07 – Goniometrické funkce, goniometrické rovnice a nerovnice

1) K výrazům 1–3 přiřaďte ekvivalentní vyjádření z nabídky A – E pro libovolné $x \in R$. 1. $(\cos x - \sin x)^2$, 2. $cos^2(-x) + sin^2(-x)$, 3. $1 - \cos 2x$. A) 1, B) -1, C) $1 - \sin 2x$, D) $2sin^2 x$, E) není uvedeno. [1C, 2A, 3D]

2) V intervalu $\langle 0; 2\pi\rangle$ najděte všechna řešení rovnice: $(\sin x - 0{,}5)^2 = 1$ $\left[\frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right]$

3) V intervalu $\langle 0; 2\pi\rangle$ najděte všechna řešení rovnice: $1 - sin^2 x = (1 - \cos x)^2$ $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right]$

4) V oboru $\langle 0; 2\pi\rangle$ řešte: $\sqrt{cosx + 3{,}5} = 2sin\frac{2\pi}{3}$ $\left[\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right]$

5) Pro všechna $n \in N$ platí: $s_n = \frac{1+sin^2\alpha+sin^4\alpha+\cdots+(\sin\alpha)^{2(n-1)}}{1+cos^2\alpha+cos^4\alpha+\cdots+(\cos\alpha)^{2(n-1)}}$. Pro $\alpha \in R$ vypočtěte $\lim\limits_{n\to\infty} s_n$ a stanovte podmínky existence.

6) Pro $\alpha \in R$ platí: $cos^2\alpha = 0{,}75$. Rozhodněte, zda následující tvrzení jsou pravdivá, či nikoli: 1. $sin^2\alpha = \frac{1}{3}$, 2. $\cos 2\alpha = \frac{1}{2}$, 3. $sin^2 2\alpha = \frac{3}{4}$. [N, A, A]

7) Přiřaďte každé nerovnici její řešení: 1. $\cos x \neq 0$; 2. $\cos x < 0$; 3. $\cos x < 1$. A) $\bigcup_{k\in Z}(2k\pi; 2\pi + 2k\pi)$, B) $\bigcup_{k\in Z}(k\pi; \pi + k\pi)$, C) $\bigcup_{k\in Z}\left(-\frac{1}{2}\pi + 2k\pi; \frac{3}{2}\pi + 2k\pi\right)$, D) $\bigcup_{k\in Z}\left(-\frac{1}{2}\pi + k\pi; \frac{1}{2}\pi + k\pi\right)$, E) $\bigcup_{k\in Z}\left(\frac{1}{2}\pi + 2k\pi; \frac{3}{2}\pi + 2k\pi\right)$. [1D, 2E, 3A]

8) Jsou dány 2 rovnice: I. $tg\ 3x = 0$, II. $tg\ 2x = \sqrt{3}$. Kolik mají rovnice společných kořenů v intervalu $\langle 0; 2\pi\rangle$? A) 0, B) 1, C) 2, D) 3, E) jiný počet [C]

9) Sestrojte grafy funkcí f a g v intervalu $\langle 0; 2\pi\rangle$. $f: y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, $g: y = \sin\frac{\pi}{2}$

10) Kolik řešení má rovnice $tg\ 2x = 0$ v oboru $\langle 0; 2\pi\rangle$? A) 0, B) 1, C) 2, D) 4, E) 5. [E]

---

11) Nakresli graf goniometrické funkce a urči vlastnosti funkce: (definiční obor funkce, obor hodnot funkce, funkce je/není prostá, je/není spojitá, sudá/lichá funkce, je/není periodická, neohraničená/ohraničená zdola/shora, asymptoty funkce, souřadnice průsečíků se souřadnicovými osami, lokální minimum, lokální maximum, rostoucí/klesající funkce)

a) $y = sin\, 2x$
b) $y = \sin\frac{x}{2}$
c) $y = -0{,}5\sin x - 0{,}5$
d) $y = -\cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$
e) $y = \cos(-x) + 3$
f) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
g) $y = -cos(x - \pi)$
h) $y = (\sin x + \cos x)^2$
i) $y = tg\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$
j) $y = -\frac{\sin x}{\cos x}$
k) $y = -cotg\,(-x)$
l) $y = -cotg\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
m) $y = 3 + 2\left(sin^2\frac{x}{4} - cos^2\frac{x}{4}\right)$
n) $y = 0{,}5\sin(-2x)cotg(-2x)$
o) $y = \sqrt{\frac{tg\,x}{cotg\,x}}$
p) $y = (|\sin x| - |\cos x|)^2$
q) $y = -2\,|\sin x| - 2$
r) $y = ||2\sin x - 1| - 1| - 1$
s) $y = \sin x + |\sin x|$
t) $y = 2|\sin x| . \cos x$
u) $y = tgx . |\cos x|$
v) $y = \frac{\sin x + |\sin x|}{\sin x - |\sin x|}$

