения) в рамках дополнительного анализа неопределенностей.

Задание весов в ProMAA. При задании числовых значений оценок и предпочтений экспертам, в большинстве случаев, легче указать диапазон изменения относительной важности весового коэффициента в сравнении с заданием его точного значения. Например, при реализации метода оценки весов критериев свинг/swing утверждение “относительная важность/ценность изменения от худшего значения до лучшего для второго по важности критерия составляет 30-60% от соответствующего изменения (от худшего до лучшего значения) для наиболее важного критерия” является более вероятным, чем утверждение, что указанная величина равна в точности 45%. Указанные неопределенностя весовых коэффициентом могут быть также естественным следствием группового анализа (как распределение оценок, данных различными членами группы).

Рекомендуемым методом задания весовых коэффициентов в ProMAA-U является метод свинг (swing/trade-off), адаптированный к ProMAA-U на случай задания распределенных весов:

- наиболее значимому критерию присваивается вес  $w_1 = 1$ , принимая во внимание значимость свинга (изменения в рамках границ), т.е., увеличение ценности каждого критерия при изменении его значения от худшего к лучшему (обозначим этот критерий как С 1 );
- интервал изменения  $[w_2^{min}, w_2^{max}]$ ,  $0 \leq w_2^{min} \leq w_2^{max} \leq 1$  назначается весовому коэффициенту  $w_2$  (второму по важности критерию С 2 ) на основе

оценки относительной ценности изменения от худшего значения к лучшему для критерия С 2 в сравнении с соответствующей ценностью изменения для наиболее важного критерия;

- предыдущий шаг повторяется для третьего по важности критерия и т.д.;
- распределения вероятностей как результат задания субъективных вероятностей (или как результат статистического анализа весов, заданных членами группы экспертов), задаются экспертами для всех весовых

коэффициентов  $w_j$  в интервалах изменения

В рамках классических методов MAVT/MAUT заданные веса нормируются согласно (8). Такой подход является обоснованным, включая возможность интерпретации важности весов в процентах, представление интегральной функции ценности и др. В ряде случаев эксперты могут посчитать более естественным задание референц-критерия, чей вес определяется равным 1, а веса относительной важности остальных критериев определяются в долях от заданного веса (в обоих случаях размерность/степень свободы пространства весов равна  $m-1$ ). Очевидно также, что пропорциональное изменение всех весов  $w_j$ ,  $j=1,\dots,m$ , ( $w_j \rightarrow dw_j$ , где  $d$  – действительное положительное число) не изменяет порядка ранжирования альтернатив в методах MAVT/MAUT, а также в ProMAA-U.

В текущей реализации метода ProMAA (а также FMAVT и FMAA/см. ниже) в рамках DecernsMCDA оригинальные весовые коэффициенты, полученные согласно указанному выше свинг-методу, нормализуются на сумму их средних значений; таким образом, сумма средних значений весовых коэффициентов после нормализации равна 1. Такой подход позволяет сравнивать ProMAA веса с весами, используемыми в других методах при реализации различных подходов к решению исследуемой многокритериальной задачи. Задание весов критериев методом Swing представлено на рисунке 60.

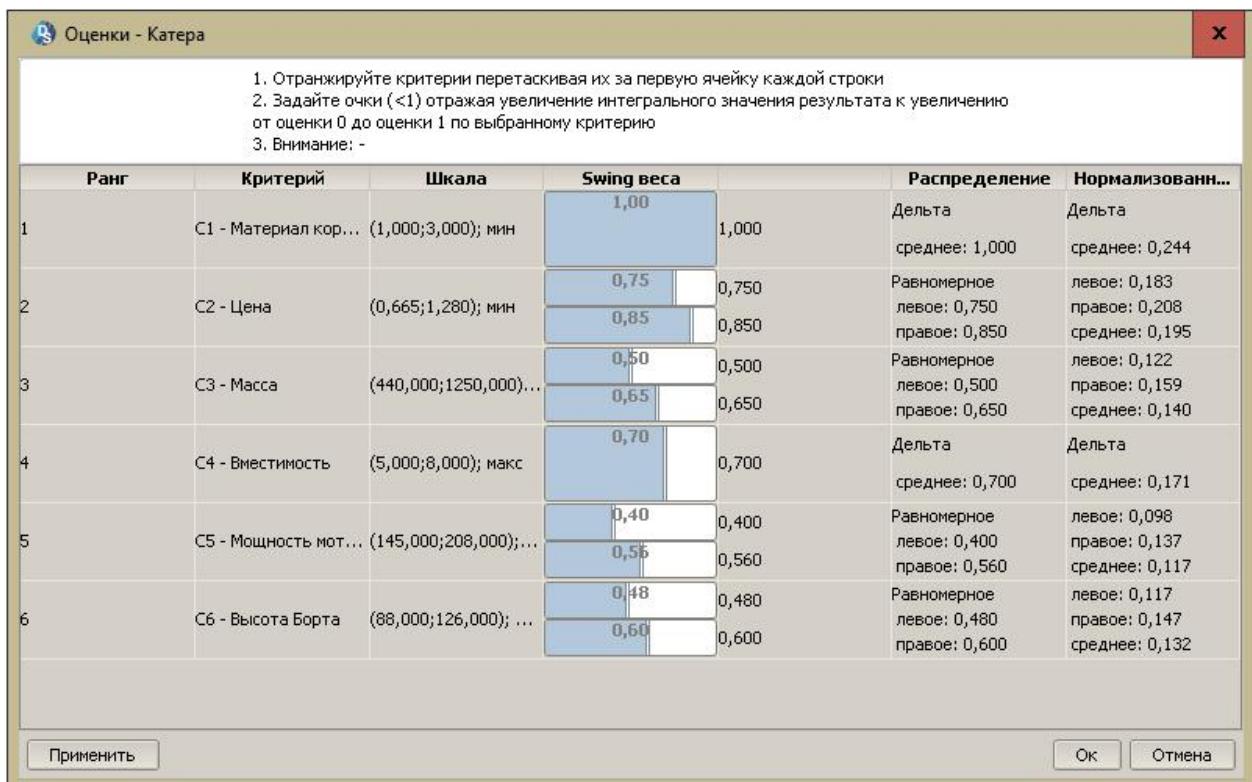


Рисунок 60 – Задание весов методом Swing (ProMAA).

Задание распределения для значений критериев по исследуемым альтернативам на примере критериев «Цена» и «Мощность мотора» представлено на Рис. 61 и Рис 62.

Задание функций полезности представлено на Рис. 63 - 65.

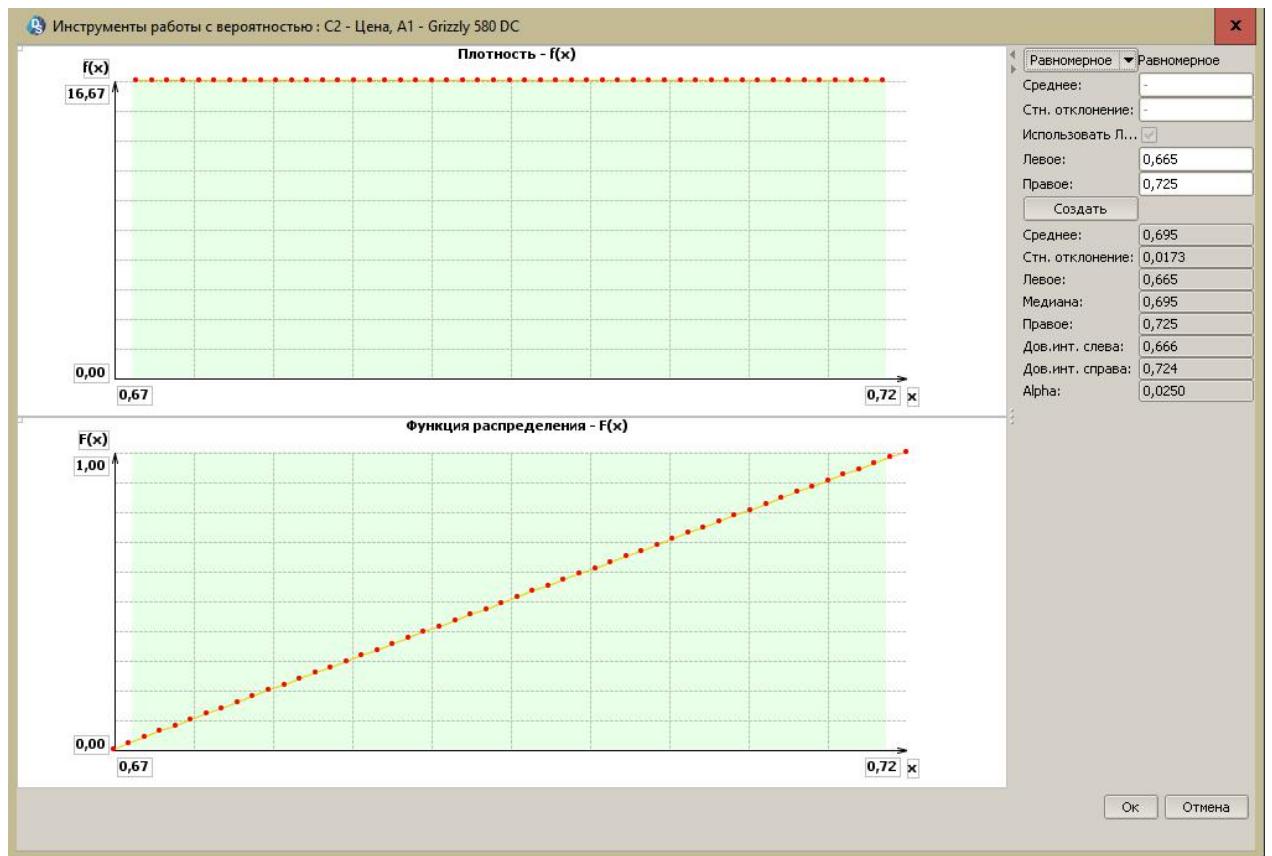


Рисунок 61 – Распределение для значения критерия «Цена».

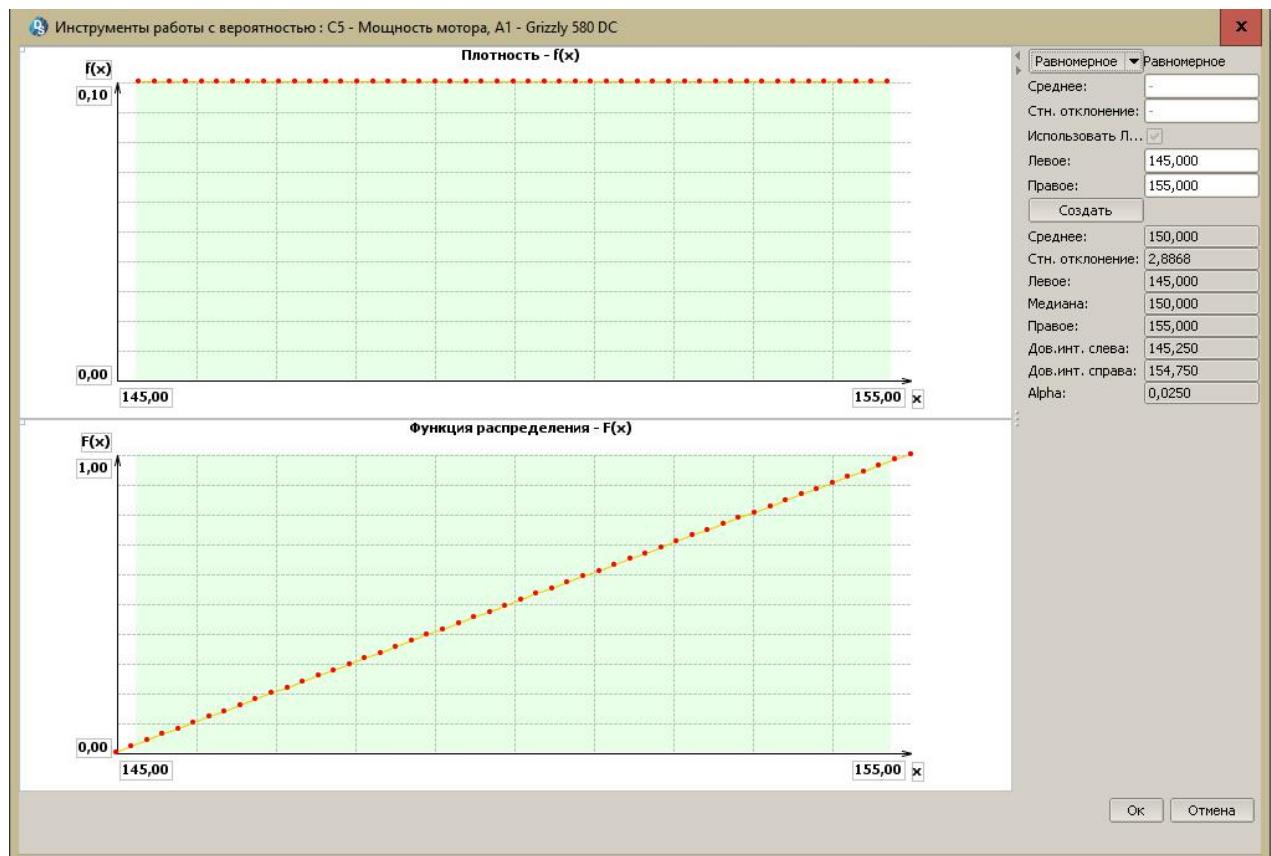


Рисунок 62 – Распределение для значения критерия «Мощность мотора».

