



ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ Α.Π.Θ.  
Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών  
**Ηλεκτρονικής Φυσικής**  
(Ραδιοηλεκτρολογία)

# ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΓΛΩΣΣΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ JAVA

---

## ΕΞΑΜΗΝΙΑΙΑ ΕΡΓΑΣΙΑ

Υλοποίηση αλγορίθμου FWA-BBO στη γλώσσα προγραμματισμού python

Καθηγητές μαθήματος: Γούδος Σωτήριος, Σωτηρούδης Σωτήριος  
Ονοματεπώνυμο φοιτητή: Μπάμπης Πέτρος  
ΑΕΜ φοιτητή: 10094

### Εισαγωγή

Στην εργασία αυτή μελετάται η υλοποίηση στοχαστικού αλγορίθμου βελτιστοποίησης, συνδυάζοντας τους αλγορίθμους Fireworks Algorithm (FWA) και Biogeography-Based Optimization (BBO). Στο παρόν κείμενο, αρχικά θα εξηγηθεί η σημαντικότητα των δύο αλγορίθμων (FWA, BBO) και θα σχολιαστούν ενδελεχώς τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους. Στην συνέχεια, θα μελετηθεί η αποτελεσματικότητα αλγορίθμου που συνδυάζει τις δύο αυτές μεθόδους, αξιοποιώντας τα πλεονεκτήματα κάθε μίας από αυτές.

# 1 Ο αλγόριθμος Biogeography-Based Optimization (BBO)

Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης βασισμένος στη Βιογεωγραφία (Biogeography-Based Optimization - BBO) είναι ένας εξελικτικός αλγόριθμος που προτάθηκε από τον Dan Simon το 2008 [1]. Η θεωρητική του θεμελίωση βασίζεται στο μαθηματικό μοντέλο της βιογεωγραφίας των νησιών των MacArthur και Wilson, το οποίο περιγράφει την κατανομή και τη δυναμική των βιολογικών ειδών σε γεωγραφικά απομονωμένους οικοτόπους (όπως π.χ. σε νησιά). Στο πλαίσιο του αλγορίθμου, πραγματοποιείται μια εννοιολογική αντιστοίχιση των όρων της βιογεωγραφίας με τις έννοιες της μαθηματικής βελτιστοποίησης. Κάθε υποψήφια λύση του προβλήματος αντιστοιχίζεται σε έναν οικοτόπο (habitat), ενώ η τιμή της συνάρτησης κόστους ή καταλληλότητας (fitness) της λύσης εκφράζεται μέσω του «Δείκτη Καταλληλότητας Οικοτόπου» (Habitat Suitability Index - HSI). Οι επιμέρους παράμετροι ή μεταβλητές που συνιστούν μια λύση ορίζονται ως «Μεταβλητές Δείκτη Καταλληλότητας» (Suitability Index Variables - SIVs). Ουσιαστικά, ένας οικοτόπος με υψηλή τιμή HSI αντιπροσωπεύει μια λύση ανώτερης ποιότητας.

Η εξελικτική διαδικασία του BBO επιτελείται των θεμελιωδών διαδικασιών της μετανάστευσης και της μετάλλαξης. Η διαδικασία της μετανάστευσης αποτελεί τον πρωταρχικό μηχανισμό ανταλλαγής πληροφορίας μεταξύ των λύσεων του πληθυσμού. Η λειτουργία του διέπεται από δύο παραμέτρους για κάθε οικοτόπο: τον ρυθμό μετανάστευσης προς τον οικοτόπο (immigration rate,  $\lambda$ ) και τον ρυθμό μετανάστευσης από τον οικοτόπο (emigration rate,  $\mu$ ). Οι τιμές των ρυθμών αυτών είναι συνάρτηση της ποιότητας (HSI) του εκάστοτε οικοτόπου και συγκεκριμένα, οικοτόποι με υψηλό HSI, δηλαδή λύσεις υψηλής καταλληλότητας, χαρακτηρίζονται από χαμηλό ρυθμό μετανάστευσης προς τον οικοτόπο και υψηλό ρυθμό μετανάστευσης από τον οικοτόπο. Αντιθέτως, οικοτόποι με χαμηλό HSI παρουσιάζουν υψηλό ρυθμό μετανάστευσης προς τον οικοτόπο και χαμηλό ρυθμό μετανάστευσης από τον οικοτόπο, καθιστώντας τους πιο δεκτικούς σε πληροφορία από καλύτερες λύσεις. Αυτή η θεμελιώδης σχέση απεικονίζεται στην εικόνα Figure 1.

