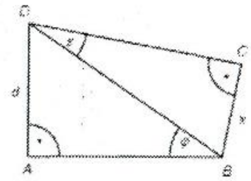
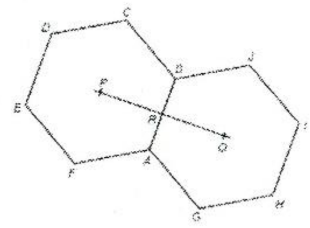
11 – 12 – Pythagorova věta, Euklidovy věty, rovinné útvary, obecný trojúhelník

1) Je dán čtyřúhelník ABCD (viz obrázek). Strana BC má délku x, strana AD délku d, velikosti úhlů BCD a ABD jsou ε a φ, vnitřní úhly při vrcholech A a C jsou pravé. Vyjádřete délku x v závislosti na veličinách ε, φ a d. $\left[x = \frac{d \sin \varepsilon}{\sin \varphi}\right]$

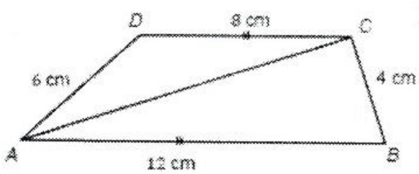


2) V předpisech zobrazení 1–3 doplňte podle obrázku chybějící úsečky.
1. Ve středové souměrnosti se středem R se úsečka AE zobrazí na ....
2. V osové souměrnosti s osou ....se úsečka DG zobrazí na úsečku IF.
3. V otočení se středem F o úhel $\alpha = 60°$ se úsečka PO zobrazí na ....



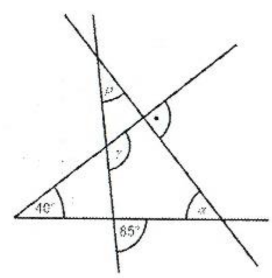
3) Pravidelný n-úhelník má pětkrát větší počet úhlopříček než počet stran. Určete počet jeho vrcholů. [13]

4) Tětiva délky x je kolmá k průměru d kružnice k a rozděluje jej na dva úseky. Poměr délek obou úseků je 1:4. Vyjádřete délku tětivy x v závislosti na průměru d. $\left[x = \frac{4}{5}d\right]$



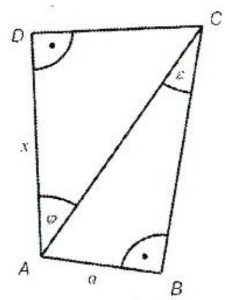
5) Kolik procent obsahu lichoběžníku ABCD tvoří obsah trojúhelníku ACD? [40%]

6) Ze dvou shodných kruhů neznámé velikosti byl vystřižen největší možný čtverec a největší možný rovnostranný trojúhelník. U kterého tvrzení nelze určit pravdivostní hodnotu bez předchozího měření?
A) Trojúhelník má menší obsah než čtverec.
B) Trojúhelník má 20krát větší obsah než čtverec.
C) Trojúhelník má o 20 % menší obvod než čtverec.
D) Trojúhelník má o 20 cm^2 menší obsah než čtverec.
E) U každého z uvedených tvrzení A–D je možné určit pravdivostní hodnotu i bez předchozího měření.

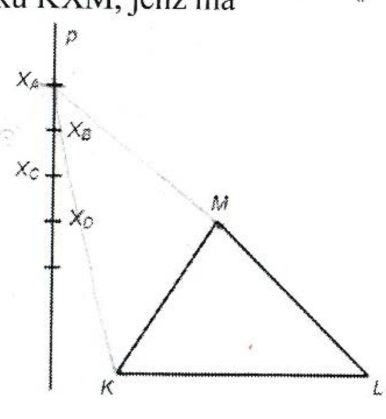


7) Vypočtěte velikosti úhlů vyznačených v náčrtku. [50°, 35°, 125°]

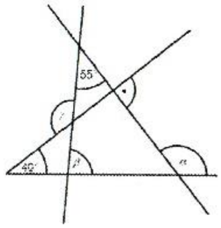
8) Ve čtyřúhelníku ABCD jsou dva vnitřní úhly pravé, délka strany AB je a, délka strany AD je x a velikosti úhlů ACB a CAD jsou ε a φ. Vyjádřete délku x v závislosti na veličinách a, ε a φ. $\left[x = \frac{a \cos \varphi}{\sin \varepsilon}\right]$



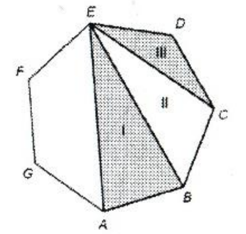
9) V rovině je umístěn trojúhelník KLM a na přímce p čtyři body X_A, X_B, X_C, X_D. Který z bodů přímky p je vrcholem trojúhelníku KXM, jenž má s trojůhelníkem KLM shodný obsah?



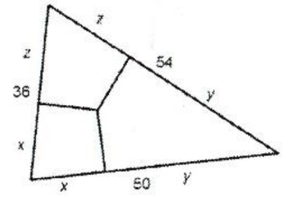
10) Vypočtěte velikosti úhlů vyznačených v náčrtku. [130°, 75°, 145°]



11) V pravidelném sedmiúhelníku ABCDEFG jsou vyznačeny tři trojúhelníky ABE (I), BCE (II), CDE (III). Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé, či nikoli.
1. Kružnice opsané každému ze tří trojúhelníků mají tentýž poloměr.
2. Osy stran ED, EC, EB se protínají ve společném bodě.
3. Všechny tři trojúhelníky mají stejnou velikost vnitřního úhlu při vrcholu E. $[A; A; A]$



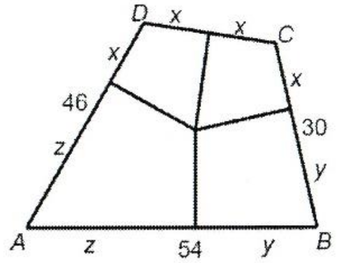
12) Trojúhelník je rozdělen na tři čtyřúhelníky (deltoidy). Vypočtěte délky vyznačených úseků *x, y, z*, znáte-li délky stran trojúhelníku. $[16; 34; 20]$



13) Čtvrtkruh s poloměrem 4 má stejně velký obsah jako kruhová výseč o poloměru 3. Jaká je velikost středového úhlu výseče? $[160°]$

14) Z místa vzdáleného 100 m od dálnice byl zaměřen rovný úsek dálnice pod úhlem 90°. Nejbližší bod dálnice od místa pozorování se nachází v jedné třetině sledovaného úseku. S přesností na desítky metrů určete délku sledovaného úseku. $[210\ m]$

15) Ve čtyřúhelníku ABCD známe tři ze čtyř stran. Čtyřúhelník je rozdělen na čtyři menší čtyřúhelníky (deltoidy), z nichž dva jsou shodné. Vypočtěte délky vyznačených úseků *x, y, z*. $[11; 19; 35]$



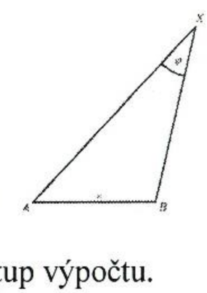
16) Je dán lichoběžník ABCD se základnami a, c, $a > c$, a výškou v. Určete rozdíl obsahů lichoběžníků, na něž lichoběžník ABCD rozděluje jeho střední příčka. $\left[\frac{v}{4}(a-c)\right]$

17) Zahradník má kruhovou zahradu s trávníkem tvaru pravidelného šestiúhelníku (vepsán kruhu). Obsah zatravněné plochy je $\sqrt{108}$ m^2. Určete průměr zahrady. $[4\ m]$