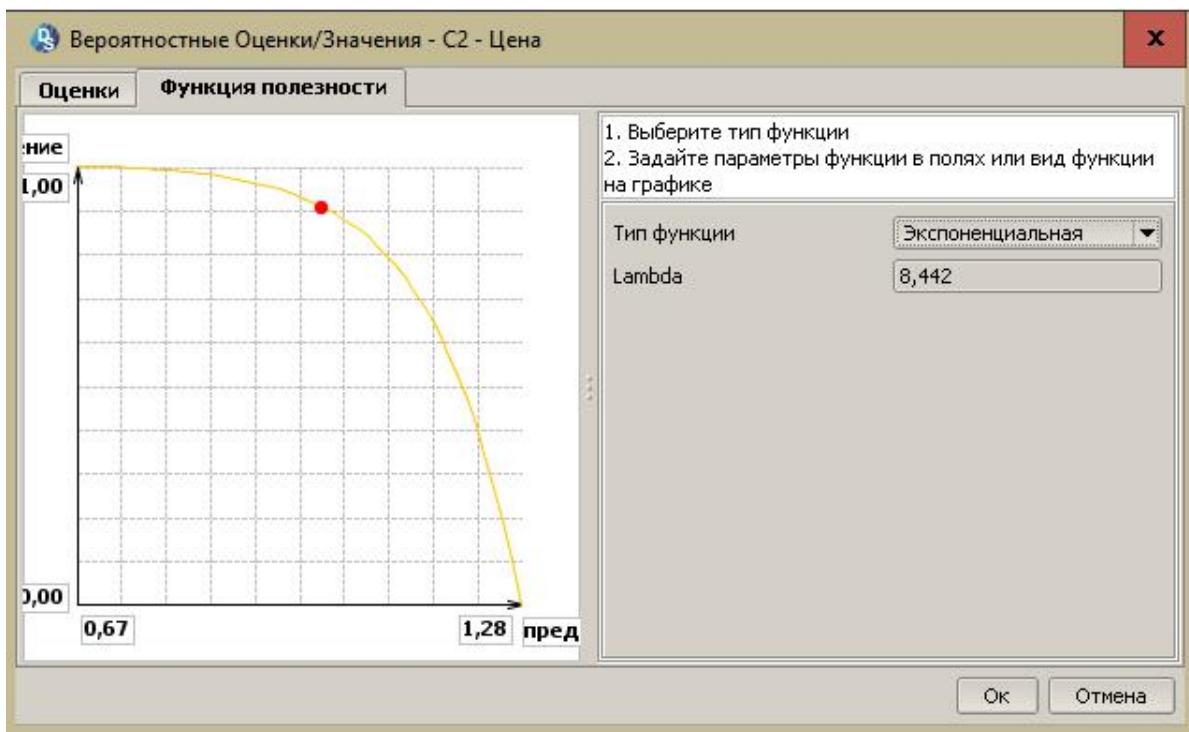


Рисунок 63 – Задание функции полезности для критерия «Цена».

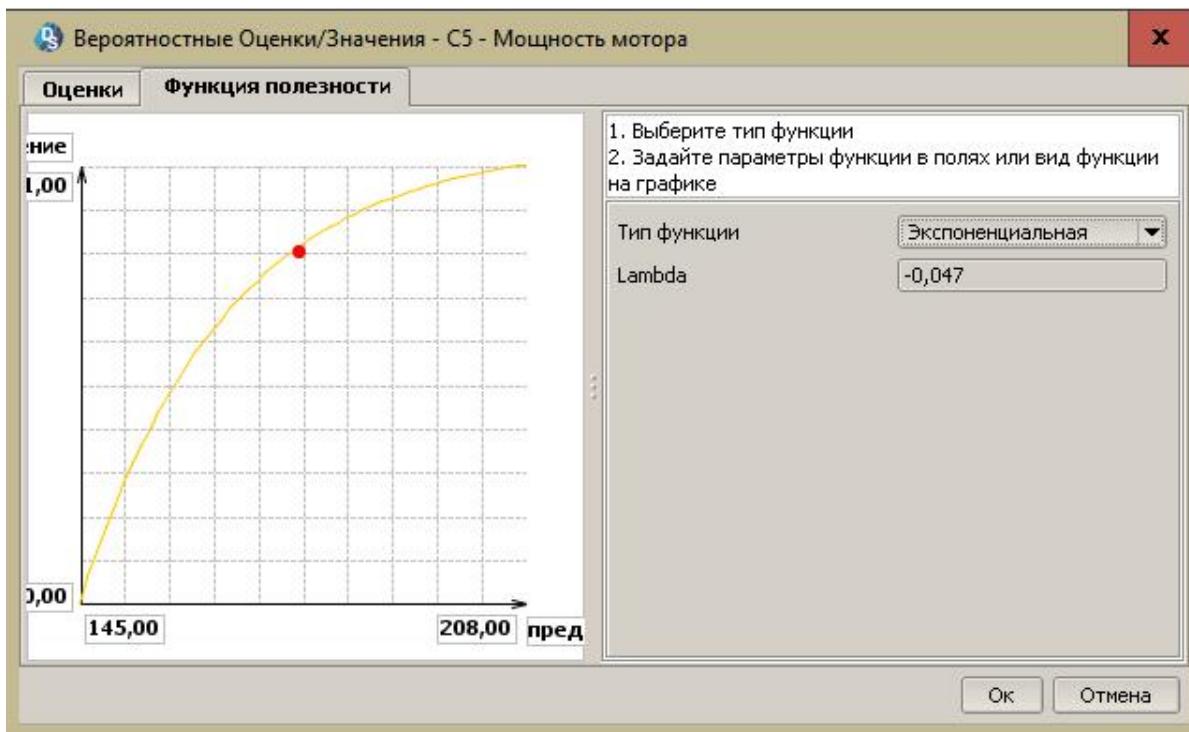


Рисунок 64 – Задание функции полезности для критерия «Мощность мотора».

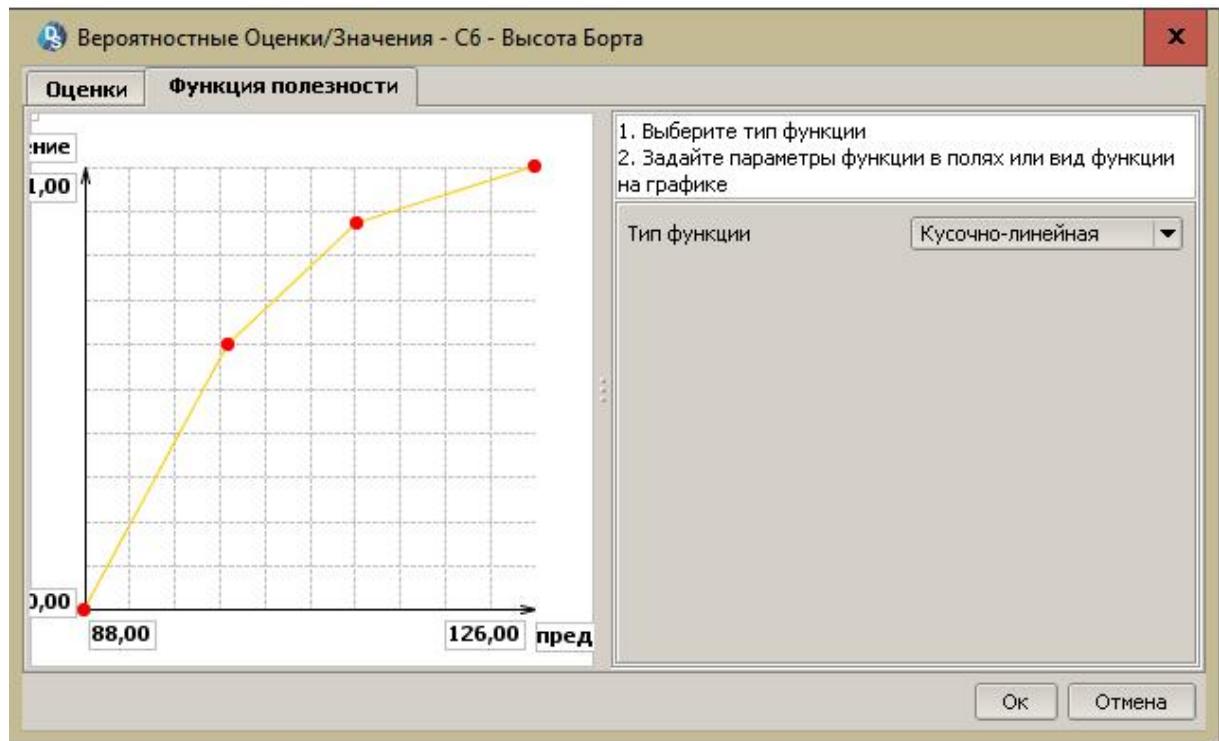


Рисунок 65 – Задание функции полезности для критерия «Высота борта».

Анализ чувствительности к функции полезности представлен на Рис.66-68.

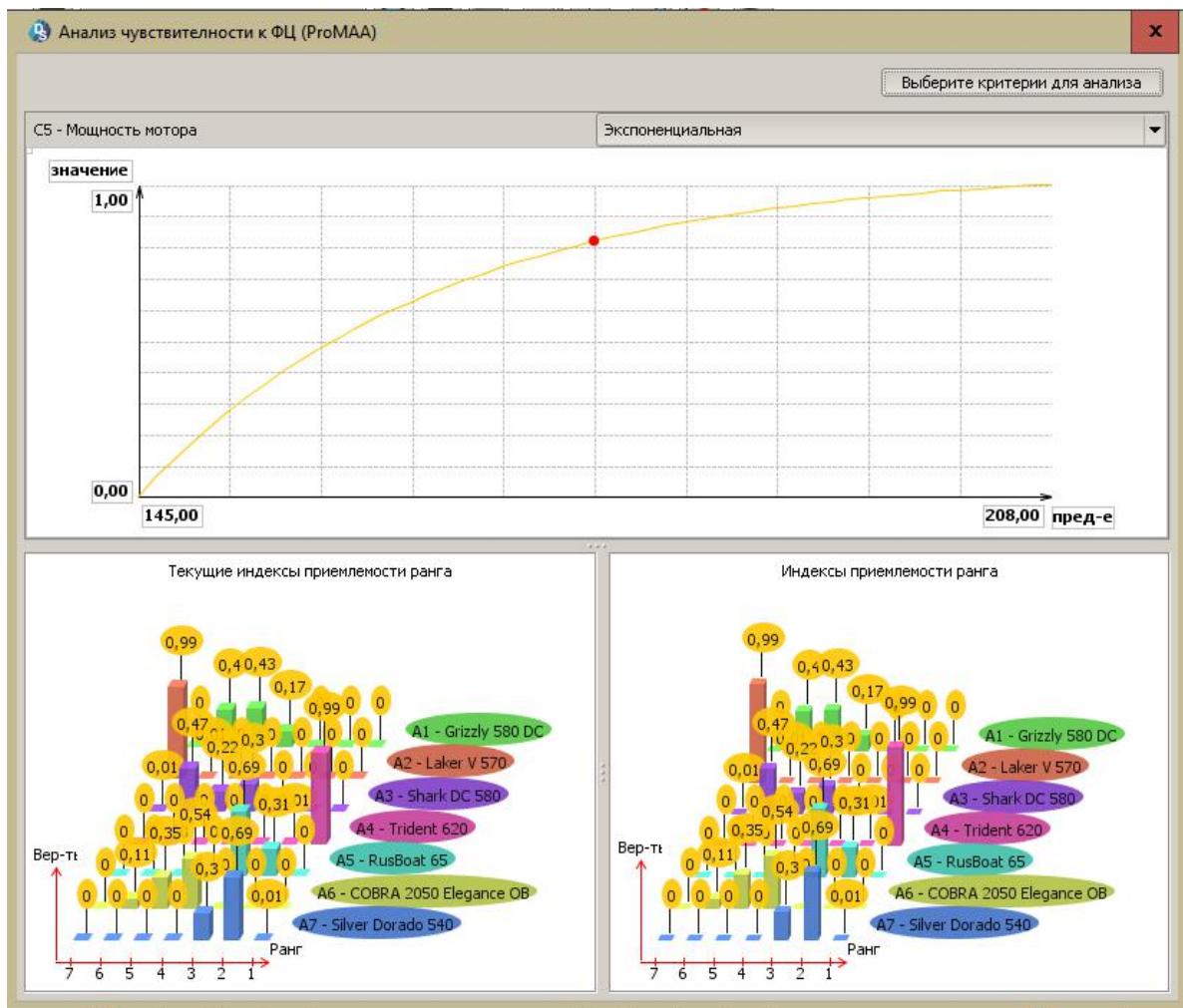


Рисунок 66 – Анализ чувствительности функции полезности.

