

***DecernsMCDA DE***

**Руководство пользователя**

## СОДЕРЖАНИЕ

Что такое <i>DECERNS</i> ?	4
Введение	5
Цели	6
Системные требования	6
Лицензия (MCDA DE)	6
Релизы	6
Контакты	6
Управление проектами ( <i>DecernsMCDA DE</i> )	7
Главное меню	7
Панель инструментов	7
Управление сценариями	7
Настройки	8
Многокритериальный Анализ Решений (МКАР)	10
Основные понятия	10
Структурирование задачи и Построение модели	11
Дерево критериев	11
Таблица характеристик	12
Весовые коэффициенты критериев	15
Прямой метод задания весов	15
Ранжирование	15
Рейтинг	16
Попарное сравнение	16
Swing (метод “раскачивания”)	17
Функция ценности	18
Функция предпочтения	18
Случайные величины	19
Нечеткие числа	20
Модели МКАР	21
MAVT (MultiAttribute Value Theory)	21
MAUT (MultiAttribute Utility Theory)	22
Инструменты (Tools)	32
Доминирование (Domination)	32
Графики рассеяния (Scatter plots)	32
График значений (Value path)	33

Анализ чувствительности.....	33
Анализ чувствительность к изменению весов критериев (Weight sensitivity analysis).....	34
Анализ чувствительность к изменению функции ценности (Value function sensitivity analysis)	34
Список источников .....	36

## Что такое *DECERNS*?

***DECERNS*** (*Decision Evaluation in Complex Risk Network Systems*) это семейство веб и настольных приложений для поддержки принятия решений (ППР).

***DECERNS***, как проект, представляет методологию и программные инструменты, которые содействуют лицу, принимающему решения (ЛПР), в сравнительном анализе и выборе различного рода альтернативных вариантов, в том числе пространственных, с использованием ГИС-технологий и/или методов многокритериального анализа решений.

***DECERNS*** является эффективным инструментом ППР при решении широкого круга задач, включая планирование землепользования, защиту окружающей среды, управление рисками и многокритериальный анализ альтернатив любой природы.

***DECERNS*** системы/программное обеспечение могут быть разделены на следующие три категории:

***DecernsMCDA DE***: настольная система многокритериального анализа решений (МКАР), которая включает все основные (наиболее часто используемые) методы и инструменты МКАР;

***DecernsGIS DE***: настольное приложение (ГИС – Географическая Информационная Система) для представления, обработки и анализа пространственных данных; и

***DecernsSDSS***: распределенная веб-ориентированная система поддержки принятия пространственных решений, которая включает в себя функции и инструменты *DecernsGIS* и *DecernsMCDA*, а также специализированные инструменты для эффективной интеграции пространственных данных при проведении многокритериального анализа решений. *МКАР*- и *ГИС*-подсистемы в *DecernsSDSS* могут быть использованы также как отдельные веб системы. *DecernsSDSS* может быть расширена специализированными инструментами (*ModelsProvider*, *ModelsManager*) для подключения различных математических моделей (анализ рисков, динамические данные и т.д.).

***DECERNS*** системы/приложения могут быть использованы для различных практических задач и научных исследований, а также для образования и тренинга в рамках курсов по принятию решений, геоинформационных систем и пространственного анализа данных, управления рисками и окружающей средой и др.

***DECERNS*** приложения разработаны с использованием технологий открытого программного обеспечения.

## Введение

Ключевым компонентом проекта **DECERNS** является модуль поддержки принятия решений. Данное руководство посвящено описанию системы **DecernsMCDA DE (Desktop Edition)**, входящих в ее состав методов МКАР и инструментов, требований к программной и аппаратной платформе для использования приложения.

Методы МКАР, реализованные в рамках **DecernsMCDA**, включают следующие модели для анализа многокритериальных задач:

основные MADM (Multi-Attribute Decision Making) методы для выбора и ранжирования альтернатив:

- MAVT (Multi-Attribute Value Theory);
- AHP (Analytic Hierarchy Process);
- TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to the Ideal Solution); и
- PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluations);

продвинуты MADM методы:

- MAUT (Multi-Attribute Utility Theory) для ранжирования альтернатив;

и несколько оригинальных методов для выбора альтернатив с учетом неопределенностей:

- ProMAA (Probabilistic Multi-criteria Acceptability Analysis);

а также некоторые расширения традиционных MADM методов, основанные на применении нечетких множеств:

- FMAVT (Fuzzy MAVT),
- FMAA (Fuzzy Multi-criteria Acceptability Analysis); и

- FlowSort метод – для сортировки альтернатив по классам/категориям (*например* “неприемлемые”, “возможно приемлемые”, “приемлемые”, и т.д.).

Структурирование и построение модели решения многокритериальной задачи проводится с помощью таких инструментов как: Дерево критериев (Value tree) и Таблица характеристик (Performance table).

**DecernsMCDA** включает инструменты анализа чувствительности: чувствительность к изменению весовых коэффициентов (два варианта – «гуляющие веса» и линейные веса – для изменения весовых коэффициентов в методах MAVT, MAUT, AHP, PROMETHEE, TOPSIS) и чувствительность к изменению функции ценности (изменение частных функций ценности в методах MAVT, MAUT, ProMAA, FMAA, FMAVT).

Учет и анализ неопределенностей объективных значений и субъективных суждений при решении многокритериальной задачи с применением **DecernsMCDA** может быть проведен с помощью:

- вероятностных подходов с использованием метода ProMAA - распределенные/вероятностные оценки критериев и/или весовых коэффициентов, а также MAUT (прежде всего для анализа значений критериев и, при наличии опыта, задания весовых коэффициентов и функций полезности) – вероятностные оценки значений критериев; а также
- нечетких множеств с использованием методов FMAA и FMAVT – оценки критериев и/или весовых коэффициентов с применением нечетких чисел (fuzzy numbers).

**DecernsMCDA** также включает дополнительные инструменты для анализа данных – Value Path и Scatter Plot, а также пользовательский интерфейс для специализированных настроек.

## Цели

Одной из ключевых целей проекта **DECERNS** является создание оригинальной настольной и веб систем для эффективного кросс-платформенного многокритериального анализа, включая пространственные задачи, с использованием всех основных методов и инструментов.

Архитектура системы и разработанных модулей должна позволять формирование различных версий системы в зависимости от встроенных в нее методов и инструментов.

## Системные требования

**DecernsMCDA DE** - это настольное приложение, разработанное в соответствии с Java спецификациями и требует предустановленной Java Runtime Environment (JRE) v.1.6.; JRE бесплатна и может быть загружена с сайта <http://www.java.com>.

**DecernsMCDA DE** была протестирована на Windows и Linux платформах на следующем аппаратном обеспечении: Processor P4 2.8 GHz, 1 GB RAM, видеокарта с последними версиями драйверов.

## Лицензия (MCDA DE)

Для своих клиентов мы предлагаем следующие три категории лицензий:

1. **Individual** – этот тип лицензии предназначен для индивидуальных исследователей, которые хотят использовать **DecernsMCDA DE** для решения собственных задач. Лицензия закрепляется за именем клиента и не может быть передана другим лицам.
2. **Academic** – этот тип лицензии предназначен для образовательных учреждений (университеты, школы). Лицензия закрепляется за организацией и может быть использована на ограниченном количестве компьютеров/ноутбуков (зависит от того, сколько лицензий было куплено).
3. **Commercial** – этот тип лицензии предназначен для компаний и организаций, применяющих МКАР для решения научных/практических задач. Лицензия закрепляется за организацией и может быть использована на ограниченном количестве компьютеров/ноутбуков (зависит от того, сколько лицензий было куплено).

**Незарегистрированная версия содержит ряд ограничений** (по количеству используемых критериев/альтернатив, а также по доступным методам).

## Релизы

- v1.0 (build 20140324) – первая версия настольного приложения **DecernsMCDA DE**.
- ранние (альфа, бета) версии, которые использовались для отладки и тестирования.

## Контакты

Релизы системы, детали о покупке и поддержке, а также другие новости доступны на сайте: [www.deesoft.ru](http://www.deesoft.ru)

Свои вопросы, пожелания и комментарии отсылайте на [yatsalo@gmail.com](mailto:yatsalo@gmail.com) , [s.gritsyuk@gmail.com](mailto:s.gritsyuk@gmail.com), или [llcdeesoft@gmail.com](mailto:llcdeesoft@gmail.com),

## Управление проектами (*DecernsMCDA DE*)

### Главное меню

Главное меню включает следующие элементы:

- **Файл (File)** – включает опции по управлению файлами/проектами:
  - **Новый проект (New project)** – *создание* нового проекта; если некоторый проект уже был открыт и содержит (еще) несохраненные данные, появится диалог *Сохранить проект*
  - **Открыть проект (Open project)** – открыть имеющийся/сохраненный ранее проект; проект должен иметь расширение \*.dcm
  - **Сохранить проект (Save project)**– сохранить изменения в выбранном проекте с тем же именем; если это первое сохранение проекта – появится диалог *Сохранить Как (Save As)* (указать имя нового/созданного проекта)
  - **Сохранить проект как (Save project as)** – сохранить измененный проект с новым именем;
  - **Выход (Exit)** – выход из приложения;
- **Примеры (Samples)** – в данный раздел включены созданные (группой разработчиков) проекты, на примере которых продемонстрировано применение включенных в систему методов и средств МКАР. Если раздел пустой (проекты не созданы или удалены), данное меню отсутствует;
- **Помощь (Help)** – раздел с описанием и информацией о составляющих *DecernsMCDA* приложениях (моделях и средствах)

### Панель инструментов

Главная панель инструментов *DecernsMCDA* обеспечивает интерфейс пользователя для работы со всеми приложениями системы.

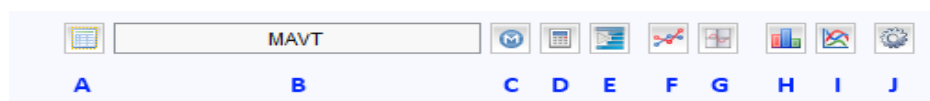


Рис.1 *DecernsMCDA*: Панель инструментов

- A - Кнопка переключения от Древа Критериев (ДК; Value Tree) к Таблице Характеристик (ТХ; Performance Table) и обратно;
- B - Окно с указанием (имени) выбранной/текущей модели/метода МКАР;
- C - Кнопка выбора/задания модели МКАР (сценария);
- D - Кнопка активации расчета по заданному сценарию и представления формы с результатами;
- E - Кнопка вызова алгоритма расчета отношения “доминирования/недоминирования” для множества заданных альтернатив;
- F - Кнопка вызова графика Значения Критериев (Value Path) для заданных альтернатив;
- G - Кнопка вызова графика Разброса Значений Критериев;
- H - Кнопка вызова приложения *Анализа Чувствительности* результатов к изменению *весовых коэффициентов*;
- I - Кнопка вызова приложения *Анализа Чувствительности* результатов к изменению частных функций ценности/полезности;
- J - Кнопка вызова формы для изменения ряда параметров, используемых в алгоритмах оценки и представления результатов.

### Управление сценариями

*DecernsMCDA* поддерживает работу со *сценариями в следующем виде*. Каждый сценарий имеет собственное имя, описание и МКАР модель (со всеми значениями заданных величин и параметров), используемую для вычислений. При создании нового проекта по умолчанию выбирается MAVT-метод; однако, в любой момент пользователь может выбрать другой метод, используя окно выбора методов, рис.2,3.

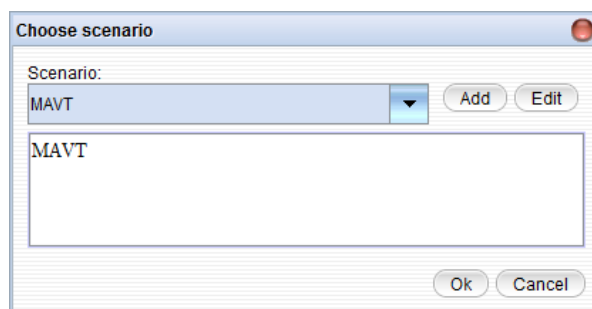


Рис.2 *DecernsMCDA*: Заданный сценария и выбор сценария (модели МКАР)

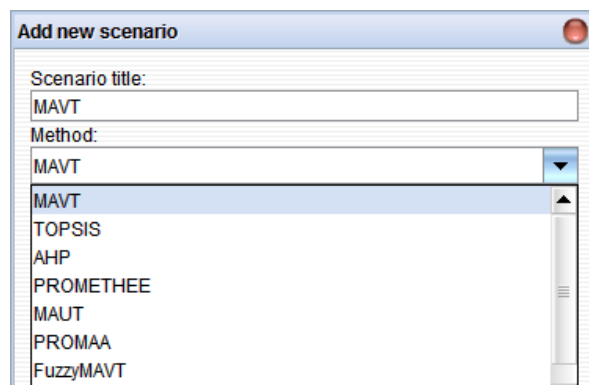


Рис.3 *DecernsMCDA*: Выбор сценария (модели МКАР)

Данная версия *DecernsMCDA* включает следующие методы МКАР:

- MAVT
- TOPSIS
- AHP
- PROMETHEE I, II
- MAUT
- Fuzzy MAVT
- ProMAA
- FMAA
- FlowSort

(см. раздел [Модели МКАР](#)).

## Настройки

Диалог настройки, рис.4, позволяет задать/изменить используемые в системе параметры моделей и формат представления данных, в том числе:

- уровень значимости (significance level) – используется для вычисления доверительных интервалов значений случайных величин, используемых в методах ProMAA и MAUT;
- точность (ассигасу) – число десятичных знаков после точки в выходных формах представления данных/результатов;
- число альфа-срезов (alpha-cuts) – используется при реализации операций с нечеткими числами;
- количество ‘лучших’ альтернатив (best alternatives #) - число ‘лучших’ альтернатив (согласно ранжированию с использованием выбранного метода МКАР), представляемых в выходных формах.



**Settings**

Settings

Significance Level: 0.025

$P(\text{Confidence interval}) = 1 - 2 * S...$  0.95

Accuracy : 3

Pattern: 0.000

Number of alpha-cuts : 10

Best alternatives # : 10

Ok Cancel

Рис.4 *DecernsMCDA*: Окно задания параметров моделей и выходных форм.

# Многокритериальный Анализ Решений (МКАР)

## Основные понятия

Целью МКАР в широком смысле является содействие ЛПР (Лицу, Принимающему Решение) в изучении и понимании рассматриваемой проблемы, включая вопросы структурирования многокритериальной задачи; последовательная реализация процедур МКАР способствует конкретизации целей, ценностей и предпочтений ЛПР, экспертов и других заинтересованных лиц или сторон.

Методы (*модели*, если рассматривать предлагаемые методы и алгоритмы как моделирование анализа решений субъектом/субъектами в рамках процесса принятия решений) МКАР представляют собой систематизированную процедуру анализа множества альтернатив с использованием нескольких критериев с целью преодоления ограничений неструктурированного индивидуального или группового принятия решений. МКАР направлен на процесс ППР, целью которого является:

- интеграция объективных показателей с субъективными оценками;
- управление процессами, активно использующими субъективные суждения и объективные показатели, в т.ч.
- управление транспарентностью всех основных шагов и этапов решения многокритериальных задач.