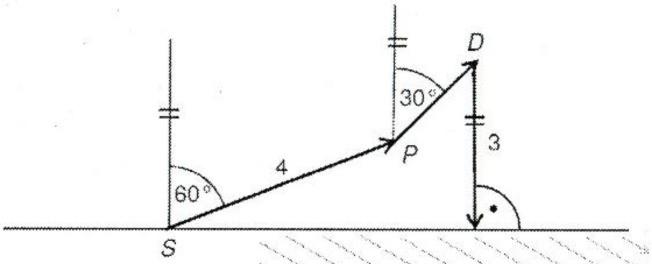
18) Je dán rovnoramenný trojúhelník ABC. Uvnitř základny AB leží bod M, pro nějž platí: $|\sphericalangle BMC| = \varphi = 30°$; $|MB| = 3(1+\sqrt{3})$ cm; $|MC| = 2\sqrt{3}$ cm. Vypočtěte výšku v_c na základnu AB. Vypočtěte obsah trojúhelníku ABC. $[9\ cm^2]$

19) Obrazem čtyřúhelníku ABCD v osové souměrnosti, jejíž osou je přímka BC, je čtyřúhelník A'B'C'D'. Obrazem čtyřúhelníku A'B'C'D' ve středové souměrnosti, jejímž středem je střed úsečky BC, je čtyřúhelník A"B"C"D". Čtyřúhelník A"B"C"D" je obrazem čtyřúhelníku ABCD: A) v otočení se středem B a úhlem otočení 180°; B) ve středové souměrnosti se středem C; C) v osové souměrnosti, jejíž osou je osa úsečky BC; D) v osové souměrnosti, jejíž osou je přímka DD'; E) v posunutí určeném vektorem $\frac{1}{2}(B-C)$ $[C]$

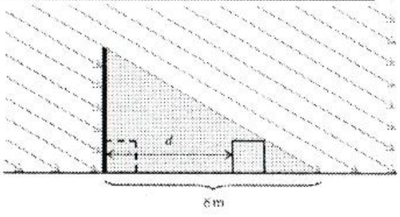
20) Dvě místa A a B, jejichž skutečná vzdálenost je $x = 350$ m, jsou pozorována z neznámého místa X pod zorným úhlem $\varphi = 30°$.
1. Na plánku k dané úsečce sestrojte množinu všech bodů X vyhovující uvedené podmínce, a to pouze v jedné polorovině s hraniční přímkou AB.
2. V sestrojené množině umístěte bod X_0, který má největší vzdálenost od bodu B, a zdůvodněte jeho umístění.
3. S přesností na celé metry určete skutečnou vzdálenost X_0B, uveďte postup výpočtu. $[700\ m]$



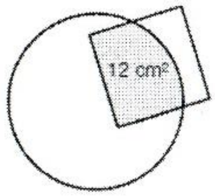
21) V orientačním závodě je cíl C umístěn východně od startu S. Na obrázku jsou zakreslena obě stanoviště P a D, uvedené vzdálenosti jsou v km. S přesností na celé metry uveďte vzdálenost od prvního ke druhému stanovišti, tj. |PD|. [$1155\ m$]



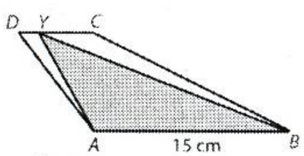
22) Pozemek mezi mimoúrovňovými křižovatkami má tvar trojúhelníku. Jedna jeho strana měří 100 m a přilehlé vnitřní úhly jsou 30° a 45°. Jaký je obsah pozemku? [$1830\ m^2$]



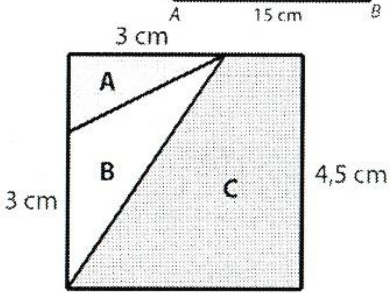
23) U zdi stadionu je na vodorovné podložce položena bedna tvaru krychle o hraně délky 1 m. Zeď na zem vrhá stín do vzdálenosti 6 m. Bednu je možné posunout nejdále do vzdálenosti $d = 3{,}75$ m od zdi, má-li zůstat celá ve stínu. Jak vysoká je zeď? [$4{,}8\ m$]



24) Obrazec je složen ze čtverce a kruhu. Společná část má obsah 12 cm^2. Ve čtverci tvoří společná část dvě třetiny plochy, v kruhu čtvrtinu plochy. Vypočtěte obsah celého obrazce. Vyjádřete poměr obsahu čtverce a kruhu v tomto pořadí. [$54\ cm^2; 3:8$]

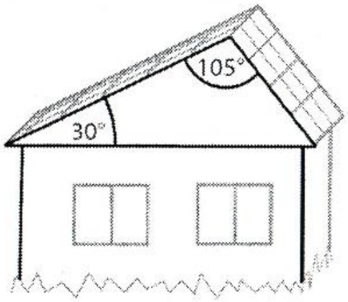


25) Bod Y leží uvnitř úsečky CD. Obsah trojúhelníku ABY je roven $\frac{5}{6}$ obsahu lichoběžníku ABCD (AB || CD). Vypočtěte délku strany CD lichoběžníku ABCD. [$3\ cm$]

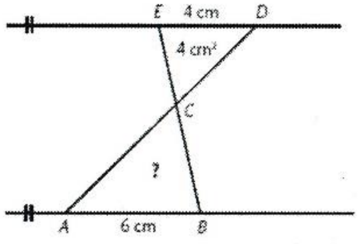


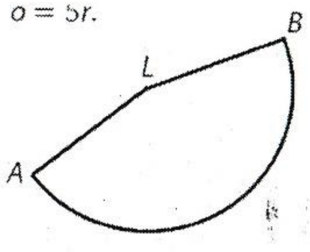
26) Čtverec se stranou délky 4,5 cm je rozdělen na tři rovinné obrazce: **A, B** a **C.** Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).
1. Obsahy trojúhelníku A a B jsou v poměru 1 : 2.
2. Obsah trojúhelníku B tvoří dvě devítiny obsahu čtverce.
3. Obsahy obrazců B a C jsou v poměru 1 : 3. [$A; A; A$]

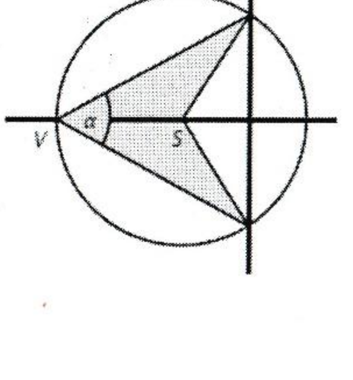
27) Dvě části střechy domu tvoří obdélníky, které spolu svírají úhel 105°. Střecha má z každé strany jiný sklon (z levé strany 30°). V jakém poměru jsou velikosti ploch obou částí střechy?[$\sqrt{2}$]



28) Platí: AB || DE, C ∈ AD ∩ BE, |AB| = 6 cm, |DE| = 4 cm, $S_{\Delta CDE} = 4$ cm^2. Vypočtěte $S_{\Delta ABC}$ (obsah trojúhelníku ABC). [$9\ cm^2$]



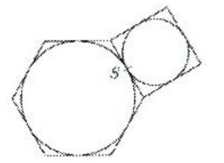




29) Z kruhu se středem L a poloměrem $r = 6$ cm je oddělena kruhová výseč, která má obvod o = 5 r. Jaký je obsah kruhové výseče? [$54\ cm^2$]