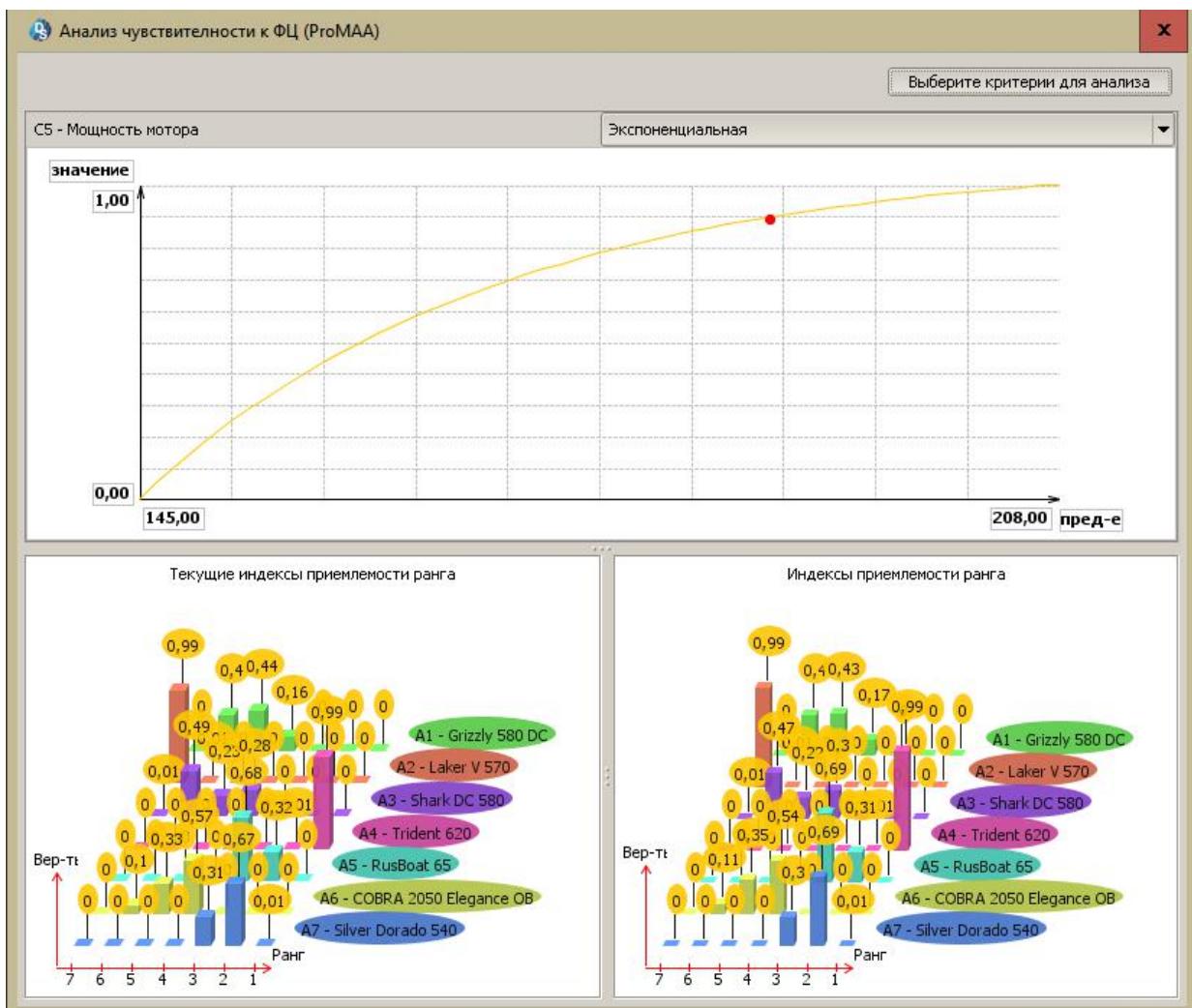


Рисунок 67 – Анализ чувствительности функции полезности (сдвиг вправо).

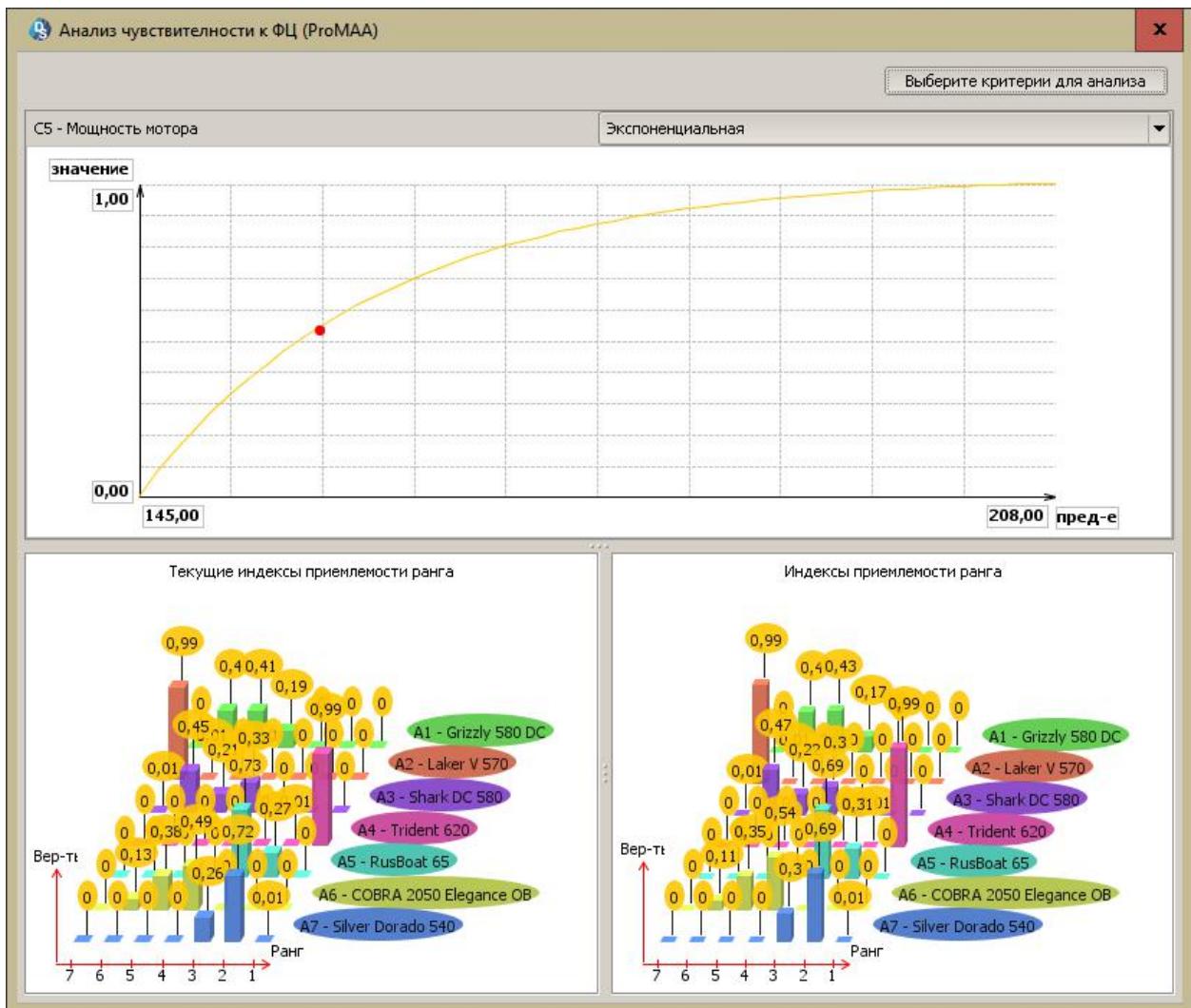


Рисунок 68 – Анализ чувствительности функции полезности (сдвиг влево).

Результаты вычислений методом ProMAA представлены на Рис.69 и Рис.70.

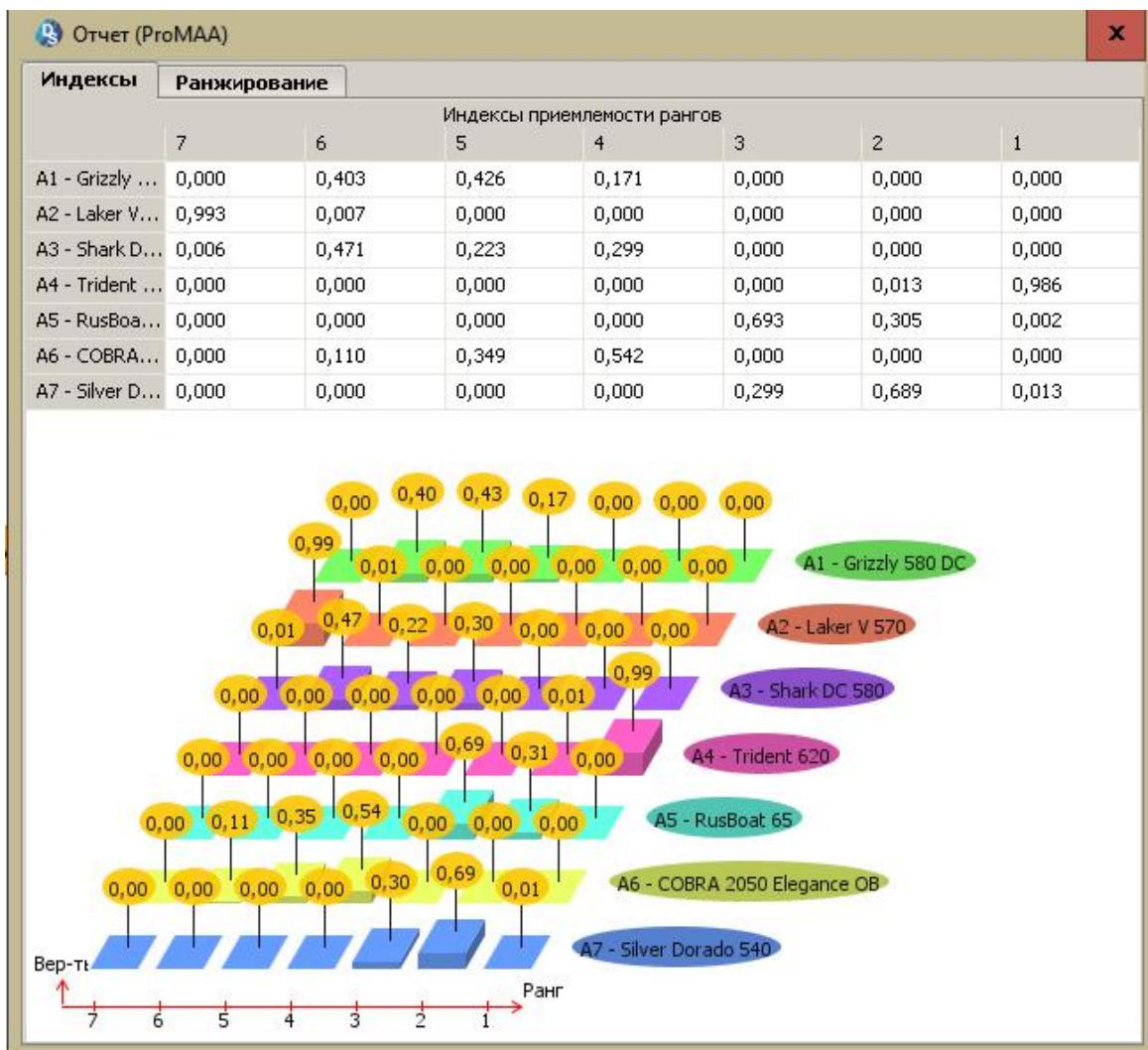


Рисунок 69 – Результаты вычислений (Индексы).

