09 – Exponenciální a logaritmické funkce, rovnice a nerovnice

1) V R řešte: $x\,log4^{x+1} = (x+1)\,log\,8$ $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$

2) Užitím substituce řešte v oboru R: $2^{4x} - 3 \cdot 2^{2x} + 2 = 0$ $\left[0; \frac{1}{2}\right]$

3) Pro $x \in R$ řešte: $log_5(x+4) + log_5(3-x) = log_5(2-x)$ $\left[-\sqrt{10}\right]$

4) Pro $n \in N$ je definován výraz: $V(n) = log2^n - log2^{n-1} + log2^{n-2} - \cdots + (-1)^{n-1}log2$
Vyjádřete jediným členem $V(3)$, vypočtěte podíl $\frac{V(5)}{V(4)}$, vypočtěte rozdíl $V(100) - V(99)$
$\left[\log 4; \frac{3}{2}; 0\right]$

5) Vypište všechny hodnoty $k \in N$, které splňují nerovnosti: $100 < 2^k < 1000$ $[7; 8; 9]$

6) Vypište všechny hodnoty $k \in N$, které splňují nerovnosti: $100 < 2^{2k-1} < 1000$ $[4; 5]$

7) Z uvedeného vztahu vyjádřete veličinu y, je-li $x > 0$. (Výsledný zápis nesmí obsahovat funkci logaritmus.) $log\frac{y}{5} = 1 - log\frac{x}{2}$ $\left[\frac{100}{x}\right]$

8) Vyřešte v R: $\log 4 + \log 16 + \log 64 + \cdots + \log 4^{19} = 20\log x$. $[2^{19}]$

9) Je dán výraz: $\frac{\log(x^2+0{,}75)^2}{\log(x^2+0{,}75)}$. Určete všechny hodnoty $x \in R$, pro než má výraz smysl. Daný výraz zjednodušte. $\left[R - \left\{\pm\frac{1}{2}\right\}; 2\right]$

10) Pro $n \in N$ řešte rovnici: $\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{4080}{2^{n+4}}$ $[8]$

11) Rovnice řešte v oboru R a každé z nich přiřaďte pravdivé tvrzení z nabídky A–E.
1) $\log(x-2) = \log(2-x)$, 2) $\log(1-x) + \log(-x) = \log(4-x)$, 3) $\log(x+2) = 0$.
A) Rovnice nemá řešení. B) Rovnice má právě jedno řešení, kořen je -2. C) Rovnice má právě jedno řešení, kořen je 2. D) Rovnice má právě jedno řešení, kořen není -2 ani 2.
E) Rovnice má právě dvě různá řešení. [A; B; D]

12) Ke každé rovnici řešené v oboru R přiřaďte interval (A–F), do něhož patří řešení dané rovnice. 1) $3^{\log(x-2)} = 1$, 2) $2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 2^0 = 0$. A) $(-\infty; -3)$, B) $\langle -3; -1)$, C) $\langle -1; 1)$, D) $\langle 1; 2)$, E) $\langle 2; 4)$, F) $\langle 4; \infty)$. [E; C]

13) V oboru R řešte: $log_3 x + log_3\frac{x}{3} = log_{\sqrt{3}}3 + 1$ [9]

14) Vyřešte v R: $125 \le 0{,}2^{x-6}$ $[(-\infty; 3\rangle]$

---

15) Nakresli graf exponenciální funkce a urči vlastnosti funkce: (definiční obor funkce, obor hodnot funkce, funkce je/není prostá, je/není spojitá, sudá/lichá funkce, je/není periodická, neohraničená/ohraničená zdola/shora, asymptoty funkce, souřadnice průsečíků se souřadnicovými osami, lokální minimum, lokální maximum, rostoucí/klesající funkce)

a) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x}$
b) $y = 2^x \cdot 3^{-x}$
c) $y = \left(\frac{1}{6}\right)^{-x+1} - 1$
d) $y = 16^{-0{,}25x}$
e) $y = 1 - 8^x$
f) $y = 16 \cdot 4^{-x} \cdot 2^x$
g) $y = 2^{x log100} \cdot log10^4$
h) $y = |5^x - 6|$
i) $y = |0{,}225^x - 1{,}5|$
j) $y = |4^x - 1| - 2$
k) $y = -\left||2^{-x} - 4| + 3\right| + 5$
l) $y = 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x$
m) $y = 2^{|x|+1} - 4$
n) $y = 2^{|x+1|} - 4$
o) $y = |2^{x+1} - 4|$

16) Nakresli graf logaritmické funkce a urči vlastnosti funkce: (definiční obor funkce, obor hodnot funkce, funkce je/není prostá, je/není spojitá, sudá/lichá funkce, je/není periodická, neohraničená/ohraničená zdola/shora, asymptoty funkce, souřadnice průsečíků se souřadnicovými osami, lokální minimum, lokální maximum, rostoucí/klesající funkce)

a) $y = log_{0,5}(x-1)$
b) $y = log_5 x^{-1}$
c) $y = 5 - log_8 x$
d) $y = log_3(2x+5)^2$
e) $y = \log 2x + \log 5x$
f) $y = log_4 x + log_4 \frac{1}{x}$
g) $y = log x + log_{100} x$
h) $y = \frac{log_7 x^2}{log_x x^2}$
i) $y = -log_{0,6}(x-1) - 1$
j) $y = log_3 x - log^{-1} 3^{-1} . log x^{-1}$
k) $y = log_3 x^{-1} - log_3 9^{-1}$
l) $y = log_2 x^2 + log_4 x^4 + log_8 x^8$
m) $y = -log_{0,5}\left(\frac{1}{x^{-1}}\right)$
n) $y = log_8|x|$
o) $y = 2.\left|-log_{0,4} x\right| + 7$
p) $y = -4\left|-log_{0,4} x^{-1}\right|$
q) $y = |\log x - \log 10x| - |\log x - \log x^{10}|$
r) $y = \left|\frac{log_3 x^{-5}}{log_3 243} - 1\right| - 5$