12) Sestrojte grafy funkcí: a) $f: y = \sin x$, b) $g: y = |\sin x|$, c) $h: y = \sin|x|$, d) $i: y = \sin x + \sin|x|$, e) $j: y = \sin x + \sin|x| + |\sin x|$.

13) Sestrojte grafy funkcí: a) $f: y = |tgx| + \frac{\pi}{4}$, b) $g: y = \left|tgx + \frac{\pi}{4}\right|$, c) $h: y = tg\left|x + \frac{\pi}{4}\right|$, d) $i: y = \left|tg(x + \frac{\pi}{4}) + 1\right|$

14) Znázorněte graf funkce $f: y = \sin(x + |\,x\,|)$. Ve kterých bodech grafu funkce je směrový úhel tečny roven 45°? $\left[\frac{\pi}{6} + k\pi;\ \frac{5\pi}{6} + k\pi\right]$

15) Kolikrát se protnou grafy funkcí $f: y = \cos x;\ g: y = \sin 2x$ zakreslené v téže soustavě souřadnic pro $x \in \langle 0; 100\pi \rangle$? [200]

16) Porovnejte grafy funkcí: $f: y = \sin^2 x;\ g: y = \sin x^2$

17) Načrtněte graf funkce: $y = 1{,}5\,cos\left(2x - \frac{3\pi}{2}\right) + 2$ a určete všechny vlastnosti funkce v intervalu $\langle 0; \pi)$.

18) Načrtněte graf funkce: $y = 0{,}5\,tg\,(2x - \frac{2\pi}{3}) + 1$ a určete všechny vlastnosti funkce v intervalu $\langle 0; \pi)$.

19) V intervalu $\langle -2\pi; 2\pi \rangle$ načrtněte graf funkce: $y = cos\left(\frac{x^2}{|x|} \cdot \sqrt{\frac{x^2+x-6}{|6-x-x^2|}}\right)$

20) Určete všechny průsečíky grafů funkcí: $f: y = 2 - 2sin^2 x$ a $g: y = 4cotg\ x$. $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi\right]$

21) Jaké maximální hodnoty nabývá funkce $f: y = tg\ x\,.\,cotg\ x$? [1]

22) Pro které x nelze vypočítat $0{,}5cotg2x$? $\frac{1}{2}$ [$\cancel{2}k\pi$]

23) Je dáno $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Bez výpočtu úhlu určete hodnotu $sin\ x$. [±0,5]

24) Převeďte a) na radiány: 330°, 295°, 22°30′, b) na stupně: $\frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{12}, \frac{33\pi}{6}$

25) Vyjádřete úhel v základní velikosti: - 453°15′, $\frac{75\pi}{4}$

26) Určete hodnotu výrazu: $sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$; $\sin 210°$; $\sin\frac{5\pi}{3}$; $\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$; $\cos 330°$; $\cos\frac{\pi}{4}$; $tg240°$; $tg\left(-\frac{\pi}{6}\right)$; $tg\frac{7\pi}{4}$; $cotg\ \frac{4\pi}{3}$; $cotg(-225°)$; $cotg\frac{5\pi}{6}$

27) Bez užití úhloměru sestrojte úhel α, jestliže:
$\sin\alpha = \frac{2}{3}$; $\cos\alpha = 0{,}4$; $tg\ \alpha = \frac{7}{5}$; $cotg\ \alpha = 1{,}5$

28) Bez užití tabulek a kalkulačky určete hodnoty zbývajících goniometrických funkcí, je-li dáno: a) $\sin\alpha = 0{,}6, \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ b) $tg\ \alpha = -\frac{3}{4}, \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$
$\left[a) - 0{,}8; -0{,}75; -\frac{4}{3}; b) - 0{,}6; 0{,}8; -4/3\right]$

29) Bez použití tabulek a kalkulačky určete: a) $sin\ 75°$, b) $cos\ 105°$, c) $sin\ 15°$, d) $cos\ \frac{\pi}{12}$

