

Problema 1

Verifique se as seguintes leis da física são invariantes (mantém suas formas) sob as seguintes transformações Galileanas entre sistemas interciais S e S'

$$\begin{aligned}x' &= x - vt, \\t' &= t\end{aligned}$$

(a) Equação de Newton em 1D:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{d}{dx}V(x)$$

onde m é massa (constante) de um corpo que está sujeito a um potencial $V(x)$.

Solução: Reordenando as transformações de Galileu, tem-se^a:

$$\begin{aligned}x(x'(t'), t') &= x' + vt' \\t(x'(t'), t') &= t'.\end{aligned}$$

Apenas inserir as transformações não irão fazer justiça à caracterização do problema, em especial em razão da inserção *artificial* de dependência do potencial V da variável temporal t' (uma situação obviamente indesejável) que simplesmente trocar x por $x' + vt$ irá inserir.

Considerar-se-á, então, que o potencial V seja função da *distância*^b entre duas partículas (ou dois pontos do espaço), em que uma é referência:

$$V = V(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) = V(r)$$

e que se relacione com a força através de $\mathbf{F} = -\nabla V$. No caso unidimensional e num referencial com ponto de referência dado (ou seja, x_0 é tido como uma referência e x é permitido variar), a força se reduz a $\mathbf{F} = F_x = -\frac{dV}{dx}$, enquanto $r = |x(t) - x_0(t)|$. Sendo assim, por regra da cadeia:

$$\frac{d}{dx}V(r) = \frac{dr}{dx} \frac{dV(r)}{dr},$$

agora notemos o seguinte: quando o sistema se transforma conforme mostrado no enunciado, r é preservado em razão do fato de os dois pontos serem mapeados conjuntamente pela transformação:

$$r = |x(t) - x_0(t)| = |(x'(t) + vt') - (x'_0(t) + vt')| = |x'(t) - x'_0(t)| = r',$$

desse modo, podemos exprimir^c:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}V(r) &= \frac{dr}{dx} \frac{dV(r)}{dr} = \text{sgn}(x - x_0) \frac{dV(r)}{dr} = \text{sgn}(x' - x'_0) \frac{dV(r')}{dr'} \\ &= \frac{dr'}{dx'} \frac{dV(r')}{dr'} = \frac{d}{dx'}V(r'),\end{aligned}$$

e, por fim, voltando à expressão original e considerando $r' = r'(x')$, obtém-se:

$$m \frac{d^2 x'}{dt^2} = -\frac{d}{dx'}V(x'),$$

o que atestaria a invariância da equação sob transformação de coordenadas.

- (b) Equação de onda eletromagnética onde o campo elétrico está viajando na direção z e oscilando na direção x :

$$\frac{\partial^2 E_z(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_z(x, t)}{\partial t^2} = 0,$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo.

Solução: Iremos considerar c como constante. Usando a regra da cadeia:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{\partial x'}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial t'}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t'} \right) = \frac{\partial}{\partial x'}; \quad \frac{\partial}{\partial t} = \left(\frac{\partial x'}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial t'}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t'} \right) = \frac{\partial}{\partial t'} - v \frac{\partial}{\partial x'},$$

e, substituindo:

$$\begin{aligned}\left[\frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial}{\partial t'} - v \frac{\partial}{\partial x'} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t'} - v \frac{\partial}{\partial x'} \right) \right] E_z &= 0 \\ \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t'^2} + 2 \frac{v}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t' \partial x'} \right] E_z &= 0,\end{aligned}$$

não possui o mesmo formato da equação original. A questão reside na *invariância* assumida para c , o que já se trata de um princípio especial-relativístico. Outras equações de onda clássicas podem ser compatibilizadas com as transformações de Galileu: deve-se compatibilizar as velocidades.

^aA dependência da variável espacial com o tempo (x' em t' e x em t) vem da interpretação fundamental da *mecânica clássica* de que as trajetórias são essencialmente funções do tempo no referencial em que são consideradas. A dependência multivariada das coordenadas umas com as outras, por sua vez, se dão apenas em razão das transformações que desejamos fazer.