17) Určete, který výraz je menší, větší popř. roven 1: a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{0,3}$, b) $\left(\sqrt{3}\right)^{-\frac{1}{2}}$, c) $\left(\frac{9}{10}\right)^{-\sqrt{2}}$, d) $\left(-\sqrt{2}\right)^{\frac{3}{4}}$ [$<; <; >; neex.$]

18) Porovnejte mocniny: a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{3}}$ a $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{3}}$, b) $\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{5}{9}}$ a $\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{1}{9}}$, c) $\left(\frac{6}{5}\right)^{0,3}$ a $\left(\frac{6}{5}\right)^{-\frac{1}{10}}$, d) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-\sqrt{2}}$ a $\left(\frac{4}{3}\right)^{\sqrt{2}}$ [$>; >; >; <$]

19) Uveďte, který z výroků je pravdivý: a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$, b) $2^{-\frac{1}{2}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$, c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2}$, d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ [N; N; A; N]

20) Grafy funkcí $f: y = 2^{x+1}$ a $g: y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ se protínají v bodě: a) $[0; 2]$, b) $[2; 0]$, c) $[0; -2]$, d) neprotínají se [D]

21) Grafy funkcí $f: y = 10^{x^2+2x+4}$ a $g: y = 1000^{3x-2}$ se protínají v bodech, které mají souřadnice: a) $x = -2$ a $x = 5$, b) $x = 5$ a $x = 2$, c) $x = -2$ a $x = -5$, d) neprotínají se [B]

22) Funkce $f: y = 3^{|x|} - 1$ je: a) sudá, zdola omezená, b) lichá, zdola omezená, c) sudá, rostoucí, d) lichá, neomezená [A]

23) Který z výroků je pravdivý: a) $log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{9} < 0$, b) $log_5 \frac{1}{9} \geq 0$, c) $log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{9} > 0$, d) $log_5 9 \geq 0$ [N; N; A; A]

24) Který z intervalů obsahuje všechny hodnoty $a \in R$ takové, že platí $log_a 3 \geq log_a 5$? a) $(0; 1)$, b) $(0; 1\rangle$, c) $(1; \infty)$, d) pro žádný. [A]

25) Která z množin obsahuje všechny hodnoty $a \in R$ takové, že platí $log_a 7 = log_a \frac{1}{7}$? a) $(0; 1)$, b) $\{1\}$, c) $(1; \infty)$, d) žádná [D]

26) Funkce $y = -log_2(-x)$: a) je rostoucí a není omezená, b) je klesající a není omezená, c) je sudá a je rostoucí, d) je lichá a je rostoucí [A]

27) Určete definiční obor funkce: a) $y = log_2\left(\frac{x^2}{2}\right)$, b) $y = log_5\sqrt{2x-3}$ $\left[R - \{0\}; \left(\frac{3}{2}; \infty\right)\right]$

28) Načrtněte graf funkce *f*. Rozhodněte, zda k funkci *f* existuje funkce inverzní f^{-1}. Pokud tomu tak je, stanovte pak definiční obor a předpis, jímž je f^{-1} určena, do soustavy souřadnic, v níž jste znázornili graf funkce *f*, doplňte graf funkce f^{-1}.

a) $y = log_2(x+2), D_f = (-2;\infty)$ $[R; y = 2^x - 2]$

b) $y = 0{,}5 . log_2 x,\ D_f = R^+$ $[R; y = 2^{2x} = 4^x]$

29) Je dána funkce $f: y = 3^{\frac{|x|-x}{2}}$. Načrtněte její graf.

✓30) Určete číslo Q: ✓ a) $log_6 Q = log_6 8 + 2\ log_6 0{,}5 - \frac{1}{6}(3\ log_6 16 + 2\ log_6 8)$ $[log_6 \frac{1}{4}]$

✓ b) $log_9 Q = 0{,}5.(log_9 48 - log_9 3) - log_9 5 + 3\ log_9 2$ $[log_9 \frac{32}{5}]$

31) Určete číslo a, jestliže a) $log_a 42$ je o 1 menší než $log_a 6$ $[\frac{1}{7}]$

b) $log_a 96$ je o 4 větší než $log_a 6$ [2]

32) Vypočtěte součet $a+b$, je-li dána exponenciální funkce $f: y = a^{x+1} + b$ a body A$[-1;4]$, B$[2;11]$, které leží na grafu funkce f. [5]

33) Je dána exponenciální funkce $f: y = \left(\frac{a+1}{a-1}\right)^x$. Pro která $a \in R$ je funkce f rostoucí?$[(1;\infty)]$