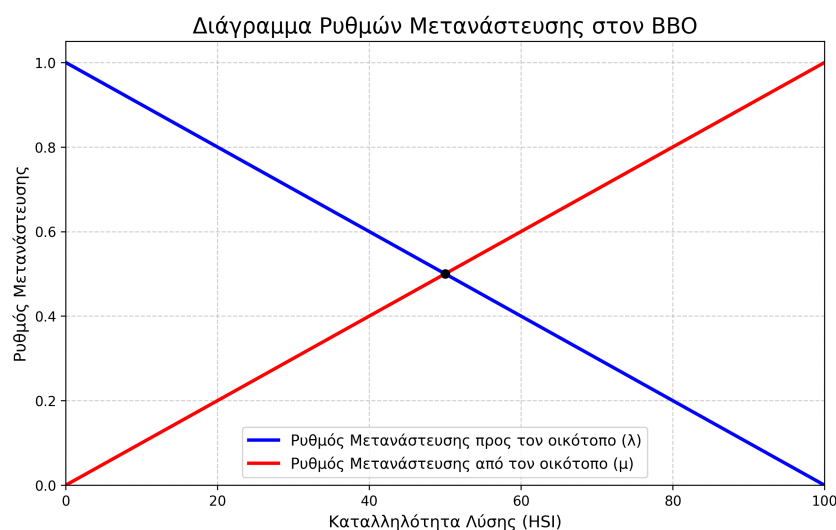


Figure 1: Γραφική απεικόνιση της γραμμικής σχέσης μεταξύ της καταλληλότητας της λύσης (HSI) και των ρυθμών μετανάστευσης ( $\lambda$ ) και εκτανάστευσης ( $\mu$ ) στον αλγόριθμο BBO.

Η υλοποίηση αυτής της συσχέτισης στον κώδικα της παρούσας εργασίας, όπου οι ρυθμοί εξαρτώνται το HSI της κάθε λύσης στον πληθυσμό, φαίνεται στο παρακάτω απόσπασμα κώδικα.

```
1 import numpy as np
2
3 # PopSize: Μέγεθος πληθυσμού
4 mu = np.array([(PopSize + 1 - i) / (PopSize + 1) for i in range(PopSize)])
5 lam = 1 - mu
```

Η διαδικασία της μετάλλαξης είναι υπεύθυνη για την εισαγωγή ποικιλομορφίας στον πληθυσμό και την αποφυγή της πρόωρης σύγκλισης σε τοπικά ακρότατα, αντί για τη βέλτιστη λύση. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό του αλγορίθμου BBO είναι ότι η πιθανότητα μετάλλαξης δεν είναι σταθερή, αλλά υπολογίζεται δυναμικά. Λύσεις με πολύ υψηλή ή πολύ χαμηλή καταλληλότητα έχουν μικρή πιθανότητα μετάλλαξης, ενώ οι ενδιαμέσες ποιότητας λύσεις έχουν αυξημένη πιθανότητα να υποστούν τυχαία τροποποίηση ενός SIV.