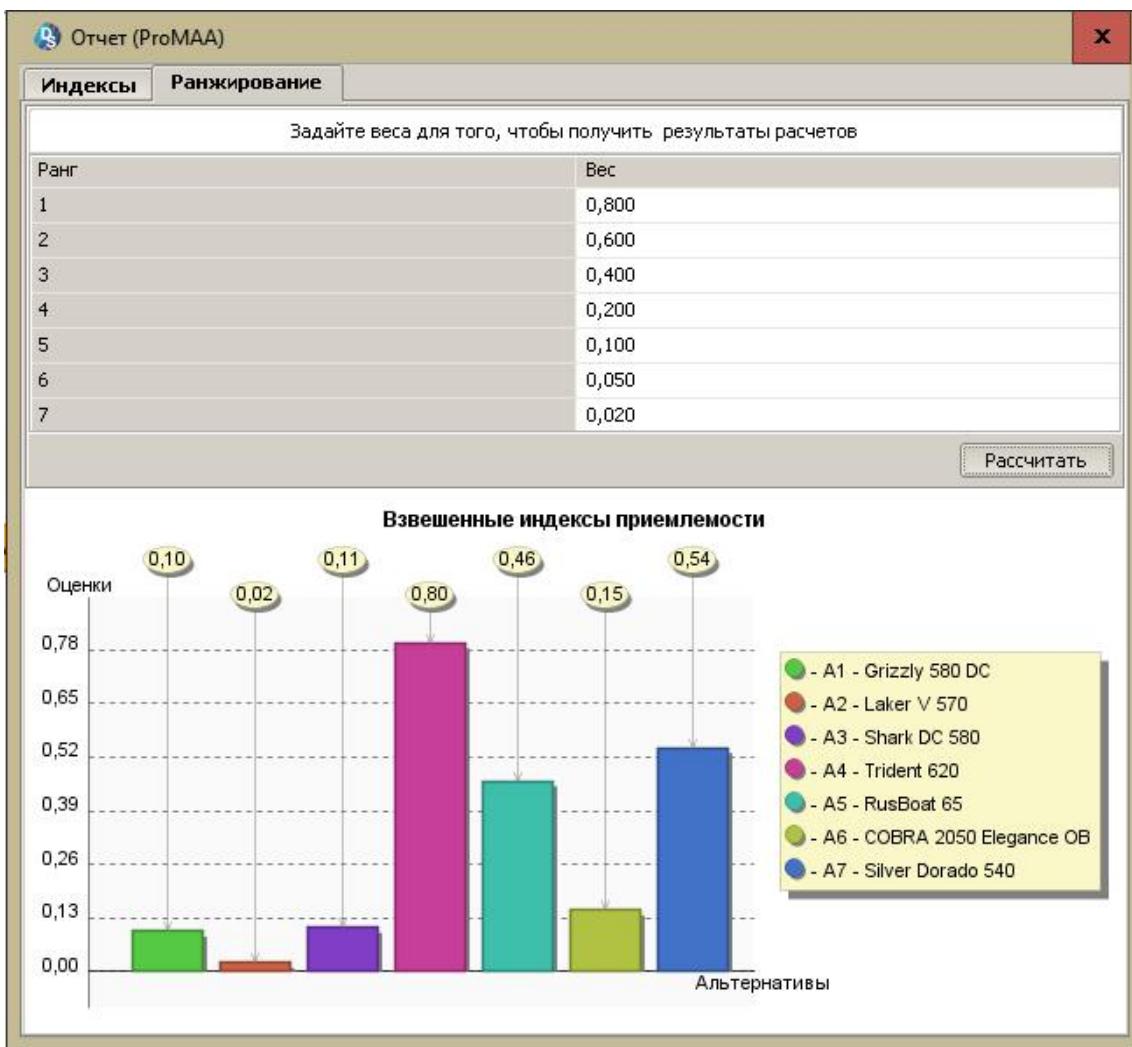


Рисунок 70 – Результаты вычислений (Ранжирование).

Вывод – выбираем альтернативу №4 (Trident 620).

## 7. Метод FuzzyMAVT

Данный метод предназначен для учета/усвоения неопределенностей при решении многокритериальных задач. FMAVT, реализованный в DecernsMCDA, основан на применении модели (2), в которой весовые коэффициенты  $w_j$ , а также значения критериев  $a_{ij}$ ,  $i=1,\dots,n$ ,  $j=1,\dots,m$ , могут задаваться нечеткими числами. При этом, частные функции ценности  $V_j(x)$  являются обычными/четкими функциями. Задание (нечетких) весовых коэффициентов в FMAVT основано на методе swing и представляет собой

вариацию подхода, описанного в разделе ProMAA, применительно к использованию нечетких чисел (вместо распределений вероятностей).

Ранжирование альтернатив основано на сравнении интегральных ценности альтернатив, выраженных нечеткими числами  $V(a_i)$ , с использованием как визуального анализа, так и заложенных методов ранжирования нечетких чисел (с использованием 4-ех методов дефазификации, а также 3-ех методов сравнения нечетких чисел) [Kahraman C (Ed). 2008 ].

Оценка критериев методом swing представлена на Рис.71.

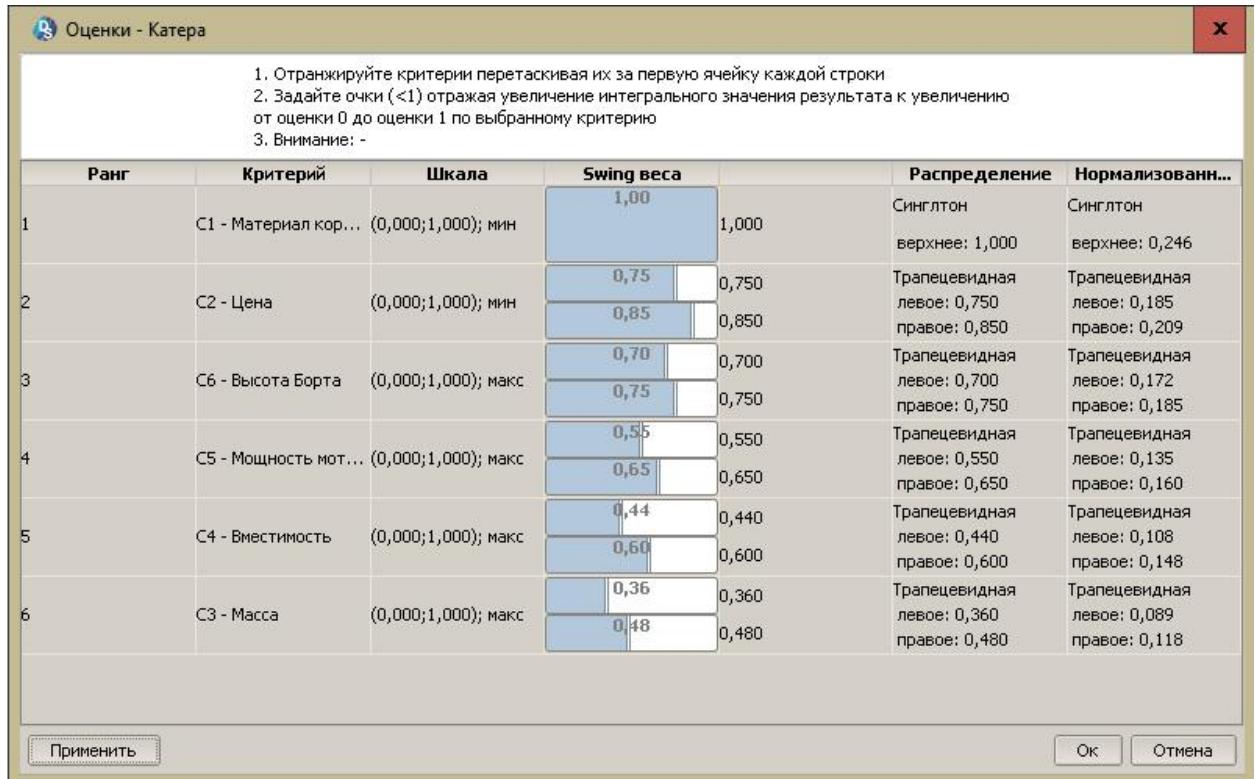


Рисунок 71 – оценка критериев методом swing (FuzzyMAVT).

Задание функции ценности на примере критериев «Цена» и «Мощность мотора» представлено на Рис.72 и Рис.73.

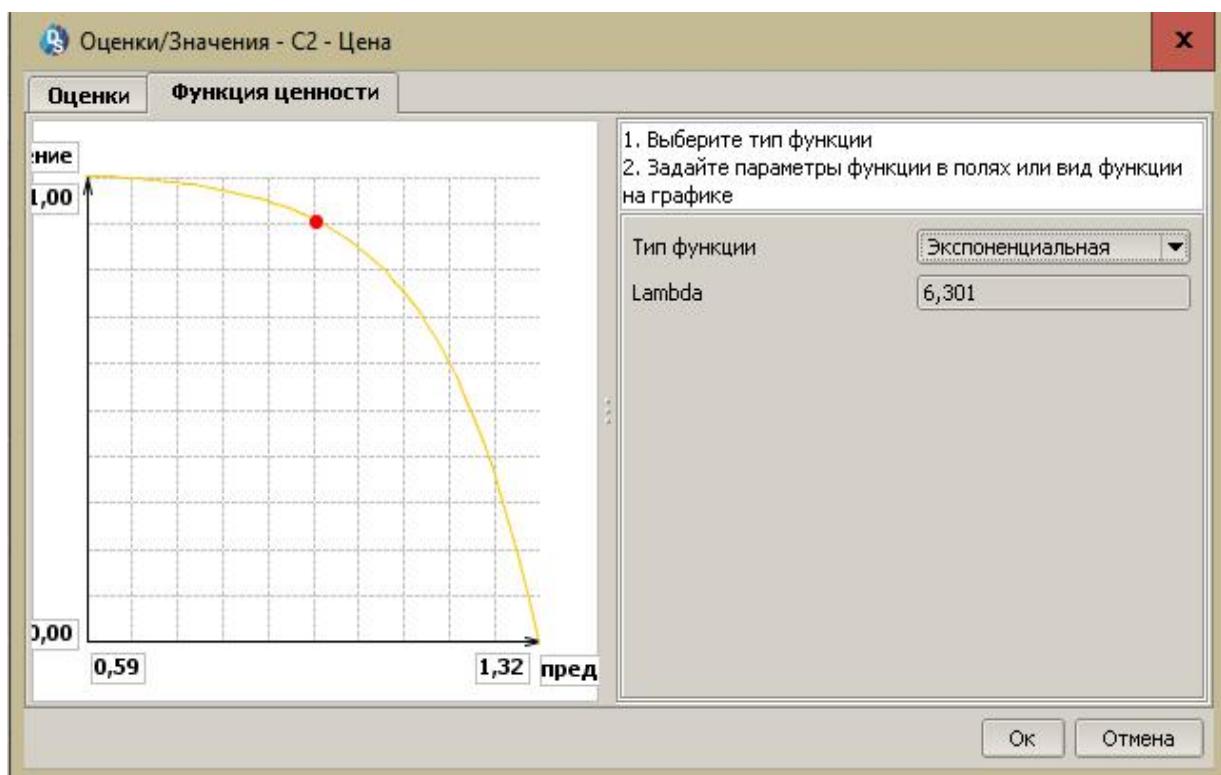


Рисунок 72 – Задание функции ценности для критерия «Цена».