34) Vyberte funkci, která není rovna ostatním: a) $y = 2^{-2x}$, b) $y = 0{,}5^{2x}$, c) $y = 2^{-x^2}$, d) $y = (4^x)^{-1}$ [C]

35) Určete funkci, která není exponenciální: a) $y = 0{,}9999^x$, b) $y = |-2|^x$, c) $y = (\sqrt{2}-2)^x$, d) $y = 0{,}1^{-x}$ [C]

36) Pro která b je funkce $y = \left(\frac{3b+1}{2-b}\right)^x$ klesající exponenciální funkcí? $\left[\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{4}\right)\right]$

37) Označme konstanty $\log 2 = d$ a $\log 3 = t$. Pomocí součtu nebo rozdílu těchto konstant a přirozených čísel zapište a) log 6, b) log 8, c) log 9, d) log 20, e) log 5, f) log 50

$[t+d; 3d; 2t; d+1; 1-d; 2-d]$

38) Je-li roční inflace 3 %, znamená to, že zboží je průměrně o 3 % dražší než před rokem. Kolik bude stát zboží po 5 letech, jestliže na začátku stálo 1000 Kč a každý rok se zvyšovala jeho cena o 3 %? [1159,30]

39) Aktivita určitého radioaktivního vzorku klesá o 2 % za každých 10 dnů. Za jak dlouho bude aktivita polovinou původní aktivity? [343 $dní$]

40) Milimetrová vrstva skla pohltí 1 % energie světla, které jím prochází. Jak velká část energie světla projde vrstvou skla o tloušťce 20 mm? [81,8%]

41) Terka si uložila jistou částku na 5 let na účet s pevnou roční úrokovou sazbou. Za 5 let se částka zvětšila o 50 %. Určete hodnotu úrokové sazby. [8,4%]

42) Na začátku roku bylo vloženo 10 000 Kč na účet, kde k nim bude vždy na konci roku připsán čistý úrok ve výši 5 % naspořené částky. Po kolika celých letech poprvé překročí částka na účtu 15 000 Kč? [9]

43) Na počátku roku 2000 žilo ve městě 25478 obyvatel. Kolik jich zde bude žít na počátku roku 2015, je-li roční přírůstek obyvatelstva 1,7 %? [32808]

44) Z hodnoty stroje je ročně odepisováno 8 % z jeho hodnoty z předchozího roku. Za jakou částku byl stroj pořízen, jestliže po 4 letech má hodnotu 71 639,3 Kč? [100 000]

45) Graf logaritmické funkce je dán předpisem $y = log_a x$. Určete neznámou a, prochází-li graf bodem A $[9;-2]$. Určete souřadnici x bodu B $[x;-1]$ ležícího na stejném grafu logaritmické funkce. $\left[\frac{1}{3};3\right]$

46) Vypočtěte: $0{,}5 log_3 16 + 5 log_3 2 - log_3 6 - 6 log_3 2$ $[-1]$

47) Závislost výšky stromu na čase je přibližně dána vzorcem $h = 100.e^{0,3t} - 30$, kde t je číselná hodnota stáří stromu vyjádřená v letech a h číselná hodnota jeho výšky v cm. Určete stáří stromu, jehož výška je 8 m. [7]

48) Určete definiční obor funkce: $y = \sqrt{log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-1}}$ $[\langle 2; \infty)]$

49) Jsou dány funkce $f: y = 3^{\frac{6+x}{x}}$ a $g: y = \left(\sqrt{3}\right)^{x+1}$. a) Určete D_f a D_g. b) Určete, pro která $x \in R$ platí $f(x) = g(x)$. c) Určete, pro která $x \in R$ platí $f(x) \geq g(x)$. d) Sestrojte graf funkce g. $[R - \{0\}; R; \{-3; 4\}; (-\infty; -3\rangle \cup (0; 4\rangle]$

50) Je dána funkce $f: y = e^{-\frac{x^2}{2}}$. Určete definiční obor, obor hodnot a intervaly monotónnosti. $[R; (0; 1\rangle; rost.(-\infty; 0\rangle; kles.\langle 0; \infty)]$

51) Určete definiční obor funkce $f: y = \frac{1+lnx}{x-x\,lnx}$ $[(0; e) \cup (e; \infty)]$

52) Jsou dány funkce $f: y = log_{\frac{1}{2}}(x+2) - 3, g: y = \frac{5}{7}e^{x-3} + 2$. K daným funkcím určete funkce inverzní a načrtněte všechny grafy. $\left[y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 2; \ln\frac{7}{5}(x-2) + 3\right]$

53) Určete reálné parametry a, b tak, aby graf funkce $f: y = logx^a + b$ procházel body $[10; 2]$ a $[100; 5]$. $[3; -1]$

54) Určete souřadnice průsečíků grafů funkcí: $f: y = 7^{x+1} - 19$ a $g: y = 7^x + 23$. $[1; 30]$

55) Do téže soustavy souřadnic načrtněte grafy funkcí zadané předpisy: $y = log_2 x$, $y = log_2\sqrt{x^2 - 4x + 4}, y = |log_2(x+3) - 1|$

56) Určete hodnoty parametrů $a \in R, b \in R$ tak, aby graf funkce $f: y = (a + 2)3^x + b$ procházel body [0; −5] a [1; 1]. $[1; -8]$