30) Bez použití tabulek a kalkulačky určete: $cos\ 2x$, je-li $cos\ x = -\frac{2}{3}$ [−1/9]

31) Bez použití tabulek a kalkulačky určete: $sin\ 2x$, je-li $sin\ x = -0{,}8, x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$[−0,96]

32) Bez použití tabulek a kalkulačky určete:
$\sin(x + y), je - li\ x, y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), \sin x = \frac{12}{13},\ \sin y = \frac{4}{5}$ [56/65]

33) Označme konstantu $sin\ 37° = s$. Vyjádřete pomocí $\underline{s}$ $tg\ 37°$. $\left[\frac{s}{\sqrt{1-s^2}}\right]$

34) Označme konstantu $tg\ 77° = t$. Vyjádřete pomocí $\underline{t}$ $cos\ 77°$. $\left[\frac{1}{\sqrt{t^2+1}}\right]$

35) Označme konstantu $sin\ 20° = s$. Vyjádřete pomocí $\underline{s}$ $cos\ 70°$. $[s]$

36) Označme konstantu $cos\ 25° = c$. Vyjádřete pomocí $\underline{c}$ $cotg\ 65°$. $\left[\frac{\sqrt{1-c^2}}{c}\right]$

37) Označme konstantu $cos\ 25° = c$. Vyjádřete pomocí $\underline{c}$ $cos\ 155°$. $[-c]$

38) Označme konstantu $cos\ 25° = c$. Vyjádřete pomocí $\underline{c}$ $cos\ 115°$. $[-\sqrt{1-c^2}]$

39) Zjistěte bez kalkulačky, co je větší: a) tg 50° nebo tg 60°, b) cos 50° nebo cos 60°, c) cos 50° nebo sin 50°, d) cotg $\frac{\pi}{6}$ nebo tg 30°, e) cos $\frac{\pi}{4}$ nebo sin $\frac{\pi}{3}$. [<, >, <, >, <]

40) Vypočtěte bez tabulek a kalkulačky: $\frac{3\sin x+\cos x}{\cos x-3\sin x}$, je-li $tg\ x=-7$. $[-10/11]$

41) Zjednodušte a určete definiční obor:

a) $sin^4x+2sin^2xcos^2x+cos^4x$ $[1; R]$

b) $\frac{1}{1+cotg\ x}-\frac{tg\ x}{1+tg\ x}$ $\left[0; x\neq k\frac{\pi}{2}\right]$

c) $\frac{\sin 2x-\cos 2x+1}{\sin 2x+\cos 2x+1}$ $\left[tgx; x\neq \frac{3\pi}{4}+k\pi\right]$ $\frac{\pi}{2}+k\pi$

d) $\frac{(\sin x+\cos x)^2}{1+\sin 2x}$ $\left[1; x\neq \frac{3\pi}{4}+k\pi\right]$

e) $\frac{\sin 2x}{1-\cos 2x}$ $[cotgx; x\neq k\pi]$

f) $\frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x}$ $[cotg^2x; x\neq k\pi]$

g) $\frac{tgx*tg2x}{tgx-tg2x}$ $\left[-\cancel{2}\sin 2x; x\neq \frac{\pi}{2}+k\pi\right]$

h) $\frac{1-\cos 2x}{\sin 2x}+\frac{\sin 2x}{1+\cos 2x}$ $\left[2tgx; x\neq k\frac{\pi}{2}\right]$

i) $\frac{2\ tg\ x}{1+tg^2x}$ $\left[\sin 2x; x\neq \frac{\pi}{2}+k\pi\right]$

j) $\frac{\sin x}{1+\cos x}+\frac{1+cosx}{\sin x}$ $\left[\frac{2}{\sin x}; x\neq k\pi\right]$

k) $\frac{\sin x+\sin 5x-\sin 3x}{\cos x+\cos 5x-\cos 3x}$ $\left[tg3x; x\neq \frac{\pi}{6}+k\pi; x\neq \frac{5\pi}{6}+k\pi; x\neq \frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{3}\right]$

l) $\frac{\sin(30°+x)-\sin(30°-x)}{\cos(60°+x)+\cos(60°-x)}$ $\left[\sqrt{3}tgx; x\neq \frac{\pi}{2}+k\pi\right]$

42) Vypočtěte: $sin\ 75°-sin\ 15°$. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

43) Dokažte, že platí: $\sin 3x=3\sin x-4sin^3x$

44) Určete nejmenší periodu funkce $f: y=cos^24x-sin^24x$ $\left[\frac{\pi}{4}\right]$