^bUm argumento similar é mostrado em [Resnick, 1968]. Poder-se-ia argumentar que V seja função dos pontos, estes se transformando conjuntamente.

^cSupõe-se que as partículas permaneçam com distância $r > 0$, não havendo então a questão da diferenciabilidade "na origem" aparente pela forma da equação. Nota-se que sgn se trata da **função sinal**. Mesmo o uso dessa função é artificial: caso a dependência fosse distância quadrática, como costumam ser as forças clássicas, o desenvolvimento seria ainda mais simples, mas o intuito foi mostrar na hipótese *mais fraca possível do caso unidimensional*.

Problema 2

Verifique se as leis da física na questão anterior são invariantes sob as seguintes transformações de Lorentz

$$\begin{aligned}x' &= \gamma(x - vt), \\t' &= \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right),\end{aligned}$$

onde $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$.

(a) Equação de Newton em 1D:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{d}{dx}V(x)$$

onde m é massa (constante) de um corpo que está sujeito a um potencial $V(x)$.

Solução: Consideremos o vetor espaço-tempo:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

e apliquemos a transformação de Lorentz (recíproca, pois partiremos das transformações *unprimed*) sobre os dois pontos que resultam no potencial (num dado instante^a):

$$\begin{aligned}\mathbf{r} = x \text{ e } \mathbf{r}_0 = 0 &\implies V(x) = V\left(\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix}\right) = V\left(\gamma \begin{bmatrix} t' + (v/c^2)x' \\ x' + vt' \end{bmatrix} - \gamma \begin{bmatrix} t' - (v^2/c^2)t' \\ 0 \end{bmatrix}\right) \\ &= V(x', t')\end{aligned}$$

em que foi usado o fato de que para manter $x = 0$ num referencial que se move para a direita com velocidade v , este ponto deve ser enxergado pelo referencial S' como tendo posição $x' = -vt'$. Veja que a dependência temporal agora é inevitável: há relatividade de simultaneidade, portanto, a separação simultânea no referencial S não é mantida do ponto de vista dos referenciais em movimento.

Quanto ao lado esquerdo, notemos que massa é invariante^b e vejamos o termo de derivada por regra da cadeia (aplicada nos diferenciais)^c:

$$\begin{cases} dx = \gamma(x' + vdt') \\ dt = \gamma(dt' + vdx'/c^2) \end{cases} \implies \frac{dx}{dt} = \dot{x} = \frac{dx' + vdt'}{dt' + vdx'/c^2} = \frac{\dot{x}' + v}{1 + v\dot{x}'/c^2}$$

Diferenciando novamente:

$$\begin{aligned}\dot{d\dot{x}} &= \frac{d\dot{x}'(1 + v\dot{x}'/c^2) - (\dot{x}' + v)v d\dot{x}'/c^2}{(1 + v\dot{x}'/c^2)^2} = d\dot{x}' \frac{1 - v^2/c^2}{(1 + v\dot{x}'/c^2)^2} = \frac{d\dot{x}'}{\gamma^2} \frac{1}{(1 + v\dot{x}'/c^2)^2} \\ \frac{d\dot{x}}{dt} = \ddot{x} &= \frac{d\dot{x}'}{dt' + vdx'/c^2} \frac{1}{\gamma(1 + v\dot{x}'/c^2)^2} = \frac{\ddot{x}'}{1 + v\dot{x}'/c^2} \frac{1}{\gamma^3(1 + v\dot{x}'/c^2)^2} = \frac{\ddot{x}'}{\gamma^3(1 + v\dot{x}'/c^2)^3}\end{aligned}$$

voltando à equação original:

$$\frac{m\ddot{x}'}{\gamma^3(1 + v\dot{x}'/c^2)^3} = V(x', t'),$$

é, em geral, uma expressão diferente da original (no referencial S).