57) Určete všechny hodnoty parametru $p \in$ R, pro něž je funkce $f: y = \left(\frac{1-p^2}{2+p}\right)^x$ rostoucí. $[(-\infty; -2)]$

58) Určete všechny hodnoty parametru $p \in$ R, pro něž je funkce $f: y = \left(\frac{2p^2}{p^2+1}\right)^x$ klesající. $[(-1; 0) \cup (0; 1)]$

59) Určete definiční obor funkce $f: y = \sqrt{2 - \log|x|}$ $[\langle -100; 0) \cup (0; 100\rangle]$

60) Určete definiční obor funkce $f: y = \frac{1}{1-ln^2 x}$ $\left[\left(0; \frac{1}{e}\right) \cup \left(\frac{1}{e}; e\right) \cup (e; \infty)\right]$

61) Určete hodnoty parametrů $a \in$ R, $b \in$ R tak, aby graf funkce $y = b + log_{\frac{1}{3}}(x+a)$ procházel body [2; 1] a [8; 0]. $[1; 2]$

62) Určete definiční obory funkcí $f: y = log_3(x^2 + x + 1)$ a $g: y = log_3(4 - x)$ a vypočtěte souřadnice průsečíků jejich grafů. $[R; (-\infty; 4); [-3; log_3 7]; [1; 1]]$

63) Určete definiční obor funkce $f: y = log_3(x^2 + 5)$ a určete průsečíky jejího grafu s přímkou o rovnici $y = 2$. $[[-2; 2]; [2; 2]]$

64) Určete definiční obor funkce $f: y = ln(sin\,x)$a vypočtěte souřadnice průsečíků jejího grafu s osou x. $\left[(2k\pi; \pi + 2k\pi); \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$

65) Určete definiční obory funkcí $f: y = log^{-1}x, g: y = log^{-1}x^2, h: y = log^{-1}|x|$. $[(0; 1) \cup (1; \infty); R - \{-1; 0; 1\}; R - \{-1; 0; 1\}]$

66) Určete definiční obory funkcí $f: y = \sqrt{\log x}, g: y = \sqrt{|\log|x||}$ $[\langle 1; \infty); R - \{0\}]$

67) Určete definiční obor funkce $f: y = ln\frac{2-x}{|x+2|}$ a ukažte, že její graf prochází počátkem soustavy souřadnic. $[(-\infty; -2) \cup (-2; 2)]$

68) Určete definiční obor funkce $f: y = \frac{x+1}{log_4(x+5)}$ a vypočtěte souřadnice průsečíků jejího grafu s osami souřadnic. $[(-5; -4) \cup (-4; \infty)]$

69) Určete definiční obor funkce:

✓ a) $f: y = \sqrt{log_4(x^2) - 1}$ $[(-\infty; -2\rangle \cup \langle 2; \infty)]$

✓ b) $g: y = \sqrt{log_3 x - log_3 2}$ $[\langle 2; \infty)]$

c) $h: y = \sqrt{log(2x - x^2)}$ $[1]$

✓ d) $i: y = \ln(cos^2 x)$ $\left[R - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}\right]$

✓ e) $j: y = \frac{1}{\ln(sin^2 x + 1)}$ $[R - \{k\pi\}]$

✓ f) $k: y = \ln(\ln x)$ $[(1; \infty)]$

? g) $l: y = \frac{log_5(x^2+x)}{x+4}$ $[(-\infty; -4) \cup (-4; -1) \cup (0; \infty)]$

✓ h) $m: y = \sqrt{\ln(x^2)}$ $[(-\infty; -1\rangle \cup \langle 1; \infty)]$

✓70) $\frac{2^{x^2-x}}{4^{x-1}} = \left(\sqrt{2}\right)^{x+4}$ $\left[0; \frac{7}{2}\right]$

✓71) $log^2 x^2 = log x^4$ $[1; 10]$

72) $log^2_{\sqrt{2}} x + 3log_2 x + log_{\frac{1}{2}} x = 2$ $\left[\frac{1}{2}; \sqrt{2}\right]$

73) $4^{-2sinx} - 4^{-sinx} - 2 < 0$ $\left[\left(-\frac{\pi}{6} + k; \frac{7\pi}{6} + k\pi\right)\right]$

74) $10^{2x-3} = -5$ $[\emptyset]$

75) $4.2^{\frac{3}{x-1}} = 0{,}125^{3-x}$ $\left[4; \frac{2}{3}\right]$

76) $9^x - 8.3^x - 9 = 0$ $[2]$

77) $\log(4{,}5 - x) + \log x = \log 4{,}5$ $[1{,}5; 3]$

78) $log_2 x - log_2\sqrt{x} + log_2\frac{1}{x} = 1$ $[4]$

79) $1 + log x^3 = \frac{10}{\log x}$ $[0{,}01; 10\sqrt[3]{100}]$

80) $3^x + 3^{x+1} - 5^{x+1} = 5^x - 3^{x+3} + 5^{x+2}$ $[0]$

81) $\frac{2+\log x}{\log x} - \frac{1}{2-\log x} = 1$ $[10\sqrt[3]{10}]$

82) Vyřešte soustavu: a) $log_x[log_2(log_x y)] = 0$
$log_y 9 = 1$ $[3; 9]$

b) $3^{\log x} + 4^{\log y} = 4$
$3^{2\log x} - 4^{2\log y} = 8$ $[10; 1]$

83) $\frac{10^{x^2}}{2^{-15}} = \frac{5^{-15}}{10^{12-12x}}$ $[3; 9]$

84) $\left(1 - \frac{5}{9}\right)^{\frac{2}{|3-2x|}} = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3}{x-5}}$ $\left[-\frac{1}{4}; \frac{19}{8}\right]$