45) Určete nejmenší periodu funkce $f: y=\sin 5x.\cos 5x$ $\left[\frac{\pi}{5}\right]$

46) Určete počet společných bodů grafu funkce $f: y=sin\left(\frac{\pi}{6}-x\right)-sin\left(\frac{\pi}{6}+x\right)$ s osou x, je-li $x\in\langle-\pi;\pi\rangle$. $[k\pi]$

47) Určete D_f a načrtněte graf funkce $f: y=\frac{\sin x-sin^3x}{cos^3x-\text{cxos}\,x}.tgx$ $\left[x\neq k\frac{\pi}{2}\right]$

48) Určete D_f a načrtněte graf funkce $f: y=\frac{1-\cos 2x}{\sin 2x}.cotgx$ $\left[x\neq k\frac{\pi}{2}\right]$

49) Určete obor hodnot funkce $f: y=cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)-cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right)$ $[\langle-\sqrt{3};\sqrt{3}\rangle]$

50) Řešte početně i graficky: $2\sin(x+\frac{\pi}{4})\leq 1$ $\left[\langle\frac{7\pi}{12}+2k\pi;\frac{23\pi}{12}+2k\pi\rangle\right]$

51) V intervalu $\langle 0,2\pi\rangle$ řešte nerovnici $sin\ x+cos\ 2x>1$. $[(0,\pi/6)\cup(5\pi/6,\pi)]$

52) Určete definiční obor funkce $f: y=\sqrt{\frac{1+tgx}{1-tgx}}$. $[<-\pi/4+k\pi, \pi/4+k\pi)]$

53) Určete definiční obor funkce $g: y=\sqrt{1+\sin 2x}-\sqrt{1-\sin 2x}$. [R]

54) Určete definiční obor funkce: $f: y=\frac{1-\sin x}{\cos x}.tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)$ $\left[x\neq \frac{\pi}{2}+k\pi\right]$

55) V R řešte nerovnici $cotg^2\,2x \geq \frac{1}{3}$ [(kπ/2, π/6 + kπ/2 > ∪ < π/3 + kπ/2, π/2 +kπ/2)]

56) Určete definiční obor funkce $f\colon y = \sqrt{tg\frac{x}{2}}$. [< 2kπ, π + 2kπ >]

57) V R řešte nerovnici $tg^2\frac{x}{2} \leq 3$. [< -2π/3 + 2kπ, 2π/3 + 2kπ >]

58) Určete definiční obor funkce $f\colon y = log\,(\sqrt{3} - tg\,x)$. [(-π/2 + kπ, π/3 + kπ)]

59) V R řešte soustavu nerovnic $sin^2\,x > 3/4$ $cos^2\,x < 1/2$. [(π/3 + kπ, 2π/3 + kπ)]

60) V R řešte soustavu nerovnic $sin\,x > cos\,x$ $tg\,x \geq 0$.
[(π/4 + 2kπ, π/2 + 2kπ) ∪ < π + 2kπ, 5π/4 + 2kπ)]

61) Určete definiční obor funkce $g\colon y = \sqrt{\sin 3x} + \sqrt{\cos 3x}$ [< 2kπ/3, π/6 + 2kπ/3 >]

62) Určete definiční obor funkce $f\colon y = \sqrt{\log tg\,x} + \sqrt{\log cotg\,x}$. [{π/4 + kπ}]

63) Pro která $x \in \langle 0, 2\pi\rangle$ je definován výraz $\frac{\log(2\sin x - 1)}{\sqrt{1-2cos^2\frac{x}{2}}}$. [(π/2, 5π/6)]

64) Určete definiční obor funkce $g\colon y = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{2+\cos x}\right)^2}$. [< -π/2 + 2kπ, π/2 + 2kπ >]

65) V intervalu $\langle 0; 2\pi\rangle$ řešte soustavu nerovnic $cotg\,x < \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\sin x \geq -\frac{1}{2}$.
[(π/3, π) ∪ < 11π/6, 2π)]

66) V intervalu $\langle 0; 2\pi\rangle$řešte soustavu nerovnic $tg\,x \geq -1$ $cos\,x < \frac{\sqrt{3}}{2}$.
[(π/6, π/2) ∪ < 3π/4, 3π/2) ∪ < 7π/4, 11π/6)]