- (b) Equação de onda eletromagnética onde o campo elétrico está viajando na direção z e oscilando na direção x :

$$\frac{\partial^2 E_z(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_z(x, t)}{\partial t^2} = 0,$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo.

Solução: Por regra da cadeia e teorema de Clairaut^d, podemos transformar os operadores diferenciais:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} &= \partial_x = \partial_{xx'}\partial_{x'} + \partial_{xt'}\partial_{t'} = \gamma(\partial_{x'} - (v/c^2)\partial_{t'}), \\ \frac{\partial}{\partial t} &= \partial_t = \partial_{tx'}\partial_{x'} + \partial_{tt'}\partial_{t'} = \gamma(-v\partial_{x'} + \partial_{t'}), \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} &= \partial_x\partial_x = \gamma^2(\partial_{x'} - (v/c^2)\partial_{t'})(\partial_{x'} - (v/c^2)\partial_{t'}) = \gamma^2(\partial_{x'x'} - 2(v/c^2)\partial_{x't'} + (v/c^2)^2\partial_{t't'}), \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} &= \partial_t\partial_t = \gamma^2(-v\partial_{x'} + \partial_{t'})(-v\partial_{x'} + \partial_{t'}) = \gamma^2(v^2\partial_{x'x'} - 2v\partial_{x't'} + \partial_{t't'}),\end{aligned}$$

Logo temos, para o operador original:

$$\begin{aligned}\partial_{xx} - (1/c^2)\partial_{tt} &= \gamma^2[(\partial_{x'x'} - 2(v/c^2)\partial_{x't'} + (v/c^2)^2\partial_{t't'}) - ((v^2/c^2)\partial_{x'x'} - 2(v/c^2)\partial_{x't'} + (1/c^2)\partial_{t't'})] \\ &= \gamma^2[(1 - v^2/c^2)\partial_{x'x'} + (1 - v^2/c^2)(1/c^2)\partial_{t't'}] = \gamma^2(1 - v^2/c^2)[\partial_{x'x'} - (1/c^2)\partial_{t't'}] = \\ &= \partial_{x'x'} - (1/c^2)\partial_{t't'},\end{aligned}$$

ou seja, o operador em si é invariante! Em particular qualquer equação diferencial do tipo:

$$(\partial_{xx} - (1/c^2)\partial_{tt})u = 0$$

em que $u = u'$ também o será, em particular aquela com $u = E_z(x, t)$

^aEsse ponto é sutil, mas importante: como a partícula possuirá *dinâmica* dada pela equação diferencial, é esperado que com a passagem do tempo o potencial varie conforme a posição $x(t)$ mude.

^bSerá aqui adotada a posição de que não há “massa relativística” pois massa é uma propriedade material.

^cApesar de matematicamente muito insatisfatório, esse método é muito econômico e usado, por exemplo, em referências como [French, 1968] e [Landau and Lifshitz, 1980]. Nota-se também que aqui foi usada a notação de Newton $\frac{du}{dt} = \dot{u}$ para uma dada quantidade u , o que não é usual mas remete ao fato de que o observador está interessado nas velocidades medidas por seu próprio referencial

^dAssumiremos diferenciabilidade nas derivadas parciais de modo que $\partial_{x'}\partial_{t'} = \partial_{t'}\partial_{x'}$.

Problema 3

Se um sistema inercial S' se move com velocidade v na direção x positiva de S , de acordo com o princípio da relatividade, também podemos considerar que o sistema S se move com velocidade v na direção x negativa de S' . De acordo com as transformações galileanas, as coordenadas de um evento visto por S' e S estão relacionadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned}x' &= x - vt, \\x &= x' + vt'.\end{aligned}$$

Para ser consistente com o postulado de Einstein de que a velocidade da luz é constante em todos os sistemas inerciais, as transformações galileanas devem ser modificadas para:

$$\begin{aligned}x' &= a(x - vt), \\x &= a(x' + vt'),\end{aligned}$$

em que a é uma função de v que se torna 1 no limite $v \rightarrow 0$.

- (a) Determine a usando, por exemplo, uma luz que é emitida nas origens quando $t = t' = 0$.