30) Do kružnice se středem S a poloměrem 10 cm je vepsán tmavý osově souměrný obrazec. Pro velikost jeho vnitřního úhlu při vrcholu V platí: cos $\alpha = 0{,}6$. Jaký je obsah tmavého obrazce? [80 cm^2]

31) K jedné straně pravidelného šestiúhelníku je vně připsán čtverec podle obrázku. Kružnice vepsané oběma útvarům jsou stejnolehlé ve stejnolehlosti se středem S. Absolutní hodnota koeficientu této stejnolehlosti je: A) $\frac{3}{2}$, B) $\frac{4}{3}$, C) $\sqrt{2}$, D) $\sqrt{3}$, E) $2\sqrt{2}$. [D]



32) V obdélníku ABCD platí $|AB| = 16$ cm a $|BC| = 12$ cm. Na úhlopříčce AC jsou zvoleny body E a F tak, že přímky BE a DF jsou kolmé k přímce AC. Určete délku úsečky EF. [5,6 cm]

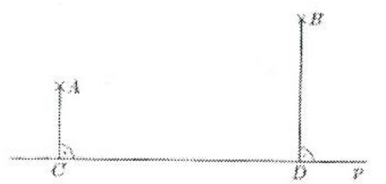
33) V rovině jsou dány dva různé body A a B, jejichž vzdálenost je d. V jedné polorovině s hraniční přímkou AB uvažujme množinu M všech bodů X, pro které má úhel AXB danou velikost ω, přičemž $0° < \omega < 90°$. Největší vzdálenost dvou bodů z množiny M je rovna: A) $\frac{d}{2\cos\frac{1}{2}\omega}$; B) $\frac{d}{2\sin\omega}$; C) $\frac{d}{\cos\frac{1}{2}\omega}$; D) $\frac{d}{\sin\omega}$; E) $\frac{d}{\sin 2\omega}$ [D]

34) Jestliže číselné hodnoty délek všech stran pětiúhelníku ABCDE vyjádřené v centimetrech jsou celá čísla a $|AB| = 4$ cm, $|BC| = 10$ cm, $|CD| = 8$ cm, $|DE| = 7$cm, potom největší možná délka strany AE je: A) 16 cm; B) 22 cm; C) 26 cm; D) 28 cm; E) 30 cm. [D]

35) Kružnici je vepsán čtyřúhelník tak, že jeho vrcholy dělí kružnici na kružnicové oblouky, jejichž délky jsou v poměru 2 : 3 : 3 : 4. Velikosti vnitřních úhlů tohoto čtyřúhelníku jsou: A) 40°, 100°, 100°, 120°; B) 60°, 90°, 90°, 120°; C) 70°, 90°, 90°, 110°; D) 75°, 80°, 80°, 125°; E) 75°, 90°, 90°, 105° [E]

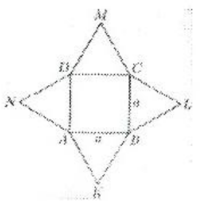
36) Je dán pravidelný dvanáctiúhelník $A_1A_2....A_{12}$. Bod X je průsečíkem jeho úhlopříček A_3A_7 a A_4A_{12}. Určete velikost úhlu A_4XA_7. [90°]

37) V rovině je dána přímka p a body A, B, jejichž poloha vzhledem k přímce je dána obrázkem. Body C, D jsou paty kolmic sestrojených z bodů A, B k přímce p. Bod ležící na přímce p takový, že délka lomené čáry AEB je co nejmenší, průsečíkem přímky p a: A) osy úsečky CD; B) osy úsečky AB; C) úsečky A'B, kde A' je obraz bodu A v osové souměrnosti s osou p; D) Thaletovy kružnice sestrojené nad průměrem AB; E) kružnice se středem v bodě A a poloměrem $r = \frac{1}{2}|AB|$. [C]



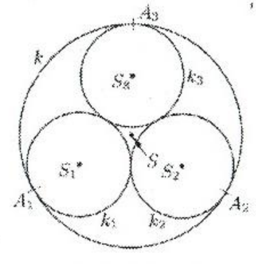
38) V trojúhelníku se stranami délek 2 cm, $\sqrt{3}$ cm a $\sqrt{7}$ cm je sinus nejmenšího vnitřního úhlu roven: A) $\frac{2}{\sqrt{7}}$; B) $\sqrt{\frac{11}{12}}$; C) $\frac{3}{\sqrt{7}}$; D) $\sqrt{\frac{3}{7}}$; E) $\frac{\sqrt{143}}{12}$. [D]

39) Nad stranami čtverce ABCD jsou vně tohoto čtverce sestrojeny rovnostranné trojúhelníky ABK, BCL, CDM, DAN (viz obrázek). Určete délku strany čtverce KLMN, má-li čtverec ABCD délku strany a. $\left[a\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right]$



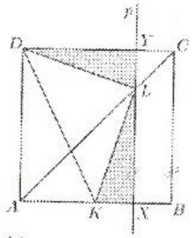
40) Je dán čtverec ABCD se stranou délky a. Čtverec AB'C'D' je jeho obrazem v otočení o úhel 45° kolem bodu A. Určete obsah průniku čtverců ABCD a AB'C'D'. $\left[(\sqrt{2}-1)a^2\right]$

41) Každé dvě ze tří shodných kružnic $k_1(S_1; r)$, $k_2(S_2; r)$, $k_3(S_3; r)$ se vně dotýkají a kružnice $k(S; R)$ opsaná těmto kružnicím se jich dotýká v bodech A_1, A_2, A_3 (viz obrázek). a) Dokažte, že poloměr R kružnice k

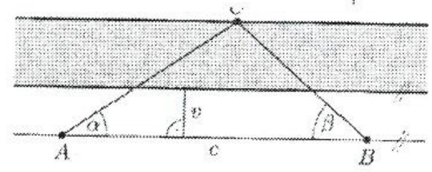


je roven $\frac{1}{3}\left(2\sqrt{3}+3\right)r$. b) Vypočtěte délku strany rovnostranného trojúhelníku $A_1A_2A_3$. $\left[\left(2+\sqrt{3}\right)r\right]$

42) Na úhlopříčce AC čtverce ABCD je dán bod L tak, že platí |AL| : |LC| = 3 : 1. Bod K je střed strany AB. Přímka p, která je rovnoběžná se stranou BC a prochází L, protíná stranu AB v bodě X a stranu CD v bodě Y (viz obrázek). a) Dokažte, že trojúhelníky KLX a LDY jsou shodné. b) Dokažte, že úhel KLD je pravý. c) Vypočtěte velikost úhlu KDL. [45°]



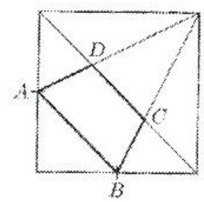
43) Ve vzdálenosti v = 10m od břehu řeky byly vytyčeny body A, B, |AB| = c = 63m. Bod C je na protějším břehu. Byly změřeny velikosti úhlů $|\sphericalangle CAB| = \alpha$ = 33°50', $|\sphericalangle CBA|$ = β = 41°20' (viz obrázek). Vypočtěte šířku řeky s přesností na desetiny metru. [14,0 m]



44) Dokažte, že osy vnitřních úhlů rovnoběžníku ABCD ohraničují pravoúhelník. Vypočtěte obsah tohoto pravoúhelníku, jestliže |AB| = 12 cm, |AD| = 6 cm a $|\sphericalangle BAD| = 60°$. $\left[9\sqrt{3}\ cm^2\right]$