85) $2^{\frac{3}{log_2 x}} = \frac{1}{64}$ $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

86) $\sqrt[x]{81} + \frac{27}{\sqrt[x]{81}} = 12$ $[2; 4]$

87) $5.2^{x+2} - 6.3^{x+2} = 3^{x+3} + 2.2^{x+1}$ $[-4]$

88) $4^x - 3.2^x < 4$ $[(-\infty; 2)]$

89) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x+3} \leq \left(\frac{1}{8}\right)^{x+2}$ $[\langle 0; \infty)]$

✓ 90) $\sqrt{5^{3x}+19} = 1 + \sqrt{5^{3x}-4}$ $[1]$

✓ 91) $x^x - x^{-x} = 3(1 + x^{-x})$ $[-1; 2]$

✓ 92) $\log(0{,}5 + x) = \log 0{,}5 - \log x$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

93) $x^{logx} = 1000.\,x^2$ $[0{,}1; 1000]$

94) $log_2 \frac{1}{|x-1|-1} = 1$ $\left[-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right]$

95) $4^{log_9 x^2} - 1 = 4^{1+log_9 x} - 4^{-1+log_9 x}$ $[9]$

96) $\frac{3+2\log x}{3} \leq 5$ $[(0; 10^6\rangle]$

97) $log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x - 12) > log_{\frac{1}{2}}(x + 3)$ $[(4; 5)]$

98) $(2x^2 - 3x - 2)\log(x + 1) > 0$ $\left[\left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup (2; \infty)\right]$

99) $2 < 1 + \log|1 - x| \leq 3$ $[\langle -99; -9) \cup (11; 101\rangle]$

100) $2^{3x+1}.\,8 = 4^{x+2}.\,\frac{1}{4}$ $[-2]$

101) $25^{x-1}.\,5^x = 125^{x-2}.\,25^x$ $[2]$

102) $\log 2x + \log 5 - 1 = 0$ $[1]$

103) $2^{3x+2}.\,3^{x+1} = 2^{-1}$ $[-1]$

104) $4\log(3x - 2) = \log x^6 - 2\log x$ $[1]$

105) $\frac{3^x}{27} = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ $[1]$

106) $4^{x+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ $\left[-\frac{5}{3}\right]$

107) $\frac{\log 30^x - \log 3^x}{\log 100} = \log 1 - \log\sqrt{10}$ $[-1]$

108) $log_4(3x + 2) - 2log_4 x = 2 - log_4 8$ $[2]$

109) $4log_9 x(log_9 x - 1) = 2 + 3log_9 x$ $\left[81; \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

110) $5^x.\,7^{2x} = 16^{x-1}$ $\left[\frac{\log 16}{\log 16 - \log 5 - 2\log 7}\right]$

✓ 111) $log^2 x - log x^5 + \log 1000000 = 0$ $[100; 1000]$

112) $3.\,4^x - 8.\,4^{-x} = 0{,}5^{-1}$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

113) $2^{x+1} = 3^x$ $\left[\frac{\log 2}{\log 3 - \log 2}\right]$

114) $2log_3 x = log_3(8x + 10) - log_3 2$ $[5]$

115) $log_2(x + 14) = 6 - log_2(x + 2)$ $[2]$

116) $0{,}5^x = \sqrt[3]{4}$ $\left[-\frac{2}{3}\right]$

117) $\left(\frac{4}{9}\right)^{x+2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3-x}$ $[-7]$

118) $9^{\sqrt{x+2}} = 27.\,3^{\sqrt{x+2}}$ $[7]$

119) $\frac{3^{x^2}}{3^{3x-6}} = 9^{2x-3}$ $[3; 4]$

120) $\frac{5^{x^2}}{25^{x+5}} = 25^3.\,5^{4x}$ $[-2; 8]$

121) $5^x > 0$ $[R]$

122) $0{,}2^x < -1$ $[\emptyset]$

123) $log_{0{,}5} x < 2$ $\left[\left(\frac{1}{4}; \infty\right)\right]$

124) $3^{x+2} = 3^x + 2$ $\left[-\frac{\log 4}{\log 3}\right]$

125) $10^{5-3x} = 2^{7-2x}$ $\left[\frac{5-\log 128}{1+\log 25}\right]$

126) $\log(x+3) + \log(x-3) = 2.\log(x+1)$ $[\emptyset]$

127) $\log(2x+9) - 2.\log x + \log(x-4) = 2 - \log 50$ $[36]$

128) $log_2\sqrt{x-1} + log_2\sqrt{x+2} = 1$ $[2]$

129) Vzorec $m = m_0 \,.\, (0{,}5)^{\frac{t}{T}}$ udává závislost hmotnosti m radioaktivní látky při její radioaktivní přeměně na čase *t*. Počáteční hmotnost látky je m_o, poločas přeměny (tj. doba, za kterou se hmotnost zmenší na polovinu původní hodnoty) je T. Jaké je stáří materiálu dřevěné sošky, jestliže obsahuje 68 % původního množství radioaktivního uhlíku ${}^{14}_{6}C$, jehož poločas přeměny je 5 570 let? $[3099\ let]$