Solução: Esse é um argumento de *simetria* e é apresentado (com pouca modificação) em [French, 1968]. Pelo princípio da invariância da velocidade da luz, os dois observadores irão observar as frentes de onda de luz se propagando nas direções x e $-x$ com mesma velocidade. Ou seja, a equação cinemática que descreve a equação de frente de onda em x positivo, por exemplo, é dada nos dois referenciais pela mesma equação:

$$\begin{cases} x = ct, \\ x' = ct' \end{cases} \implies \begin{cases} ct' = a(c - v)t, \\ ct = a(c + v)t' \end{cases}$$

dessa última igualdade, isolar t' e substituir na anterior:

$$\begin{aligned}ct' &= \frac{c^2 t'}{a(c + v)} = a(c - v)t' \implies c^2 = a^2(c^2 - v^2) \implies a^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2} = \frac{1}{1 - (v/c)^2} \\ &\implies a = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},\end{aligned}$$

vejamos que atende ao requisito de $\lim_{v \rightarrow 0} \gamma = 1$.

- (b) Usando o resultado anterior, determine a transformação entre t e t'

Solução: De uma das equações iniciais, invertendo as relações de simetria para o espaço se chega nas equivalentes para o tempo:

$$\begin{cases} t = \frac{x}{v} - \frac{x'}{\gamma v} = \frac{\gamma x'}{v} + \gamma t' - \frac{x'}{\gamma v} = \gamma \left[\frac{1}{v} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) x' + t' \right] = \gamma \left(\frac{vx'}{c^2} + t' \right), \\ t' = \frac{x}{\gamma v} - \frac{x'}{v} = \frac{x}{\gamma v} - \frac{\gamma x}{v} + \gamma t = \gamma \left[\frac{1}{v} \left(\frac{1}{\gamma^2} - 1 \right) x + t \right] = \gamma \left(\frac{-vx}{c^2} + t \right) \end{cases}$$

Problema 4

As transformações de Lorentz entre dois sistemas inerciais S e S' com velocidade relativa v na direção y são:

$$\begin{aligned}x &= x', \\y &= \gamma(y' + vt'), \\z &= z', \\t &= \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}y'\right).\end{aligned}$$

Se uma luz for emitida em (t_0, x_0, y_0, z_0) em S , ela se moverá com velocidade c em todas as direções, isto é, ela satisfaz a equação $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = c^2(t - t_0)^2$. Mostre que a velocidade da mesma luz também se moverá com velocidade c em todas as direções no sistema S' .

Solução: O problema é equivalente a mostrar que a mesma equação será satisfeita salvo por uma mudança nas constantes (t_0, x_0, y_0, z_0) que marcam o centro do evento e que podem ser transladada no espaço-tempo/4D como se queira a partir da escolha da posição (espaço-tempo, novamente) inicial. Pois vejamos que:

$$\begin{aligned}(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 &= c^2(t - t_0)^2 \implies \\(x' - x_0)^2 + [\gamma(y' + vt') - y_0]^2 + (z' - z_0)^2 &= c^2\left[\gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}y'\right) - t_0\right]^2\end{aligned}$$

Para desenvolver os termos seguintes, por conveniência, será escolhido um referencial S'' , com mesma velocidade v em y e centrado no evento (t_0, x_0, y_0, z_0) de modo que valha a seguinte transformação de coordenadas:

$$\begin{aligned}x - x_0 &= x'' = x' - x_0, \\y - y_0 &= \gamma(y'' + vt'') = \gamma(y' + vt') - y_0, \\z - z_0 &= z'' = z' - z_0, \\t - t_0 &= \gamma\left(t'' + \frac{v}{c^2}y''\right) = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}y'\right) - t_0.\end{aligned}$$

então uma vez mostrada a invariância de S para S'' , poderemos mais facilmente mostrar

a invariância para S' . A equação anterior se reduz a:

$$\begin{aligned}
 x''^2 + \gamma^2(y'' + vt'')^2 + z''^2 &= \gamma^2 c^2 \left(t'' + \frac{v}{c^2} y'' \right)^2 \Rightarrow \\
 x''^2 + \gamma^2(y''^2 + 2vy''t'' + v^2 t''^2) + z''^2 &= \gamma^2 c^2 \left(t''^2 + 2\frac{v}{c^2} y''t'' + \frac{v^2}{c^4} y''^2 \right) \Rightarrow \\
 x''^2 + z''^2 &= \gamma^2 c^2 \left(t''^2 + \cancel{2\frac{v}{c^2} y''t''} + \frac{v^2}{c^4} y''^2 - \frac{y''^2}{c^2} - \cancel{2\frac{v}{c^2} y''t''} - \frac{v^2}{c^2} t''^2 \right) \Rightarrow \\
 x''^2 + z''^2 &= \gamma^2 c^2 \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) t''^2 - \frac{1}{c^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) y''^2 \right] = \gamma^2 c^2 \underbrace{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)}_{\frac{1}{\gamma^2}} \left[t''^2 - \frac{1}{c^2} y''^2 \right] \\
 \Rightarrow x''^2 + z''^2 &= c^2 t''^2 - y''^2 \Rightarrow x''^2 + z''^2 + y''^2 = c^2 t''^2,
 \end{aligned}$$

é a forma do invariante de S'' . Faz sentido físico, pois S'' vê a luz saindo de sua origem em todas as direções com velocidade c . Agora podemos substituir as expressões para S' :

$$(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2 + (z' - z_0)^2 = c^2(t' - t_0)^2,$$

e aplicar a transformação inversa sobre o evento (t_0, x_0, y_0, z_0) para obter o valor das constantes em coordenadas de S' :

$$\begin{bmatrix} t'_0 \\ x'_0 \\ y'_0 \\ z'_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma \left(t_0 - \frac{v}{c^2} y_0 \right) \\ x_0 \\ \gamma(y_0 - vt_0) \\ z_0 \end{bmatrix},$$

em que se nota (como era esperado) que as coordenadas do evento em S' é função, além da separação espacial e temporal de O e O' , também da velocidade relativa v entre esses referenciais.

Problema 5

Segundo Stephan, dois eventos ocorrem em tempos diferentes $t_1 \neq t_2$ nas seguintes coordenadas:

- P: $t_1, x_1 = x_0, y_1 = z_1 = 0$
- Q: $t_2, x_2 = 4x_0, y_2 = z_2 = 0$

(a) Determine a condição $t_2 - t_1$ de modo que os dois eventos possam ocorrer ao mesmo tempo em um sistema inercial.

Solução: Usando as transformações de Lorentz^a, queremos um referencial tal que $t'_2 - t'_1 = 0$, ou seja, temos:

$$\begin{cases} t_2 - t_1 &= \gamma \left[\cancel{t'_2} - \cancel{t'_1} + \frac{v}{c^2} (x'_2 - x'_1) \right] \\ x_2 - x_1 &= \gamma \left[x'_2 - x'_1 + v(\cancel{t'_2} - \cancel{t'_1}) \right] \end{cases}$$

Da segunda equação,

$$x_2 - x_1 = 3x_0 = \gamma(x'_2 - x'_1),$$

substituindo na primeira:

$$t_2 - t_1 = \frac{v}{c^2} \gamma (x'_2 - x'_1) = \frac{3x_0 v}{c^2} = \frac{3x_0 \beta}{c},$$

como devemos ter $|\beta| < 1$, então deve ocorrer que:

$$|t_2 - t_1| \leq \frac{3|x_0|}{c}.$$

(b) Se $t_2 = 2t_1 = x_0/c$, Stephanie observou que os eventos ocorreram ao mesmo tempo. Qual é a velocidade de Stephanie em relação a Stephan? Qual é o tempo em que ela observou os dois eventos simultâneos?