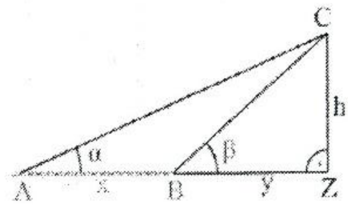
45) Pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C je dán poloměrem R kružnice opsané a obsahem S. a) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li R= 3 cm, S = 6 cm^2. b) Proveďte diskusi počtu řešení vzhledem k R, S. c) Jaký vztah musí splňovat S a R, aby trojúhelník ABC byl rovnoramenný? $[S = R^2]$

46) Je dán čtverec se stranou délky 8 cm. Body A a B jsou středy jeho sousedních stran, body C a D leží na jeho úhlopříčce. Určete obsah lichoběžníku ABCD z obrázku. $\left[\frac{40}{3}\,cm^2\right]$



47) V trojúhelníku ABC platí a = 13 cm, b = 10 cm a v_a = 6 cm. Vypočtěte délku strany c tohoto trojúhelníku. $\left[\sqrt{61}\ cm;\ \sqrt{477}\ cm\right]$

48) Společná tětiva dvou kružnic určuje v jedné kružnici středový úhel o velikosti 60° a v druhé kružnici středový úhel o velikosti 90°. Vzdálenost středů kružnic je 10 cm. Vypočtěte poloměry obou kružnic. $\left[10\left(\sqrt{3}\pm 1\right)cm\right]$



49) Z pozorovacího balónu, který je ve svislé rovině procházející podélnou osou mostu, ale mimo most, je vidět přední okraj mostu v hloubkovém úhlu o velikosti 37° a jeho zadní okraj v hloubkovém úhlu o velikosti 30°30'. Vypočítejte délku mostu, víte-li, že balón je ve výšce 920 m nad zemí. [341 m]

50) Určete délky všech stran a velikosti všech vnitřních úhlů trojúhelníku ABC, je-li dáno: a = 6 cm, c = 7 cm, $\gamma = 40°$. $[10{,}44\ cm, 33°26', 106°34']$

51) Určete velikosti všech vnitřních úhlů trojúhelníku ABC, je-li dáno: a = 2 cm, b = 3 cm, c = 4 cm. $[28°57', 46°34', 104°29']$

52) Jsou dány dvě kružnice $k_1(O_1$; 4 cm), $k_2(O_2$; 6 cm), $|O_1O_2|$ = 5 cm. Označme P_1, P_2 průsečíky daných dvou kružnic. Vypočítejte délku úsečky P_1P_2. [7,94 cm]

53) Vypočítejte obsah S a výšky v_a, v_b, v_c trojúhelníku se stranami délek a = 10 cm, b = 8 cm, c = 14 cm. $\left[39{,}19\ cm^2, \frac{16\sqrt{6}}{5}\ cm, 4\sqrt{6}\ cm, \frac{16\sqrt{6}}{7}\ cm\ \right]$

54) Kruhová výseč má obvod 17 cm, obsah 17,5 cm^2. Určete její poloměr a příslušný středový úhel. $[5\ cm, 80°13', 3{,}5\ cm, 163°42']$

55) K danému pravoúhlému trojúhelníku ABC s odvěsnami délek a, b sestrojte: a) čtverec o stejném obsahu, b) kruh o stejném obsahu. $\left[x = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{2}}, r = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{\pi 2}}\right]$

56) Jeden z vnitřních úhlů kosočtverce měří 120° a kratší úhlopříčka 3,4 m. Vypočítejte obvod kosočtverce. [13,6 cm]

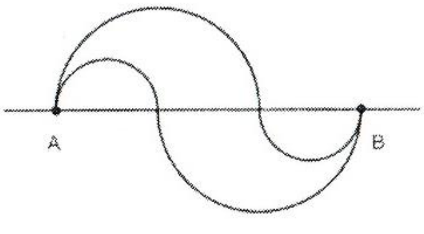
57) V rovnoramenném lichoběžníku $ABCD$, $AB \| CD$, je $|CD| = c = 8$ cm, výška $v = 7$ cm, $|\sphericalangle CAB| = 35°$. Vypočítejte obsah lichoběžníku. [69,98 cm^2]

58) Vypočítejte obvod, obsah a velikosti zbývajících úhlů trojúhelníku ABC, jestliže je dáno: $a = 8{,}4$ cm; $\beta = 105°35'$; $ta = 12{,}5$ cm. [34,4 cm, 43,3 cm^2]

59) Vypočítejte velikosti všech stran a vnitřních úhlů trojúhelníku ABC, jestliže je dáno: $S = 501{,}9$ cm^2; $\alpha = 15°28'$ a $\beta = 45°$. [119°32′, 55,31 cm, 68,06 cm, 20,86 cm]

60) Rovnoběžník $ABCD$ má obsah 40 cm^2, $|AB| = 8{,}5$ cm a $|BC| = 5{,}65$ cm. Vypočítejte velikosti jeho úhlopříček. [7,14 cm, 12,54 cm]

61) Na obrázku jsou dvě a dvě polokružnice shodné. Poloměr jedné je dvakrát větší než poloměr druhé kružnice. Vypočítejte obsah vybarveného obrazce, pokud $|AB| = 12$ cm. [37,7 cm^2]



62) Jedna z odvěsen pravoúhlého trojúhelníku má délku 12 cm. V jaké vzdálenosti je střed přepony od druhé odvěsny? [6 cm]

63) Jaký úhel svírá v trojúhelníku ABC výška na stranu BC s výškou na stranu AB, jestliže úhly při vrcholech A, B jsou $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$? [45°]

64) V pravoúhlém trojúhelníku s přeponou dlouhou 50 cm známe obvod trojúhelníku $o = 1{,}2$ m a obsah $S = 6$ dm^2. Vypočítejte délky odvěsen a vnitřní úhly tohoto trojúhelníku. [4 dm, 3 dm, 53°8′, 36°52′]

65) Rovnoramenný trojúhelník ABC má základnu $|AB| = 12$ cm. Výška v_c na základnu je 10 cm dlouhá. Vypočítej délku ramene a délku těžnice sestrojené na rameno. $\left[2\sqrt{34}\ cm, \sqrt{106}\ cm\right]$

66) Obvod rovnoramenného trojúhelníku ABC je 60 cm, druhá mocnina velikosti výšky na základnu $v_c^2 = 60$ cm^2. Vypočítejte velikost základny a ramen trojúhelníku. [16 cm, 28 cm]

67) V rovnoramenném trojúhelníku ABC se velikost úhlu při vrcholu A rovná 42°. Na rameni AB je sestrojen takový bod D, aby $|CB| = |CD|$. Urči úhel ACD. [27°]

68) Na vrcholu kopce stojí 30 m vysoká věž. Její patu a vrchol vidíme z určitého místa v údolí pod výškovými úhly α, β. Jak vysoko je vrchol kopce nad vodorovnou rovinou místa, z něhož pozorujeme, pokud $|\alpha| = 28°30'$, $|\beta| = 30°40'$? [325,7 m]

69) Z věže vysoké 20 m a vzdálené od řeky 20 m se jeví šířka řeky pod úhlem 15°. Jak široká je řeka v tomto místě? [14,64 m]

70) V trojúhelníku ABC je úhel α oproti straně $a = \sqrt{3}$ dvojnásobkem úhlu β oproti straně $b = 1$. Vypočítejte obvod a obsah trojúhelníku ABC. $\left[3 + \sqrt{3}\ cm, \frac{\sqrt{3}}{2}\ cm^2\right]$