130) $6^{2x+1} = 6^x + 22$ $[log_6 2]$

131) $\sqrt{\frac{1}{27}}.3^{-x} = 9^x.\left(\frac{1}{81}\right)^{x-1}$ $\left[\frac{11}{2}\right]$

132) $\log x + \log 9 = 2\log(1-4x)$ $\left[\frac{1}{16}\right]$

133) $\frac{2+log_4(x+4)}{log_4(x-8)} = 2$ $[32]$

134) $\log 3^x - 3 = x\log 9$ $\left[-\frac{3}{\log 3}\right]$

135) $log_{16}4x = log_4 x$ $[4]$

136) $\ln x^4 + \ln x^{-3} - \ln x^2 = 2$ $[e^{-2}]$

137) Řešte v Z: $\left(\frac{1-x}{x}\right)^{x^2-2} = \left(\frac{x}{1-x}\right)^{x}$ $[-2]$

138) Řešte v R rovnici s neznámou *x* a reálným parametrem $a \geq 1$:

$[(a-1)^x]^{6x-7} = a^3 - 3a^2 + 3a - 1$ $\left[a = 1 \to \left(\frac{7}{6};\infty\right), a = 2 \to R, ost. \to \left\{-\frac{1}{3};\frac{3}{2}\right\}\right]$

139) $25^{2x+1} + 5^{4x+1} = 30$ $[0]$

140) $5.3^{x+1} - 5.2^{x+4} = 2^x - 3^x$ $[4]$

141) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{x}}$ $[R^+]$

142) $2^{3x}.7^{x-2} = 4.4^x$ $[2]$

143) $4^x - 3^{x-0{,}5} = 3^{x+0{,}5} - 2^{2x-1}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

144) $\sqrt{3^x}(3^{x-1})^{x+1} = \frac{1}{\sqrt[4]{9^{x-2}}}$ $[-2;1]$

145) Počet bakterií typu A se zdvojnásobí během každých 2 hodin, počet bakterií typu B je dvojnásobný po třech hodinách. a) Jak se změní počet bakterií obou typů za 1 hodinu, je-li jejich rozmnožování plynulé? b) Za jak dlouho se počty obou typů bakterií vyrovnají, jestliže je na počátku bakterií typu B o polovinu více než bakterií typu A? c) Kolikrát se zvětšil počet bakterií typu A do doby, než se počty obou typů vyrovnaly?

146) $2^{\log x^2} - 2^{1+\log x} + 1 = 0$ $[1]$

147) $log_{0{,}5}(x-2) \geq 0$ $[(2;3\rangle]$

✓ 148) $log_2 x < log_{0{,}5}0{,}25$ $[(0;4)]$

149) $\log(x+2) - \log(x-1) = 2 - \log 4$ $\left[\frac{9}{8}\right]$

150) $x^{1+\log x} = 100$ $\left[\frac{1}{100};10\right]$

151) $10x^6 = x^{3+4\log x}$ $\left[10^{-\frac{1}{4}};10\right]$

152) $3.2^{\log x}+8.2^{-\log x}=5(1+10\log\sqrt[5]{100})$ $\left[1000;10^{-\frac{\log 3}{\log 2}}\right]$

153) $3^{\frac{2}{\log_2 x}}=\frac{1}{27}$ $\left[2^{-\frac{2}{3}}\right]$

154) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-x-12)=\log_{\frac{1}{2}}(x+3)+1$ $\left[\frac{9}{2}\right]$

155) $\log_{x+7}(x^2+3x+5)=2$ $[-4]$

156) $20.2^{2x-2}-7.\left(\frac{1}{2}\right)^{-2x}=16-8.2^{2x-1}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

157) $8.3^{\sqrt{x+1}}-9^{\sqrt{x+1}}=-9$ $[3]$

158) $9^{x-0,5}+9^{0,5-x}=\frac{10}{3}$ $[0;1]$

159) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{|x-1|}}=\left(\frac{3}{2}\right)^{x-3}$ $[2;2-\sqrt{2}]$

160) $\frac{6^{x^2}}{2^{-2}}=\frac{3^{-2}}{6^{2-5x}}$ $[1;4]$

161) $\log_2\frac{1}{|x+2|}=1$ $\left[-\frac{5}{2};-\frac{3}{2}\right]$

162) $\log_5(2x-5)+\log_5 3x=\log_5(x-4)$ $[\emptyset]$

163) $2\left(\log_x\sqrt{7}\right)^2-\log_x\sqrt{7}-1=0$ $\left[\frac{1}{7};\sqrt{7}\right]$

164) Určete všechny záporné kořeny rovnice: $\log_2^2(x+3)-\log_2(x+3)-6=0$ $\left[-\frac{11}{4}\right]$

165) Určete počet řešení rovnice $\log_{2x+1}(x^2+5)=2$ $[jedno]$

166) Určete počet reálných řešení rovnice $2^{x^2}+2^{1-x^2}=3$ $[tři]$

167) $\sqrt[2x+3]{64}=\sqrt[6-2x]{128^2}$ $\left[-\frac{3}{20}\right]$

168) $4^{\frac{2}{x}}+4=5.4^{\frac{1}{x}}$ $[1]$

169) $9^x+6^x=2.4^x$ $[0]$

170) $x^2.2^{x+1}+2^{|x-3|+2}=x^2.2^{|x-3|+4}+2^{x-1}$ $\left[(3;\infty)\cup\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}\right]$