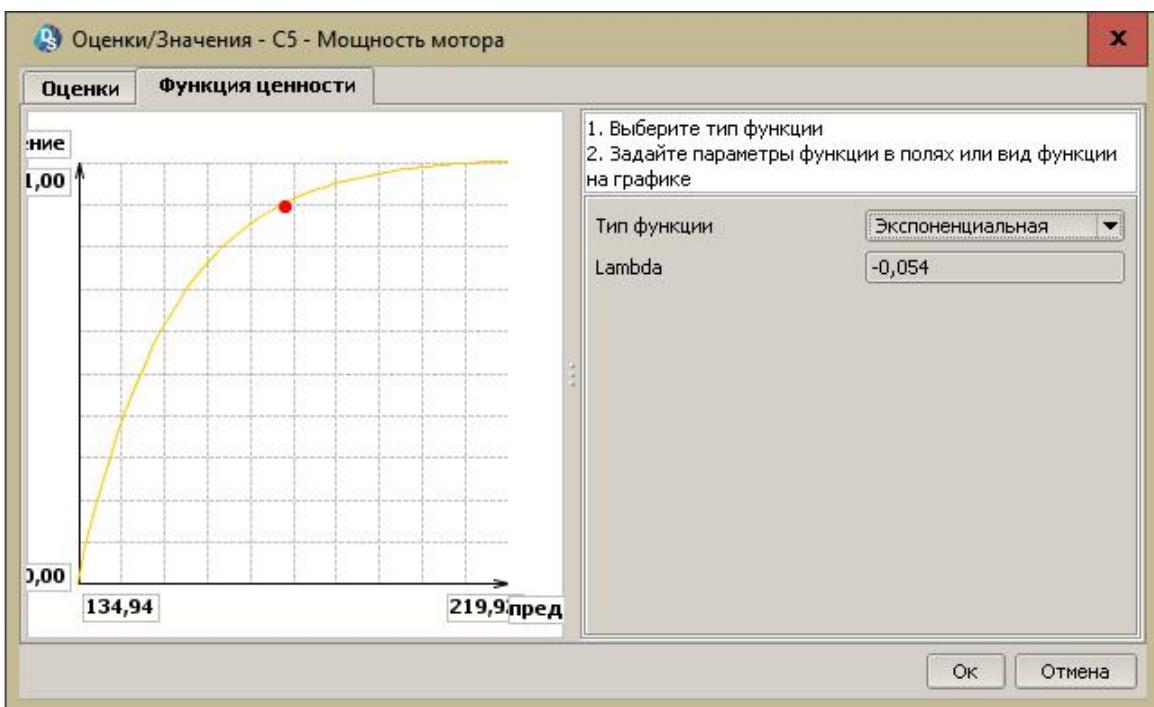


Рисунок 73 – Задание функции ценности для критерия «Мощность двигателя».

Boats.dcm :: DECERNS - MCDA :: Ознакомительная версия

Файл Примеры Справка

FuzzyMAVT

The screenshot shows a software interface for Multi-Criteria Decision Analysis (MCDA) titled "FuzzyMAVT". The main window displays a decision matrix for selecting a boat. The matrix has three columns labeled C1 - Материал корпуса (Material), C2 - Цена (Price), and C3 - Масса (Mass). The rows represent different boat models: A1 - Grizzly 580 DC, A2 - Laker V 570, A3 - Shark DC 580, A4 - Trident 620, A5 - RusBoat 65, A6 - COBRA 2050 Elegance OB, and A7 - Silver Dorado 540. Each row contains values for each criterion, such as material type (Singleton), price (e.g., 2.000, 3.000), and mass (e.g., 0.678, 0.925). The software includes various icons for file operations and analysis.

Критерии			
	C1 - Материал корпуса	C2 - Цена	C3 - Масса
Имя	C1 - Материал корпуса	C2 - Цена	C3 - Масса
Описание	1 - Алюминиево-магниевый сплав (... млн.руб		кг
Шкала	локальная } - } минимизация	локальная } - } минимизация	локальная } - } максимизация
Вес	Нечеткий вес	Нечеткий вес	Нечеткий вес

Таблица значений					
Альтернативы / Критерии	C1 - Материал корпуса	C2 - Цена	C3 - Масса		
A1 - Grizzly 580 DC	2.000	Синглтон	0.678	Трапецевидная	560.000 Треугольная
A2 - Laker V 570	3.000	Синглтон	0.925	Трапецевидная	700.000 Треугольная
A3 - Shark DC 580	1.000	Синглтон	1.184	Трапецевидная	660.000 Треугольная
A4 - Trident 620	1.000	Синглтон	1.138	Трапецевидная	900.000 Треугольная
A5 - RusBoat 65	2.000	Синглтон	1.035	Трапецевидная	750.000 Треугольная
A6 - COBRA 2050 Elegance OB	3.000	Синглтон	0.969	Трапецевидная	1050.000 Треугольная
A7 - Silver Dorado 540	1.000	Синглтон	0.992	Трапецевидная	630.000 Треугольная

zyMAVT

C4 - Вместимость	C5 - Мощность мотора	C6 - Высота Борта
C4 - Вместимость количество человек	C5 - Мощность мотора л.с	C6 - Высота Борта см
локальная } - } максимизация	локальная } - } максимизация	локальная } - } максимизация
Нечеткий вес	Нечеткий вес	Нечеткий вес

C4 - Вместимость	C5 - Мощность мотора	C6 - Высота Борта
8.008 Трапецевидная	149.163 Трапецевидная	90.000 Треугольная
6.000 Трапецевидная	154.970 Трапецевидная	97.000 Треугольная
4.947 Трапецевидная	174.899 Трапецевидная	117.000 Треугольная
7.001 Трапецевидная	175.135 Трапецевидная	110.000 Треугольная
6.001 Трапецевидная	195.075 Трапецевидная	105.000 Треугольная
5.994 Трапецевидная	200.038 Трапецевидная	105.000 Треугольная
7.003 Трапецевидная	150.115 Трапецевидная	124.000 Треугольная

Рисунок 74 - Задание оценок нечеткими числами.

Анализ чувствительности к функции ценности представлен на Рис.75, Рис. 76 и Рис.77.



Рисунок 75 - Анализ чувствительности к функции ценности (FuzzyMAVT).



Рисунок 76 - Анализ чувствительности к функции ценности (сдвиг вправо).



Рисунок 77 - Анализ чувствительности к функции ценности (сдвиг влево).

Результаты вычислений методом FuzzyMAVT представлены на рисунке 78.

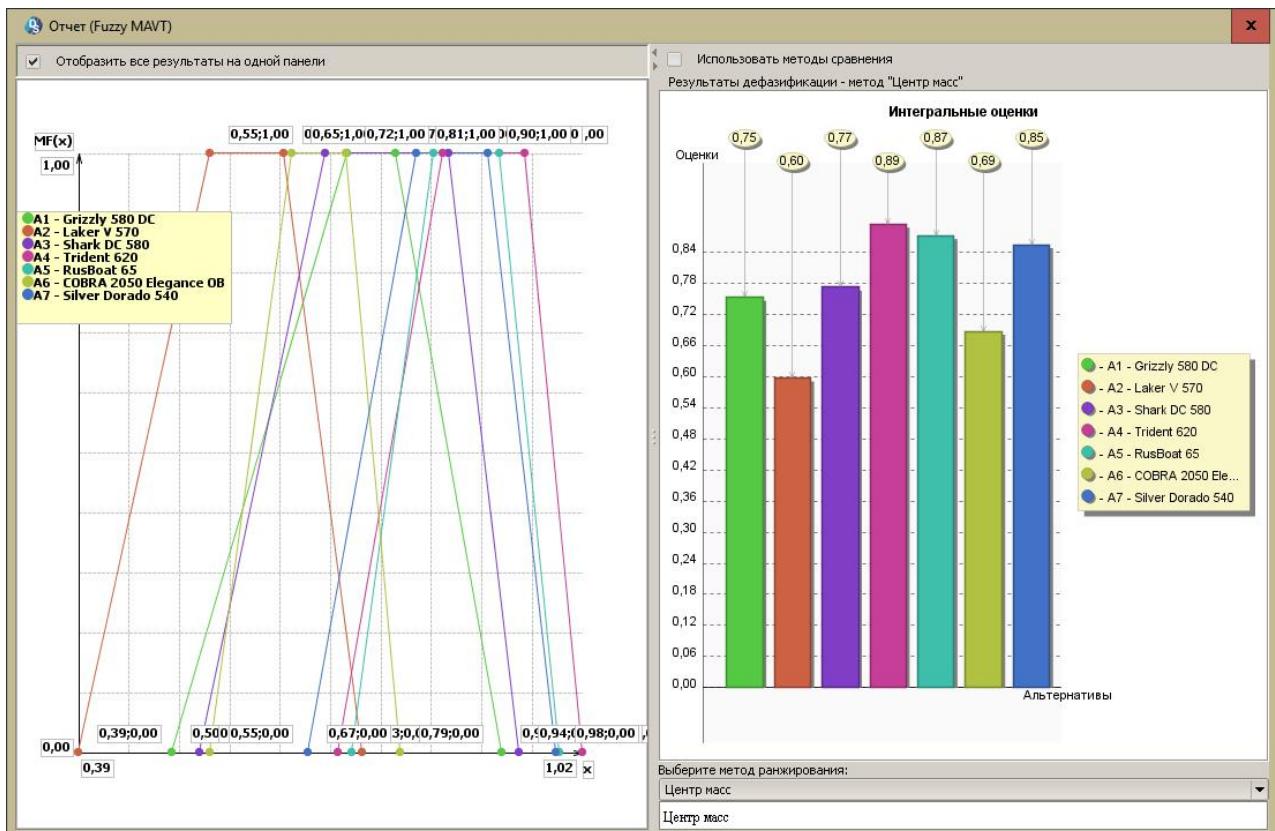


Рисунок 78 - Результаты вычислений методом FuzzyMAVT.

Вывод – выбираем альтернативу №4 (Trident 620).

## 8. Метод FMAA

Модель FMAA представляет собой аналог ProMAA, в которой значения критериев и весовые коэффициенты описываются не случайными величинами, а нечеткими числами [Yatsalo, Gritsyuk, Mirzeabasov and Vasilevskaya, 2011]. Реализованная в DecernsMCDA версия FMAA (FMAA-V) основана на применении модели FMAVT на первом шаге, с последующим вычислением индексов приемлемости

рангов  $\mu_{ik} = \mu(S_{ik})$  для нечетких событий ранга  $S_{ik}$ . (в FMAVT сравниваются нечеткие значения ценностей  $V(a_i)$ ,  $i=1,\dots,n$ . Таким образом,  $s_{ik}$  описывают степень доверия к тому, что альтернатива  $i$  имеет ранг  $k$ .

Задание весовых коэффициентов в FMAA основано на использовании свинг-подхода, адаптированного к применению нечетких чисел, и представляет собой фактически метод задания весов в ProMAA с заменой распределений случайных величин на нечеткие числа.

Интерфейс FMAA и реализованные на базе библиотеки программных модулей функции позволяют проводить анализ многокритериальных задач по аналогии с соответствующими процедурами в ProMAA. Оценка критериев методом swing представлена на Рис.79.

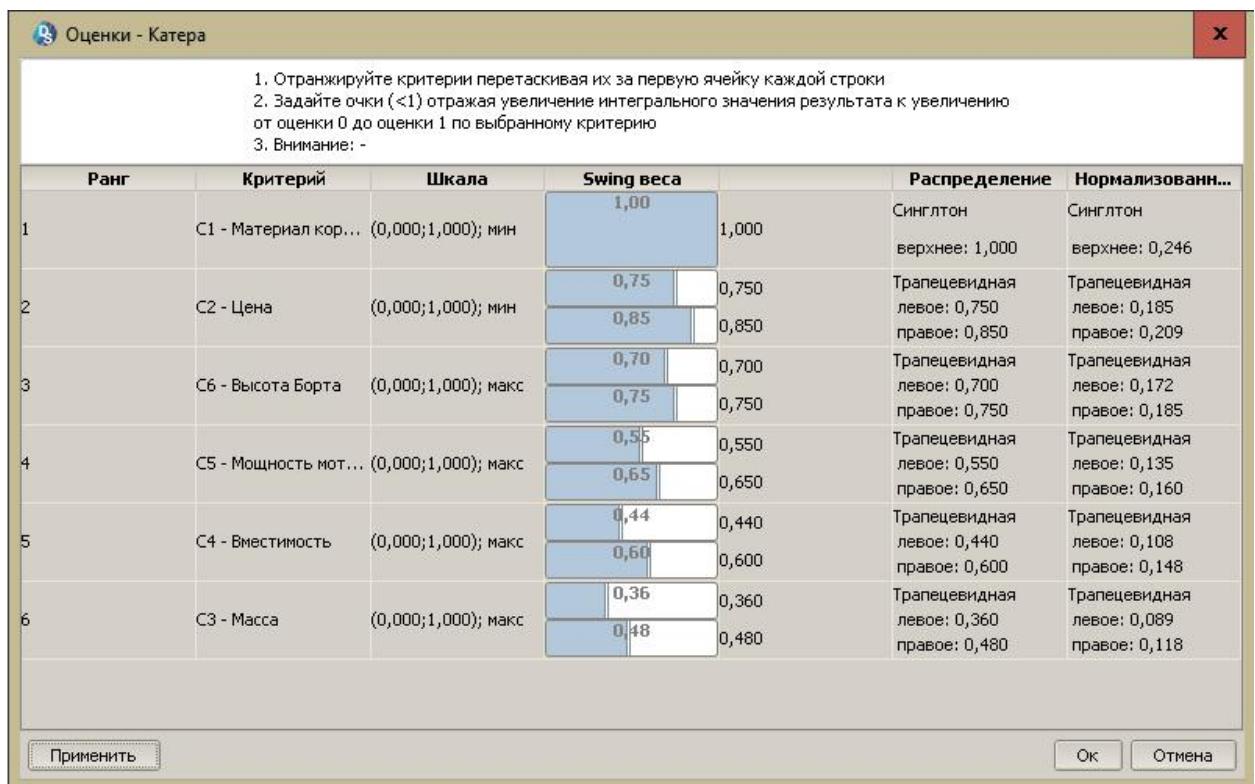


Рисунок 79 – оценка критериев методом swing (FMAA).