71) Vypočítejte délky stran trojúhelníku ABC, ve kterém $\alpha = 113°$, $\beta = 48°$ a poloměr kružnice trojúhelníku opsané je $r = 10$ cm. [18,41 cm, 14,86 cm, 6,51 cm]

72) Tři kružnice s poloměry $r_1 = 5$, $r_2 = 4$ a $r_3 = 6$ se dotýkají zvenčí. Vypočítejte obsah obrazce ležícího mezi nimi. [3,85 cm^2]

73) Kružnici je vepsán a opsán čtverec. Rozdíl jejich obsahů je 18. Vypočítejte poloměr kružnice r. [3 cm]

74) Kosočtverec má obsah $S = 120$ cm^2 a poměr velikostí jeho úhlopříček $e : f = 5 : 12$. Vypočítejte velikost strany a, výšky v a úhlopříček e, f. $\left[13\ cm, \frac{120}{13}\ cm\right]$

75) V trojúhelníku ABC jsou sestrojeny osy jeho vnitřních úhlů α a β. Přímky, jejichž podmnožinami tyto osy jsou, určují vrcholové úhly, z nichž dva mají velikost 70°. Určete velikost vnitřního úhlu γ v ΔABC. [40°]

76) V trojúhelníku ABC je $t_c:c = 1:2$. Tato informace by vám měla stačit k tomu, abyste stanovili velikost vnitřního úhlu tohoto trojúhelníku při vrcholu C. Pokuste se o to. [90°]

77) Trojúhelník ABC je rovnoramenný (BC je základna). Velikost vnitřního úhlu při vrcholu A je 36°. Osa vnitřního úhlu při vrcholu B protíná stranu AC v bodě D. Pak $|AD| = |BC|$. Dokažte.

78) V trojúhelníku ABC je $\alpha = 40°$, $\beta = 60°$. Osa úhlu β protíná stranu AC v bodě D. Uspořádejte podle velikosti úsečky CD, AB, BD a BC. [$|CD| < |BC| < |BD| < |AB|$]

79) V jistém trojúhelníku procházejí osy všech jeho vnitřních úhlů jedním bodem. Které z následujících tvrzení nepochybně **platí**? 1. Tento trojúhelník je rovnoramenný. 2. Tento trojúhelník je pravoúhlý. 3. Nic dalšího o něm říci nemůžeme. 4. Všechny jeho vnější úhly jsou tupé. [3]

80) V jistém trojúhelníku procházejí osy všech jeho stran jedním bodem. Které z následujících tvrzení nepochybně **platí**? 1. Nic dalšího o něm říci nemůžeme. 2. Tento trojúhelník je pravoúhlý. 3. Aspoň jeden jeho vnější úhel není tupý. 4. Průsečík os je i těžištěm tohoto trojúhelníku. [1]

81) O stranách trojúhelníku víme, že jejich délky jsou vyjádřeny celými čísly, přitom $a = 8$ cm, $b = 5$ cm, o straně c žádnou další informaci nemáme. Které z následujících tvrzení je nepochybně **nepravdivé**? 1. Tento trojúhelník může být rovnoramenný. 2. Jeho obvod bude menší než 26 cm. 3. Mezi všemi takovými trojúhelníky existuje jeden, jehož jedna střední příčka bude mít délku 3,5 cm. 4. V každém takovém trojúhelníku je vnitřní úhel, který leží proti straně a, největší. [4]

82) O stranách trojúhelníku víme, že jejich délky jsou vyjádřeny celými čísly, přitom $a = 7$ cm, $b = 4$ cm, o straně c žádnou další informaci nemáme. Které z následujících tvrzení je nepochybně **nepravdivé**? 1. Tento trojúhelník může být rovnoramenný. 2. Jeho obvod bude větší než 14,5 cm. 3. V žádném takovém trojúhelníku není vnitřní úhel proti straně a nejmenší. 4. V žádném takovém trojúhelníku nemá některá jeho střední příčka délku 4,3 cm. [4]

83) Průsečík výšek trojúhelníku není jeho bodem. Které z následujících tvrzení **neplatí**?
1. Jeden z jeho vnitřních úhlů je tupý. 2. Nemůže to být rovnoramenný trojúhelník.
3. Trojúhelník, jehož strany jsou střední příčky původního trojúhelníku, není pravoúhlý.
4. Ani střed kružnice tomuto trojúhelníku opsané není jeho bodem. [2]

84) Průsečík výšek trojúhelníku je jeho vnitřním bodem. Které z následujících tvrzení **neplatí**?
1. Tento průsečík může být současně i těžištěm. 2. Žádný jeho vnější úhel není pravý.
3. Trojúhelník, jehož strany jsou střední příčky původního trojúhelníku, není tupoúhlý.
4. Střed kružnice tomuto trojúhelníku opsané je jeho bodem. [3]

85) V nabídce je vždy právě jeden z nabídnutých výroků **pravdivý**.

a) Čtverec: 1. má právě dvě osy souměrnosti 2. není tečnový čtyřúhelník 3. úhlopříčky se navzájem nepůlí 4. je tětivový [4]

b) Rovnoramenný lichoběžník: 1. součet vnitřních úhlů přilehlých k jeho větší základně je přímý úhel 2. je tětivový 3. obě úhlopříčky jsou jeho osami souměrnosti 4. je tečnový, pokud jeho menší základna a ramena jsou shodné úsečky [2]

c) Obdélník: 1. úhlopříčky nejsou jeho osy souměrnosti 2. součet vnitřních úhlů přilehlých k libovolné jeho straně dává plný úhel 3. je tečnový 4. není tětivový [1]

d) Pravoúhlý lichoběžník: 1. je vždy tětivový 2. může být současně rovnoramenný 3. má vždy úhlopříčky k sobě kolmé 4. nemůže být tečnový, je-li sjednocením čtverce a pravoúhlého trojúhelníku [4]

e) Kosočtverec: 1. jeho úhlopříčky jsou současně osami jeho vnitřních úhlů 2. není tečnový 3. může mít aspoň jeden vnitřní úhel pravý 4. průsečík úhlopříček může dělit každou z nich v poměru 1 : 2 [1]

f) Deltoid: 1. je tečnový 2. obě úhlopříčky jsou současně osami jeho vnitřních úhlů 3. jeho úhlopříčky se navzájem půlí 4. nemůže mít lichý počet vnitřních úhlů, které by byly pravé [1]

86) V nabídce je vždy právě jeden z nabídnutých výroků **nepravdivý**.

a) Obdélník: 1. má právě dvě osy souměrnosti 2. je tečnový 3. jeho střední příčky nejsou shodné 4. je tětivový [2]

b) Rovnoramenný lichoběžník: 1. nemá žádný vnitřní úhel pravý 2. je tětivový 3. nemůže mít úhlopříčky k sobě kolmé 4. je tečnový, pokud velikost jeho ramene je rovna velikosti jeho střední příčky [3]

c) Pravoúhlý lichoběžník: 1. může být tětivový 2. nemá žádnou osu souměrnosti 3. jeho úhlopříčky nejsou stejně dlouhé 4. právě jeden jeho vnitřní úhel je tupý [1]

d) Deltoid: 1. žádné dvě jeho strany nejsou rovnoběžné 2. jeho úhlopříčky nemohou být shodné úsečky 3. je tečnový 4. žádné dva jeho vnitřní úhly přilehlé k téže straně nejsou pravé [2]

e) Kosočtverec: 1. má dvě osy souměrnosti 2. součet vnitřních úhlů přilehlých k libovolné jeho straně dává přímý úhel 3. je tečnový 4. je tětivový [4]

f) Čtverec: 1. je tečnový 2. jeho úhlopříčky jsou současně osami jeho vnitřních úhlů 3. jeho úhlopříčky se navzájem půlí 4. není tětivový [4]

87) Jsou-li K, L, M, N středy stran libovolného obdélníku, pak konvexní čtyřúhelník KLMN je kosočtverec. Dokažte.

