19 – Základy pravděpdobnosti a statistiky

1) Zkouška se skládá ze tří částí (X, Y, Z), v každé části je možné získat nejvýše 8 bodů. V tabulce jsou uvedeny výsledky pěti žáků. Jejich průměrný výsledek byl v každé ze tří částí zkoušky stejný. Porovnejte směrodatné odchylky výsledků v jednotlivých částech zkoušky (s_x, s_y, s_z). A) s_x < s_y < s_z; B) s_y < s_x < s_z; C) s_x < s_z < s_y;

| Žák | X | Y | Z | Výsledek | |
|-----|-----------|----------|---|----------|--|
| Zak | Bodové ho | vysiedek | | | |
| 1. | 2 | 2 | 2 | 6 | |
| 2. | 2 | 5 | 2 | 9 | |
| 3. | 4 | 2 | 3 | 9 | |
| 4. | 6 | 5 | 6 | 17 | |
| 5. | 6 | 6 | 7 | 19 | |

b

f

j

C

a

e

i

d

h

- D) Směrodatné odchylky se alespoň u dvou částí shodují. E) Žádné z uvedených tvrzení (A–D) není pravdivé.[B]
- 2) Dvě různé karty (I a II) mají po dvanácti polích označených písmeny *a-l*. Na každé kartě je polovina polí tmavých a polovina světlých.

b

f

C

g

V osudí je všech dvanáct písmen *a-l*, z nichž jedno bude vylosováno. Přiřaďte jevům 1 – 3 odpovídající hodnoty pravděpodobnosti (A – E):

| odpovídající hodnoty pravděpodobnosti (A – E |
|----------------------------------------------|
| 1) Vylosované písmeno bude na obou kartách |
| umístěno v tmavém poli. |
| |

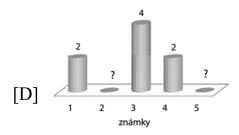
- 2) Vylosované písmeno bude právě na jedné z obou karet umístěno v tmavém poli.
- 3) Vylosované písmeno bude alespoň na jedné z obou karet umístěno v tmavém poli. A) 0,25; B) 0,4; C) 0,5; D) 0,75; E) jiná hodnota. [1A, 2C, 3D]
- 3) Mezi 52 kartami jsou 4 sedmičky. Každý ze čtyř hráčů si vytáhne 2 karty, které si ponechá. a) Jaká je pravděpodobnost, že si náhodně vybraný hráč vytáhne alespoň 1 sedmičku?[0,15] b) Jaká je pravděpodobnost, že si žádný ze čtyř hráčů nevytáhne ani jednu sedmičku? [0,5]
- 4) Balíček deseti karet obsahuje čtyři esa a karty 5, 6, 7, 8, 9 a 10. Přiřaďte ke každému jevu (1–3) pravděpodobnost (A–E), s níž může nastat. 1) Čtveřici náhodně vybraných karet tvoří po sobě jdoucí čísla. 2) Ve čtveřici náhodně vybraných karet není žádné eso. 3) Čtveřici náhodně vybraných karet tvoří dvě po sobě jdoucí čísla a dvě esa.

A)
$$\frac{1}{7}$$
, B) $\frac{1}{14}$, C) $\frac{1}{21}$, D) $\frac{1}{35}$, E) $\frac{1}{70}$ [1E, 2B, 3A]

- 5) V osudí je 6 koulí označených písmeny K, L, M, N, O, P. Koule se postupně vytahují a žádná z nich se do osudí nevrací. Přiřaďte ke každému jevu (1–3) pravděpodobnost (A–E), s níž může nastat: 1) Druhá v pořadí bude tažena koule M. 2) Mezi prvními třemi taženými koulemi bude koule M. 3) Mezi prvními třemi bude tažena koule M, avšak ne první v pořadí. A) $\frac{1}{6}$, B) $\frac{5}{6}$, C) $\frac{1}{3}$, D) $\frac{2}{3}$, E) $\frac{1}{2}$ [1A, 2E, 3C]
- 6) Graf udává známky z testu, který psalo 50 žáků čtvrtých ročníků. Medián je 2,5. Jaká je průměrná známka z testu? [2,62]



- 7) Graf udává četnost známek z písemné práce z matematiky, kterou psalo 13 žáků. Není uvedena četnost známek 2 a 5. Medián je 2. Které z následujících tvrzení je <u>nepravdivé</u>?
 - A) Aritmetický průměr je větší než medián.
 - B) Aritmetický průměr je menší než 2,5.
 - C) Nejvíce je dvojek.
 - D) Modus je 5.
 - E) Nejsou žádné pětky.



