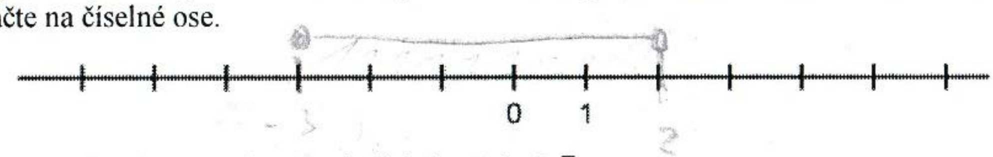
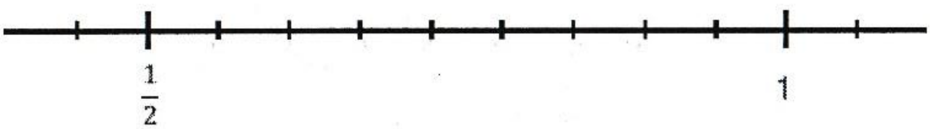
01 - Výrazy, mocniny, odmocniny

1) Vyznačte na číselné ose obrazy čísel $\frac{1}{2}$ a $\frac{5}{6}$

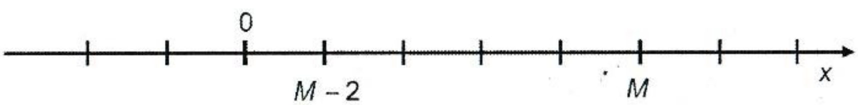
2) a) Na číselné ose vyznačte interval $\langle 2-n; n-3 \rangle$ pro $n = 5$.
b) Najděte nejmenší přirozené číslo n, pro které existuje interval $\langle 2-n; n-3 \rangle$ a tento interval vyznačte na číselné ose.



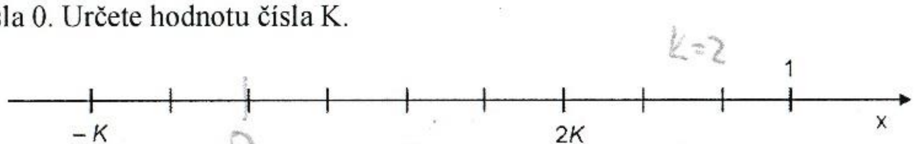
3) Vyznačte na číselné ose obraz periodického čísla $0,\overline{6}$.



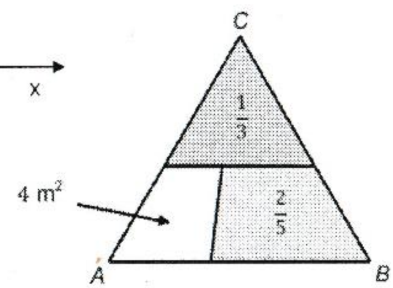
4) Na číselné ose jsou vyznačeny obrazy neznámých čísel M-2 a M a dále obraz čísla 0. Vyznačte obraz čísla 1. Určete hodnotu čísla M.



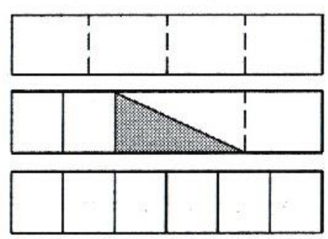
5) Na číselné ose jsou vyznačeny obrazy neznámých čísel –K a 2K a dále obraz čísla 1. Vyznačte obraz čísla 0. Určete hodnotu čísla K.



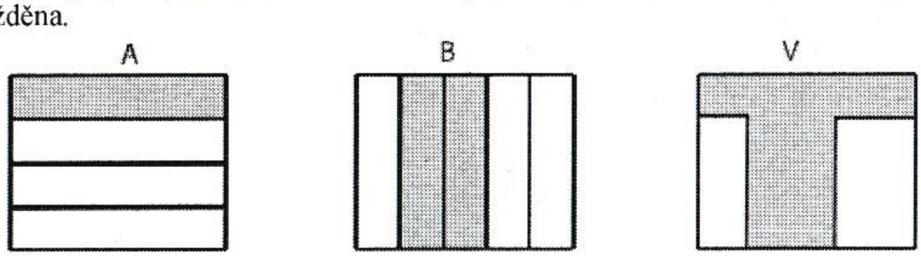
6) Trojúhelník je rozdělen na tři části. Část při vrcholu C zaujímá třetinu obsahu trojúhelníku, část při vrcholu B dvě pětiny obsahu trojúhelníku a zbývající část při vrcholu A má obsah 4 m^2. Vypočtěte v m^2 obsah trojúhelníku ABC.



7) Tři obdélníky jsou rozděleny různými způsoby. První obdélník je rozdělen na 4 shodné části, poslední obdélník na 6 shodných částí. Vypočtěte zlomkem, jakou část druhého obdélníku tvoří tmavá plocha.