67) Řešte nerovnici $sin\,x + sin\,2x < 0$ o neznámé x ∈ R.
[(2π/3 + 2kπ, π + 2kπ) ∪ (4π/3 + 2kπ, 2π +2kπ)]

68) Určete definiční obor funkce $f\colon y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{16 - x^2}$. [< -4, -π > ∪ < 0, π >]

69) Určete definiční obor funkce $g\colon y = \sqrt{\ln \sin x}$. [{π/2 + 2kπ}]

70) V intervalu $\langle 0; \pi\rangle$ řešte nerovnici $sin\,x + cos\,x \leq \frac{1}{\sin x}$. [(0, π/4> ∪ < π/2, π)]

71) V R řešte nerovnici $cos\,x \leq \frac{1}{\cos x}$. [(-π/2 + 2kπ, π/2 + 2kπ) ∪ { π + 2kπ }]

72) V R řešte nerovnici $tg\,x < \frac{1}{tg\,x}$. [(-π/2 + kπ, -π/4 + kπ) ∪ (kπ, π/4 + kπ)]

73) V R řešte nerovnici $cotg\,x \geq \frac{1}{cotg\,x}$. [(kπ, π/4 + kπ > ∪ (π/2 + kπ, 3π/4 + kπ >]

74) V R řešte nerovnici $sin\,x > \frac{1}{\sin x}$. [(π + 2kπ, 2π + 2kπ > - { 3π/2 + 2kπ}]

75) V R řešte nerovnici $2^{\sin x cos\,x} \geq (\sqrt{2})^{\frac{1}{2}}$. [< π/12 + kπ, 5π/12 + kπ >]

76) Určete definiční obor funkce $h\colon y = log\,cos\frac{3x+1}{5}$. [$\left(\frac{-2-5\pi+20k\pi}{6}, \frac{-2+5\pi+20k\pi}{6}\right)$]

77) Řešte nerovnici $sin\left(\frac{x}{2} + 5\right) > 0$ o neznámé $x \in R$. [(-10 + 4kπ, -10 + 2π + 4kπ)]

78) Určete definiční obor funkce g: $y = log\,cotg\,(0{,}7 - x)$. [(0,7 - π/2 + kπ, 0,7 + kπ)]

79) Vyřešte v R: $sin^2x + \frac{3}{2}cos^2x = \frac{5}{2}\sin x.\cos x$ $\left[\frac{\pi}{4} + k\pi;\ 0{,}98 + k\pi\right]$

80) $\cos 2x - \sin 2x = (\sin x + \cos x)^2$ $[k\pi; -1{,}11 + k\pi]$

81) $\sin x + \sin 5x = 0$ $\left[\frac{k\pi}{3}; \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}\right]$

82) $cotg^2x = -cotg\,x$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi;\ \frac{3\pi}{4} + k\pi\right]$

83) $sin^2x - cos^2x + sinx = 0$ $\left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi;\ \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right]$

84) $2\,tg\,x - 3\,cotg\,x = 1$ $\left[\frac{3\pi}{4} + k\pi;\ 0{,}98 + k\pi\right]$

85) $3\,tg^2x + 4\sqrt{3}\,tg\,x + 3 = 0$ $\left[\frac{2\pi}{3} + k\pi;\ \frac{5\pi}{6} + k\pi\right]$

86) $\frac{\sqrt{3}}{sin^2x} + 4\,cotgx = 0$ $\left[\frac{2\pi}{3} + k\pi;\ \frac{5\pi}{6} + k\pi\right]$

87) $\frac{tg\,x+1}{tg\,x-1} = 2 + \sqrt{3}$ $\left[\frac{\pi}{3} + k\pi\right]$

88) $2 + cos\,2x = -5sin\,x$ $\left[\frac{7\pi}{6} + 2k\pi;\ \frac{11\pi}{6} + 2k\pi\right]$

89) $sin\,x + cos\,x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ $\left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi;\ \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right]$

90) $sin\,x + sin\,2x = sin\,3x$ $\left[k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi;\ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi\right]$

91) $sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\left[6k\pi; \frac{3\pi}{2} + 6k\pi\right]$

92) $(2\sin x - \cos x)(1 + \cos x) = sin^2x$ $\left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi;\ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right]$

93) $sin^4x = 1 - cos^4x$ $\left[k\frac{\pi}{2}\right]$

94) $1 + \cos x + \cos 2x = 0$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi;\ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi\right]$

95) $sin^3x - cos^3x = 1 + \sin x \cos x$ $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi;\ \pi + 2k\pi\right]$