88) V kosodélníku ABCD je $|AB| : |BC| = 2 : 1$. Je-li S střed strany AB, pak úhel DSC je pravý. Dokažte.

89) Kolik stran může mít pravidelný n-úhelník o straně 10 cm, je-li velikost jeho vnitřního úhlu ve stupních číslo z intervalu $I = (170; 172)$? Který z nich má velikost vnitřního úhlu ve stupních vyjádřenou celým číslem? [37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44]

90) Které pravidelné n-úhelníky mají aspoň 119, nejvýše však 170 úhlopříček? [17,18,19,20]

91) Strana pravidelného pětiúhelníku má velikost 12 cm. Vypočítejte součet velikostí všech jeho úhlopříček. Výpočet zaokrouhlujte na dvě desetinná místa. [97,08 cm]

92) Z bodu A jsou ke kružnici k(S; r) vedeny tečny, $|AS| > r$, body dotyku jsou T_1 a T_2: $|\sphericalangle T_1AT_2| = 100°$. Určete velikost obvodového úhlu příslušejícího k většímu kružnicovému oblouku T_1T_2. [140°]

93) Z bodu B jsou ke kružnici k(S; r) vedeny tečny, $|BS| > r$, body dotyku jsou T_1 a T_2: $|\sphericalangle T_1BT_2| = 16°$. Určete velikost obvodového úhlu příslušejícího k menšímu kružnicovému oblouku T_1T_2. [82°]

94) Pravidelnému n-úhelníku, který má 594 úhlopříček, je opsána kružnice, jejíž poloměr je 5 cm. Určete jeho obsah a velikost jeho vnitřního úhlu v radiánech. Výpočty zaokrouhlujte na dvě desetinná místa. [78,14 cm^2]

95) Vnitřní úhel pravidelného n-úhelníku má velikost $\frac{11\pi}{12}$ radiánů. Obsah kruhu jemu vepsaného je 308 cm^2. Určete obvod tohoto n-úhelníku, zjistěte také počet jeho úhlopříček. Výpočty zaokrouhlujte na dvě desetinná místa. [62,56 cm, 252]

96) Součet obsahů dvou kruhů, jejichž hraniční kružnice mají vnější dotyk, je $32,57\pi$ cm^2. Jejich středná je 8 cm. Zlomkem v základním tvaru zapište poměr jejich obvodů. [$\frac{9}{7}$]

97) Zjistěte, kolik procent obsahu kosočtverce, jehož úhlopříčky mají délku 20 a 48 cm, zaujímá obsah kruhu, který je kosočtverci vepsán. Výpočet zaokrouhlete na dvě desetinná místa. [55,77%]

98) Lichoběžník ABCD (AB || CD) má obsah 288 cm^2, přitom platí $|v| : |CD| : |AB| = 2 : 3 : 5$. Určete jeho obvod, víte-li, že je pravoúhlý (v je výška lichoběžníku). $[60 + 12\sqrt{2}cm]$

99) Lichoběžník ABCD (AB || CD) má obsah 640 cm^2, přitom platí $|v| : |CD| : |AB| = 2 : 3 : 7$. Určete jeho obvod, víte-li, že je rovnoramenný (v je výška lichoběžníku). $[80 + 32\sqrt{2}cm]$

100) Deltoid ABCD má dva vnitřní úhly pravé. Úhlopříčka BD, kterou průsečík úhlopříček S dělí na dvě úsečky o velikosti 2 a 8 cm, je jeho osou. Vypočítejte jeho obvod. $[12\sqrt{5}cm]$

101) Různoběžník ABCD je sjednocením dvou pravoúhlých trojúhelníků, jejichž společnou přeponou je úhlopříčka BD ($|BD| = 20$ cm). Pata výšky v ΔABD dělí přeponu v poměru 1 : 4, pata výšky v ΔBCD ji dělí v poměru 1 : 3. Vypočítejte obsah tohoto čtyřúhelníku. $[80 + 50\sqrt{3}cm]$

102) Jedna z odvěsen pravoúhlého trojúhelníku má délku 10 cm, poloměr jemu vepsané kružnice je $\rho = 2$ cm. Vypočítejte obsah trojúhelníku (výpočty zaokrouhlujte na jedno desetinné místo). $\left[\frac{80}{3}cm^2\right]$

103) Jeden z vnitřních úhlů pravoúhlého trojúhelníku má velikost 40°, poloměr jemu vepsané kružnice je $\rho = 3$ cm. Určete délku přepony trojúhelníku (výpočty zaokrouhlujte na jedno desetinné místo). $[14,7\ cm]$

104) Z bodu A, který leží vně kružnice k(S, 10 cm), jsou vedeny ke k tečny s body dotyku T_1, T_2, $|\sphericalangle T_1AT_2| = 60°$. Obdobně z bodu B ($B \in \rightarrow SA$) jsou ke k vedeny tečny, tentokrát s body dotyku T_3, T_4, $|\sphericalangle T_3BT_4| = 20°$. Určete velikost úsečky AB. $[37,6\ cm]$

105) Bod X je vnitřním bodem úsečky SY ($|SY| = 20$ cm). Vedeme-li z bodu X tečny ke kružnici k(S, r < |SX|), body dotyku jsou T_1, T_2, $|\sphericalangle T_1XT_2| = 100°$. Vedeme-li tečny z bodu Y (body dotyku jsou T_3, T_4), pak $|\sphericalangle T_3YT_4| = 64°$. Určete číslo $|SX| : |XY|$. $[2,24\ cm]$

106) V ΔABC je $\gamma = 60°$, pro jeho strany platí $a = 2b$. a) Vyjádřete stranu c jako násobek strany b. b) Doplňte na základě výsledku předcházející úlohy $a : b : c = ?$ c) Je-li obsah tohoto trojúhelníku $S = 50\sqrt{3}$ cm^2, určete jeho obvod. d) Vypočítejte velikost největšího vnitřního úhlu tohoto trojúhelníku. $[30 + 10\sqrt{3}cm,\ 90°]$

107) V ΔABC je $a = 20$ cm, $b = 16$ cm, $\gamma = 75°$. Určete délku těžnice t_c (na dvě desetinná místa). $[14{,}33\ cm]$

108) Určete obsah lichoběžníku, jehož základny mají velikost 16 a 8 cm, ramena pak 6 a 4 cm (na jedno desetinné místo). $[9\sqrt{15}cm^2]$

109) Jedna ze stran kosodélníku má velikost 12 cm, jeho úhlopříčky pak 16 a 20 cm. Vypočítejte jeho obsah (na jedno desetinné místo). $[60\sqrt{7}\ cm^2]$

110) V rovnoramenném trojúhelníku se základnou c = 6,0 a rameny 5,0 vypočtěte součet všech výšek s přesností na desetiny. $[13{,}6\ cm]$

111) V trojúhelníku o stranách 4,8, 4,8 a 8,0 vypočtěte poloměr kružnice opsané s přesností na desetiny. $\left[\frac{72\sqrt{11}}{55}\right]$