Следующие категории проблем, решаемых с использованием методов МКАР, являются наиболее востребованными:

- поиск *наиболее предпочтительной* альтернативы из множества рассматриваемых (*choice problem*);
- *ранжирование (ranking)* альтернатив (от *наиболее предпочтительной* до *наименее предпочтительной* с учетом всех оценок и предпочтений);
- *классификация/сортировка* альтернатив по классам/категориям (*sorting methods*; например, неприемлемые, возможно приемлемые, определенно приемлемые и т.п.);
- *отбор альтернатив (screening)* - процесс отсеивания (отбраковки) альтернатив из множества заданных или возможных; т.е., формирование суженного/меньшего множества альтернатив, которое содержит “допустимые” или “лучшие” альтернативы.

В рамках МКАР можно выделить следующие основные дихотомии :

- *многоатрибутивный анализ решений* (Multi-Attribute Decision Making, MADM - проводится многокритериальный анализ *нескольких заданных явным образом* альтернатив) против *многоцелевого анализа решений* (Multi-Objective Decision Making, MODM - (потенциально) бесконечное или очень большое множество *неявно заданных* альтернатив исследуется с использованием нескольких критериев);
- анализ решений в условиях *определенности* против анализа решений в условиях *неопределенности*;
- *индивидуальный* против *группового* анализа решений.

В рамках ***DecernsMCDA*** рассматриваются задачи класса MADM по ранжированию, выбору и сортировке альтернатив в условиях как определенности, так и неопределенности. Задачи скрининга альтернатив в ***DecernsMCDA*** могут решаться с использованием средств анализа доминирования альтернатив, графиков значения критериев (*value path*), а также с применением входящих в систему методов ранжирования (частичного ранжирования) с целью выбора группы альтернатив для последующего более детального анализа.

Система поддержки группового анализа решений (GDSS) не входит в ***DecernsMCDA DE***.

***DecernsMCDA*** включает все шаги в рамках процесса поддержки принятия решений при проработке задач многокритериального анализа альтернатив.

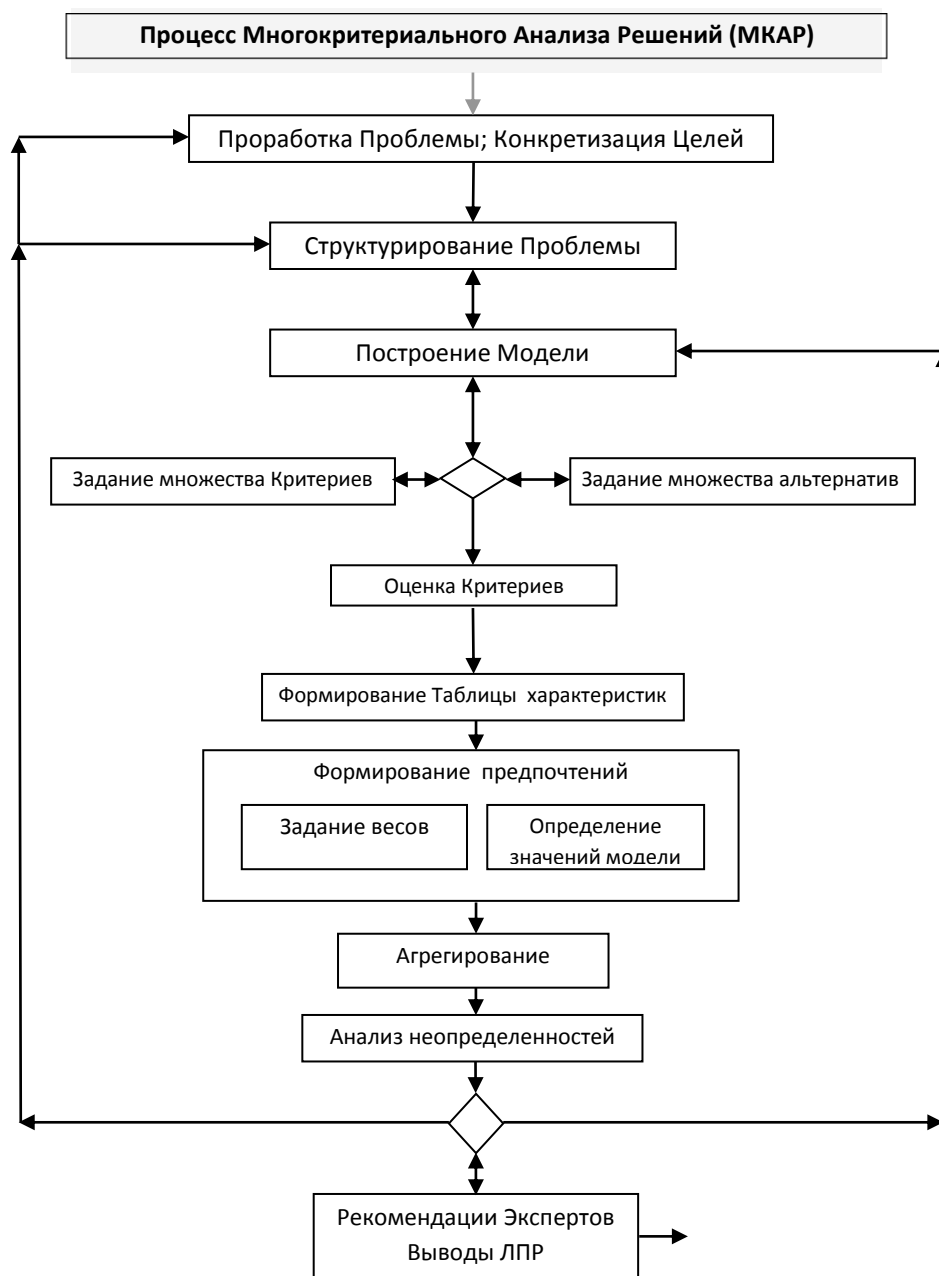


Рис.5 Агрегированная диаграмма процесса многокритериального анализа решений (МКАР/MADM)

## Структурирование задачи и Построение модели

### Дерево критериев

Дерево Критериев (ДК; Value Tree, VT) является одной из базовых компонент структурирования и построения модели многокритериальной задачи. В рамках *Decerns* эксперты могут строить многоуровневые ДК любой сложности с учетом иерархии целей/критериев и множества рассматриваемых альтернатив. При создании нового проекта появляется только корневой критерий/цель, из которого, в ходе работы над задачей, создаются дочерние критерии и генерируются или указываются заранее заданные альтернативы.

В рамках ДК каждый критерий (образ критерия в ДК) разделяется на две части. В левой части указаны свойства критерия (активируются двойным кликом); в правой части:

- для листового критерия - модель перехода от значений критерия в безразмерную шкалу (scoring) в зависимости от выбранного метода МКАР,

- для не листового критерия (цели) – выбранный метод взвешивания (weighting) дочерних критериев и (двойной клик) значения весов в соответствии с выбранным методом.

Правый клик активирует всплывающее меню для выполнения следующих операций:

- удалить критерий,
- добавить дочерний критерий,
- выбор scoring/weighting метода, а также
- ввод, просмотр/редактирование характеристик и значений.

Правый клик вне объектов ДК активирует выпадающее меню с опциями

- задания альтернатив, а также
- (автоматического) упорядочения дерева.

При этом, левый клик с удерживанием позволяет менять геометрию ДК – передвигать объект дерева (критерий, альтернативу) или все ДК.

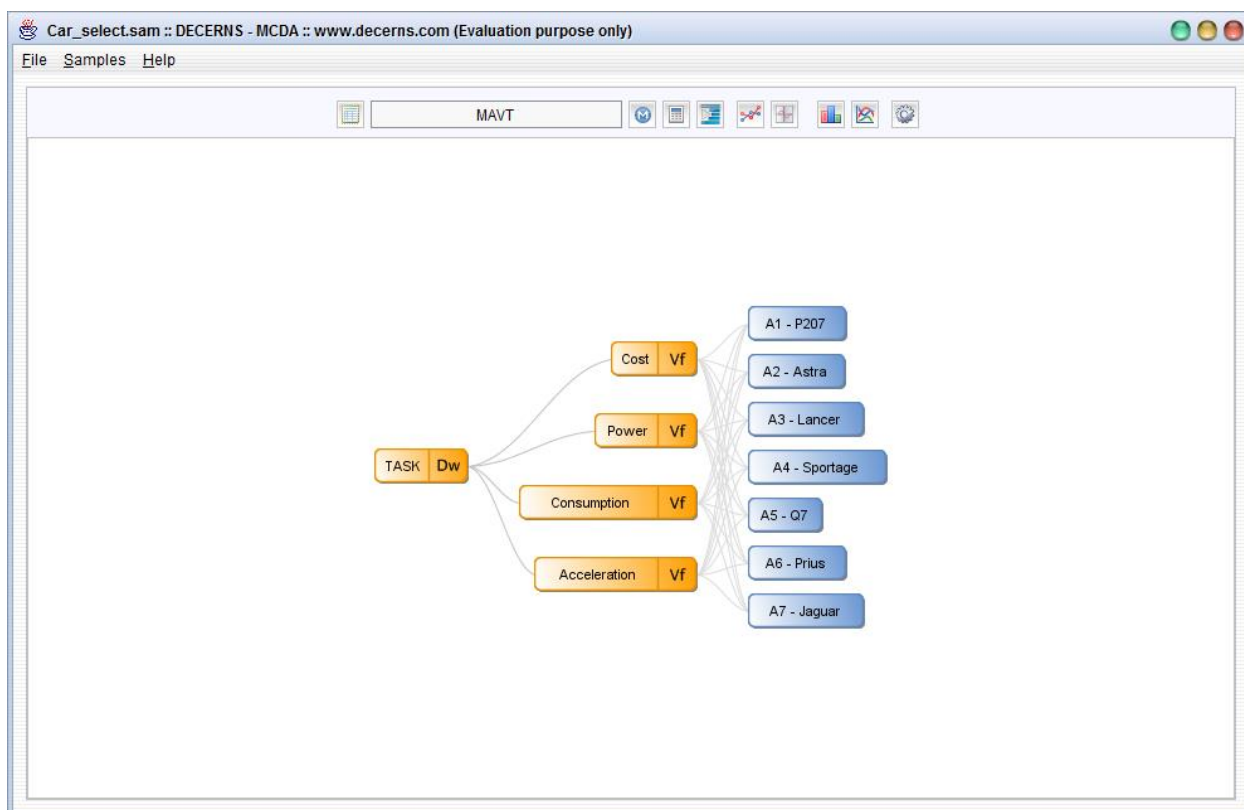


Рис.6 DecernsMCDA: Дерево Критериев (ДК)

### Таблица характеристик

Таблица Характеристик (ТХ; Performance Table, РТ; часто употребляется и другой термин – матрица решений, decision matrix) отображает значения критериев по всем альтернативам; в ней, как правило, указываются также весовые коэффициенты критериев в выбранной модели МКАР. Переход к ТХ находится в иконке левой части меню *DecernsMCDA* и совмещен с переходом обратно к ДК (указывается также всплывающей подсказкой).

В ТХ, разработанной для *DecernsMCDA*, указаны также дополнительные характеристики используемых величин (полное название критерия, дополнительные описания, размерности величин, свойства используемых шкал и функций, и др.). Как и ДК, ТХ позволяет добавлять и удалять (листовые) критерии и альтернативы, а также редактировать их значения. Все эти операции сопряжены с соответствующими процедурами в ДК и наоборот.

### Структура

ТХ состоит из двух частей:

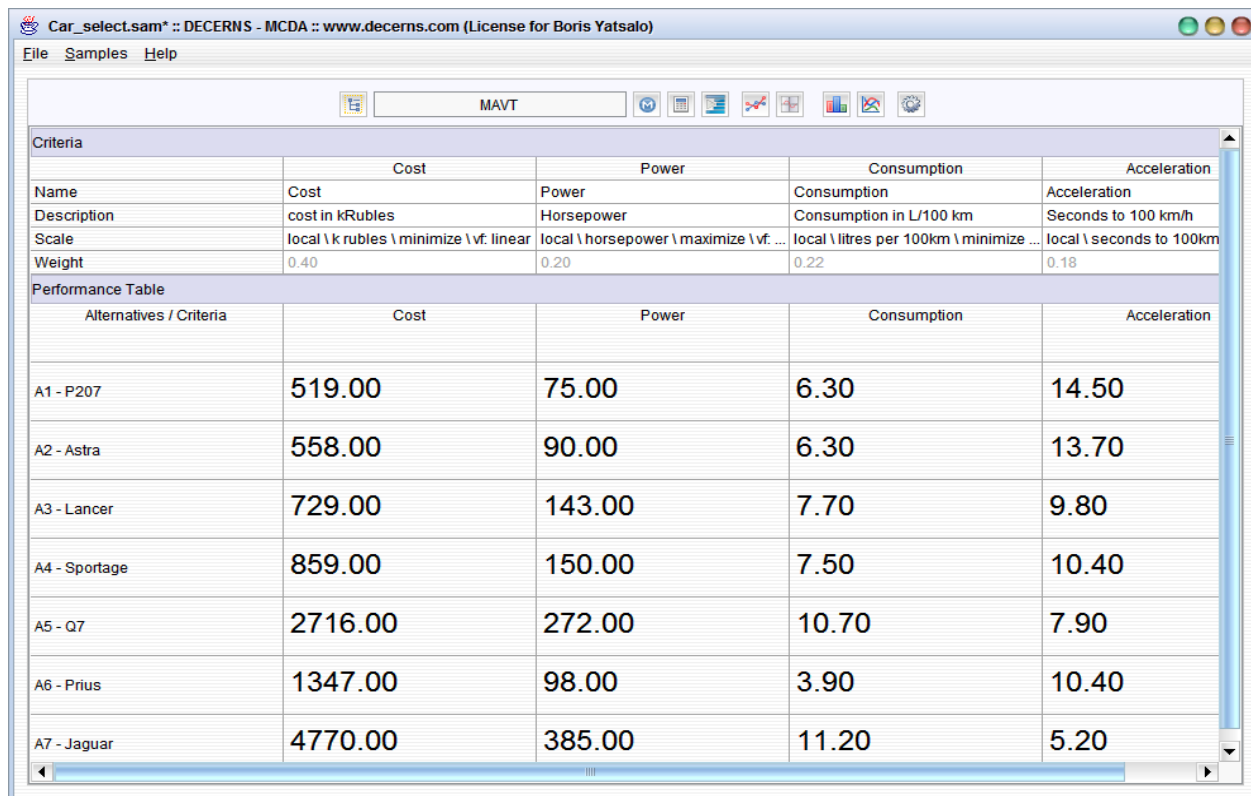
- в верхней части ТХ представлена информация о листовых критериях;
- в нижней части указаны/вводятся значения критериев по всем альтернативам.