96) $\frac{1+tg\,x}{1-tg\,x} = (\sin x + \cos x)^2$ $\left[k\pi;\ \frac{3\pi}{4} + k\pi\right]$

97) $1 - sin\,2x = \cos x - \sin x$ $\left[2k\pi;\ \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right]$

98) $\cos 3x + \sin 2x - \sin 4x = 0$ $\left[\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3};\ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi\right]$

99) $sin^2x + sin^2 2x = 1$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi;\ \frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{5\pi}{6} + k\pi\right]$

100) $\cos x - 2 \cdot sin^2\frac{x}{2} = 0$ $\left[\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi\right]$

101) $tg\,x + cotg\,2x = \sin 2x$ $\left[\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\right]$

102) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ $\left[k\frac{\pi}{2};\ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi\right]$

103) $2\,sin\,x = \sqrt{3}\,tg\,x$ $\left[k\pi;\ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi\right]$

104) $tg\,x + cotg\,x = 2$ $\left[\frac{\pi}{4} + k\pi\right]$

105) $\frac{sin^2x}{tg\,x} + cos^2x \cdot tg\,x = 1$ $\left[\frac{\pi}{4} + k\pi\right]$

106) $\sqrt{3}\sin 2x + \cos 5x - \cos 9x = 0$ $\left[k\frac{\pi}{2};\ \frac{4\pi}{21} + \frac{2k\pi}{7}; \frac{5\pi}{21} + \frac{2k\pi}{7}\right]$

107) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) - \sin 2x = 0$ $\left[2k\pi;\ \frac{\pi}{5} + \frac{2k\pi}{5}\right]$

108) $\frac{\cos 2x}{cos^2x} = 1 - \frac{2sin^2x}{\sin 2x}$ $\left[k\pi;\ \frac{\pi}{4} + k\pi\right]$

109) $\sin x + \cos x = 0$ $\left[\frac{3\pi}{4} + k\pi\right]$

110) $4\,sin^4x + 12\,cos^2x = 7$ $\left[\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\right]$

111) $\sin x + \cos 2x - 1 = \sin x \cos 2x$ $\left[k\pi;\ \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$

112) $\cos 3x + \sin x \sin 2x = 0$ $\left[\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2};\ \frac{\pi}{2} + k\pi\right]$

113) $\cos 2x - \cos x = \sin x - \sin 2x$ $\left[2k\pi;\ \frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}\right]$

114) $1 + sin\, x\, cos\, 2x = sin\, x + cos\, 2x$ $\left[k\pi;\ \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$

115) $\frac{1-\cos 2x}{\sin 2x} = 0$ $[\emptyset]$

116) $4\, sin\, 3x + 3 = \sqrt{2\sin 3x + 2}$ $\left[\frac{7\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}; \frac{11\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}\right]$

117) $8cos^4x - 8cos^3x - cosx + 1 = 0$ $\left[2k\pi;\ \frac{\pi}{3} + 2k\pi;\ \frac{5\pi}{3} + 2k\pi\right]$

118) $\frac{\sin x}{1-\cos x} = \frac{1+cosx}{cos0{,}5x}$ $\left[\frac{\pi}{3} + 4k\pi;\ \frac{5\pi}{3} + 4k\pi\right]$

119) $sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \geq \frac{1}{2}$ $\left[\langle -\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi\rangle\right]$

120) $\sin x + \sqrt{3}\cos x > 0$ $\left[\left(-\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi\right)\right]$

121) $tg^2x - (1+\sqrt{3})tgx + \sqrt{3} < 0$ $\left[\left(\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{3} + k\pi\right)\right]$

122) $2cos^2x + 5cosx + 2 \geq 0$ $\left[\langle\frac{4\pi}{3} + 2k\pi; \frac{8\pi}{3} + 2k\pi\rangle\right]$

123) $2sin^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 5sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2 < 0$ $\left[\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi\right)\right]$

124) $tg^3x + tg^2x - tgx - 1 < 0$ $\left[\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; -\frac{\pi}{4} + k\pi\right) \cup \left(-\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi\right)\right]$

125) $\frac{tg\, x+1}{tg\, x-1} \leq 0$ $\left[\left\langle -\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi\right)\right]$

126) $tg(\sin x) \geq 0$ $[\langle k\pi; \pi + k\pi\rangle]$

127) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \leq -\frac{1}{2}$ $\left[\langle\frac{7\pi}{12} + k\pi; \frac{3\pi}{4} + k\pi\rangle\right]$