Задание функции ценности на примере критериев «Цена» и «Мощность мотора» представлено на Рис.79 и Рис.80.

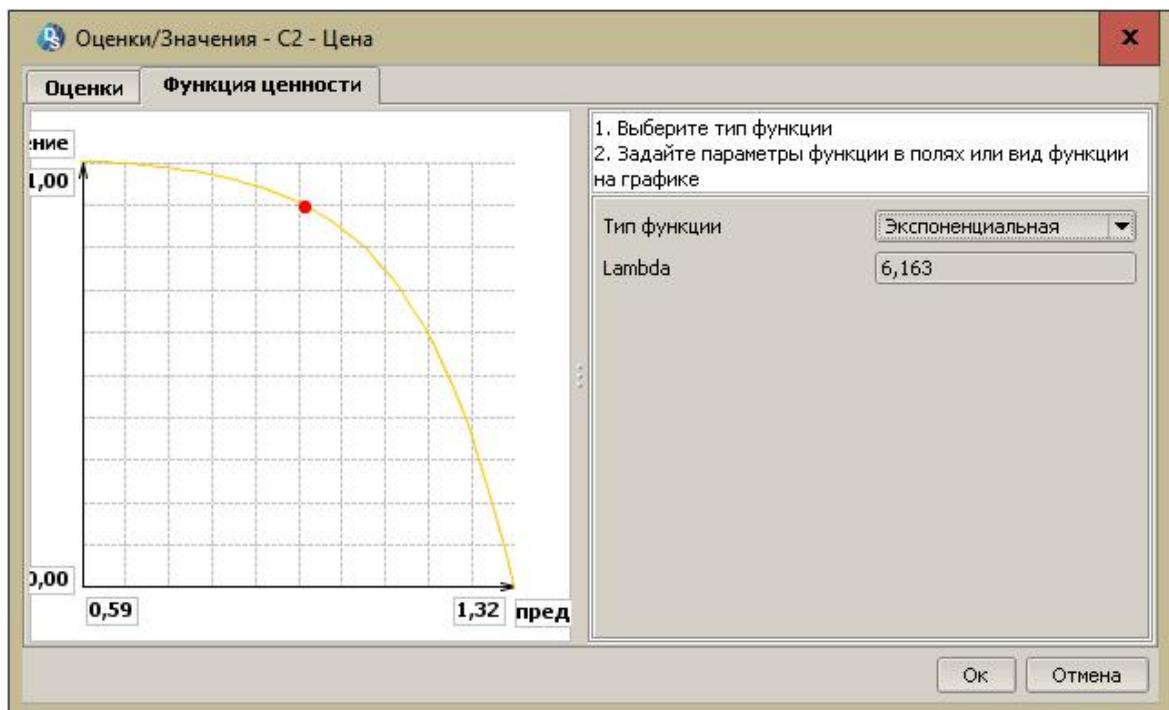


Рисунок 79 – Задание функции ценности для критерия «Цена».

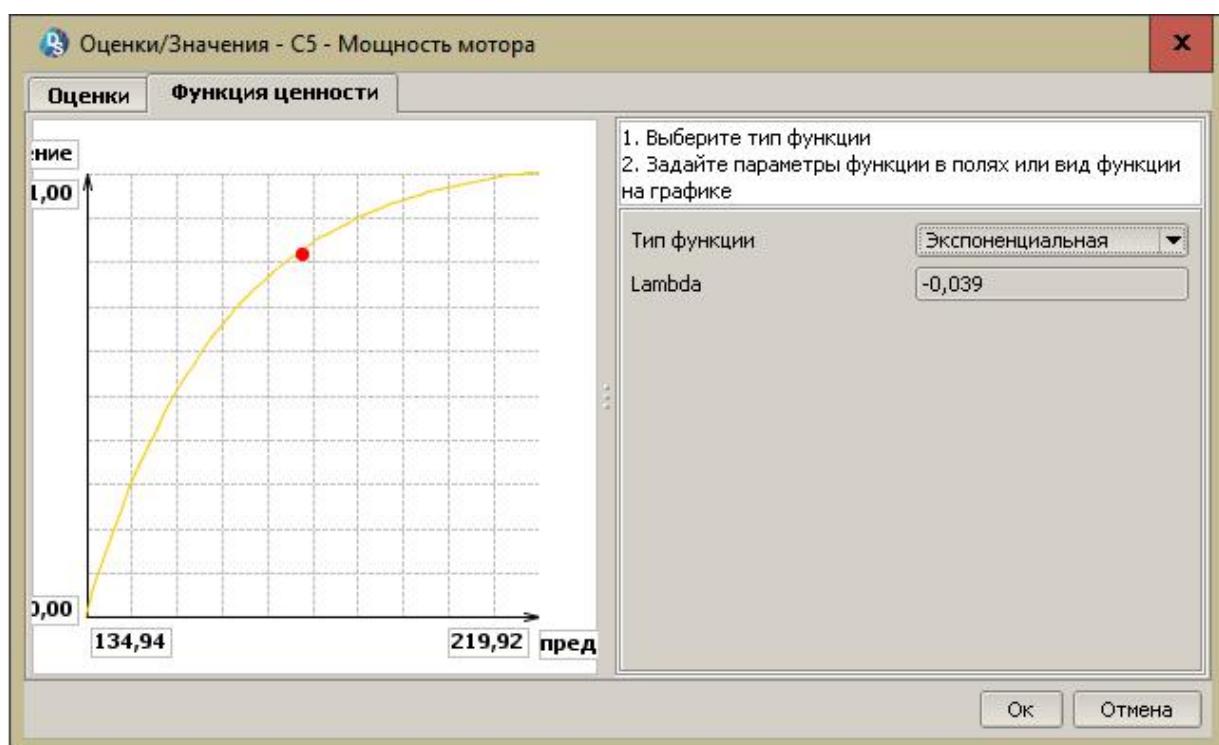


Рисунок 80 – Задание функции ценности для критерия «Мощность мотора».

Анализ чувствительности к функции ценности представлен на Рис.81, Рис.82 и Рис.83.

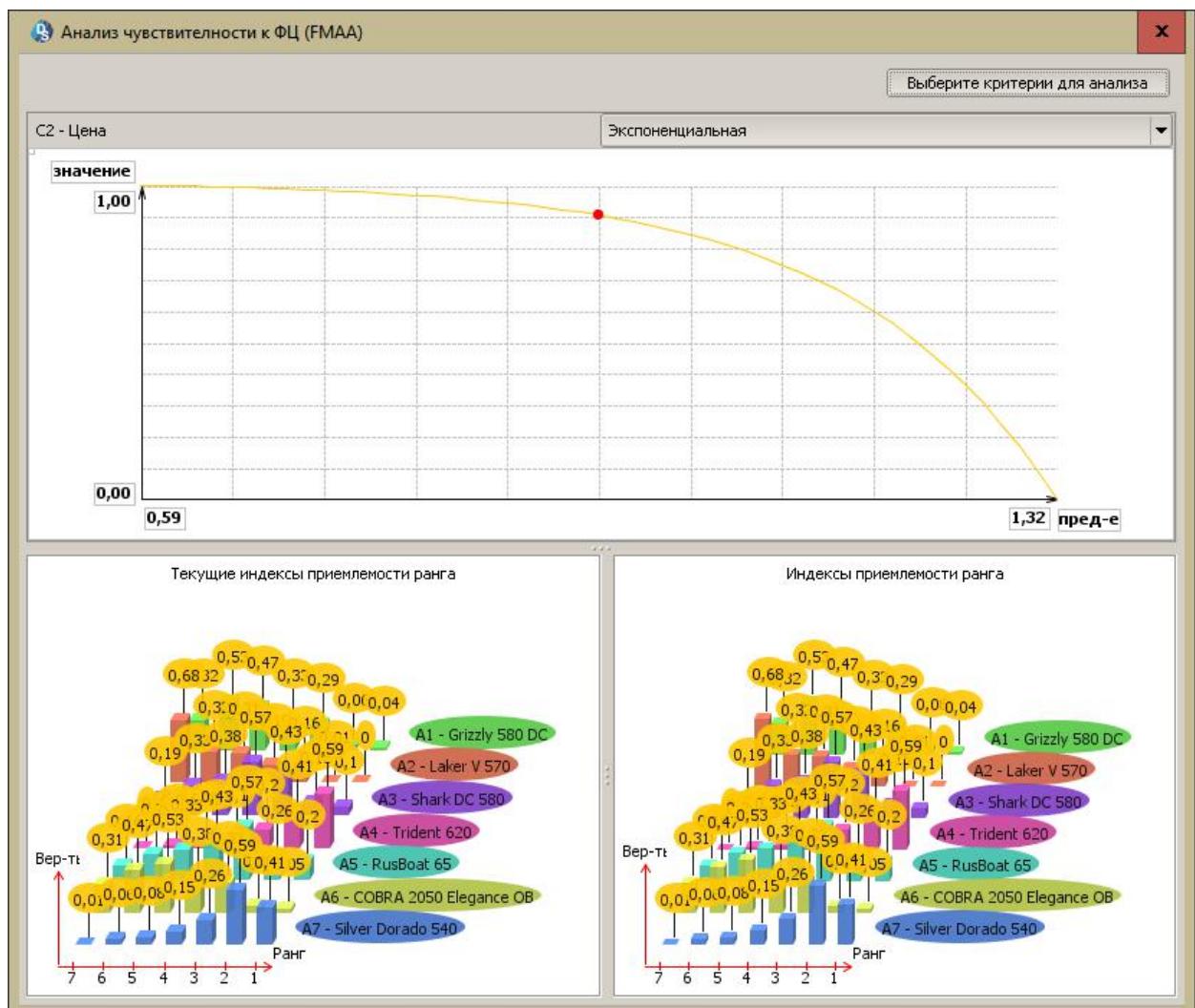


Рисунок 81 – Анализ чувствительности к функции ценности.