Часть ТХ может быть скрыта/вызвана с помощью левого клика на заголовке соответствующей части таблицы.

## Выбор

В ТХ поддерживаются 3 типа возможного выбора:

- выбор столбца осуществляется левым кликом мышки в верхней клетке данного столбца;
- выбор строки осуществляется левым кликом мышки в первой клетке строки;
- выбор клетки ТХ реализуется левым кликом в области клетки.



The screenshot shows the 'Car\_select.sam' window of the DECERNS - MCDA software. The window title is 'Car\_select.sam\* :: DECERNS - MCDA :: www.decerns.com (License for Boris Yatsalo)'. The menu bar includes 'File', 'Samples', and 'Help'. Below the menu is a toolbar with various icons. The main area contains a table with the following structure:

Criteria				
	Cost	Power	Consumption	Acceleration
Name	Cost	Power	Consumption	Acceleration
Description	cost in kRubles	Horsepower	Consumption in L/100 km	Seconds to 100 km/h
Scale	local \ k rubles \ minimize \ vf: linear	local \ horsepower \ maximize \ vf: ...	local \ litres per 100km \ minimize ...	local \ seconds to 100km
Weight	0.40	0.20	0.22	0.18

Performance Table				
Alternatives / Criteria	Cost	Power	Consumption	Acceleration
A1 - P207	519.00	75.00	6.30	14.50
A2 - Astra	558.00	90.00	6.30	13.70
A3 - Lancer	729.00	143.00	7.70	9.80
A4 - Sportage	859.00	150.00	7.50	10.40
A5 - Q7	2716.00	272.00	10.70	7.90
A6 - Prius	1347.00	98.00	3.90	10.40
A7 - Jaguar	4770.00	385.00	11.20	5.20

Рис.7 DecernsMCDA: Таблица Характеристики (ТХ)

## Описание критериев

В столбцах ТХ представлена информация о (листовых) критериях, в т.ч.:

- имя критерия;
- описание критерия (физический смысл, размерность и др.);
- шкала критерия: локальный или глобальный интервал изменения значений критерия; а также направление оптимизации критерия – максимизация значений для 'позитивного' критерия, минимизация значений для 'негативного' критерия;
- весовой коэффициент относительной важности критерия.

Имя критерия и его описание могут быть изменены: левый клик мышки в выбранной ячейке таблицы с последующим редактированием названия или характеристик (для выхода – нажать или выбрать любую другую ячейку ТХ). Двойной клик в ячейке *Шкала* для выбранного критерия вызывает форму *Свойства Шкалы*, которую можно редактировать.

В ячейке *Вес* критерия указан весовой коэффициент для выбранной модели в следующих возможных формах: числовое значение (напр., 0.25), случайная/распределенная величина значения коэффициента (Rand Weight), нечеткое число (Fuzzy Weight), или not set – *вес не задан*. Двойной клик в ячейке с Random или Fuzzy весом вызывает форму соответствующего значения весового коэффициентам. Форма *Свойства Критерия* может быть вызвана также правым кликом мышки в верхней части ТХ.

## Нижняя часть ТХ и шкала альтернатив

В данной части представлено множество альтернатив – название (в левой части), а также, в клетках/ячейках ТХ, значения альтернатив для соответствующего критерия: альтернатива – строка матрицы/ТХ со значениями альтернативы для заданных критериев, столбец – значения критерия для заданных альтернатив.

Структура ячейки ТХ со значением критерия  $C_j$  для альтернативы  $A_i$  может иметь следующий формат:

- действительное число (при этом правая часть ячейки, см. ниже, отсутствует);
- в случае использования нечеткого или случайного/распределенного значения критерия, в правой части ячейки появляется информация с указанием типа нечеткого/случайного числа:
  - при использовании нечеткого (Fuzzy) значения критерия (для какой-то альтернативы) указывается тип заданного нечеткого числа: треугольное, трапециевидное, кусочно-линейное, или синглтон;
  - для случайного числа указывается тип распределения: равномерное, нормальное, логнормальное, дельта; мат.ожидание (напр.,  $E:0.9$ ), стандартное отклонение ( $s:0.19$ ), левая и правая границы изменения значения случайной величины ( $L:1.2$ ;  $R:4.5$ ); для нормального и логнормального распределений указывается или уровень значимости  $\alpha$ , по которому определяется  $(1-2\alpha)$ -доверительный интервал с соответствующим определением границ интервала  $L,R$ , или обрезание (truncation) интервала изменения  $(L,R)$  случайной величины с последующей нормировкой плотности распределения.

Альтернатива (критерий) могут быть добавлены в ТХ с использованием правого клика мышки в заголовке/клетке строки (столбца) альтернатив и выбора опции “Добавить альтернативу” (“Добавить критерий”) в выпадающем контекстном меню. Аналогичным образом альтернатива или критерий могут быть удалены.

Вызов диалога *Свойства альтернативы* (*Свойства критерия*) осуществляется через выделения строки (столбца) с последующим правым кликом мышки и выбора опции *Свойства*.

## Результаты

Кликнув кнопку *Вычислить* (Calculate), мы вызываем выходную форму представления результатов работы выбранной модели МКАР. Пример выходной формы ранжирования альтернатив с использованием методов MAVT, MAUT и АНР показан на Рис.8. Формы представление результатов для других моделей МКАР указаны в разделе “Методы”.

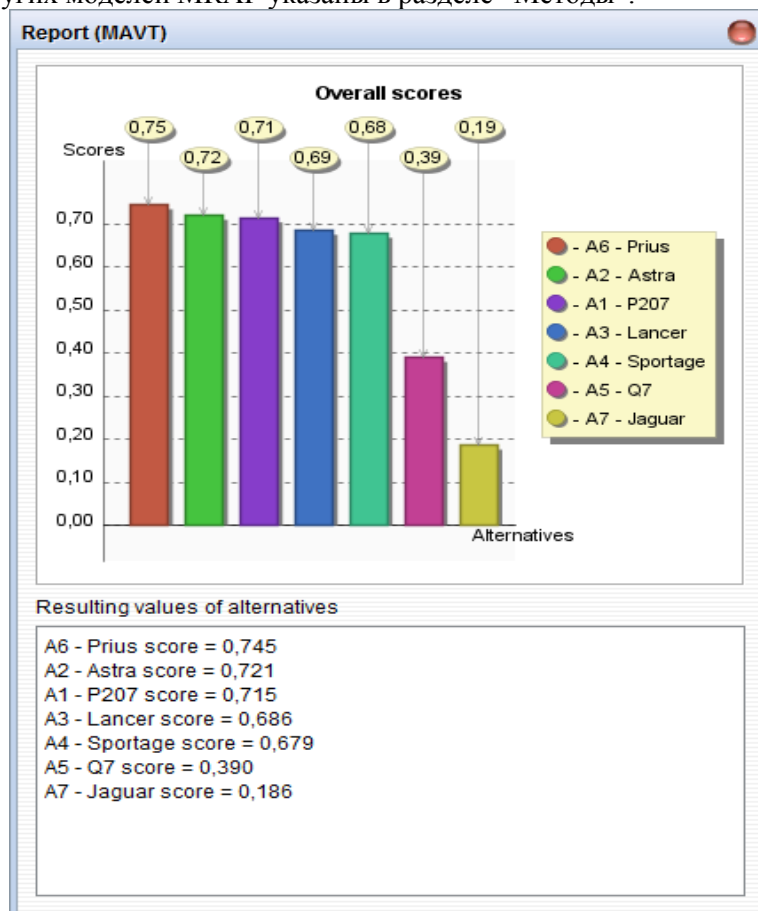


Рис.8 *DecernsMCDA*: Представление результатов ранжирования альтернатив с использованием выбранного метода

## Весовые коэффициенты критериев

В рамках *DecernsMCDA* пользователям предлагается выбор нескольких методов задания весовых коэффициентов в зависимости от используемого метода МКАР, Рис.9.0, с использованием правого клика в правой части цели/родительского критерия.

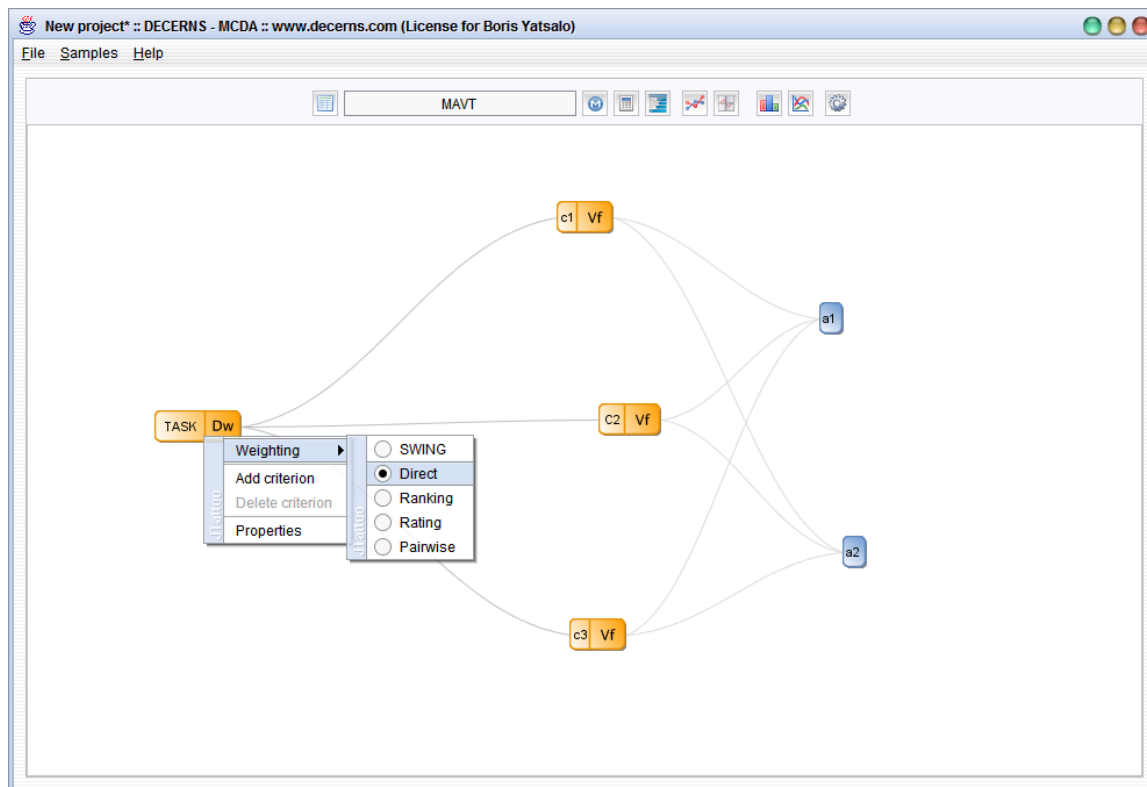


Рис.9.0 *DecernsMCDA*: Выбор метода задания весовых коэффициентов (прямое взвешивание, Direct weighting)

## Прямой метод задания весов

В рамках данного метода пользователю предлагается инструмент, Рис.9, ввести значения весовых коэффициентов с использованием слайдера во второй колонке, или непосредственно ввести значения в 3-ей. При нажатии кнопки “нормализовать”, как и при выходе по “ОК”, введенные веса будут автоматически нормализованы (сумма весов станет равной 1).

Criterion	Weight	
Cost	0,40	0,40
Power	0,20	0,20
Consumption	0,30	0,30
Acceleration	0,10	0,10

Рис.9 *DecernsMCDA*: Задание весовых коэффициентов критериев прямым методом (Прямое взвешивание, Direct weighting)

## Ранжирование

В предлагаемом инструменте задаются ранги критериев (порядок важности); последовательным нажатием левой мышки во второй колонке от наиболее “важного” критерия (ранг 1), затем 2-ого критерия и т.д. В правой колонке приводятся значения нормализованных весов.

Ranking - TASK

Rank attributes in order of importance (Rank 1 = most important)

Criterion	Rank	Weight
Cost	1	0,40
Power	3	0,20
Consumption	2	0,30
Acceleration	4	0,10

Ok Cancel

Рис.10 *DecernsMCDA*: Задание весовых коэффициентов методом ранжирования (Ranking weighting)

### Рейтинг

Для реализации рейтинг-метода (Rating method) необходимо задать рейтинги всех критериев: выбранному экспертами “наиболее важному” критерию присваивается рейтинг 100, другим критериям присваиваются значения рейтингов в долях от “наиболее важного”. Значения нормализованных весовых коэффициентов вычисляются автоматически.

Rating - TASK

1. Assign 100 points to the most important attribute (Rank 1)  
2. Give points (<100) to reflect the importance of the attribute relative to the most important attribute  
3. Note: Weights are calculated using linear weighting scale

Criterion	Points	Weight
Cost	100	0,41
Power	50	0,20
Consumption	75	0,31
Acceleration	20	0,08

Ok Cancel

Рис.11 *DecernsMCDA*: Задание весовых коэффициентов рейтинг-методом (Rating method)

### Попарное сравнение

Метод попарного сравнения для задания весовых коэффициентов реализован с использованием механизмов модели АНР и основан на создании матрицы попарных сравнений критериев; сравнение проводится в шкале отношений Саати – от 1 до 9.

Для реализации метода: выбирается клетка матрицы, автоматически слева появляются название сравниваемой пары критериев и слайдер для задания значения отношения в шкале:

- 9 – Крайне высокое превосходство (критерия, указанного выше) (Extremely preference)
- 7 – Достаточно сильное превосходство (Very strong preference)
- 5 – Сильное превосходство (Strong preference)
- 3 – Умеренное превосходство (Moderate preference)
- 1 – Равные по предпочтению (Equal)

(свойство матрицы попарных сравнений:  $a_{ij}=1/a_{ji}$  ).

Процедура нахождения весовых коэффициентов на основе данного метода базируется на основе соответствующей процедуры модели АНР [АНР, Saaty]: сформированная матрица попарных сравнений обрабатывается – находится собственный вектор матрицы для максимального собственного значения и нормализуется на единицу (каждый элемент вектора делится на сумму всех его значений); полученный нормализованный вектор ( $w_1, \dots, w_m$ ) представляет собой веса критериев  $C_1, \dots, C_m$  соответственно.



**Pairwise comparison - TASK**

**Scores**

Consumption

1. Choose table cell  
2. Use Slider to set relative rate

	Cost	Power	Consumption	Acceleration
Cost	1	5	2	7
Power	1/5	1	1/3	5
Consumption	1/2	3	1	6
Acceleration	1/7	1/5	1/6	1

Consistency index = 0,059

Ok Cancel

Рис.12 DecernsMCDA: Задание весов методом попарного сравнения (Pairwise comparison method)

### Swing (метод “раскачивания”)

Метод раскачивания (swing; ниже будем использовать этот термин) основан на учете размахов - диапазонов изменения значения критериев и учета относительной важности имеющихся (в рамках решения конкретной многокритериальной задачи) диапазонов изменения при оценке соответствующих коэффициентов шкалирования (scaling factors), которые выступают, в рамках ряда моделей МКАР, в качестве *коэффициентов относительной важности критериев* (для упрощения – просто весов) (Belton V, Stewart T., 2002).