Solução: Partido da expressão já encontrada:

$$t_2 - t_1 = \frac{x_0}{2c} = \frac{3x_0 \beta}{c} \implies \beta = \frac{1}{6} \implies v = \frac{c}{6} \text{ e } \gamma = \frac{6}{\sqrt{35}}.$$

Agora para o tempo, retomaremos a transformação de Lorentz já desenvolvida no item a), digamos, para t'_2 :

$$t'_2 = \gamma \left(\frac{x_0}{c} - 4 \frac{\beta x_0}{c} \right) = \frac{\gamma x_0}{c} \left[1 - \frac{2}{3} \right] = \frac{\gamma x_0}{3c} = \frac{2x_0}{c\sqrt{35}},$$

um cálculo similar revela o mesmo valor para t'_1 .

^aApenas considerada a direção do movimento e o tempo. O problema (como um todo, os dois itens) possui uma solução elegante e geométrica usando diagramas de Minkowski, mas aqui será tomado o caminho algébrico.

Problema 6

Um raio cósmico pode ter uma energia muito alta. Por exemplo, a partícula Oh-My-God (OMG) que foi detectada em 15 de outubro de 1991 possui uma energia de 3.2×10^{11} GeV ($1\text{GeV} = 1.602 \times 10^{-10}$ J). Suponha que a partícula seja um nêutron. (Dica: podemos usar a relação entre energia de uma partícula e sua massa $E = \gamma mc^2$ para determinar o fator de Lorentz.)

- (a) De acordo com uma cientista que observou a partícula OMG, quanto tempo leva para a partícula atravessar a nossa galáxia com diâmetro de 1.0×10^5 anos-luz?

Solução: Usando os dados de **massa do nêutron** $mc^2 = 939.565$ MeV, o fator de Lorentz da partícula é:

$$\gamma = \frac{E}{mc^2} = \frac{3.2 \times 10^{11} \text{ GeV}}{0.939565 \text{ GeV}} = 3.4 \times 10^{11},$$

ou seja,

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \approx c,$$

notando que a energia é tão alta e a velocidade tão próxima de c que, para fins de exercício, iremos calcular como iguais. Sendo assim, naturalmente a cientista observaria a partícula levando algo na ordem de 1.0×10^5 anos (cem mil anos).

- (b) Quanto tempo leva para a partícula atravessar a nossa galáxia no próprio sistema de referência da partícula?

Solução: Calcularemos por dois métodos:

- Para a cientista (S), o referencial da partícula (S') sofre dilatação temporal e, portanto,

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \implies \Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{1.0 \times 10^5 \text{ anos}}{3.4 \times 10^{11}} = 2.9 \times 10^{-7} \text{ anos} = 9.3 \text{ s}$$

- No próprio referencial da partícula (S), a galáxia está em movimento com o referido fator γ se aproximando e, portanto, tem seu diâmetro reduzido (no referencial solidário à galáxia S') pela contração espacial em:

$$L' = \frac{L}{\gamma} = \frac{1.0 \times 10^5 \text{ anos-luz}}{3.4 \times 10^{11}} = 2.9 \times 10^{-7} \text{ anos-luz} = 9.3 \text{ segundos-luz},$$

que a galáxia ira percorrer com velocidade relativa $\approx c$, logo o tempo do ponto de vista da partícula será $\Delta t = 9.3$ s.

- (c) Como um nêutron tem vida média de 14 minutos e 39 segundos quando está em repouso, estime a distância de origem da partícula (em anos-luz).

Solução: Como $14 \text{ min } 39 \text{ s} = 879 \text{ s}$, por simples proporção com o exercício anterior se chega ao valor de 8.8×10^7 anos-luz para que haja decaimento de vida média, valor que usaremos como estimativa razoável da distância até origem.

Referências

[French, 1968] French, A. (1968). *Special Relativity*. Taylor & Francis.

[Landau and Lifshitz, 1980] Landau, L. D. and Lifshitz, E. M. (1980). *The Classical Theory of Fields*. Butterworth-Heinemann, 4 edition.

[Resnick, 1968] Resnick, R. (1968). *Introduction to Special Relativity*. Wiley.