Συμπληρωματικά, ο αλγόριθμος ενσωματώνει και τη διαδικασία του ελιτισμού (elitism). Μέσω αυτής, ένα προκαθορισμένο πλήθος από τις βέλτιστες λύσεις της τρέχουσας γενιάς διατηρείται αναλλοίωτο και μεταφέρεται αυτούσιο στην επόμενη, διασφαλίζοντας ότι η καλύτερη λύση που έχει εντοπιστεί μέχρι εκείνη τη στιγμή δεν θα χαθεί κατά τη στοχαστική εξελικτική διαδικασία. Στην εικόνα Figure 2 παρατίθεται το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου, σύμφωνα με όσα ειπώθηκαν παραπάνω.

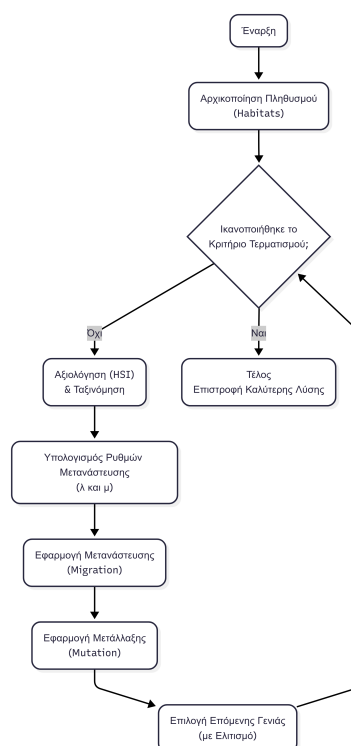


Figure 2: Διάγραμμα ροής του αλγορίθμου BBO.

## 2 Ο αλγόριθμος Fireworks Algorithm - FWA

Ο Αλγόριθμος Πυροτεχνημάτων (Fireworks Algorithm - FWA) [2], ο οποίος προτάθηκε από τους Tan και Zhu το 2010, αποτελεί έναν στοχαστικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Η κεντρική του ιδέα αντλεί έμπνευση από το φαινόμενο της έκρηξης των πυροτεχνημάτων, όπου από ένα αρχικό σημείο εκτοξεύονται πολλαπλές σπίνθες. Στο πλαίσιο του αλγορίθμου, κάθε πυροτέχνημα αντιπροσωπεύει μια υποψήφια λύση στον χώρο αναζήτησης, ενώ οι σπίνθες που παράγονται από την έκρηξή του συνιστούν νέες υποψήφιες λύσεις, οι οποίες εξερευνούν την περιοχή γύρω από την κύρια λύση.

Η θεμελιώδης λειτουργία του FWA βασίζεται σε μια δυναμική ισορροπία μεταξύ της τοπικής έρευνας και της ευρύτερης εξερεύνησης του χώρου λύσεων. Η ισορροπία αυτή επιτυγχάνεται μέσω του ελέγχου δύο βασικών παραμέτρων της έκρηξης: του αριθμού των παραγόμενων σπινθήρων και του εύρους της έκρηξης. Η ποιότητα ενός πυροτεχνήματος, δηλαδή η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας της αντίστοιχης λύσης, καθορίζει αυτά τα χαρακτηριστικά. Πυροτεχνήματα υψηλής ποιότητας, δηλαδή καλύτερες λύσεις, παράγουν μεγαλύτερο αριθμό σπινθήρων, αλλά σε μικρότερη ακτίνα, εντείνοντας την έρευνα της βέλτιστης λύσης σε μια ήδη υποσχόμενη περιοχή. Αντίθετα, πυροτεχνήματα χαμηλότερης ποιότητας παράγουν λιγότερες σπίνθες, οι οποίες όμως διασκορπίζονται σε μεγαλύτερη απόσταση, προωθώντας την εξερεύνηση νέων περιοχών του χώρου αναζήτησης. Αυτή η στρατηγική εξερεύνησης απεικονίζεται στην εικόνα Figure 3. Σημειώνεται πως για την αποτροπή της κυριαρχίας από εξαιρετικά καλές λύσεις, ο αριθμός των σπινθήρων περιορίζεται εντός συγκεκριμένων ορίων. Παρακάτω παρουσιάζεται το τμήμα του αλγορίθμου που είναι υπεύθυνο για τον υπολογισμόν αυτών των παραμέτρων.

```
1 import numpy as np
2
3 # Υπολογισμός αριθμού σπινθήρων (si)
4 si = m * (np.max(fitnesses) - fitnesses[i] + epsilon) / (np.sum(np.max(fitnesses) -
   ↳ fitnesses) + epsilon)
5 si = int(round(np.clip(si, a * m, b * m)))
6 # Υπολογισμός εύρους έκρηξης (ai)
7 ai = big\_a\_hat * (fitnesses[i] - np.min(fitnesses) + epsilon) / (np.sum(fitnesses -
   ↳ np.min(fitnesses)) + epsilon)
```