Реализация метода swing включает несколько шагов.

На *первом шаге*, учитывая значимость изменения значений критерия (в рамках конкретной решаемой задачи) от *наихудшего до наилучшего значения*, проводится ранжирование критериев по их относительной важности (выбирается наиболее “важный” критерий, потом наиболее “важный” из оставшихся и т.д.). Для реализации данного шага в модуле “swing-взвешивания” предлагается возможность перетаскивания и упорядочения критериев от наиболее до наименее значимого. Наиболее значимому критерию присваивается коэффициент 1. На *втором шаге*, с использованием соответствующего инструмента модуля задания swing-весов, предлагается задавать коэффициент шкалирования следующего по важности критерия, учитывая диапазон изменения его значений, в долях от 1 как значимость данного изменения в долях от соответствующего изменения значений “наиболее важного критерия”, см. Рис.13. Далее указанная процедура повторяется для следующих по важности критериев.

На Рис.13 указаны весовые коэффициенты, полученные swing-методом, а также их нормализованные значения.

**Scores - TASK**

1. Ranking criteria by the way of dragging the first column of each row  
2. Give points (<1) to reflect the increase in overall value resulting from an increase from a score 0 to a score 1 on the selected criterion as a percentage of the increase in overall value resulting in an increase from a score of 0 to 1 on the most highly ranked criterion  
3. Note

Rank	Criterion	Scale	Swing Weights		Normalized
1	Cost	(519.0;4770.0); min	1,00	1,00	0,40
2	Consumption	(3.9;11.2); min	0,80	0,80	0,32
3	Power	(75.0;385.0); max	0,50	0,50	0,20
4	Acceleration	(5.2;14.5); min	0,20	0,20	0,08

Accept changes Ok Cancel

Рис.13 DecernsMCDA: Задание весовых коэффициентов (scaling factors) swing-методом (swing method)

### Функция ценности

Функция ценности  $V_j(x)$  переводит значение критерия  $C_j$  в отрезок  $[0,1]$  в соответствии с приписываемой (экспертом/экспертами) ценности  $x \in [C_{j,min}, C_{j,max}]$  при изменении значения критерия  $x$  от  $C_{j,min}$  до  $C_{j,max}$ ; в литературе описаны несколько подходов к построению функций ценности (Belton V, Stewart T., 2002; Keeney RL, Raiffa H., 1976).

В рамках *DecernsMCDA* функции ценности применяются в следующих моделях МКАР: MAVT, MAUT, ProMAA и FMAA.

Необходимо отметить, что в модели *MAUT* соответствующая функция называется функцией полезности  $U_j(x)$ , методы создания которой могут учитывать отношение к риску и, в общем случае,  $U_j(x)$  и  $V_j(x)$  могут несколько отличаться (ввиду отличия моделей анализа ценностей/полезностей) (Keeney RL, Raiffa H., 1976; Figueira J, Greco S, Ehrgott, M (Eds), 2005). Значимость такого отличия может быть исследована в рамках анализа чувствительности к изменению функции ценности/полезности, реализованного в *DecernsMCDA* для указанных моделей МКАР, использующих функции ценностей.

В *DecernsMCDA* пользователи могут выбирать/создавать следующие типы функций ценности для позитивных (чем больше, тем лучше) и негативных (чем меньше, тем лучше) критериев, Рис.14:

- линейная
- экспоненциальная, и
- кусочно-линейная

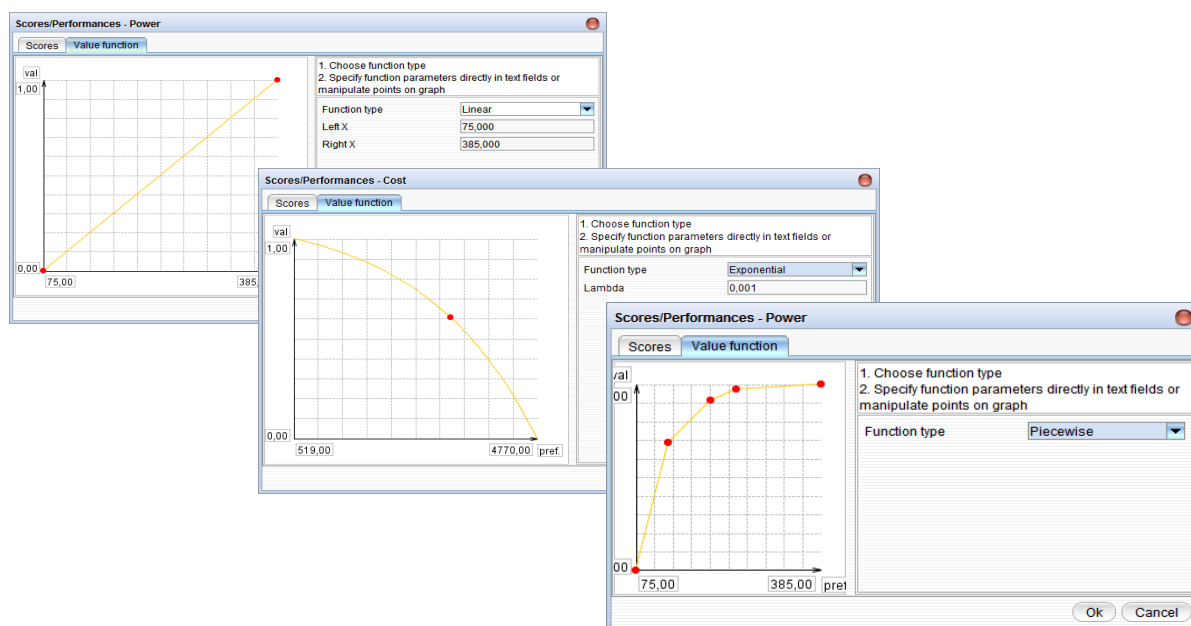


Рис.14. *DecernsMCDA*: Типы функций ценности: линейная, экспоненциальная и кусочно-линейная

### Функция предпочтения

Функция предпочтения (preference function) используется, в рамках *DecernsMCDA*, в модели PROMETHEE and FlowSort (см. раздел Модели МКАР) (Brans JP, Vincke P., 1985; Figueira J, Greco S, Ehrgott, M (Eds), 2005); данная ф-я переводит различие (разность) между значениями двух критериев в отрезок  $[0,1]$ .

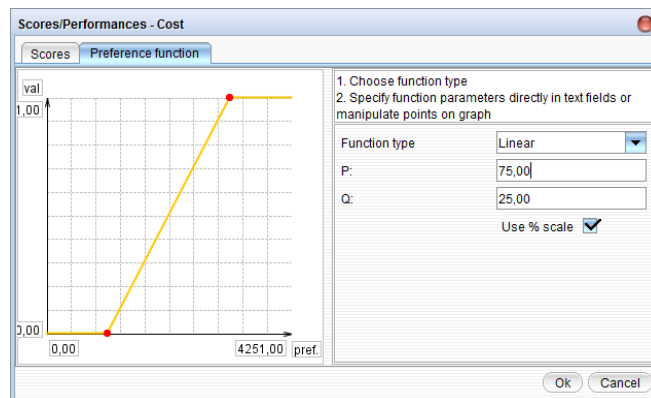


Рис.15 *DecernsMCDA*: Пример функции предпочтения

Следующие типы ф-ий предпочтения реализованы в *DecernsMCDA* (см. Рис.19):

- обычная
- U-образная
- V-образная
- уровневая
- линейная.

### Случайные величины

В реализованных в *DecernsMCDA* моделях МКАР, МАУТ и ProMAA, могут быть использованы случайные (распределенные) величины. В МАУТ используются распределения значений критериев, в ProMAA – как распределения значений критериев, так распределения весовых коэффициентов. В *DecernsMCDA* применяются специализированные средства задания распределения случайных величин (критериев или весов). Пользователь может задать следующие распределения вероятностей для соответствующих случайных величин:

- дельта-распределение:  $\delta(x-a)$  (точечное значение величины  $x \equiv a$ );
- равномерное распределение  $U(a,b)$ : задается левая,  $a$ , и правая,  $b$ , границы изменения случайной величины;
- нормальное распределение  $N(a,s^2)$ ,  $a$  – мат. ожидание случайной величины,  $s$  – стандартное отклонение; пользователь может задавать также интервал изменения “обрезанной” (truncated) распределенной величины  $[x_{min}, x_{max}]$ , рис.16;
- логнормальное распределение  $logN$  (задаются мат.ожидание  $a$  и стандартное отклонение  $s$  - логнормально (!) распределенной случайной величины); может задаваться также левая и правая границы изменения “обрезанной” (truncated) распределенной величины.

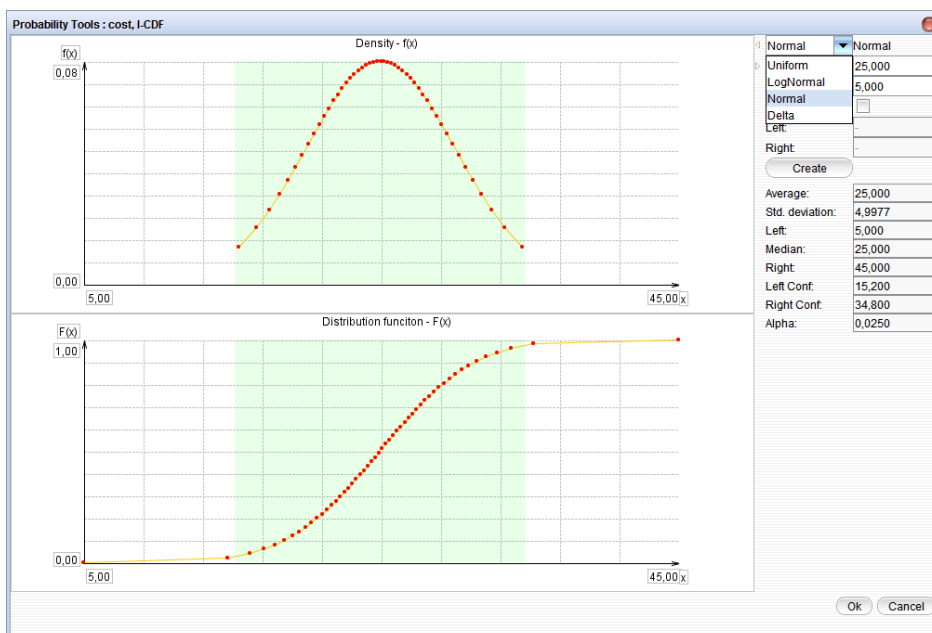


Рис.16 *DecernsMCDA*: Задание распределения вероятностей

## Нечеткие числа

В моделях МКАР, FMAVT/=Fuzzy MAVT и FMAA/=Fuzzy MAA, реализованных в *DecernsMCDA*, используются нечеткие числа в процессе усвоения неопределенностей (нечетких) значений критериев и/или весовых коэффициентов (см. раздел *Модели МКАР*).

Используя средства *DecernsMCDA*, пользователь может задавать нечеткие значения величин с использованием следующих типов нечетких чисел (с непрерывной функцией принадлежности):

- сингльтон (singleton) – обычное четкое (crisp) число;
- треугольное (triangular) нечеткое число;
- трапецевидное (trapezoidal) нечеткое число, Рис.17;
- кусочно-линейное (piecewise) нечеткое число (функция принадлежности которого имеет вид кусочно-линейной непрерывной функции), форму которой и число звеньев задает пользователь.

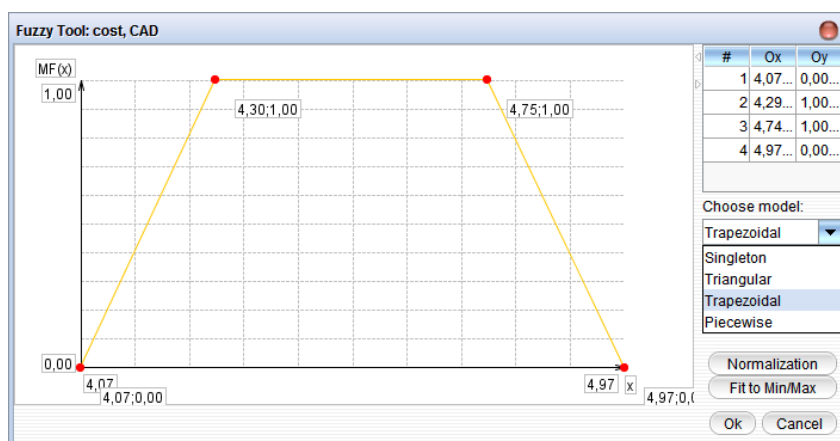


Рис.17 *DecernsMCDA*: Задание нечетких чисел

## Модели МКАР

В данном разделе кратко представлены описания моделей/методов МКАР, реализованных в *DecernsMCDA*. Детальное описание приведенных моделей можно найти в приведенных ссылках.

### MAVT (MultiAttribute Value Theory)

Модель MAVT основана на использовании функций ценности (value functions)  $V_j(x)$  для каждого критерия  $j$  критерия и обобщенной функции ценности  $V(a)$ . MAVT представлен в деталях в работах ([Keeney and Raiffa, 1976](#); [von Winterfeldt and Edwards, 1986](#); [Belton and Stewart, 2002](#); [Figueira, Greco and Ehrgott, 2005](#)). MAVT предназначен для решения задач МКАР в условиях *определенности*.

В рамках MAVT проводится оценка интегральной ценности  $V(a)$  альтернативы  $a=(a_1, \dots, a_m)$ , с использованием разработанных пользователем/экспертами частных функций ценности  $V_j(x)$  и весовых коэффициентов критериев  $w_j, j=1, \dots, m$ :

$$V(a) = F(w; V_1(a_1), \dots, V_m(a_m)). \quad (1)$$

Целью процесса МКАР с использованием модели (точнее, одной из целей) является выбор альтернативы  $a$  с максимальной интегральной ценностью  $V(a)$ .

В *DecernsMCDA* реализована *аддитивная модель* (2),(3), наиболее часто используемая при решении практических задач с использованием концепции MAVT:

$$V(a) = w_1 V_1(a_1) + \dots + w_m V_m(a_m), \quad (2)$$

$$w_j > 0, \sum w_j = 1, \quad (3)$$

В рамках модели MAVT (2,3) весовые коэффициенты критериев,  $w_j$ , представляют собой коэффициенты шкалирования (scaling factors) и для их задания рекомендуется использование метода [swing](#).

Необходимо отметить также, что для обоснованного применения модели (2) при решении конкретной задачи МКАР необходимо проверить выполнение требований независимости критериев по предпочтению (*preferential independence*) ([Keeney and Raiffa, 1976](#); [von Winterfeldt and Edwards, 1986](#)). Концептуально, MAVT базируется на допущении, что ЛПР в процессе анализа решений привержен концепции рациональности, предпочитая, в частности, большую ценность меньшей (в рамках выбранной модели оценки ценности альтернатив), Рис.18.