128) $\sin 4x = \sqrt{2}\cos x$ $\left[\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2};\ \frac{\pi}{8} + k\pi;\ \frac{3\pi}{8} + k\pi\right]$

129) $tg\, x + \frac{\cos x}{1+\sin x} = 2$ $\left[\frac{\pi}{3} + 2k\pi;\ \frac{5\pi}{3} + 2k\pi\right]$

130) $2 + \cos x = 2tg\frac{x}{2}$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi\right]$

131) $tg^2x + cotg^2x < 0$ $[\emptyset]$

132) S využitím grafů řešte v $\langle -2\pi; 2\pi\rangle$: $\sin x + \sin|x| \geq 0$ $[\langle -2\pi; \pi\rangle \cup \{2\pi\}]$

133) S využitím grafů řešte v $\langle -2\pi; 2\pi\rangle$: $\sin x + |\sin x| = 3 + \sin|x|$ $\left[\left\{-\frac{3\pi}{2}\right\}\right]$

134) Z funkcí: $f_1: y = \sin|x|$, $f_2: y = \cos|x|$, $f_3: y = |\sin x|$, $f_4: y = |\cos x|$ A) jsou všechny periodické, B) není periodická pouze f_1, C) nejsou periodické pouze f_1 a f_2, D) nejsou periodické pouze f_2 a f_4, E) není periodická žádná [B]

135) Přiřaďte ke každému předpisu funkce bod, kterým graf funkce prochází: 1) $y = 2\sin x - 1$, 2) $y = \cos x + 2$, 3) $y = tg\, x - 3$. A) $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\sqrt{3}+1}{3}\right]$, B) $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\sqrt{3}+4}{2}\right]$, C) $\left[\frac{\pi}{3}; \sqrt{3} - 3\right]$, D) $\left[\frac{\pi}{3}; \sqrt{3} - 1\right]$, E) $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}+2}{3}\right]$. [1D, 2B, 3C]

136) Součet všech kořenů rovnice $\sqrt{2}\sin x = 1$v intervalu $(0; 2\pi)$je A) 0, B) $\frac{\pi}{2}$, C) π, D) $\frac{3\pi}{2}$, E) 2π. [C]

137) Načrtněte graf funkce a určete H_f: $f: y = sgn\, x + \cos x$, $D_f = \langle -2\pi; 2\pi\rangle$ $[\langle -2; 2\rangle]$

138) Načrtněte graf funkce a určete H_f: $f: y = \frac{\sin x}{2\, sgn\, x}$, $D_f = \langle -2\pi; 2\pi\rangle - \{0\}$ $\left[\langle -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\rangle\right]$

139) Je dána funkce: $y = \frac{x^2}{(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2}$. Určete D_f, H_f, sestrojte graf. $[R; \langle 0; \infty)]$

140) Je dána funkce: $y = \left|\frac{(\cos x-\sin x)^2-(\cos x+\sin x)^2}{2}\right|$. Určete D_f, H_f, sestrojte graf. $[R; \langle 0; 1\rangle]$

141) $\frac{1}{\cos x} = tg\ x + 2\cos x$ $\left[\frac{7\pi}{6} + 2k\pi;\ \frac{11\pi}{6} + 2k\pi\right]$

142) $\frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x} + tg\ x = 0$ $\left[k\pi;\ \frac{3\pi}{4} + k\pi\right]$

143) $\frac{1}{sin^2 x} + cotg\ x - 1 = 0$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi;\ \frac{3\pi}{4} + k\pi\right]$

144) $cos^2 x + \sqrt{3}\sin x \cdot \cos x - 1 = 0$ $\left[k\pi;\ \frac{\pi}{3} + k\pi\right]$

145) Řešte v intervalu $\langle 0; 2\pi\rangle$: $\frac{tg^2 x}{cotg^2 x} - 2tg^2 x - 3 = 0$ $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right]$

146) Pro funkci $f: y = \frac{1}{2} sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$platí: A) je sudá, má $H_f = \langle -2; 2\rangle$, B) je sudá, má $H_f = \langle -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\rangle$, C) je lichá, má $H_f = \langle \frac{1}{2}; 2\rangle$, D) je lichá, má $H_f = \langle -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\rangle$. [B]

147) $cotg\ x - \sin 2x = 0$ $\left[\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2};\ \frac{\pi}{2} + k\pi\right]$