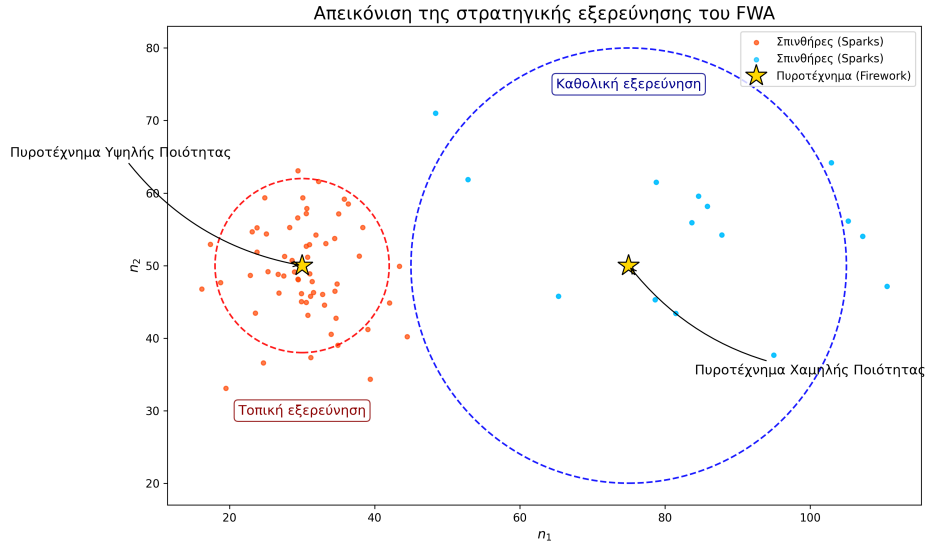


Figure 3: Απεικόνιση έκρηξης υψηλής και χαμηλής ποιότητας πυροτεχνημάτων στον αλγόριθμο FWA.

Η δημιουργία των νέων λύσεων-σπινθήρων περιλαμβάνει δύο μηχανισμούς. Αρχικά, οι σπινθήρες της έκρηξης παράγονται προσθέτοντας στη θέση του αρχικού πυροτεχνήματος έναν τυχαίο παράγοντα μετατόπισης, ο οποίος εξαρτάται από το εύρος της έκρηξης. Επιπλέον, για την ενίσχυση της ποικιλομορφίας, εφαρμόζεται μία στοχαστική διαδικασία μετάλλαξης σε έναν επιλεγμένο αριθμό σπινθήρων. Αυτή η διαδικασία τροποποιεί τη θέση τους, πολλαπλασιάζοντάς την με έναν τυχαίο αριθμό που ακολουθεί Γκαουσιανή κατανομή. Εάν οποιαδήποτε νέα λύση βρεθεί εκτός των ορίων του χώρου αναζήτησης, επαναφέρεται εντός αυτού μέσω μιας συνάρτησης αντιστοίχισης.