Поскольку низкие значения альтернативы по одним критериям могут быть компенсированы высокими значениями по другим, то MAVT принадлежит к т.н. *компенсаторным* методам МКАР.

Методы задания частных функций ценности и весовых коэффициентов (коэффициентов масштабирования) обсуждаются в разделах в соответствующих разделах выше.

Другие функции  $F(\cdot)$  (методы реализации MAVT), используемые для оценки интегральной ценности альтернативы  $V(a)$ , прежде всего мультипликативные или полилинейные, обсуждаются, например, в ([Keeney and Raiffa, 1976](#); [von Winterfeldt and Edwards, 1986](#); [Belton and Stewart, 2002](#)).

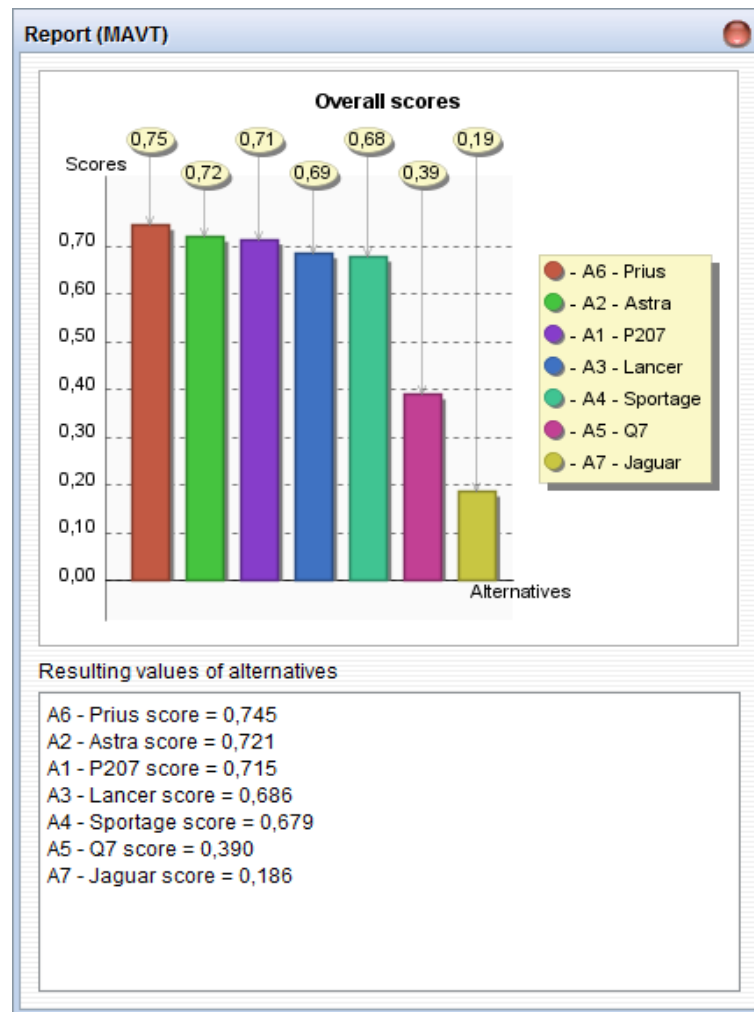


Рис.18 *DecernsMCDA*: Результаты оценки альтернатив с использованием MAVT.

### MAUT (MultiAttribute Utility Theory)

Модель MAUT может рассматриваться как расширение MAVT с возможностью учета неопределенностей значений критериев (Keeney and Raiffa, 1976; von Winterfeldt and Edwards, 1986). Учет такого рода неопределенностей (риска) базируется на задании распределения вероятностей значений критерия для рассматриваемых альтернатив.

В рамках MAUT анализ (ранжирование) альтернатив проводится на базе оценки интегральной полезности  $U(a)$ :

$$U(a) = F(U_1(a_1), \dots, U_m(a_m)); \quad (4)$$

здесь альтернатива  $a$  представлена вектором оценок по критериям:  $a = (a_1, \dots, a_m)$ , где  $a_j$  – оценка данной альтернативы по критерию  $C_j$ ,  $j=1, \dots, m$ ;  $U_j(a_j)$  – частная ф-я полезности альтернативы по критерию  $j$  в шкале полезности:  $0 \leq U_j(x) \leq 1$ .

Для практических целей чаще всего используется аддитивная модель MAUT (реализованная в *DecernsMCDA*):

$$U(a) = w_1 U_1(a_1) + \dots + w_m U_m(a_m), \quad (5)$$

$$w_i > 0, \sum w_i = 1, \quad (6)$$

здесь весовые коэффициенты критериев,  $w_j$ , как и в MAVT, также представляют собой коэффициенты шкалирования.

Для корректного использования МАУТ при решении конкретной задачи необходимо проверить требования о независимости по предпочтению, независимости по полезности и аддитивной независимости (preferential independence, utility independence, and additive independence) (Keeney and Raiffa, 1976; von Winterfeldt and Edwards, 1986).

Неопределенность значения критерия,  $a_j$ , представляется случайной величиной  $X_j = X_j(a)$  с плотностью распределения  $\varphi_j(x)$ ,  $j=1, \dots, m$ . Таким образом, интегральная ценность альтернативы,  $U(a)$ , представляется случайной величиной

$$U(a) = w_1 U_1(X_1) + \dots + w_m U_m(X_m), \quad (7)$$

Ранжирование альтернатив в МАУТ основано на сравнении ожидаемой полезности (мат. ожидания интегральной полезности): альтернатива  $a$  превосходит альтернативу  $b$ , тогда и только тогда, когда

$$E(U(a)) > E(U(b)) \quad (8)$$

где  $E(X)$  – мат. ожидание случайной величины  $X$ .

Согласно (5),

$$E(U(a)) = w_1 E(U_1(X_1)) + \dots + w_m E(U_m(X_m)). \quad (9)$$

Как и для МАУТ, находят применения также мультипликативная и полилинейные формы модели МАУТ (Keeney and Raiffa, 1976; von Winterfeldt and Edwards, 1986).

### АНР (Analytic Hierarchy Process)

Модель АНР (Saaty, 1980) основана на реализации трех базовых принципов:

- *декомпозиция*: реализации АНР-иерархии задачи (с использованием дерева критериев);
- *парное сравнение* альтернатив для каждого критерия (нижнего уровня) и парное сравнение критериев; оценки сравнений проводятся в специализированной шкале отношений;
- *синтез приоритетов*: вычисление весовых коэффициентов и значений ценности альтернатив по критериям на базе обработки матриц парного сравнения с последующим вычислением интегральной ценности альтернативы с использованием линейной аддитивной модели.

Математическая модель АНР представляет собой интеграцию модели (2),(3) с использованием особых методов вычисления весов критериев  $w_j$  и значений функций ценности  $V_{ij}$  для критериев  $j=1, \dots, m$ , и альтернатив  $i=1, \dots, n$ . Парное сравнение альтернатив для каждого критерия (всего  $m(n-1)/2$  сравнений), а также парное сравнение критериев между собой ( $m(m-1)/2$  сравнений) проводится в специальной шкале отношений: для заданного критерия альтернатива  $k$  предпочтительнее альтернативы  $j$  с уровнем предпочтения  $s - a_{kj}=s$ ,  $1 \leq s \leq 9$ ; соответственно,  $a_{jk}=1/s$ . В этой же шкале проводится и парное сравнение критериев. Полученные матрицы обрабатываются с целью получения собственного вектора для максимального собственного значения матрицы с последующей нормализацией (сумма элементов нормализованного вектора =1) и получением весов критериев  $w_j$  (из матрицы парного сравнения критериев) и ценностей альтернатив  $V_{ij}$  (из матрицы парного сравнения альтернатив для критерия  $j$ ) с дальнейшим использованием модели (2),(3) для оценки интегральной ценности альтернативы  $i$ . При практическом использовании АНР следует обращать внимание на отношение соответствия (consistency ratio), указывающий на уровень соответствия при заполнении матриц парного сравнения (Saaty, 1980; Belton and Stewart, 2002).

Из-за использования модели (2-3), АНР может рассматриваться как метод в рамках МАУТ модели. Однако, принимая во внимание специфику оценки весов критериев и ценности альтернатив, сторонники подчеркивают, что это отдельный метод МКАР, не основанный на методологии оценки ценностей (Belton and Stewart, 2002).

АНР метод является весьма популярным благодаря своей гибкости, отсутствию жестких требований и ограничений, а также наличию соответствующего программного обеспечения.

В то же время, за видимой простотой используемых в рамках АНР процедур, зачастую кроются (скрытые от неспециалистов) проблемы с используемой шкалой отношений при решении многих задач, обоснованность полученных весовых коэффициентов, проблема обращения рангов альтернатив (при добавлении новых или изъятии имеющихся альтернатив; rank reversal problem)



(Belton and Stewart, 2002), не говоря о значительном объеме работы экспертов при проведении попарных сравнений для большого количества критериев и альтернатив.

Авторы *DecernsMCDA* рекомендуют использование АНР (если привлекаемые эксперты считают приемлемым использование заданной шкалы отношений при решении конкретной задачи МКАР) совместно с другими методами, а также в случаях, когда использование других моделей МКАР представляется более сложным.

### PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluations)

PROMETHEE принадлежит к т.н. методам/моделям из класса превосходства (*outranking*; ORT, Outranking Relation Theory) (Brans and Vincke, 1985; Belton and Stewart, 2002; Figueira, Greco and Ehrgott, 2005).

Методы ORT основаны на попарном сравнении альтернатив по каждому из заданных критериев с последующей интеграцией полученных предпочтений в соответствии с алгоритмами метода. Среди моделей ORT наиболее востребованными для практического применения являются PROMETHEE, а также ряд моделей семейства ELECTRE (Brans and Vincke, 1985; Figueira, Greco and Ehrgott, 2005; Belton and Stewart, 2002).

PROMETHEE основан на использовании таблицы/матрицы характеристик  $\{z_j(a)\}$  (здесь  $z_j(a)$  – оценка альтернативы  $a$  по критерию  $j$ ) и функций предпочтения  $P_j(d)$ ,  $0 \leq P_j(d) \leq 1$ , с заданными уровнями безразличия ( $q_j$ ) и предпочтения ( $p_j$ ),  $j=1, \dots, m$ ;  $d = z_j(a) - z_j(b)$  – разность значений альтернатив  $a$  и  $b$  по критерию  $j$ .

На Рис.19 показаны основные типы функций предпочтения, используемых в PROMETHEE.

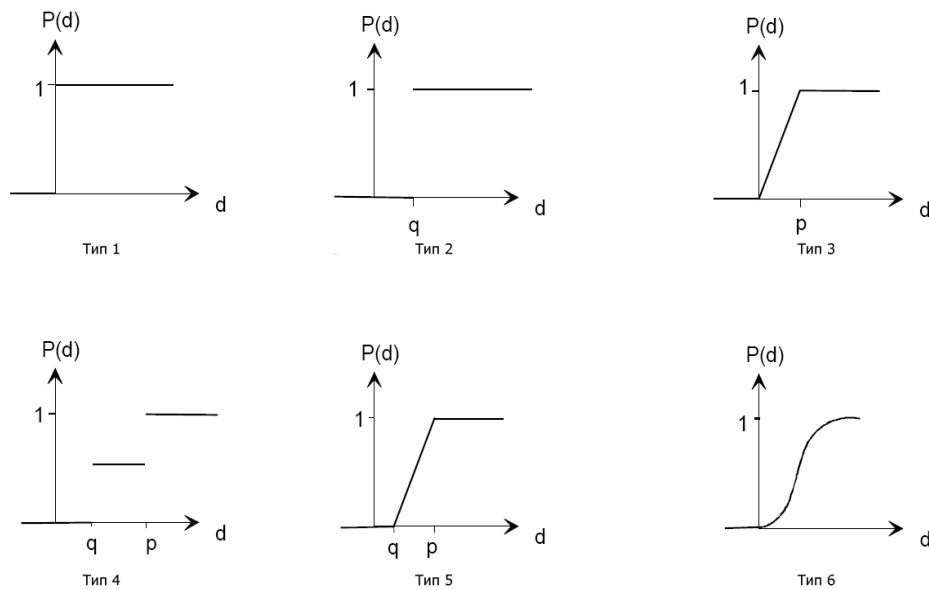


Рис.19 Типы функций предпочтения

В рамках метода проводится оценка интенсивности предпочтения альтернативы  $a$  над альтернативой  $b$  по критерию  $j$ ,  $P_j(a,b) = P_j(z_j(a) - z_j(b))$  (согласно методу, если  $P_j(a,b) > 0$ , тогда  $P_j(b,a) = 0$ ), а также индекс предпочтения,  $P(a,b)$ ,

$$P(a,b) = \sum w_j P_j(a,b), \quad (10)$$

(выше для простоты использовалось одно и то же обозначение  $P_j(\cdot)$  для разных функций  $P_j(a,b)$  и  $P_j(d)$ ); здесь весовые коэффициенты  $w_j$ ,  $j=1, \dots, m$ , отражают относительную важность критериев (voting weights) [Brans and Vincke, 1985; Figueira, Greco and Ehrgott, 2005; Belton and Stewart, 2002].

Индексы предпочтения используются для оценки позитивного потока превосходства (*positive outranking flow*)  $Q^+(a)$ :

$$Q^+(a) = \sum_b P(a,b)/(n-1), \quad (11)$$

и негативного потока превосходства (*negative outranking flow*)  $Q^-(a)$ :



$$Q^-(a) = \sum_b P(b,a) / (n-1), \quad (12)$$

(суммирование ведется по всем альтернативам  $b \neq a$ ,  $n$  – число исследуемых альтернатив).

Согласно методу PROMETHEE 1, альтернатива  $a$  предпочтительнее/не хуже альтернативы  $b$ , если  $Q^+(a) \geq Q^+(b)$  и  $Q^-(a) \leq Q^-(b)$ ;  $a$  и  $b$  индифферентны/равноценны, если  $Q^+(a) = Q^+(b)$  и  $Q^-(a) = Q^-(b)$ ;  $a$  и  $b$  являются несравнимыми альтернативами, если  $Q^+(a) > Q^+(b)$  и  $Q^-(b) < Q^-(a)$ , или  $Q^+(b) > Q^+(a)$  и  $Q^-(a) < Q^-(b)$ .

Таким образом, PROMETHEE 1, как и ряд других методов ORT, не гарантируют полного упорядочения альтернатив, поскольку некоторые альтернативы могут оказаться несравнимыми, см. Рис.20.

Метод PROMETHEE 2 основан на оценке “чистого потока” (*net flow*)  $Q(a)$  для альтернативы  $a$ :

$$Q(a) = Q^+(a) - Q^-(a); \quad (13)$$

PROMETHEE 2 может быть использован для полного упорядочения/ранжирования альтернатив: альтернатива  $a$  превосходит альтернативу  $b$ , если  $Q(a) > Q(b)$ .