8) Aleš s Bohunkou rekonstruovali podlahu v kuchyni. Aleš si přál vydláždit část A, která tvoří $\frac{1}{4}$ podlahy kuchyně, Bohunka část B, která tvoří $\frac{2}{5}$ podlahy kuchyně. Ve výsledném řešení (V) byla obě přání splněna, tedy byla vydlážděna část A i B. Zapište zlomkem, jaká část podlahy kuchyně byla vydlážděna.



0,2525 − 0,20505

✓ 9) Zaokrouhlete na desítky výsledek číselného výrazu: $10^5 \cdot (0,\overline{25} - 0,2\overline{05}) =$ 4750

✓ 10) Jsou dána čísla $s = 9 \cdot 10^{180}$, $t = 54 \cdot 10^{160}$. Ve stejném tvaru (součin co nejmenšího přirozeného čísla a mocniny deseti) uveďte čísla $a = s : 45$, $b = s^2 : t$.

✓ 11) Najděte nejmenší sudé číslo k tak, aby součin $k \cdot 5^{27} \cdot 3$ byl třetí mocninou nějakého přirozeného čísla.

✓ 12) Přirozené číslo n je dělitelné pěti. Totéž číslo n dává při dělení třemi zbytek 2. Určete nejmenší číslo k, které je třeba přičíst k číslu n, aby byl součet $n + k$ dělitelný patnácti.

✓ 13) Je dán číselný výraz $16 \cdot 4^{99} \cdot 8^{101}$.
a) Výraz zapište jako mocninu čísla 2.
b) Výraz zapište jako mocninu přirozeného čísla s největším možným prvočíselným exponentem.

✓ 14) Marek se snažil zapamatovat čtyřmístný kód. Shledal, že jde o největší číslo, v jehož zápise jsou vedle sebe dvě různá dvoumístná prvočísla, kde ciferný součet každého z nich je 8. Zapište Markův kód.

✓ 15) Součet dvou čísel je 100. Dělíme-li první číslo 7, dostaneme stejný výsledek, jako když druhé číslo vydělíme 18. Určete obě původní čísla.

✓ 16) Adam přečte celou knihu za d dnů. Kdyby denně přečetl o 6 stran více, knihu by dočetl o 2 dny dříve. Vypočtěte, kolik stran má kniha, jestliže $d = 8$. Vyjádřete počet stran (p) knihy v závislosti na parametru d.

✓ 17) Vyřešte: $(a^{12} + 2a^{10} - a^2 - 2) : (a^{10} - 1)$

✓ 18) Zjednodušte a určete podmínky: $\frac{a^{222} - a^{20}}{a^{101} - 1} =$

✓ 19) Určete nejmenší přirozené číslo n, pro které je kladný výraz $\frac{n}{90} - \frac{40}{n}$.

✓ 20) Pro $n \in N$ upravte výraz: $(n^0 + 2n^{-1} + n^{-2}) \cdot (n+1)^{-1} =$

o ✓ 21) Pro které hodnoty x je výraz roven nule? $\frac{4x^2 - 4x - 3}{4x^2 + 4x + 1}$

✓ 22) V oboru R je dán výraz: $\left(\sqrt{a - \sqrt{a^2 - 9}} - \sqrt{a + \sqrt{a^2 - 9}}\right)^2$. a) Vypočtěte hodnotu výrazu pro a = 5.
b) Výraz zjednodušte. c) Zapište podmínky řešitelnosti.

✓ 23) Zjednodušte: $\frac{(2+\sqrt{a})^2}{4-a} - \frac{2\sqrt{a}}{2-\sqrt{a}}$

✓ 24) Zjednodušte daný výraz $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

o ✓ 25) Zjednodušte: $$\frac{0{,}4 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{2^4}{8 \cdot \sqrt{100}} - \left(-\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\sqrt{16}}\right)}{3 \cdot \frac{7}{5.2^3} + \left(-\frac{3}{4}\right)^2 : \left(-\sqrt{0{,}81}\right)} =$$

26) Zjednodušte: $$\frac{(-2)^2 \cdot \left[(-2)^2 : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{12}\right)\right] - (-3)^2 : 1\frac{1}{8}}{10 - 3 \cdot \sqrt{\frac{4}{25}} - 0{,}8} =$$

27) Zjednodušte: $$\frac{22 : 2{,}2 - \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{64} : 1{,}6 + 3\frac{1}{2}\right)}{\left[\left(\sqrt{9}\right)^2 - 4 : \frac{1}{4}\right] + 15 \cdot 0{,}5^2} =$$

28) Určeme podmínky, za kterých má smysl výraz: $\left(\frac{\sqrt{(1+a)\sqrt[3]{1+a}}}{3a}\right)^{-1}$

29) Výraz $(x+1)^4 - x^4 + 2x^2 - 1$ rozložte na součin mnohočlenů s co nejnižšími stupni.

30) Zjednodušte výraz: $\frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-a)(b-c)} + \frac{1}{c(c-a)(c-b)}$.