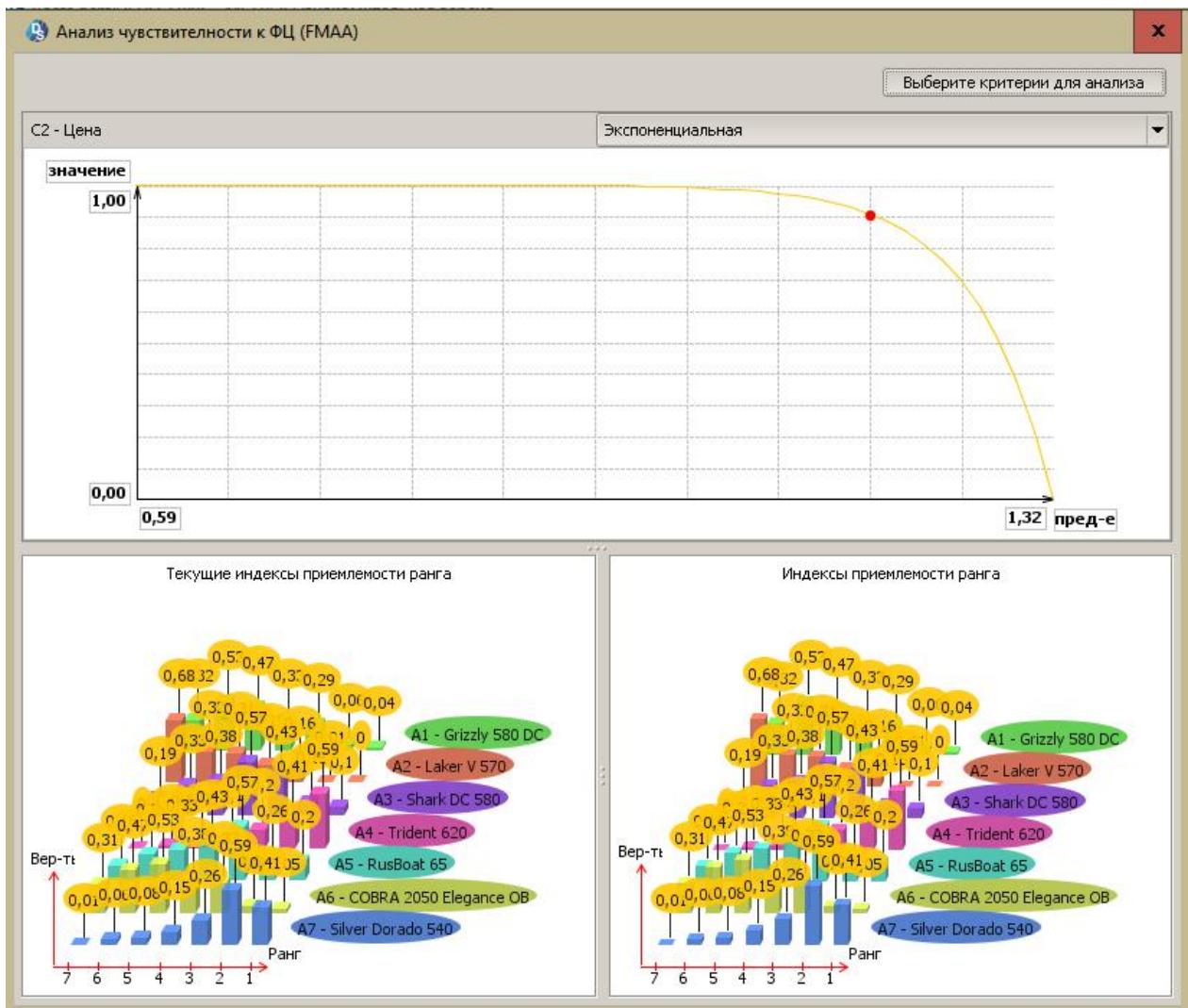


Рисунок 82 – Анализ чувствительности к функции ценности (Сдвиг вправо).

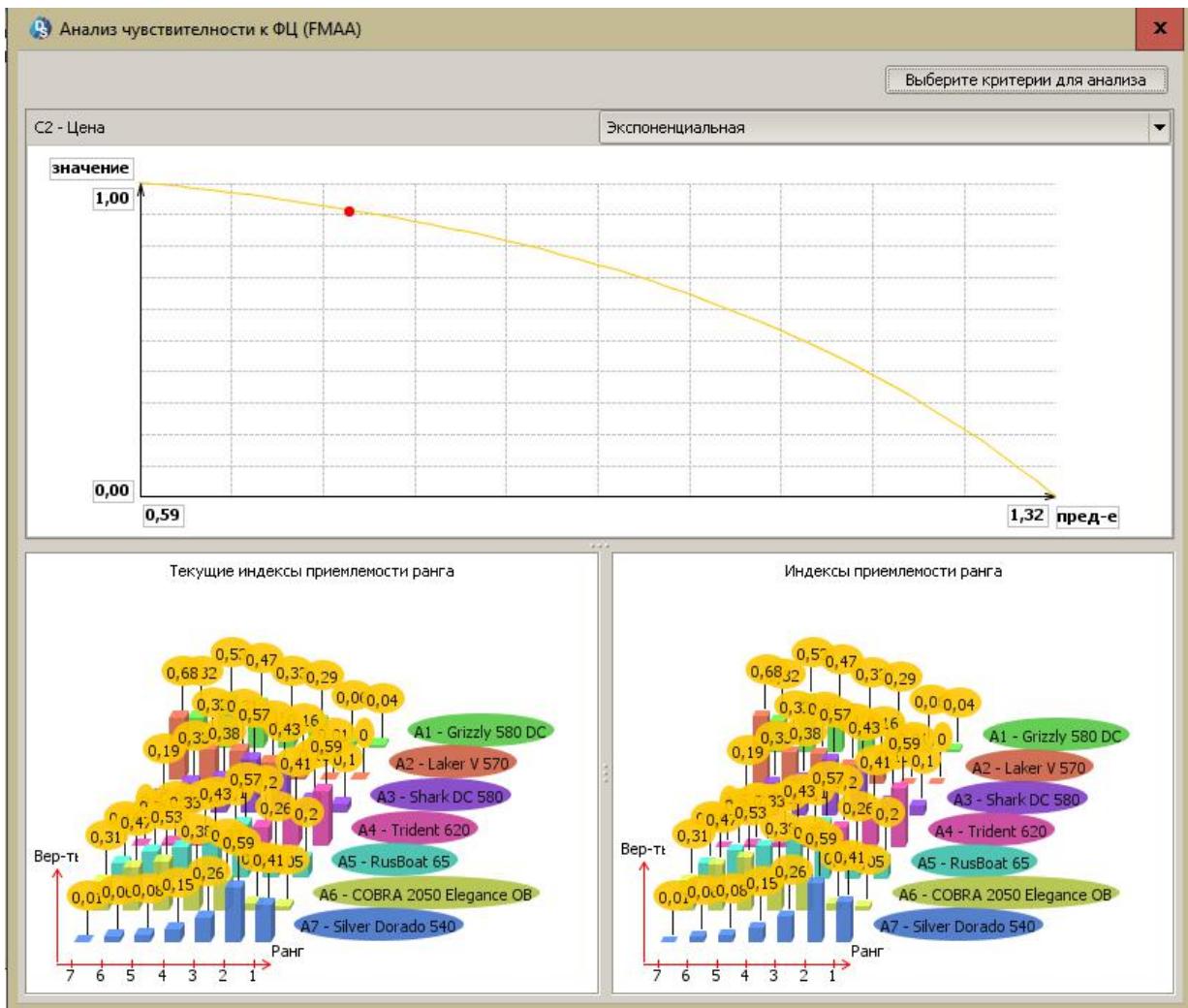


Рисунок 83 – Анализ чувствительности (Сдвиг влево).

Результаты вычисления оптимальной альтернативы представлены на Рис.84 и Рис.85.

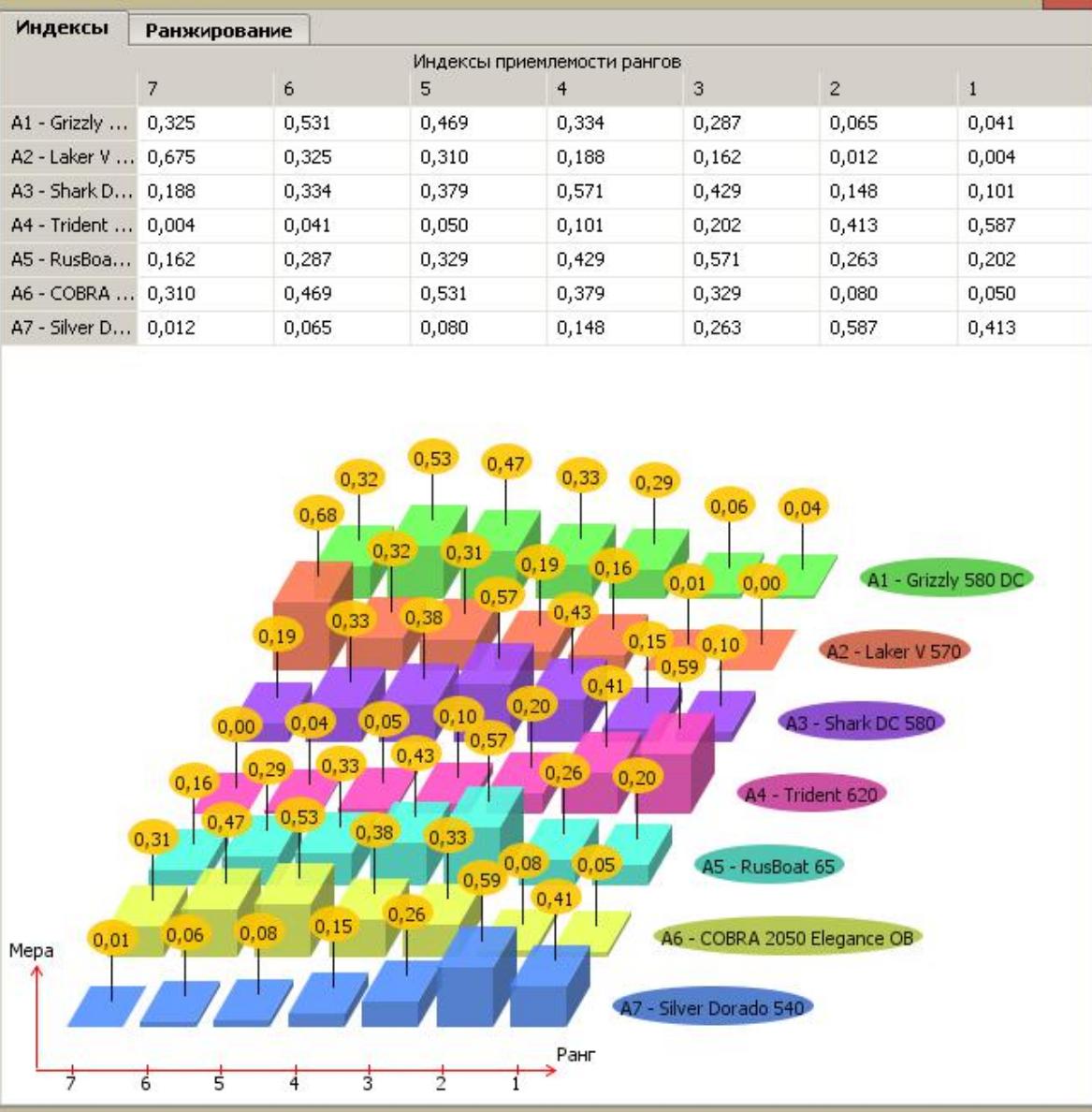


Рисунок 84 – Результаты вычислений (Индексы).