171) $4^{x^2+2}+8=9.2^{x^2+2}$ $[\pm 1]$

172) $3^{2x+1}=3^{x+2}+\sqrt{1-6.3^x+3^{2(x+1)}}$ $\left[\frac{\log(6+\sqrt{33})}{\log 3}-1\right]$

173) $9^{1+\log_3 x}-3^{1+\log_3 x}-210=0$ $[5]$

174) $100x^{\log x-2}+x^{2-\log x}-20=0$ $[10]$

175) $\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}\right)^x-10=\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x$ $\left[\frac{\log(5-2\sqrt{6})}{2\log(\sqrt{26}-5)}\right]$

176) $4^x-3.2^x-4<0$ $[(-\infty;2)]$

177) $2^{2x+1}-21.2^{-2x-3}+2\geq 0$ $\left[\left\langle\log_3\frac{3}{4};\infty\right)\right]$

178) $x^2.5^x-5^{2+x}<0$ $[(-5;5)]$

179) $4^{x+1}-16^x<2.\log_4 8$ $[(-\infty;0)\cup(\log_4 3;\infty)]$

180) $2^x+2^{|x|}\geq 2\sqrt{2}$ $\left[\left(-\infty;\log_2(\sqrt{2}-1)\right\rangle\cup\left\langle\frac{1}{2};\infty\right)\right]$

181) $\sqrt{9^x+3^x-2}\geq 9-3^x$ $\left[\left\langle\log_3\frac{83}{19};\infty\right)\right]$

182) $\sqrt{9^x - 3^{x+2}} > 3^x - 9$ $[(2;\infty)]$

183) $\frac{1-2^x+2^{1-x}}{2^x-1} \leq 0$ $[(-\infty;0) \cup \langle 1;\infty)]$

184) $3^{4-3x} - 35\left(\frac{1}{3}\right)^{2-3x} + 6 \geq 0$ $\left[\left(-\infty; log_{27}\frac{27}{5}\right\rangle\right]$

185) $\frac{2^{x-1}-1}{2^{x+1}+1} < 2$ $[R]$

186) $\frac{4^x+2x-4}{x-1} \leq 2$ $\left[\left\langle\frac{1}{2};1\right)\right]$

187) $3^{4sin^2x} = 27$ $\left[\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{2\pi}{3} + k\pi\right]$

188) $\sqrt[x-1]{\sqrt[3]{2^{3x-1}}} - \sqrt[3x-7]{8^{x-3}} = 0$ $[\emptyset]$

189) $\left(\frac{5}{3}\right)^{x+1} . \left(\frac{9}{25}\right)^{x^2+2x-11} = \left(\frac{125}{27}\right)^3$ $\left[2; -\frac{7}{2}\right]$

190) $\sqrt[x]{125}. \sqrt[x-1]{5^{3x-7}} = 125$ $[\emptyset]$

191) $2^{\sin 3x}. 4^{2sin^3x} = 8^{\cos x}$ $\left[\frac{\pi}{4} + k\pi\right]$

192) $16.\sqrt{(0{,}25)^{5-\frac{x}{4}}} = 2^{\sqrt{x+1}}$ $[24]$

193) $\left[2.\left(2^{\sqrt{x}+3}\right)^{\frac{1}{2\sqrt{x}}}\right]^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}} = 4$ $[9]$

194) $\frac{3^{5x+2}}{3^{3+2x}} = \frac{\log 125}{\log 5}$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

195) $x^{x^2+x-6} = 1$ $[-3;\ -1; 1; 2]$

196) $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x}^x$ $[1; 4]$

197) $5. \sqrt[x]{64} - 6. \sqrt[2x]{64} = 8$ $[3]$

198) $2^{sin^2x} = 1 + 2^{cos^2x}$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi\right]$

199) $log_4\{2log_3[1 + log_2(1 + 3log_2x)]\} = \frac{1}{2}$ $[2]$

200) $2log_3\frac{x-3}{x-7} + 1 = log_3\frac{x-3}{x-1}$ $[-5]$

201) $\log\sqrt{x-5} + \log\sqrt{2x-3} + 1 = \log 30$ $[6]$

202) $\frac{\log(35-x^3)}{\log(5-x)} = 3$ $[2; 3]$

203) $log_3x - 2log_{\frac{1}{3}}x = 6$ $[9]$

204) $log_4log_2x + log_2log_4x = 2$ $[16]$

205) $log_x10 + log_{x^2}10 = 6$ $[\sqrt[4]{10}]$

206) $log_x3. log_{\frac{x}{3}}3 = log_{\frac{x^2}{9}}3$ $[9]$

207) $log_4 2^{4x} = 2^{log_2 4}$ $[2]$

208) $log_2(8 + 2^x) + x = 7$ $[3]$

209) $log_2(25^{x+3} - 1) = 2 + log_2(5^{x+3} + 1)$ $[-2]$

210) $log_2(4^x + 1) = x + log_2(2^{x+3} - 6)$ $[0]$

211) $log_x2 - log_4x + \frac{7}{6} = 0$ $\left[8; \frac{\sqrt[3]{2}}{2}\right]$

212) $3^{log_3 log\sqrt{x}} - \log x + log^2 x - 3 = 0$ $[100]$

213) $\log 100x^2 + log^2 10x^2 = 7$ $\left[\pm\frac{1}{100}; \pm\sqrt{10}\right]$