31) Zjednodušte a určete podmínky: $[(1-v)^{-1} + (1+v)^{-1}]^{-1}$

32) Zjednodušte a určete podmínky: $\left[\left(\frac{n+2}{n-2}\right)^3 : \frac{n^3+4n^2+4n}{3n^2-12n+12}\right] \cdot \frac{n}{3}$

33) Zjednodušte a zapište podmínky: $[(-x)^{-2n}:(-x)^{-2n-1}]^{-2}:[(-x)^{2n+1}(-x)^{-2n+1}]^3$

34) Zjednodušte výraz a zapište podmínky: $\left(\frac{x^{-2}-x^{-4}}{x^{-2}-1}\right)^{-1} : \left(\frac{1-x^{-\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{1}{2}}-x^{-1}}\right)^{-1}$

35) Zjednodušte výraz a zapište podmínky: $\left(\sqrt[4]{\left(\sqrt[3]{a\sqrt{ab}}\right)^{-2}}\right)^{-1}$

36) Zjednodušte výraz a zapište podmínky: $\left(\sqrt{\frac{1}{\sqrt{a}}\sqrt{\frac{1}{\sqrt{a^3}}\sqrt{\frac{1}{\sqrt{a^5}}}}}\right)^{-1}$

37) Určete podmínky, za kterých má výraz smysl: $\frac{1}{\frac{5}{x^2+1}+\frac{3}{2(x+1)}-\frac{3}{2(x-1)}}$.

38) Určete podmínky, za kterých má výraz smysl: $\frac{a^2-1}{n^2+an}\cdot\left(\frac{1}{1-\frac{1}{n}}-1\right)\cdot\frac{a-an^3-n^4+n}{1-a^2}$

39) Určete podmínky, za kterých má výraz smysl:
$\frac{a}{2}\sqrt[4]{(a+1)(a^2-1)(1+2a+a^2)}\cdot\left(\frac{a^2+3a+2}{\sqrt{a-1}}\right)^{-1}$

40) Pro která a je výraz roven -1? $\left(\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}+\frac{1-a}{\sqrt{1-a^2}-1+a}\right)\cdot\left(\sqrt{\frac{1}{a^2}-1}-\frac{1}{a}\right)$

41) Je dán trojčlen x^3+2x^2+k s proměnnou $x \in \mathcal{R}$ a parametrem $k \in \mathcal{R}$. Ke každému z následujících dvojčlenů najděte takovou hodnotu parametru k, aby byl daný trojčlen dělitelný dvojčlenem beze zbytku. a) $x+2$; b) $x+1$; c) $x-1$.

42) Tiskárna vytiskne k listů za n sekund ($k, n \in N$). Vyjádřete v závislosti na veličinách k a n počet listů, které tiskárna vytiskne za 5 minut.

43) Nádrž se plní několika stejně výkonnými čerpadly. Dvě čerpadla by prázdnou nádrž naplnila za x hodin. Vyjádřete v hodinách, za jak dlouho by prázdnou nádrž naplnilo n čerpadel ($n \in N$).

2) a) $\langle -3; 2\rangle$
   b) $n=3$, $\langle -1; 1\rangle$
4) M = 2,5
5) K = $\frac{2}{7}$
6) 15 m^2
7) $\frac{5}{24}$
8) $\frac{11}{20}$
9) 4750
10) a) 2.10^{179}
    b) 15.10^{199}
11) 72
12) 10
13) a) 2^{505}
    b) 32^{109}
14) 7153
15) 72, 28
16) a) 144
    b) $p = 3d - 6$
17) $a^2+2, a \neq \pm 1$
18) $a^{121}+a^{20}, a \neq 1$
19) 61
20) $\frac{n+1}{n^2}$
21) $\frac{3}{2}$
22) $2a-6, (3; \infty)$
23) $1, a \neq 4$
24) 8
25) -9
26) 7
27) -5
28) $a \neq 0, a \neq -1$
29) $4x(x+1)^2$
31) $\frac{1-v^2}{2}, v \neq \pm 1$
32) $\frac{n+2}{n-2}, n \neq 0, n \neq \pm 2$
33) $x^{-8}, x \neq 0$
34) $-x^{\frac{5}{2}}, x > 0, x \neq 1$
35) $a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{12}}, a > 0, b > 0$
36) $a^{\frac{15}{16}}, a > 0$
37) $\frac{2(x^4-1)}{4(x-2)(x+2)}, x \neq \pm 1, x \neq \pm 2$
38) $\frac{(a-n)(1+n+n^2)}{n(n+a)}$,
    $n \neq 0, n \neq 1, n \neq -a, a \neq \pm 1$
39) $\frac{a(a+1)(a-1)}{a+2}, a > \cancel{0}$ 1
40) $\{-1\} \cup (0; 1)$
41) a) $k = 0$
    b) $k = -1$
    c) $k = -3$
42) $x = \frac{k}{n}\cdot 300$
43) $\frac{2x}{n}$