112) Určete, jak daleko (v metrech) jsou od sebe sloupy A a B, stojící každý na jiném břehu řeky. Na břehu se sloupem A jsme od něj odměřili vzdálenost 20 metrů a zapíchli kolík C. Pak jsme teodolitem změřili úhly CAB (88°) a ACE (83°). $[126{,}9\ m]$

113) Je dán pravidelný čtyřúhelník ABCD a S je střed strany AB. Určete odchylku přímek AC a SD s přesností na desetiny stupně. $[71°34']$

114) Rovnoramenný lichoběžník má základny 10,0 a 6,0 a ramena 5,0. Určete jeho obsah na tři platné číslice a délku úhlopříček na desetiny. $[8\sqrt{21}cm^2, \sqrt{85}\ cm]$

115) Kosodélník o stranách 6,0 cm a 10,0 cm je jednou úhlopříčkou půlen na dva pravoúhlé trojúhelníky. Určete obsah kosodélníku. Určete délku druhé úhlopříčky. $[48\ cm^2, 4\sqrt{13}\ cm]$

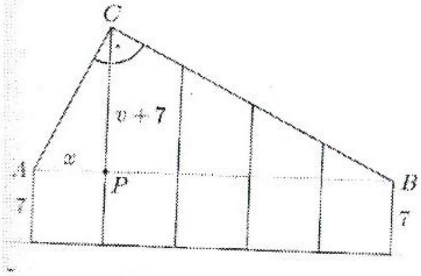
116) V lichoběžníku ABCD je strana AB rovnoběžná s CD. Známe délky stran |AB| = 15, |BC| = 6, |CD| = 10, |DA| = 5. Vypočtěte velikost úhlu u vrcholu A na desetiny stupně a výšku lichoběžníku na desetiny. $[73°44', 4{,}8\ cm]$

117) Rovnoramenný lichoběžník má delší základnu AB délky 10,0 cm. Vypočtěte, jak dlouhou má kratší základnu, víte-li, že protažením ramen tak, že se protnou, vznikne trojúhelník ABV, který má dvakrát větší obsah než lichoběžník. $[5\sqrt{2}\ cm]$

118) Do kruhu je vepsán obdélník, jehož obsah je třetinou obsahu kruhu. Vypočtěte (na setiny) poměr stran obdélníku $a : b$; přitom a je větší ze stran. [3,54: 1]

119) Vysílač má dosah 6 km. V jaké vzdálenosti od rovné dálnice je umístěn, jestliže auto projíždějící po d rychlostí 100 kmih mělo signál 6 minut? Výsledek zaokrouhlete na desetiny kilometrů. $[3{,}3\ km]$

120) V náčrtku je svislý řez haly. Střecha je podpírána sloupy, z nichž oba krajní mají výšku 7 m a nejdelší směřuje do nejvyššího místa střechy. Vzdálenosti mezi sloupy jsou, stejné. Vypočtěte výšku nejvyššího sloupu, je-li vzdálenost mezi každými dvěma sousedními sloupy x. Určete šířku haly, je-li nejvyšší sloup vysoký 25 m. Určete délku části střechy BC. $[45\ m, 40{,}25\ m]$

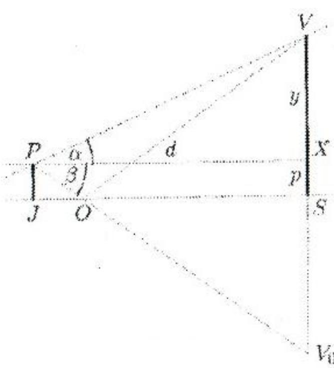


121) Pianino má půdorys obdélníka se stranami o délkách a, b. Chodba, která se lomí do pravého úhlu, má stále stejnou šířku x. a) Jak široká musí být chodba, aby jí pianino prošlo bez naklánění? b) Jaká může být hloubka b pianina širokého 180 cm v chodbě 105 cm široké? $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\left(b + \frac{a}{2}\right), 58{,}5\ cm\right]$

122) Vně oploceného pozemku tvaru kružnice s poloměrem 50 m se pohybuje běžec ve vzdálenosti 1 m od plotu. Vně vzdálenosti 5 m od plotu stojí pozorovatel. V jaké vzdálenosti od pozorovatele je běžec, když mizí pozorovateli za plotem? Jak dlouhou dráhu běžce může pozorovatel sledovat? $[32{,}96\ m, 64{,}1\ m]$

123) Kolik schodů je třeba na schodiště, které má sklon 36°30', je vysoké 15 m a jednotlivé schody jsou široké 27 cm? [75]

124)Z okna budovy, které je 10 m nad hladinou jezera, pozorujeme věž na druhé straně jezera. Vrchol věže je vidět pod výškovým úhlem 16°a jeho obraz v jezeře pod hloubkovým úhlem 22°. a) Jak daleko je věž od budovy ve vodorovném směru? B) Jak vysoko nad hladinou jezera je vrchol věže? Výsledky zaokrouhlete na celé metry. $[150\ m, 59\ m]$



125) Ze dvou oken 12 m nad sebou je vidět kámen v hloubkových úhlech 11°21′ a 5°45′. Vypočítejte vzdálenost kamenu od budovy. $[119{,}96\ m]$

126) V jaké výši je mrak, který vidí pozorovatel ve výškovém úhlu 70°, jestliže stín mraku směřuje pryč od pozorovatele a je od něj vzdálen 500 m? Slunce má výšku 43° a jeho paprsky považujeme za rovnoběžné. $[348{,}1\ m]$

127) Určete vzdálenost dvou nepřístupných míst AB, znáte-li vzdálenost dvou míst C, D, |CD| = 100 m a změříte následující úhly |∢BDC| = 40°, |∢ACD| = 50°, |∢ADC| = 120° a |∢BCD| = 100°. $[441\ m]$

128) Určete rozměry obdélníka, z něhož lze vystřihnout plášť kužele s obvodem podstavy 60 cm a stranou 15 cm. $[30\ cm\ x\ 21{,}24\ cm]$

129) Určete poloměr kružnice vepsané trojúhelníku ABC, jsou-li známy délky jeho stran $a = 8$ cm, $b = 10$ cm, $c = 12$ cm. $[2{,}65\ cm]$

130) Strany trojúhelníka ABC se dotýkají kružnice vepsané v bodech P, Q, R, které ji rozdělují na 3 oblouky, jejichž délky jsou v poměru 2:3:4. Určete vnitřní úhly trojúhelníka. $[20°, 60°, 100°]$

131) Kolik procent obsahu rovnostranného trojúhelníka zabírá čtverec do něj vepsaný? $[49{,}7\%]$

132) Vypočtěte poloměr kružnice, jejíž obvod je o 7 cm větší než obvod vepsaného pravidelného šestiúhelníku. $[24{,}7\ cm]$

133) Je dán ostrý úhel AVB, |AV | > |BV |. Na rameni V B najděte bod M tak, aby platilo: |MV | − |MA| = |V B|.

134) Dokažte, že obsah pravoúhlého trojúhelníku ABC je roven součinu úseků, na které přeponu AB rozdělí bod dotyku kružnice trojúhelníku ABC vepsané.