PROMETHEE рассматривается специалистами и пользователями как привлекательный и транспарентный метод, для практического применения которого имеется ряд программных продуктов [Figueira, Greco and Ehrgott, 2005; Belton and Stewart, 2002]. В качестве “недостатков” данной модели часто отмечают “произвольность” выбора уровней безразличия и превосходства ( $q_j$  и  $p_j$ ) и необходимость дополнительного анализа чувствительности результатов к изменению данных уровней; кроме того, в отличие от моделей MAUT/MAVT, модели семейства PROMETHEE/ELECTRE основаны исключительно на эвристических подходах без соответствующей теоретической базы [Belton V, Stewart T 2002] (последнее замечание несколько не умаляет достоинств методов ORT при их практическом применении в рамках решения задач МКAP).

Технология вычисления потоков превосходства ( $Q$ ) также допускает компенсацию оценок по одним критериям значениями по другим. При этом, недооценка по одним критериям не компенсируется возможным *значительным предпочтением* по другим критериям ввиду использования функций предпочтения  $P_j(d)$ , Рис.19. В связи с этим модели класса ORT известны также как “*частично компенсаторные*” модели.

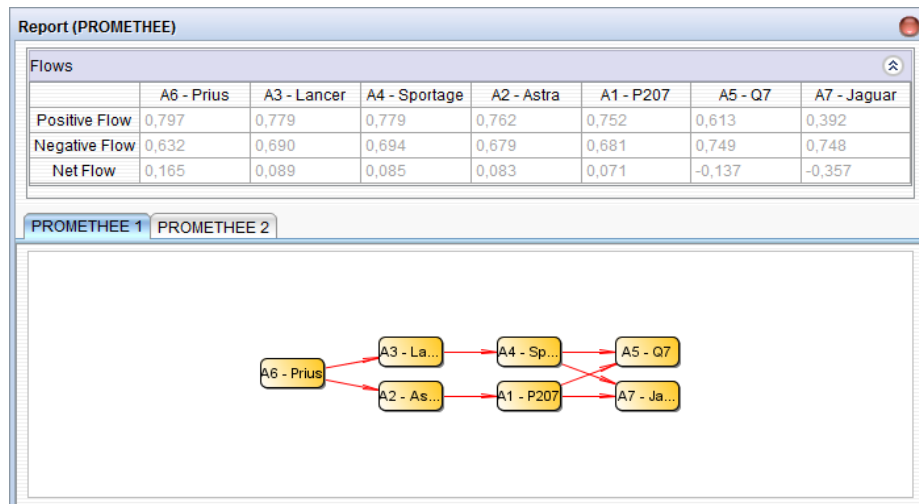


Рис.20. *DecernsMCDA*: Результаты сравнения альтернатив методом PROMETHEE I

### TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to the Ideal Solution)

В методе TOPSIS ранжирование альтернатив основано на учете расстояния каждой из альтернатив до идеальной и антиидеальной точек в многомерном пространстве критериев (Hwang and Yoon, 1981; Malczewski, 1999). Координаты идеальной,  $(x_{+j})$ , и антиидеальной,  $(x_{-j})$ , точек в пространстве критериев ( $\mathbf{R}^m$ ) строятся по таблице характеристик выбором для каждого критерия  $j$ ,  $j=1, \dots, m$ , соответственно наилучшего и наихудшего значения из множества рассматриваемых альтернатив.

В рамках TOPSIS расстояния до идеальной,  $s_{i+}$ , и антиидеальной,  $s_{i-}$ , точек вычисляются следующим образом:

$$s_{i+} = \left( \sum_j w_j^p (x_{ij} - x_{+j})^p \right)^{1/p} \quad (14)$$

$$s_{i-} = \left( \sum_j w_j^p (x_{ij} - x_{-j})^p \right)^{1/p} \quad (15)$$

здесь  $w_j$  – вес, назначенный  $j$ -ому критерию (точнее, отклонению значения критерия от заданной идеальной/антиидеальной точки),  $x_{ij}$  – стандартизованное значение  $i$ -ой альтернативы по критерию  $j$ ; в качестве параметра степени  $p$  выбирают, чаще всего, используют значение  $p=2$  (реализовано в *DecernsMCDA*).

Существует несколько подходов к стандартизации значений критериев:  $C_{ij} = C_j(a_i) \rightarrow x_{ij}$  ( $C_{ij}$  – оценка альтернативы  $a_i$  по критерию  $j$ ;  $x_{ij}$  – соответствующее стандартизованное значение). В *DecernsMCDA* реализован следующий метод стандартизации:

$$x_{ij} = C_{ij} / \left( \sum_{j=1}^m C_{ij}^2 \right)^{1/2}$$

Ранжирование альтернатив базируется на вычислении следующего (наиболее часто используемого) интегрального критерия (similarity index):

$$c_{i+} = s_{i-} / (s_{i+} + s_{i-}) \quad (16)$$

Чем выше значение интегрального критерия  $c_{i+}$ , тем выше ранг альтернативы  $i$ .

TOPSIS является простым и привлекательным методом МКАР, особенно эффективным в случаях, когда трудно верифицировать независимость критериев (что требуется в MAVT/MAUT); последнее особенно ценно при решении пространственных многокритериальных задач. Отметим также, что анализ чувствительности к изменению весовых коэффициентов при применении данного метода является весьма важным ввиду отсутствия четко обоснованных подходов к заданию весов относительной важности.

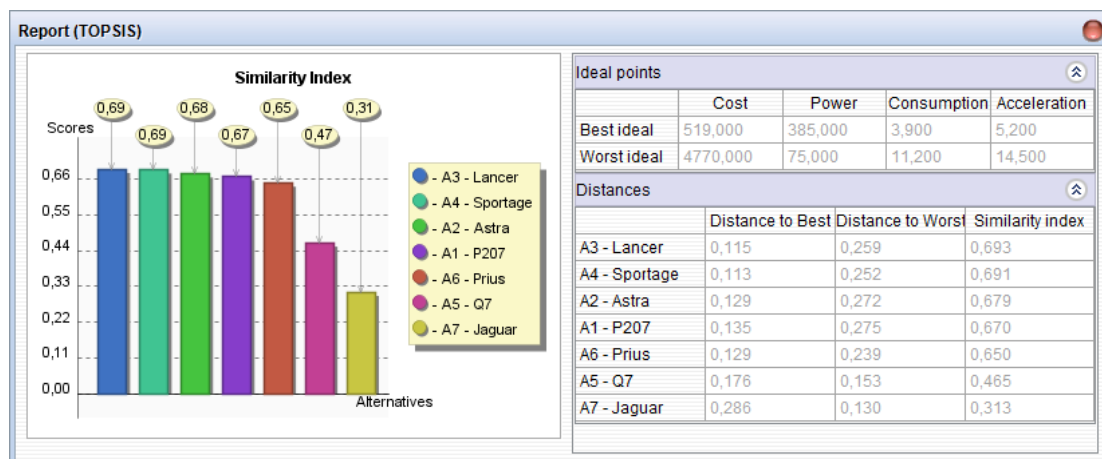


Рис.21 *DecernsMCDA*: Результаты сравнения альтернатив методом TOPSIS

## FuzzyMAVT/FMAVT

Данный метод предназначен для учета/усвоения неопределенностей при решении многокритериальных задач. FMAVT, реализованный в *DecernsMCDA*, основан на применении модели (2), в которой весовые коэффициенты  $w_j$ , а также значения критериев  $a_{ij}$ ,  $i=1, \dots, n$ ,  $j=1, \dots, m$ , могут задаваться нечеткими числами. При этом, частные функции ценности  $V_j(x)$  являются обычными/четкими функциями. Задание (нечетких) весовых коэффициентов в FMAVT основано на методе swing и представляет собой вариацию подхода, описанного в разделе ProMAA ниже, применительно к использованию нечетких чисел (вместо распределений вероятностей).

Ранжирование альтернатив основано на сравнении интегральных ценностей альтернатив, выраженных нечеткими числами  $V(a_i)$ , с использованием как визуального анализа, так и

заложенных методов ранжирования нечетких чисел (с использованием 4-ех методов дефазификации, а также 3-ех методов сравнения нечетких чисел) [Kahraman C (Ed). 2008 ].

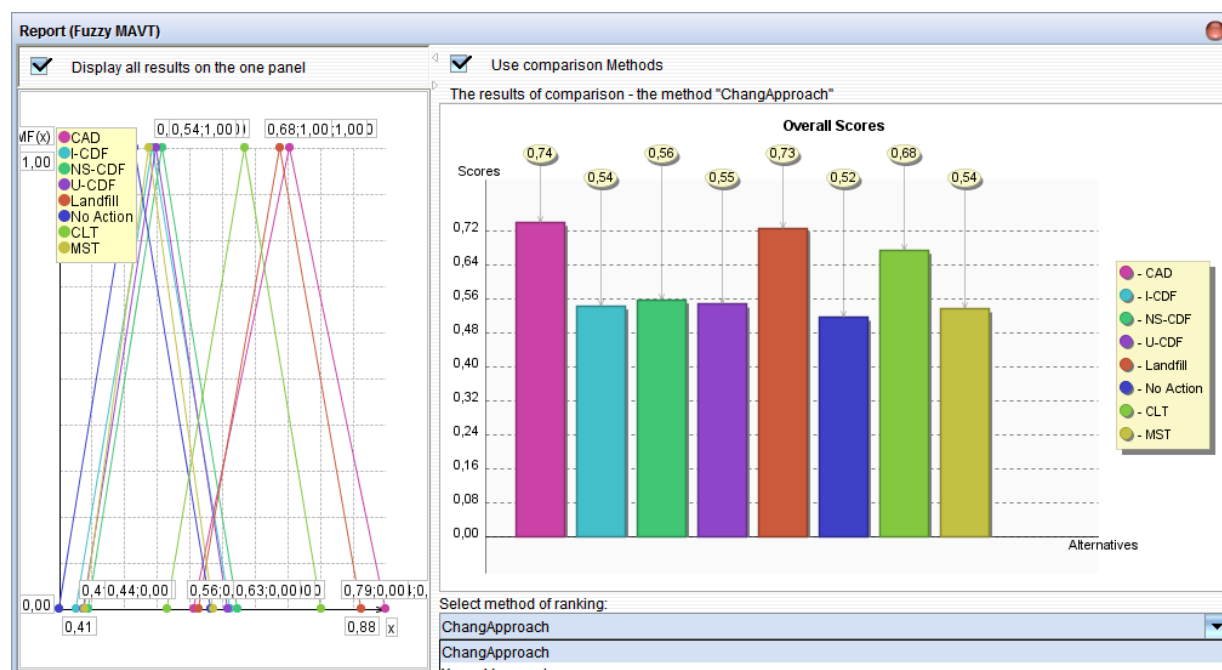


Рис.22 DecernsMCDA: Сравнение альтернатив методом FMAVT

### ProMAA (Probabilistic Multi-criteria Acceptability Analysis)

В модели ProMAA [Yatsalo, Gritsyuk, Mirzeabasov and Vasilevskaya, 2011] учитываются неопределенности объективных значений и субъективных суждений с использованием вероятностных методов. В ProMAA задаются распределения вероятностей для значений критериев по исследуемым альтернативам, а также распределения вероятностей весовых коэффициентов.

Основу метода ProMAA, реализованного в DecernsMCDA, составляют алгоритмы вычисления вероятностей событий ранга  $S_{ik}$ :

$$S_{ik} = \{ \text{Альтернатива } i \text{ имеет ранг } k; i, k = 1, \dots, n \}.$$

Для вероятностей  $P_{ik} = P\{S_{ik}\}$  используется термин “индексы приемлемости рангов” (“rank acceptability indices”). Для интеграции указанных вероятностей может быть использован интегральный индекс приемлемости  $R_i$  [Lahdelma, Hokkanen and Salminen, 1998; Tervonen and Figueira, 2008]:

$$R_i = \sum_{k=1}^n w_k^{ac} P_{ik}, \quad (17)$$

здесь  $w_k^{ac}$  - веса относительной важности рангов.

Таким образом, в рамках ProMAA, выбор лучшей альтернативы в множестве исследуемых альтернатив  $\{a_i, i=1, \dots, n\}$ , скрининг альтернатив (т.е., отсеивание “худших” альтернатив с целью дальнейшего анализа оставшихся), а также, в ряде случаев, ранжирование альтернатив, основаны на использовании матрицы индексов приемлемости  $\{P_{ik}\}$ ,  $i, k=1, \dots, n$ , а также интегральных индексов приемлемости  $R_i$ ,  $i=1, \dots, n$ ; в то же время, рекомендации по использованию (вторичного) ранжирования на основе (17) являются достаточно ограниченными.

В DecernsMCDA реализован метод ProMAA-U, основанный на использовании метода (5), в котором весовые коэффициенты могут также рассматриваться распределенными величинами, а события рангов  $S_{ik}$  и индексы приемлемости рангов  $P_{ik}$  определяются из определенных на основе модифицированного выражения (5) (с распределенными значениями частных функций ценности альтернатив и  $U_j(a_j)$  и распределенными весовыми коэффициентами  $w_j$ ; определяющими распределенное значение интегральной полезности  $U(a)$  альтернативы  $a$ ). В могут быть заданы следующие распределения вероятностей случайных величин (для значений критериев и весов):

дельта-функция, равномерное распределение, а также (обрезанные/truncated) нормальные и логнормальные распределения.

Реализация алгоритмов ProMAA базируется на численных методах реализации функций от нескольких случайных переменных и численном вычислении соответствующих интегралов (для приближенной оценки вероятностей  $P_{ik}=P\{S_{ik}\}$ ).

Реализация ProMAA основана на использовании оригинальной библиотеки компьютерных модулей (с использованием численных методов и без применения методов Монте-Карло) для оценки плотности и функции распределения случайной величины  $\xi = f(\xi_1, \dots, \xi_m)$  для широкого класса функций  $f(\dots)$  с целью численного вычисления соответствующих интегралов для приближенной оценки вероятностей  $P_{ik}=P\{S_{ik}\}$ .

Интерфейс ProMAA и реализованные функции позволяют:

- задать плотности распределения исходных критериев  $X_j(x)$ ,  $j=1, \dots, m$ , исследуемой многокритериальной задачи для рассматриваемого множества альтернатив  $A=\{a_i, i=1, \dots, n\}$ ;
- задать плотности распределения весовых коэффициентов  $w_j$ ,  $j=1, \dots, m$ , (см. ниже);
- вычислить распределения/функции принадлежности величин интегральной полезности  $\eta_i=U(a_i)$ ,  $i=1, \dots, n$  согласно используемой модели;
- вычислить *индексы приемлемости рангов*  $P_{ik}$  (вероятность того, что альтернатива  $a_i$ ,  $i=1, \dots, n$ , будет иметь ранг  $k$  ( $k=1$  – ‘лучшая’,  $k=n$  – ‘худшая’ альтернативы); кроме того,
- проводить графический и табличный анализ полученных оценок для последующего принятия соответствующих решений;
- проводить анализ чувствительности получаемых результатов к изменению формы используемых частных функций полезности  $U_j(x)$ ;
- редактировать значения критериев и весов (диапазоны изменения весов и их распределения) в рамках дополнительного анализа неопределенностей.