- 8) V osudí je 5 nenulových čísel a 3 nuly. Vylosovaná čísla se do osudí nevrací. Jaká je pravděpodobnost, že v pětici tažených čísel budou právě dvě nuly? $\left[\frac{15}{28}\right]$
- 9) V hotelu je 10 hostů. V tabulce je uvedeno, zda se domluví, či nedomluví anglicky nebo francouzsky. Jaká je pravděpodobnost, že se spolu domluví anglicky nebo francouzsky dva náhodně vybraní hosté? A) $\frac{1}{3}$, B) $\frac{3}{5}$, C) $\frac{3}{10}$, D) $\frac{4}{15}$, E) jiná pravděpodobnost $\left[\frac{4}{15}\right]$

| | domluví se francouzsky | nedomluví se francouzsky | |
|-----------------------|------------------------|--------------------------|--|
| domluví se anglicky | 2 | 3 | |
| nedomluví se anglicky | 1 | 4 | |

10) V tabulce jsou uvedeny výsledky soutěžících ve dvou různě početných skupinách A a B. Každý soutěžící mohl získat 0 - 4 body. Některé údaje v tabulce chybí, avšak víme: V tabulce četností bude v každém řádku 5 různých čísel, ve sloupcích bude vždy ve skupině B číslo o 2 větší než ve skupině A.

| Skupina | Počet bodů | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---------|---------------|---|---|---|---|---|
| Α | Četnost | 2 | 0 | 8 | | |
| В | Cethost | 4 | 2 | | | |

| Aritmetický průměr | Medián | Modus |
|-----------------------|--------|-------|
| | 2,5 | 4 |
| | | |

Po doplnění potřebných údajů rozhodněte o každém z následujících tvrzení (1-3), zda je pravdivé, či nikoli. 1) U skupiny A je aritmetický průměr větší než medián. 2) U skupiny B je medián 2,5. 3) U skupiny B je aritmetický průměr 2,5. [A, N, A]

- 11) Na cestě automobilu jsou čtyři křižovatky se semafory, pravděpodobnost průjezdu každou z nich je 0,5. Určete: a) jaká je pravděpodobnost, že automobil projede všemi křižovatkami bez zastavení, b) jaká by musela být pravděpodobnost průjezdu jednou křižovatkou, aby pravděpodobnost průjezdu všemi čtyřmi křižovatkami bez zastavení byla 0,5.[0,0625; 0,84]
- 12) Šrouby se vyrábějí na dvou strojích. Na prvním stroji dosahují požadované kvality s pravděpodobností 0,92, na druhém s pravděpodobností 0,8. Přitom první stroj má třikrát větší výkonnost než druhý. Ze skladu náhodně vybereme jeden šroub. Určete pravděpodobnost, že šroub: a) byl vyroben na prvním stroji a je kvalitní, b) byl vyroben na druhém stroji a je kvalitní, c) má předepsanou kvalitu. [0,69; 0,2; 0,89]

13) Rozložení celkového prospěchu ve třídě a ve škole je vyjádřeno těmito údaji:

| | | | | <i>J</i> J | J |
|----------|------------|-------------|----------|------------|-----------------|
| Zařízení | Počet žáků | Vyznamenání | Prospěli | Neprospěli | Neklasifikováni |
| Třída | 30 | 8 | 21 | 0 | 1 |
| Škola | 203 | 48 | 148 | 4 | 3 |

Přepočtěte četnosti jednotlivých skupin na relativní hodnoty a porovnejte pomocí nich třídu a školu na spojnicovém diagramu.

14) Při měření tělesné výšky 200 sedmnáctiletých chlapců byly získány tyto výsledky:

| | | | 3 1 33 3 3 3 | | | J | |
|------------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|
| Výška v cm | 158-162 | 163-167 | 168-172 | 173-177 | 178-182 | 183-187 | 188-192 |
| Četnosti | 9 | 20 | 36 | 82 | 35 | 14 | 4 |

Sestrojte odpovídající sloupkový diagram rozdělení četností.

15) Určete aritmetický průměr a směrodatnou odchylku délky x, jsou-li naměřené délkové hodnoty x_i , a jejich četnosti n_i dány tabulkou:

| | x_i | 4,7 | 4,8 | 4,9 | 5,0 | 5,1 | 5,2 | 5,3 |
|---|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ī | n_i | 4 | 7 | 7 | 13 | 10 | 5 | 4 |