148) Určete všechny průsečíky grafů funkcí $f: y = \frac{\sqrt{3}}{sin^2 x}$, $g: y = 4\ cotgx$ $\left[\frac{\pi}{6} + k\pi;\ \frac{\pi}{3} + k\pi\right]$

149) $sin^4 x - cos^4 x = \frac{1}{2}$ $\left[\frac{\pi}{3} + k\pi;\ \frac{2\pi}{3} + k\pi\right]$

150) $\sin\frac{x}{2} + \cos x = 1$ $\left[2k\pi;\ \frac{\pi}{3} + 4k\pi;\ \frac{5\pi}{3} + 4k\pi\right]$

151) $\frac{\sin x(1+\sin x - cos^2 x)}{cos^2 x(1+\sin x)} = \frac{1}{3}$ $\left[-\frac{\pi}{6} + k\pi;\ \frac{\pi}{6} + k\pi\right]$

152) $\frac{1+\cos 2x}{\cos x} = \frac{\sin 2x}{1-\cos 2x}$ $\left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi;\ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi\right]$

153) $\frac{1}{cos^2 x} - tg^2 x = 1$ $\left[R - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}\right]$

154) $2sin^2 x + 5sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - 4 = 0$ $\left[\frac{2\pi}{3} + 2k\pi;\ \frac{4\pi}{3} + 2k\pi\right]$

155) $cos(360° - x) - 2\sin x\ tg(180° + x) + 5 = 0$

$[70°31'44'' + k \cdot 360°; 289°28'16'' + k \cdot 360°]$

156) $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$ $\left[\frac{2\pi}{3} + k\pi\right]$

157) $\sin x - \cos x = 1$ $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi;\ \pi + 2k\pi\right]$

158) $\sin x + \cos x = 1 + \sin 2x$ $\left[\frac{3\pi}{4} + k\pi;\ \frac{\pi}{2} + 2k\pi;\ \pi + 2k\pi\right]$

159) $cotg^2 2x \geq \frac{1}{3}$ $\mathrm{k}\left[\left(\frac{k\pi}{2}; \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}\right\rangle \cup \left\langle\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}\right)\right]$

160) $\frac{1}{2} < |\cos x| \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\left[\left(\frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{3} + k\pi\right\rangle \cup \left\langle\frac{2\pi}{3} + k\pi; \frac{5\pi}{6} + k\pi\right)\right]$

161) $cotg\ x - tg\ x > 2\sqrt{3}$ $\left[\left(\frac{k\pi}{2}; \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}\right)\right]$

162) $\sin x + \cos x \leq \frac{1}{\sin x}$ $\left[\left(2k\pi; \frac{\pi}{4} + 2k\pi\right\rangle \cup \left\langle\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \pi + 2k\pi\right) \cup \langle\frac{5\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\rangle\right]$

163) $\left|2\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\left[\frac{5\pi}{4} + 2k\pi;\ \frac{7\pi}{4} + 2k\pi;\ k\pi\right]$

164) $|\cos x| = 2 - cos^2 x$ $[k\pi]$

165) $\sin|x| = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\left[-\frac{7\pi}{4} + 2k\pi; -\frac{5\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi; \frac{7\pi}{4} + 2k\pi\right]$

166) $|\sin x| - \sin x = 0$ $[\langle 2k\pi; \pi + 2k\pi\rangle]$

167) $\frac{|\cos x|}{\cos x} = 1$ $\left[\left(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)\right]$

168) $|\sin x| \geq 1$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi\right]$

169) $|tg\ x| > 1$ $\left[\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; -\frac{\pi}{4} + k\pi\right) \cup \left(\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)\right]$

170) $\left|\cos x - \frac{1}{2}\right| < 1$ $\left[\left(\frac{4\pi}{3} + 2k\pi; \frac{8\pi}{3} + 2k\pi\right)\right]$

171) $|\sin x + 2| \geq 3$ $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$

172) $\sin|x| \geq -\frac{1}{2}$ $\left[R - \left(-\frac{11\pi}{6} - 2k\pi; -\frac{7\pi}{6} - 2k\pi\right) \cup \left(\frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi\right)\right]$

173) $cotg|x| < -1$ $\left[\left(-\pi - k\pi; -\frac{3\pi}{4} - k\pi\right) \cup \left(\frac{3\pi}{4} + k\pi; \pi + k\pi\right)\right]$

174) $|\sin x| > \sin x$ $[(\pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi)]$

175) $|\cos x| \geq -\sin x$ $\left[\langle -\frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi\rangle\right]$