135) Do čtverce ABCD o straně a je vepsán rovnostranný trojúhelník EFC tak, aby E ∈ AB, F ∈ AD. Určeme poměr stran čtverce a trojúhelníku. $\left[\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} : 1\right]$

136) Úhly při základně AB rovnoramenného trojúhelníku ABC mají velikost 30°. Průsečíky os ramen AC a BC se základnou AB označíme M, N. Určete vnitřní úhly v trojúhelníku MNC. $[rovnostranný]$

137) Tětiva AB a střed S kružnice k určují rovnoramenný trojúhelník. Na polopřímce opačné k polopřímce BA je sestrojen bod C tak, aby platilo |BS| = |BC|. Polopřímka opačná k polopřímce SC protne kružnici k v bodě C. Určete poměr velikostí úhlů ACS, ASC. $[1:3]$

138) V rovnoramenném lichoběžníku ABCD je dán úhel $\alpha = 60°$ (při základně), rameno c a střední příčka d. Určete obě základny a, b a úhlopříčku u. $\left[a = \frac{1}{2}(c + 2d), b = \frac{1}{2}(2d - c), u = \frac{3}{4}c^2 + d^2\right]$

139) Nad úsečkou AB je sestrojena půlkružnice k a té je opsán obdélník ABCD. Určete poměr úseček, které na úhlopříčce AC určuje průsečík M s půlkružnicí k. $[4:1]$

140) Do čtvrtkruhu o středu S a poloměru r je vepsán kruh o středu O a poloměru ρ. Určete poměr obsahů čtvrtkruhu a kruhu. $\left[\frac{3+2\sqrt{2}}{4} : 1\right]$

141) Je dán lichoběžník ABCD. Střed E ramene BC s protějším ramenem AD určují trojúhelník ADE. Určete poměr obsahů lichoběžníku a trojúhelníku ADE. $[2:1]$

142) Do pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníku ABC s přeponou c je vepsán čtverec MNPQ tak, že jeho strana MN je na přeponě a zbývající vrcholy P, Q leží na odvěsnách. Určete obsah čtverce MNPQ. $\left[\frac{c^2}{9}\right]$

143) Dokažte, že v trojúhelníku ABC platí: |CD| : |DB| = b : c, kde D je průsečík osy úhlu α se stranou BC.

144) V trojúhelníku ABC určete velikost úhlu γ, jestliže platí $\gamma = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$. $[60°]$

145) Tětiva kružnice o poloměru r, které odpovídají obvodové úhly velikosti 60°, dělí kruh na dvě úseče. Určete součet obsahů kruhů, které jsou vepsány do těchto úsečí. $\left[\frac{5\pi r^2}{8}\right]$

146) Na přeponě AB pravoúhlého trojúhelníku ABC jsou dány body M, N tak, že |AM| = |AC|, |BN| = |BC|. Určete velikost úhlu MCN. $[45°]$

147) V rovnoramenném trojúhelníku ABC má úhel při základně AB velikost 3γ. Příčky AM, AN, které dělí úhel CAB na tři shodné úhly, rozdělí trojúhelník na tři trojúhelníky. Pomocí úhlu γ vyjádřete vnitřní úhly všech tří trojúhelníků. $\left[\gamma = \frac{\pi}{7}\right]$

148) V pravoúhlém trojúhelníku ABC označme D průsečík výšky z vrcholu C s přeponou AB a E průsečík osy úhlu DCB s přeponou. Pomocí úhlu α vyjádřete vnitřní úhly trojúhelníku EAC. $\left[90° - \frac{\alpha}{2}\right]$

149) Je dán pravoúhlý trojúhelník ABC. Sestrojte kružnici se středem na jeho přeponě AB, která prochází bodem B a dotýká se přímky AC.

150) V půlkružnici nad průměrem AB je dána tětiva AC a v bodě C tečna c tak, že $|AC| = |CD|$, $D = AB \cap c$. Určete velikost úhlu CAB. [30°]

151) Bod M je společným bodem tečen kružnice k v koncových bodech její tětivy TT′. Vyjádřete úhel TMT′ pomocí středových úhlů ω a ω' příslušných k tětivě TT′. $\left[\frac{\omega'-\omega}{2}\right]$

152) Zvětšíme-li každou stranu obdélníku o 3 cm, zvětší se jeho úhlopříčka o 4 cm a obsah o 60 cm^2. Určete rozměry obdélníku. $[12\ cm, 5\ cm]$

153) Protější vrcholy A, C čtverce ABCD o straně a jsou středy kružnicových oblouků, které procházejí vrcholy B, D. Určete obsah průniku čtvrtkruhů určených těmito oblouky. $\left[\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)a^2\right]$

154) Ve čtverci ABCD příčka AE, kde E je střed strany CD, protíná úhlopříčku BD v bodě F. Určete poměr úseček EF a AF. Určete velikost úsečky EF, je-li délka strany čtverce a. $\left[1:2, \frac{\sqrt{5}a}{6}\right]$

155) V lichoběžníku ABCD, ve kterém jsou základny v poměru 1 : 2, úhlopříčky dělí střední příčku na tři úsečky. Určete poměr těchto úseček. $[1:1:1]$

156) Obsah S čtverce, jehož strany leží na úhlopříčkách AD, BG, CF, EH pravidelného osmiúhelníku ABCDEFGH, vyjádřete pomocí poloměru r kružnice osmiúhelníku opsané. $\left[(2-\sqrt{2})a^2\right]$

157) Trojúhelník CEF, který je vepsán do čtverce ABCD o straně a tak, že bod E je střed strany AB a bod F je na straně CD, má obsah $S = \frac{1}{6}a^2$. Určete velikost úsečky CF. $\left[\frac{1}{3}a\right]$

158) Body A′, B′, C′, které leží v jedné třetině od vrcholů A, B, C na stranách AB, BC, CA rovnostranného trojúhelníku ABC, určují rovnostranný trojúhelník. Určete poměr obsahů trojúhelníků ABC a A′B′C′. [3: 1]

159) Určete obsah rovnoramenného trojúhelníku ABC, který je vepsán do kružnice k(S; r) tak, že základna AB je tětiva příslušná středovému úhlu 90°. $\left[\frac{1}{2}(1+\sqrt{2})r^2\right]$

160) Určete stranu b pravidelného osmiúhelníku, který je vepsán do čtverce o straně a tak, že čtyři jeho strany leží na stranách čtverce. $\left[a(\sqrt{2}-1)\right]$

161) V rovině je umístěna úsečka AB nad ní bod Q. Sestrojte trojúhelník ABC, jehož výška v_b se protíná s těžnicí t_c v bodě Q.

162) Je dána přímka CA a nad ní bod P. Sestrojte trojúhelník ABC, jehož výška v_b se protíná s těžnicí t_a v bodě P. Proveďte rozbor nebo popis konstrukce.

163) Odvěsna pravoúhlého trojúhelníku má velikost 22,5 cm, poloměr kružnice vepsané 4,5 cm. Určete velikost stran a úhlů trojúhelníku. $[12\ cm, 22{,}5\ cm, 25{,}5\ cm, 28°, 62°]$

164) Úhlopříčky deltoidu mají velikost v poměru 3:4. Obsah deltoidu je 96 cm^2. Jak dlouhé jsou strany a úhlopříčky, protíná-li jedna druhou ve třech osminách její délky? $\left[12\ cm, 16\ cm, 6\sqrt{2} cm, 2\sqrt{34}\ cm; 16\ cm, 12\ cm, 9{,}18\ cm,\ 10{,}97\ cm\right]$

Rýsování:
1) 2012 – V – PODZIM – 11
2) 2014 – V – IL – 8
3) 2014 – V – JARO – 7
4) 2014 – V – JARO – 8
5) 2015 – V – JARO – 8
6) 2016 – V – JARO – 8
7) 2017 – V – JARO – 8