Η διαδικασία επιλογής για την επόμενη γενιά είναι ένα από τα πιο διακριτά χαρακτηριστικά του FWA. Πρωτίστως, εφαρμόζεται ελιτισμός, διατηρώντας πάντα την καλύτερη λύση που έχει βρεθεί. Για κάθε υποψήφια λύση, υπολογίζεται το άθροισμα των ευκλείδειων αποστάσεων της από όλες τις άλλες λύσεις. Λύσεις που βρίσκονται σε πιο αραιοκατοικημένες περιοχές του χώρου αναζήτησης, και επομένως έχουν μεγαλύτερο άθροισμα αποστάσεων, λαμβάνουν υψηλότερη πιθανότητα επιλογής. Αυτή η στρατηγική επιτρέπει στον αλγόριθμο να διατηρεί έναν ποικιλόμορφο πληθυσμό και να αποφεύγει την πρόωρη σύγκλιση σε ένα μόνο τοπικό βέλτιστο, καθοδηγώντας αποτελεσματικά την έρευνα προς την εύρεση της καθολικά βέλτιστης λύσης. Στην εικόνα Figure 4 παρατίθεται το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου, σύμφωνα με όσα ειπώθηκαν παραπάνω.

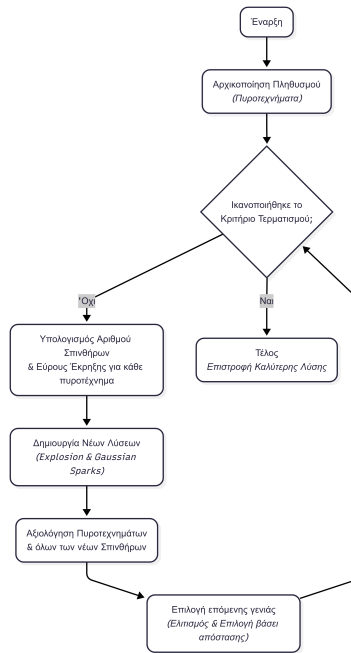


Figure 4: Διάγραμμα ροής του αλγορίθμου FWA.

### 3 Υβριδικό μοντέλο βελτιστοποίησης BBO-FWA

#### 3.1 Υλοποίηση του αλγορίθμου

Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, αναπτύχθηκε υβριδικό μοντέλο, το οποίο συνδυάζει τους αλγορίθμους βελτιστοποίησης BBO και τον αλγόριθμο FWA [3]. Το υβριδικό μοντέλο αποσκοπεί στον συνδυασμό των πλεονεκτημάτων των δύο μεθοδολογιών. Κατά το συγκεκριμένο μοντέλο, οι διαδικασίες των δύο αλγορίθμων εφαρμόζονται διαδοχικά σε κάθε γενιά της εξελικτικής διαδικασίας.

Η αρχιτεκτονική του υβριδικού αλγορίθμου ακολουθεί μια δομή όπου, μετά την αρχικοποίηση ενός πληθυσμού υποψήφιων λύσεων, εκτελείται ένας επαναληπτικός βρόχος. Εντός κάθε γενιάς, ο πληθυσμός υφίσταται αρχικά επεξεργασία σύμφωνα με τον αλγόριθμο BBO. Ακολούθως, ο τροποποιημένος από τον BBO πληθυσμός τροφοδοτείται ως είσοδος στον μηχανισμό αναζήτησης του αλγορίθμου FWA. Η κάθε γενιά ολοκληρώνεται με την εφαρμογή ελιτισμού για την επιλογή του πληθυσμού της επόμενης γενιάς. Στην εικόνα Figure 5 παρατίθεται το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου.

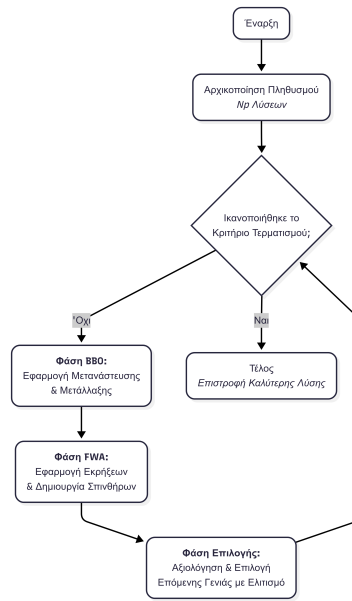


Figure 5: Διάγραμμα ροής του αλγορίθμου FWA-BBO.