214) $\log x^{\log x} = 1$ $[10; 0{,}1]$

215) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3x^2-1}{2}} \le \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{x^2+1}{3}}$ $[(-\infty; -1\rangle \cup \langle 1; \infty)]$

216) $\frac{1}{2^{x^2}} . 4^{x+1} < \frac{1}{64}$ $[(-\infty; -2) \cup (4; \infty)]$

217) $1 < 2^{x^2-x} \le 64$ $[\langle -2; 0) \cup (1; 3\rangle]$

218) $(3^x - 27).(8 - 2^x) \ge 0$ $[3]$

219) $3^x + 2^x \ge \frac{13}{4} . 2^x$ $[\langle 2; \infty)]$

220) $3^{2x} > 2.3^x + 3$ $[(1; \infty)]$

221) $log_{\frac{1}{5}} log_4(x^2 - 5) > 0$ $\left[(-3; -\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}; 3)\right]$

222) $log_{x-3}(x - 1) < 2$ $[(3; 4) \cup (5; \infty)]$

223) $-1 \le 2\log x - 1 \le 1$ $[\langle 1; 10\rangle]$

224) $log^2 x - 5logx + 6 > 0$ $[(0; 100) \cup (1000; \infty)]$

225) $log_4^2(x + 1) - 9 > 0$ $\left[\left(-1; -\frac{63}{64}\right) \cup (63; \infty)\right]$

226) $\frac{1-\log x}{2+\log x} \ge 1$ $\left[\left(\frac{1}{100}; \frac{\sqrt{10}}{10}\right\rangle\right]$

227) $log_2(x + 1) > log_{x+1}16$ $\left[\left(-\frac{3}{4}; 0\right) \cup (3; \infty)\right]$

228) $|8^x + 2| = 4$ $\left[\frac{1}{3}\right]$

229) $\left|2^{x^2-2x} - 5\right| = 3$ $[1 \pm \sqrt{2}; -1; 3]$

230) $\left(\frac{1}{3}\right)^{|x+2|} > \frac{1}{27}$ $[(-5; 1)]$

231) $2^{|x^2-4|} \le 16$ $[\langle -2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}\rangle]$

232) $2^{|x^2-5x+3|} \le 8$ $[\langle 0; 2\rangle \cup \langle 3; 5\rangle]$

233) $3^{|x+1|} > 1$ $[R - \{-1\}]$

234) $3^{|x-1|} - 2 \ge 0$ $\left[\left(-\infty; 1 - \frac{\log 2}{\log 3}\right\rangle \cup \left\langle 1 + \frac{\log 2}{\log 3}; \infty\right)\right]$

235) $1 < 2^{|x-2|} \le 8$ $[\langle -1; 2) \cup (2; 5\rangle]$

236) $|25^x - 3| \le 2$ $\left[\left\langle 0; \frac{1}{2}\right\rangle\right]$

237) $\left|2^{x^2-1} - 3\right| \le 1$ $[\langle -\sqrt{3}; -\sqrt{2}\rangle \cup \langle \sqrt{2}; \sqrt{3}\rangle]$

238) $|2^x - 1| > 3$ $[(2; \infty)]$

239) $log_2|x^2 - 3| = 1$ $[\pm 1; \pm\sqrt{5}]$

240) $|log_2(x^2 - 2) - 2| = 1$ $[\pm 2; \pm\sqrt{10}]$

241) $log_2|x - 3| \le 4$ $[\langle -13; 3) \cup (3; 19\rangle]$

242) $log_{\frac{1}{3}}\left|\frac{4x+3}{9}\right| \ge 2$ $\left[\left\langle -1; -\frac{3}{4}\right) \cup \left(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}\right\rangle\right]$

243) $\frac{\log|x|-1}{\log|x|+1} \le 1$ $\left[\left(-\infty; -\frac{1}{100}\right) \cup \left(\frac{1}{100}; \infty\right)\right]$

244) $-2 \leq log_{\frac{1}{2}}\left|\frac{2}{3}x\right| < -1$ $[\langle -6; -3) \cup (3; 6\rangle]$

245) $|2 - \log x| \geq 3$ $[(0; 10^{-1}\rangle \cup \langle 10^5; \infty)]$

✓ 246) $1 \leq \left|log_{\frac{1}{2}}x - 4\right| \leq 2$ $\left[\langle \frac{1}{64}; \frac{1}{32}\rangle \cup \langle \frac{1}{8}; \frac{1}{4}\rangle\right]$

247) $|\log x - 2| - 1 < 2|\log x|$ $\left[\left(0; \frac{1}{10}\right) \cup \left(\sqrt[3]{10}; \infty\right)\right]$

✓ 248) $3|\log x| + 1 \leq |\log x - 1|$ $[1]$

249) $\log x + \log \sqrt{x} + \log \sqrt[4]{x} + \log \sqrt[8]{x} + \cdots = 2$ $[10]$

✓ 250) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + \cdots = 2\sqrt{3.2^x + 4}$ $[2]$