**Задание весов в ProMAA.** При задании числовых значений оценок и предпочтений экспертам, в большинстве случаев, легче указать диапазон изменения относительной важности весового коэффициента в сравнении с заданием его точного значения. Например, при реализации метода оценки весов критериев *swing/swing* утверждение “относительная важность/ценность изменения от худшего значения до лучшего для второго по важности критерия составляет 30-60% от соответствующего изменения (от худшего до лучшего значения) для наиболее важного критерия” является более вероятным, чем утверждение, что указанная величина равна в точности 45%. Указанные неопределенности весовых коэффициентов могут быть также естественным следствием группового анализа (как распределение оценок, данных различными членами группы).

Рекомендуемым методом задания весовых коэффициентов в ProMAA-U является метод свинг (swing/trade-off), адаптированный к ProMAA-U на случай задания распределенных весов:

- наиболее значимому критерию присваивается вес  $w_1=1$ , принимая во внимание значимость свинга (изменения в рамках границ), т.е., увеличение ценности каждого критерия при изменении его значения от худшего к лучшему (обозначим этот критерий как  $C_1$ );
- интервал изменения  $[w_2^{min}, w_2^{max}]$ ,  $0 \leq w_2^{min} \leq w_2^{max} \leq 1$  назначается весовому коэффициенту  $w_2$  (второму по важности критерию  $C_2$ ) на основе оценки относительной ценности изменения от худшего значения к лучшему для критерия  $C_2$  в сравнении с соответствующей ценностью изменения для наиболее важного критерия;
- предыдущий шаг повторяется для третьего по важности критерия и т.д.;
- распределения вероятностей как результат задания субъективных вероятностей (или как результат статистического анализа весов, заданных членами группы экспертов), задаются экспертами для всех весовых коэффициентов  $w_j$  в интервалах изменения  $[w_j^{min}, w_j^{max}]$ ,  $j=2, \dots, m$ .

В рамках классических методов MAVT/MAUT заданные веса нормируются согласно (8). Такой подход является обоснованным, включая возможность интерпретации важности весов в процентах, представление интегральной функции ценности и др. В ряде случаев

эксперты могут посчитать более естественным задание референц-критерия, чей вес определяется равным 1, а веса относительной важности остальных критериев определяются в долях от заданного веса (в обоих случаях размерность/степень свободы пространства весов равна  $m-1$ ). Очевидно также, что пропорциональное изменение всех весов  $w_j, j=1, \dots, m$ , ( $w_j \rightarrow dw_j$ , где  $d$  – действительное положительное число) не изменяет порядка ранжирования альтернатив в методах MAVT/MAUT, а также в ProMAA-U.

В текущей реализации метода ProMAA (а также FMAVT и FMAA/см. ниже) в рамках *DecernsMCDA* оригинальные весовые коэффициенты, полученные согласно указанному выше свинг-методу, нормализуются на сумму их средних значений; таким образом, сумма средних значений весовых коэффициентов после нормализации равна 1. Такой подход позволяет сравнивать ProMAA веса с весами, используемыми в других методах при реализации различных подходов к решению исследуемой многокритериальной задачи.

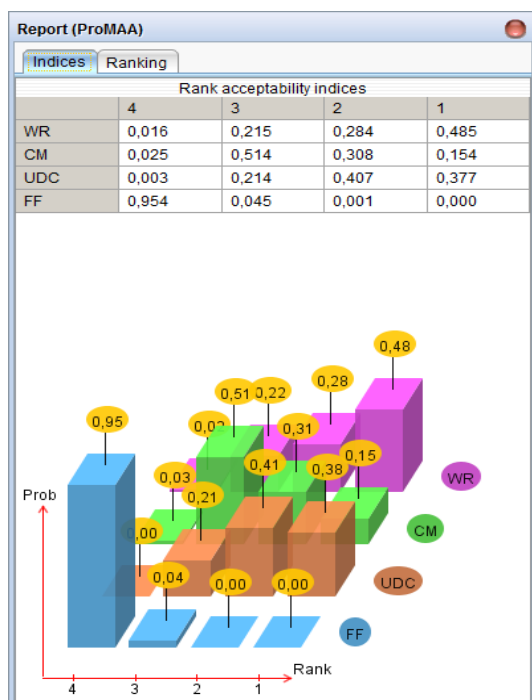


Рис.22 *DecernsMCDA*: Сравнение альтернатив методом ProMAA

### FMAA (Fuzzy MAA)

Модель FMAA представляет собой аналог ProMAA, в которой значения критериев и весовые коэффициенты описываются не случайными величинами, а нечеткими числами [Yatsalo, Gritsyuk, Mirzeabasov and Vasilevskaya, 2011]. Реализованная в *DecernsMCDA* версия FMAA (FMAA-V) основана на применении модели FMAVT на первом шаге, с последующим вычислением индексов приемлемости рангов  $\mu_{ik} = \mu(S_{ik})$  для нечетких событий ранга  $S_{ik}$ . (в FMAVT сравниваются нечеткие значения ценностей  $V(a_i), i=1, \dots, n$ . Таким образом,  $\mu_{ik}$  описывают степень доверия к тому, что альтернатива  $i$  имеет ранг  $k$ .

Задание весовых коэффициентов в FMAA основано на использовании свинг-подхода, адаптированного к применению нечетких чисел, и представляет собой фактически метод задания весов в ProMAA с заменой распределений случайных величин на нечеткие числа.

Интерфейс FMAA и реализованные на базе библиотеки программных модулей функции позволяют проводить анализ многокритериальных задач по аналогии с соответствующими процедурами в ProMAA.

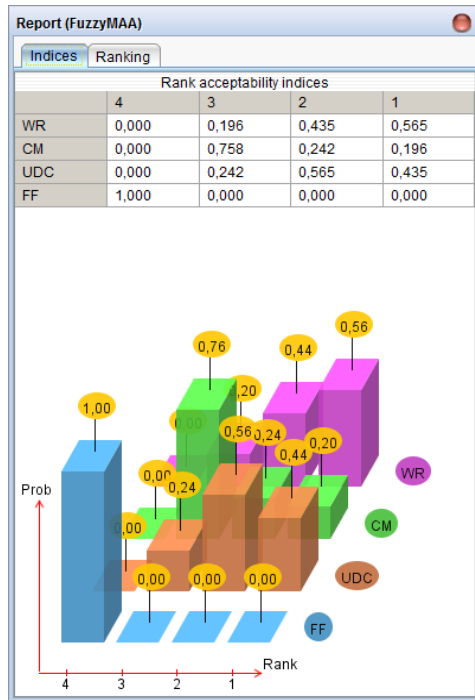


Рис.24 DecernsMCDA: Сравнение альтернатив методом FMAA

## FlowSort

FlowSort [Nemery and Lamboray, 2008] является методом МКАР для сортировки (sorting method) альтернатив по predetermined (заранее заданным) категориям, группам или классам.

На первом шаге необходимо задать упорядоченное множество категорий от лучшей к худшей (например: зоны низкого, среднего и высокого рисков). Для задания predetermined категорий необходимо указать их граничные профили (*limiting profiles*): каждая категория  $C_h$ ,  $h=1, \dots, K$ , определяется верхним  $r_h$  и нижним  $r_{h+1}$  граничными профилями из множества заданных профилей  $R=\{r_1, \dots, r_{K+1}\}$ .

Поскольку категории полностью упорядочены, каждый граничный профиль доминирует последующий:  $r_1 \succcurlyeq r_2 \succcurlyeq \dots \succcurlyeq r_{K+1}$ . Формально доминирование может быть конкретизировано следующим образом. Пусть в многокритериальной задаче сортировки рассматриваются  $m$  (позитивных) критериев  $f_l$ ,  $l=1, \dots, m$ . Тогда доминирование профилей означает, что

$$\forall h (=1, \dots, K), l (=1, \dots, q) : r_h \succ r_{h+1} \text{ iff } (f_l(r_h) \geq f_l(r_{h+1}) \& \exists l : f_l(r_h) > f_l(r_{h+1}))$$

Основная алгоритмическая идея (модель сортировки) FlowSort состоит в следующем: каждая (сортируемая) альтернатива  $a_i$  из множества исследуемых альтернатив  $A$  сравнивается исключительно с заданными граничными профилями с использованием алгоритмов ранжирования PROMETHEE.

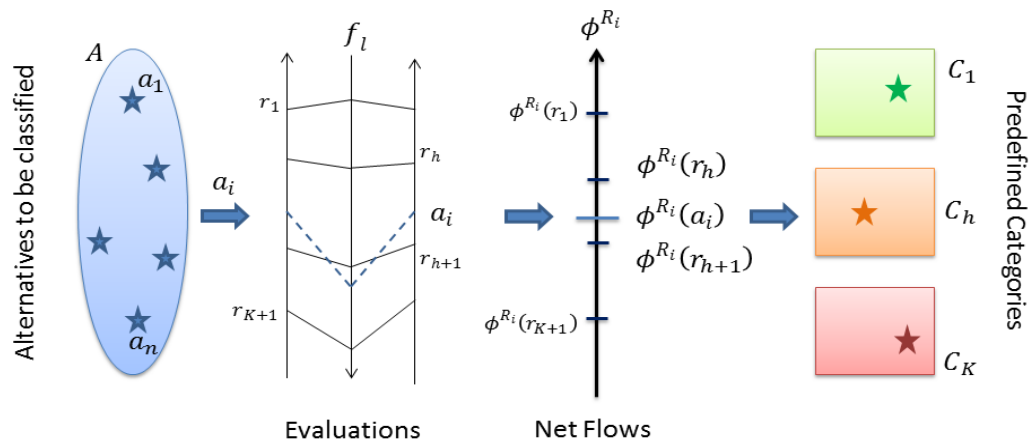


Рис.25 Общая схема реализации метода FlowSort

Алгоритм отнесения альтернативы  $a_i$  к одной из категорий  $r_h$  кратко описан ниже.

Пусть  $R_i = \{r_1, \dots, r_{K+1}\} \cup \{a_i\}$ . Альтернатива  $a_i$  сравнивается с каждым из граничных профилей, после чего проводится ранжирование.

1. Вычисляется (чистый) поток альтернативы  $a_i$  с граничными профилями:

$$Q_l(a_i) = \frac{1}{K+1} \sum_{j=1}^{K+1} [P_l(a_i, r_j) - P_l(r_j, a_i)],$$

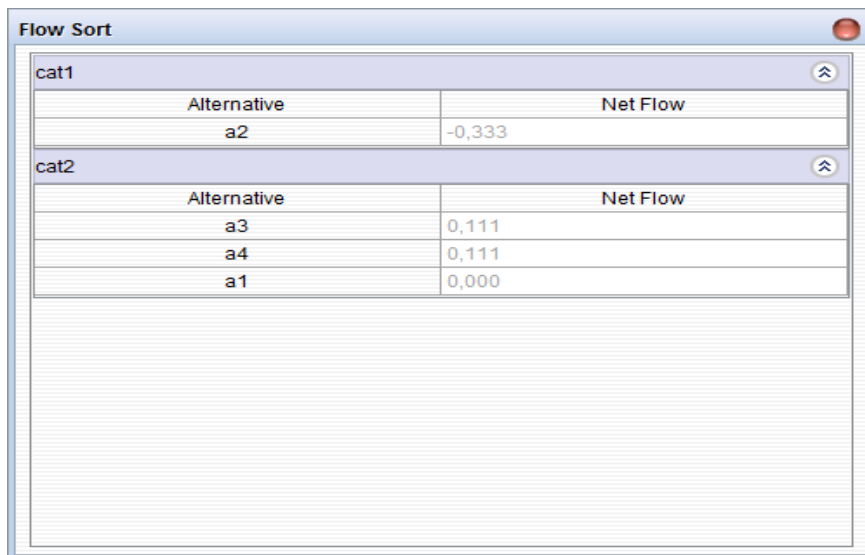
здесь  $P_l(a_i, r_j)$  – интенсивность предпочтения  $a_i$  над  $r_j$  по критерию  $f_l$  с использованием функций предпочтения (см. рис.19).

2. На следующем шаге вычисляется чистый поток (по аналогии с PROMETHEE-II) альтернативы  $a_i$  для множества  $R_i$  с использованием весовых коэффициентов  $w_l$ :

$$Q(a_i) = \sum_{l=1}^m w_l Q_l(a_i)$$

3. Отнесение альтернативы  $a_i$  к одной из категорий  $C_h$  основано на сопоставлении чистого потока  $Q(a_i)$  с потоками  $Q(r_h)$  и  $Q(r_{h+1})$ :

$$C(a_i) = C(h) \text{ if } Q(r_h) > Q(a_i) \geq Q(r_{h+1})$$



The screenshot shows a window titled "Flow Sort" with two tables. The first table, labeled "cat1", has two columns: "Alternative" and "Net Flow". It contains one row with "a2" and "-0,333". The second table, labeled "cat2", also has two columns: "Alternative" and "Net Flow". It contains three rows: "a3" with "0,111", "a4" with "0,111", and "a1" with "0,000".

cat1	
Alternative	Net Flow
a2	-0,333

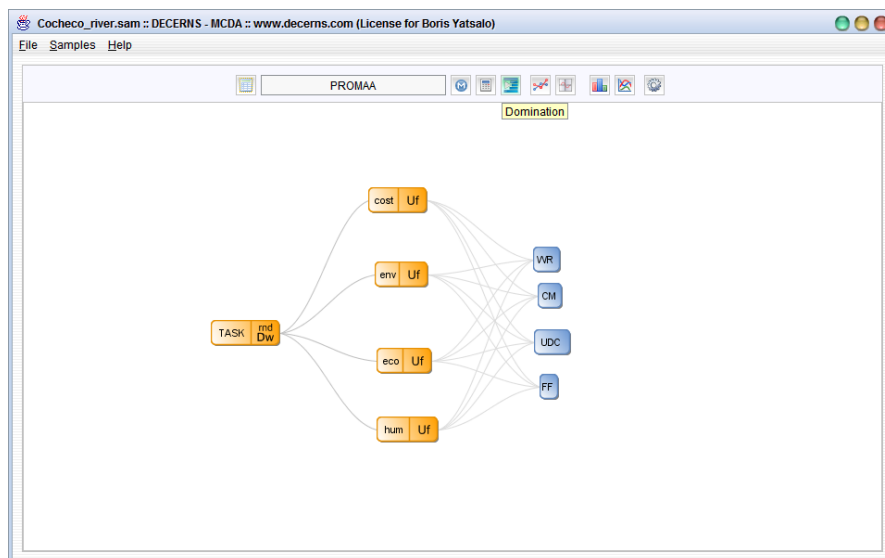
cat2	
Alternative	Net Flow
a3	0,111
a4	0,111
a1	0,000

Рис.26 *DecernsMCDA*: Результаты сортировки альтернатив методом FlowSort



## Инструменты (Tools)

Инструментарий для проведения анализа данных, доминирования, анализа чувствительности и настройки параметров находятся в верхней части интерфейса пользователя, см. рис. ниже.