Οι υπερπαραμέτροι του αλγορίθμου και οι τιμές που χρησιμοποιήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας υλοποίησης παρατίθενται στον πίνακα Table 1.

Παράμετρος	Τιμή	Περιγραφή
PopSize	50	Μέγεθος Πληθυσμού
iters	100	Μέγιστος Αριθμός Γενεών
Keep	2	Αριθμός Elite λύσεων (BBO)
pmutate	0,01	Πιθανότητα Μετάλλαξης (BBO)
m	5	Βασικός Αριθμός Σπινθήρων (FWA)
a, b	0,04, 0,8	Όρια περιορισμού σπινθήρων (FWA)
mg	5	Αριθμός Gaussian σπινθήρων (FWA)

Table 1: Υπερπαραμέτροι του υβριδικού αλγορίθμου FWA-BBO.

Στην πρώτη φάση κάθε γενιάς, εφαρμόζονται οι διαδικασίες της μετανάστευσης και της μετάλλαξης του BBO. Λύσεις υψηλής καταλληλότητας μοιράζονται τα χαρακτηριστικά τους σε λύσεις χαμηλότερης ποιότητας, καθοδηγώντας τον πληθυσμό προς υποσχόμενες περιοχές του χώρου αναζήτησης. Η φάση αυτή ουσιαστικά βελτιώνει τις υπάρχουσες λύσεις, συγκλίνοντας σε καλύτερες περιοχές λύσεων. Αμέσως μετά, στη δεύτερη φάση, ο πληθυσμός που προέκυψε από τον BBO χρησιμοποιείται ως το σύνολο των αρχικών πυροτεχνημάτων για τον αλγόριθμο FWA. Σε αυτό το στάδιο κάθε λύση εκρήγνυται, παράγοντας ένα σύνολο από νέες υποψήφιες λύσεις-σπίθες στην περιοχή της. Κατά τον μηχανισμό της FWA λύσεις χαμηλής ποιότητας προκαλούν εκρήξεις μεγαλύτερου εύρους, ενώ οι λύσεις υψηλής ποιότητας έχουν αποτέλεσμα την αρχή τοπικής αναζήτησης, γύρω από την περιοχή της έκρηξης και έτσι, αυτή η διαδικασία αυξάνει τον αριθμό των υποψήφιων λύσεων και την ποικιλομορφία του πληθυσμού. Η σύνδεση αυτή, όπου ο πληθυσμός που τροποποιείται από τον BBO

τροφοδοτείται σαν είσοδος στη συνάρτηση του FWA φαίνεται στο παρακάτω απόσπασμα κώδικα.

```
1 import numpy as np
2
3 # ... Κώδικας BBO (Migration, Mutation) ...
4 Island = np.clip(Island, lb, ub)
5 # Ο πληθυσμός του BBO γίνεται είσοδος στον FWA
6 Island = fa_step(objf, Island, np.apply_along_axis(objf, 1, Island), ...)
```

Στο τέλος κάθε γενιάς, ο BBO αρχικά κατευθύνει την έρευνα της βέλτιστης λύσης και ο FWA στη συνέχεια την επεκτείνει και τη διαφοροποιεί. Από τον διευρυμένο πληθυσμό που περιλαμβάνει τόσο τις λύσεις που τροποποιήθηκαν από τον BBO όσο και το σύνολο των σπινθήρων που παράγει ο FWA εφαρμόζεται ελιτιστική επιλογή. Όλες οι υποψήφιες λύσεις αξιολογούνται και ταξινομούνται, και οι καλύτερες επιβιώνουν για να αποτελέσουν τον πληθυσμό της επόμενης γενιάς. Αυτή η ελιτιστική επιλογή, όπου μόνο οι *PopSize* καλύτερες λύσεις επιβιώνουν από τον αρχικό πληθυσμό, υλοποιείται όπως φαίνεται στο παρακάτω απόσπασμα κώδικα.

```
1 import numpy as np
2
3 # Αξιολόγηση του πληθυσμού από BBO και FWA sparks
4 fitnesses = np.apply_along_axis(objf, 1, Island)
5 # Ταξινόμηση πληθυσμού
6 idx = np.argsort(fitnesses)
7 Island = Island[idx, :]
8 # Επιλογή μόνο των PopSize καλύτερων για την επόμενη γενιά
9 pos = Island[:PopSize, :]
```