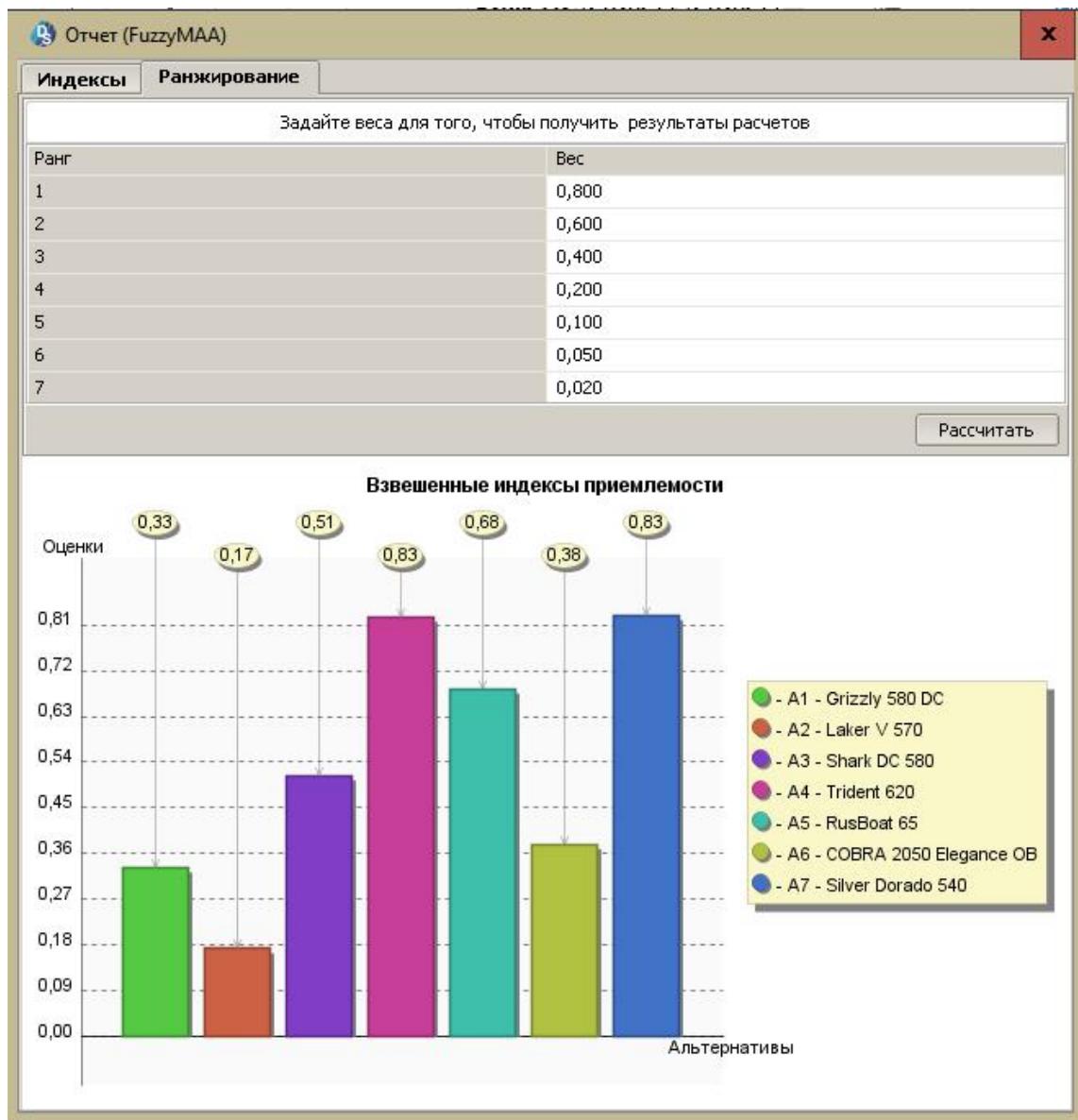


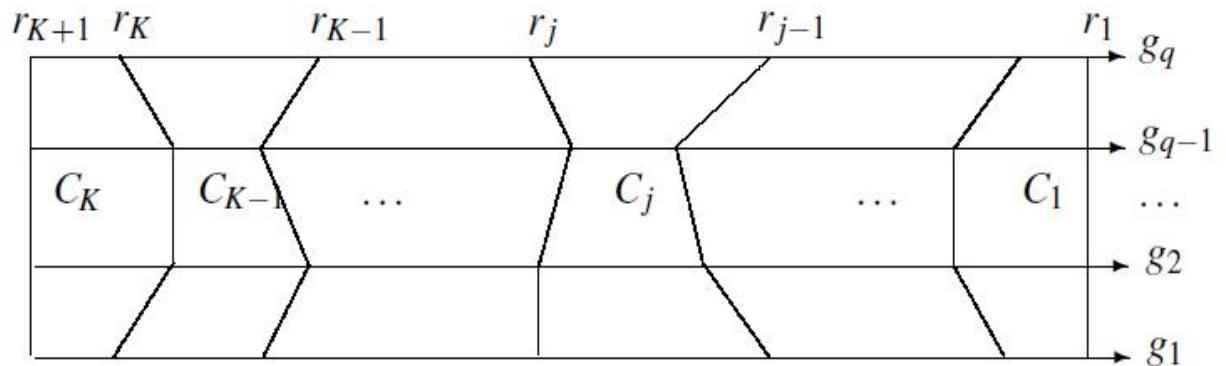
Рисунок 85 – Результаты вычислений (Ранжирование).

Вывод – первое место поделили альтернативы №4 и №7 (Trident 620 и Silver Dorado 540).

## 9. Метод FlowSort

Метод FlowSort - многокритериальный метод сортировки альтернатив по заданным категориям/группам (например, зона высокого риска, зона среднего риска, зона низкого риска). Используемые и реализованные в системе алгоритмы близки по своему содержанию к алгоритмам PROMETHEE, обобщенным и модифицированным для решения задач многокритериальной сортировки. Соответственно, веса задаются как и в методе PROMETHEE.

В методе FlowSort используются ограничивающие профили, для разделения классов, как показано ниже:



*Figure 5.1 — Representation of  $K$  completely ordered categories by limiting profiles*

Прямое взвешивание - Катера

Задайте веса критериям напрямую

Критерий	Вес
C1 - Материал корпуса	0,240
C2 - Цена	0,200
C3 - Масса	0,090
C4 - Вместимость	0,140
C5 - Мощность мотора	0,150
C6 - Высота Борта	0,180

Нормализовать      Ок      Отмена

Рисунок 86 – задание весовых коэффициентов.

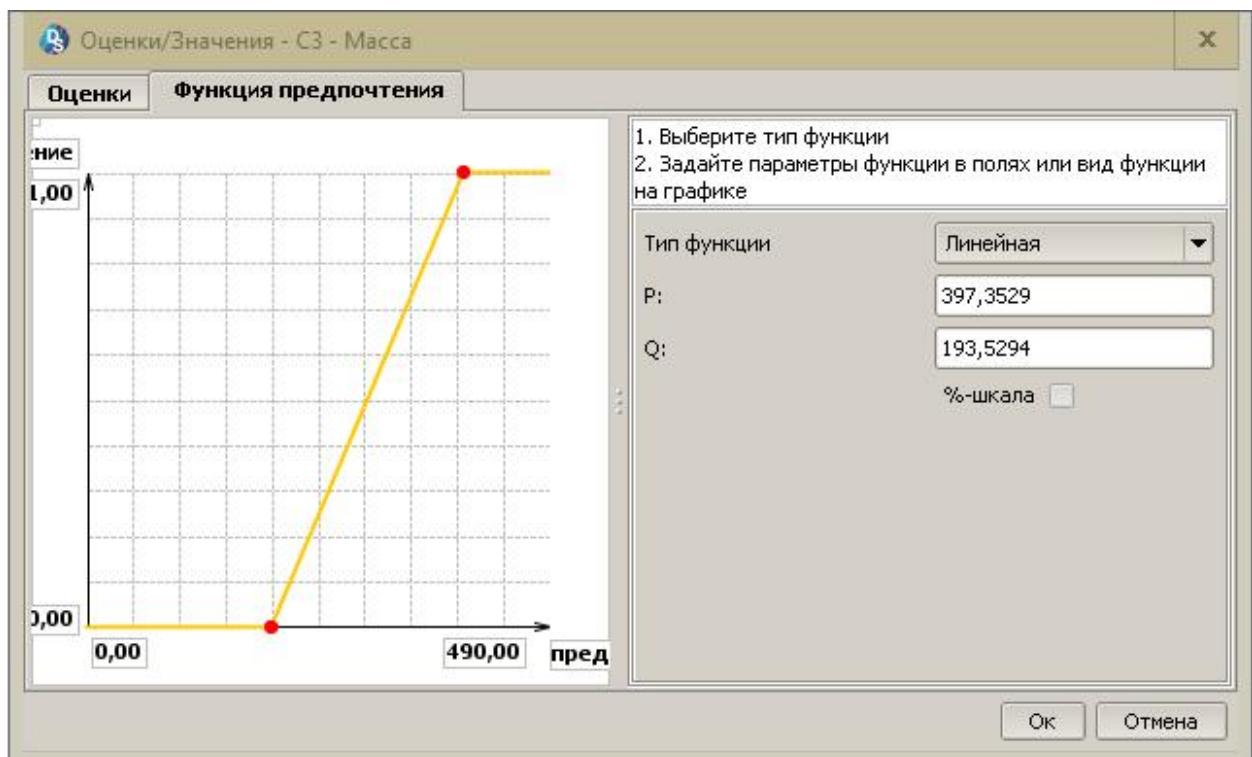


Рисунок 87 – Задание функции предпочтения для критерия «Масса».

Было выделено 3 категории: First(Лучшая), Second и Third

Значения и оценки категорий представлены на рисунках 88-93:

Значения и оценки категорий - С1 - Материал корпуса

Задайте оценки категорий напрямую

Значения и оценки категорий		
Категория	Левая граница	Правая граница
FirstCategory	1.000	0.000
SecondCategory	2.000	1.000
ThirdCategory	3.000	2.000

Ок      Отмена

Рисунок 88 – Значения категорий для критерия «Материал корпуса»

Значения и оценки категорий - C2 - Цена

Задайте оценки категорий напрямую

Значения и оценки категорий

Категория	Левая граница	Правая граница
FirstCategory	0.900	0.600
SecondCategory	1.000	0.900
ThirdCategory	1.200	1.000

Ок Отмена

Рисунок 89 – Значения категорий для критерия «Цена»

Значения и оценки категорий - C3 - Масса

Задайте оценки категорий напрямую

Значения и оценки категорий

Категория	Левая граница	Правая граница
FirstCategory	800.000	1100.000
SecondCategory	600.000	800.000
ThirdCategory	400.000	600.000

Ок Отмена

Рисунок 90 – Значения категорий для критерия «Масса»

Значения и оценки категорий - C4 - Вместимость

Задайте оценки категорий напрямую

Значения и оценки категорий		
Категория	Левая граница	Правая граница
FirstCategory	7.000	10.000
SecondCategory	5.000	7.000
ThirdCategory	3.000	5.000

Ок Отмена

Рисунок 91 – Значения категорий для критерия «Вместимость»

Значения и оценки категорий - C5 - Мощность мотора

Задайте оценки категорий напрямую

Значения и оценки категорий		
Категория	Левая граница	Правая граница
FirstCategory	195.000	205.000
SecondCategory	185.000	195.000
ThirdCategory	175.000	185.000

Ок Отмена

Рисунок 92 – Значения категорий для критерия «Мощность мотора»

Значения и оценки категорий - С6 - Высота Борта

Задайте оценки категорий напрямую

Значения и оценки категорий

Категория	Левая граница	Правая граница
FirstCategory	105.000	125.000
SecondCategory	95.000	105.000
ThirdCategory	85.000	95.000

Ok      Отмена

Рисунок 93 – Значения категорий для критерия «Высота борта»

Результаты вычисления оптимальной альтернативы представлены на Рис. 94. Как видно, ни одна из альтернатив не попала в первую категорию. Один аутсайдер попал в третью, а остальные во вторую. Побеждает снова А4.

Flow Sort

FirstCategory

Альтернатива	Сетевой
	▲

SecondCategory

Альтернатива	Сетевой
A4 - Trident 620	0,031
A7 - Silver Dorado 540	-0,009
A3 - Shark DC 580	-0,026
A5 - RusBoat 65	-0,088
A6 - COBRA 2050 Elegance OB	-0,119
A1 - Grizzly 580 DC	-0,182

ThirdCategory

Альтернатива	Сетевой
A2 - Laker V 570	-0,391

Рисунок 94 – Решение задачи методом FlowSort.

## Заключение

Таблица 2 Итоговая таблица альтернатив

Методы	1 место	2 место	3 место	4	5	6	7
MAVT	<b>A4 - Trident 620</b>	A5 - RusBoat 65	A7 - Silver Dorado	A6	A1	A3	A2
TOPSIS	A7 - Silver Dorado	A4 - Trident 620	A3 - Shark DC 580	A1	A5	A6	A2
AHP	A7 - Silver Dorado	A4 - Trident 620	A3 - Shark DC 580	A1	A5	A6	A2
PROMETHEE 1	A3,A4,A7	A5,A6	A1	A2	-	-	-
PROMETHEE 2	<b>A3 - Shark DC 580</b>	A4 - Trident 620	A7 - Silver Dorado	A5	A6	A1	A2
MAUT	<b>A4 - Trident 620</b>	A7 - Silver Dorado	A5 - RusBoat 65	A6	A1	A3	A2
ProMAA	<b>A4 - Trident 620</b>	A5 - RusBoat 65	A7 - Silver Dorado	A6	A3	A1	A2
FuzzyMAVT	<b>A4 - Trident 620</b>	A5 - RusBoat 65	A7 - Silver Dorado	A3	A1	A6	A2
FMAA	<b>A4 - Trident 620 +</b>	A5 - RusBoat 65	A3 - Shark DC 580	A6	A1	A2	-

	A7 - Silver Dorado						
FlowSort	<b>A4 - Trident 620</b>	A7 - Silver Dorado	A3 - Shark DC 580	A5	A6	A1	<b>A2</b>

### Итоговое решение

По итогам вычислений можно сделать вывод, что лучшим станет выбор альтернативы A4. Это связано с тем, что она была лучше в **5 случаях из 10**, а в **2 случаях делила первый приоритет** с ближайшим конкурентом A7, который занимал первое место в 2 случаях из 10. Кроме того в методе PROMETHEE-1 A4 поделила первое место с A5 и A6.

Таким образом, выбранным Катером по 6 критериям (Материал корпуса, Цена, Масса, Вместимость, Мощность мотора, Высота борта) является **Trident 620** (Trident Aluminium Boats. Страна Россия Город, адрес Санкт-Петербург). Silver Dorado тоже был бы хороший выбор при разумной экономии до значения оптимального бюджета.