## Доминирование (Domination)

Средство анализа доминирования альтернатив (Domination tool) является весьма полезным инструментом на начальном этапе анализа многокритериальной задачи. Если ставится задача выбора лучшей альтернативы, доминируемые альтернативы должны быть исключены из дальнейшего рассмотрения. Если речь идет о ранжировании альтернатив, скрининге или сортировке, доминируемые альтернативы могут быть оставлены для дальнейшего исследования.

	Name	Domination
1	CAD	non-dominated
2	I-CDF	non-dominated
3	NS-CDF	dominated by CAD
4	U-CDF	dominated by CAD
5	Landfill	non-dominated
6	No Action	non-dominated
7	CLT	non-dominated
8	MST	non-dominated

Рис.27 DecernsMCDA: Анализ доминирования альтернатив

## Графики рассеяния (Scatter plots)

Данный инструмент представляет собой графики значений для рассматриваемых альтернатив в плоскости  $(C_i, C_j)$  для заданных пользователей критериев  $C_i, C_j$ ,  $i, j=1, \dots, m$ . Данный инструмент может быть полезен для анализа значений критериев. В то же время, в многомерном случае ( $m > 2$ ) значение такого анализа для выбора/ранжирования альтернатив является весьма ограниченным.



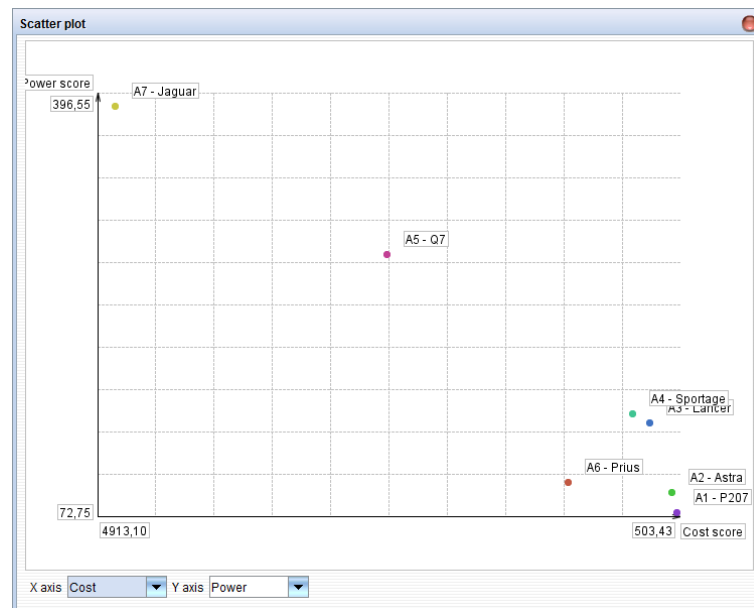


Рис.28 *DecernsMCDA*: График рассеяния значений критериев для рассматриваемых альтернатив

### График значений (Value path)

Данный график является достаточно полезным для представления (относительных) значений критериев для исследуемых альтернатив; для позитивных и негативных критериев сверху находятся лучшие значения, снизу – худшие.

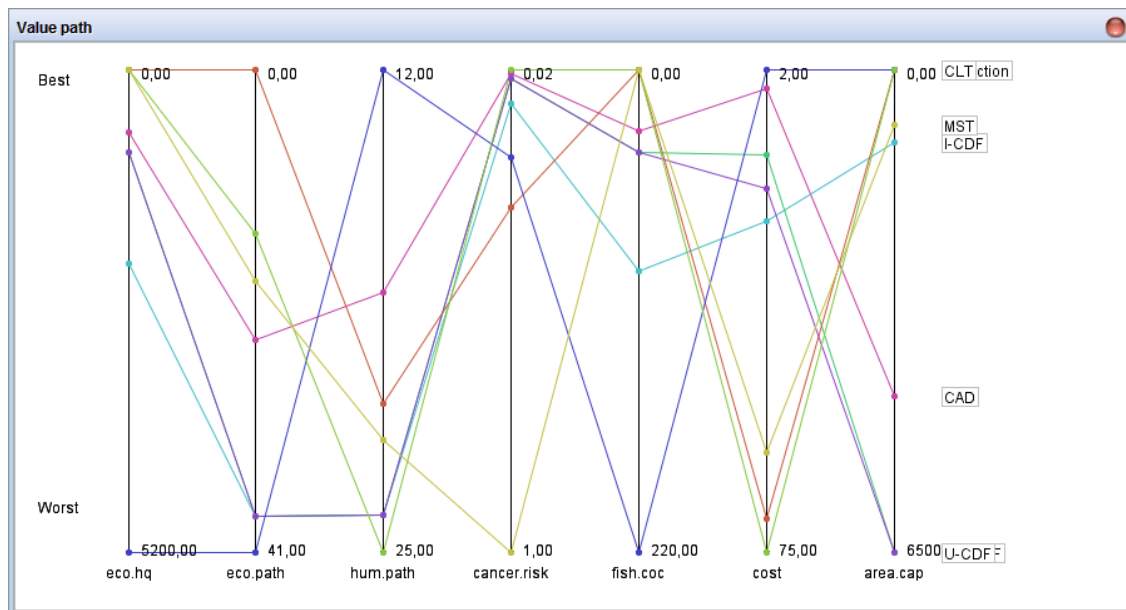


Рис.29 *DecernsMCDA*: График значений критериев для рассматриваемых альтернатив

### Анализ чувствительности

Анализ неопределенностей и анализ чувствительности в частности является необходимым шагом при решении задач МКАР и выработки дальнейших или окончательных рекомендаций/решений.

В *DecernsMCDA* реализованы анализ чувствительности к изменению весовых коэффициентов, а также анализ чувствительности к изменению функций ценности/полезности.

Задание строго заданных и не вызывающих сомнения весовых коэффициентов, как и функций ценности/полезности (вне зависимости от метода задания, а также от индивидуального или группового подхода), является, в большинстве случаев, практически невозможным при решении

многих задач МКАР. В связи с этим, анализ чувствительности к изменению весов критериев и функций ценности является необходимым; проведение такого анализа может как подтвердить робастный характер выходных результатов (выбора/ранжирования альтернатив), так и показать, что к рекомендациям по выбору/ранжированию альтернатив нужно подходить не столь однозначно. В последнем случае естественными являются рекомендации по дальнейшему исследованию многокритериальной задачи, в том числе через переструктурирование задачи, более тщательному подходу к заданию объективных и субъективных значений используемых величин, применению других/дополнительных моделей МКАР, а также, вполне возможно, представлению на рассмотрение ЛПР нескольких вариантов решения задачи МКАР для дальнейшего принятия решений.

### Анализ чувствительность к изменению весов критериев (Weight sensitivity analysis)

В *DecernsMCDA* данный анализ реализован в следующих моделях МКАР: MAVT, MAUT, TOPSIS, PROMETHEE и ANP. Предлагаются 2 варианта средств анализа чувствительности к изменению весов, условно называемые “шагающие веса” (walking weights) и “линейные веса” (line weights), рис.30 а,б. Пользователь выбирает критерий и двигает ползунок/значение веса, наблюдая изменения оценок альтернатив (при этом значения остальных весов пропорционально меняются с учетом нормировки суммы весов на 1).

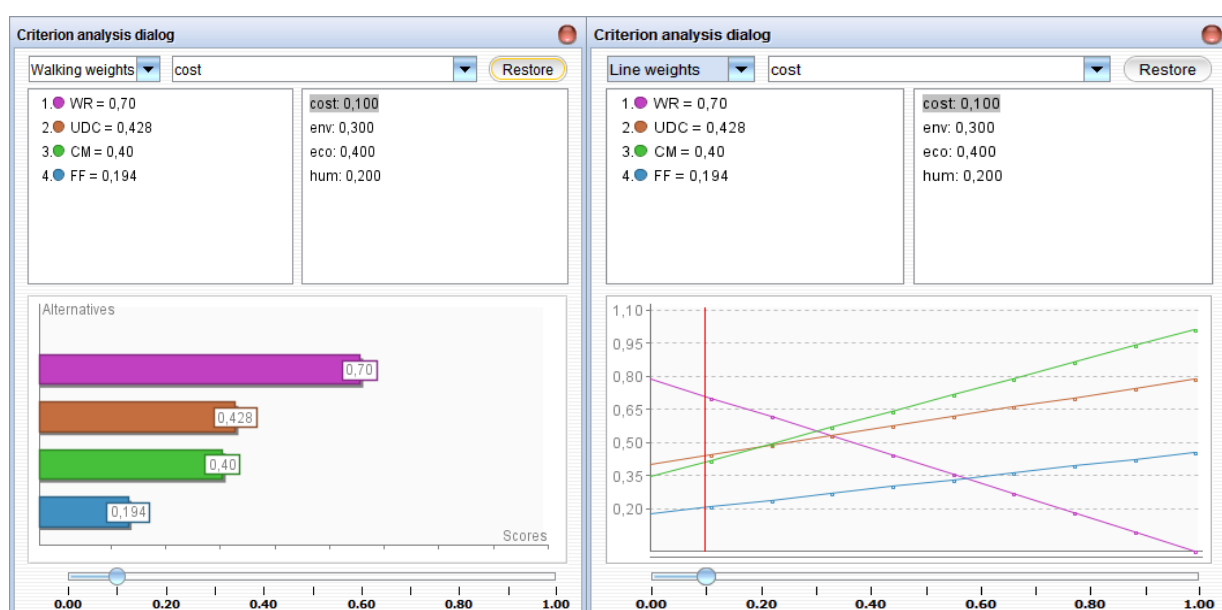


Рис.30 *DecernsMCDA*: Средства анализа чувствительности результатов к изменению весов:  
а) walking weights; б) line weights

### Анализ чувствительность к изменению функции ценности (Value function sensitivity analysis)

В *DecernsMCDA* данный анализ реализован в следующих моделях МКАР, в которых используется функции ценности/полезности: MAVT, MAUT, ProMAA, FMAA и FMAVT.

В соответствующем меню пользователь выбирает 1 или несколько критериев, функции ценностей которых изменяются пользователем в ручном режиме: выбирается тип функции (линейная, экспоненциальная и кусочно-линейная) и затем меняется форма функции (для экспоненциальных и кусочно-линейных функций); пользователь наблюдает изменения интегральных оценок альтернатив.

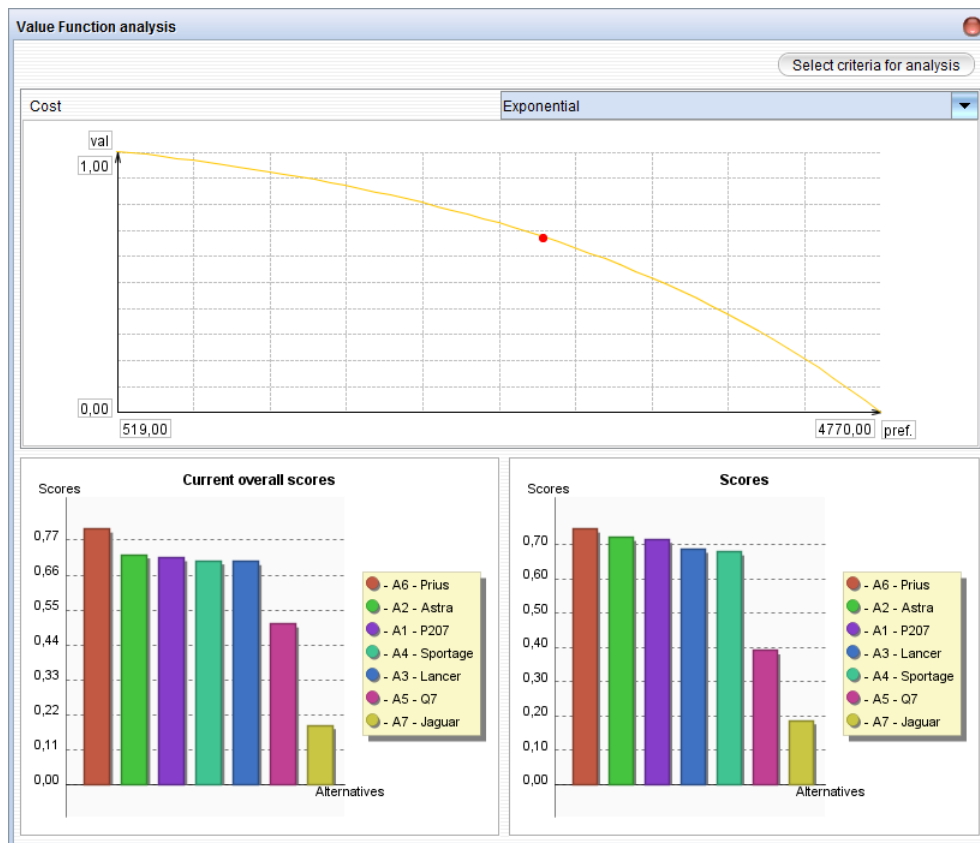


Рис.31 *DecernsMCDA*: Средства анализа чувствительности результатов к изменению функции ценности

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Belton V, Stewart T. (2002). *Multiple Criteria Decision Analysis: An Integrated Approach*. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht.
- Brans JP, Vincke P. (1985). *A preference ranking organization method: the PROMETHEE method for multiple criteria decision-making*. Management Science 31: 647-656.
- Figueira J, Greco S, Ehrgott, M (Eds). (2005). *Multiple criteria decision analysis: State of the art surveys*. Springer Science. - Business Media, Inc.: New York.
- Hwang, C.-L., & Yoon, K. (1981). *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*. Berlin: Springer-Verlag.
- Kahraman C (Ed). (2008). *Fuzzy Multi-Criteria Decision Making. Theory and Applications with Recent Developments*. Series: Springer, Optimization and Its Applications, Vol.16.
- Keeney RL, Raiffa H. (1976). *Decision with Multiple Objectives*. J.Wiley & Sons, New York.
- Lahdelma R, Hokkanen J, Salminen P. (1998). *SMAA - Stochastic Multiobjective Acceptability Analysis*. European Journal of Operational Research 106: 137–143.
- Malczewski J. 1999. *GIS and Multicriteria Decision Analysis*. John Wiley & Sons Inc. New York.
- Tervonen T, Figueira JR. 2008. *A Survey on Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis Methods*. - Journal of Multi-Criteria Decision Analysis 15: 1–14.
- Nemery, P., & Lamboray, C. (2008). *FlowSort: a flow-based sorting method with limiting or central profiles*. - TOP 16(1), 90-113.
- Saaty TL. (1980). *The Analytic Hierarchy Process*. McGraw-Hill, New York.
- von Winterfeldt D, Edwards W. (1986). *Decision Analysis and Behavioral Research*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Yatsalo B., Gritsyuk S., Mirzeabasov O., Vasilevskaya M. (2011). *Uncertainty Treatment Within Multicriteria Decision Analysis With the Use of Acceptability Concept*. – Control of big systems. Vol.32, Moscow, IPU. P.5-30.