Ο συνδυασμός των δύο αλγορίθμων αποσκοπεί στη δημιουργία ενός αλγορίθμου που επιτυγχάνει μια ισορροπία μεταξύ της σύγκλισης προς τη βέλτιστη λύση και της εξερεύνησης του χώρου αναζήτησης, αξιοποιώντας τα πλεονεκτήματα κάθε μεθόδου.

## 3.2 Αποτελέσματα προσομοιώσεων

### 3.2.1 Ανάλυση υπογραφής του αλγορίθμου

Πριν από την αξιολόγηση της απόδοσης ενός αλγορίθμου βελτιστοποίησης σε ένα σύνολο συναρτήσεων κόστους, είναι σημαντικό να εξεταστεί η ύπαρξη πολώσεων (intrinsic biases) που ενδέχεται να χαρακτηρίζουν τη συμπεριφορά του. Οι αλγόριθμοι ενδέχεται να παρουσιάζουν αυξημένη πιθανότητα αναζήτησης λύσεων κοντά στο κέντρο του χώρου αναζήτησης, κοντά στα όρια, κατά μήκος των αξόνων ή κατά μήκος των διαγωνίων, αλλά και τάση



αναζήτησης βέλτιστων λύσεων γύρω από σημεία που έχουν ήδη εξερευνηθεί. Για τον εντοπισμό και την οπτικοποίηση αυτών των εγγενών τάσεων του προτεινόμενου υβριδικού αλγορίθμου BBO-FWA, υιοθετήθηκε η μέθοδος της ανάλυσης υπογραφής (signature analysis) [3]. Η ανάλυση αυτή πραγματοποιείται πάνω στη σταθερή συνάρτηση ελαχιστοποίησης:

$$\text{Min } f(x_1, x_2) = 5; \quad x_1, x_2 \in [-5, 5] \quad (1)$$

Στην περίπτωση της συγκεκριμένης συνάρτησης κόστους, κάθε σημείο εντός του χώρου αναζήτησης αποτελεί καθολικά βέλτιστη λύση. Κατά συνέπεια, ένας ιδανικός αλγόριθμος χωρίς καμία πόλωση θα έπρεπε να συμπεριφέρεται ως μια διαδικασία τυχαίας αναζήτησης, παράγοντας λύσεις που κατανέμονται ομοιόμορφα σε ολόκληρο τον ορισμένο χώρο. Οποιαδήποτε απόκλιση από την ομοιόμορφη κατανομή, όπως η συσσώρευση σημείων σε συγκεκριμένες περιοχές, υποδηλώνει την ύπαρξη εγγενούς πόλωσης. Στην εικόνα Figure 6 παρουσιάζεται η υπογραφή του αλγορίθμου, η οποία προέκυψε από τη συλλογή λύσεων που προτίμησε ο αλγόριθμος κατά τη διάρκεια 100 εκτελέσεων.

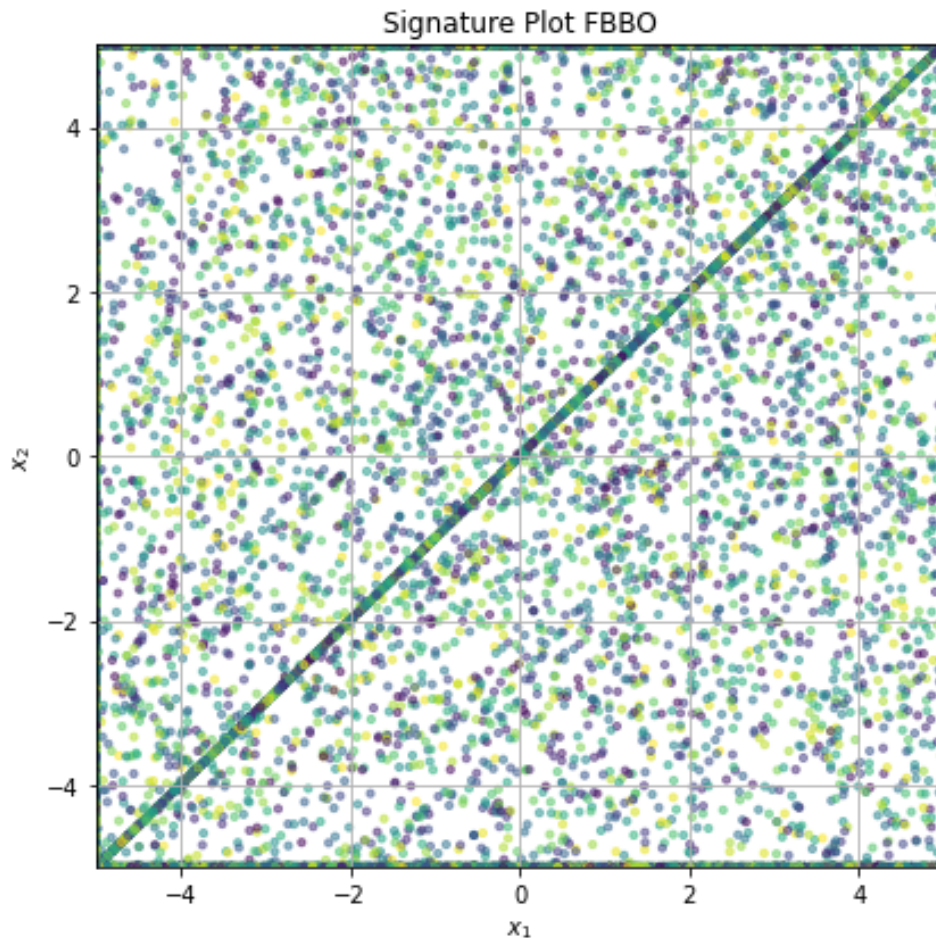


Figure 6: Ανάλυση υπογραφής του αλγορίθμου FWA-BBO στη σταθερή συνάρτηση  $f(x)=5$ .

Παρατηρείται πως η ανάλυση υπογραφής του αλγορίθμου αποκαλύπτει την ύπαρξη συγκεκριμένων εγγενών πολώσεων. Παρατηρείται κυρίως μία διαγώνια πόλωση καθώς ο αλ-

γόριθμος δείχνει μία προτίμηση στις λύσεις με ίδιο  $x_1$  και  $x_2$ . Ταυτόχρονα, παρατηρείται και μια περιμετρική πόλωση κατά μήκος των ευθειών  $x_1 = 5$  και  $x_2 = \pm 5$ . Μεταβάλλοντας τις υπερπαραμέτρους του αλγορίθμου σύμφωνα με το παρακάτω απόσπασμα κώδικα, το αποτέλεσμα μοιάζει να βελτιώνεται, σχεδόν εξαλείφοντας τις πλευρικές πολώσεις και μετριάζοντας τη διαγώνια πόλωση. Στην εικόνα Figure 7 παρουσιάζεται η υπογραφή του αλγορίθμου, έπειτα αυτής της τροποποίησης.

```

1 # def fa_step(fitness_function, fireworks, fitnesses, lwr_bnd, upp_bnd, m=50,
  ↳ big_a_hat=40, a=0.04, b=0.8, mg=5):
2 def fa_step(fitness_function, fireworks, fitnesses, lwr_bnd, upp_bnd, m=50,
  ↳ big_a_hat=20, a=0.1, b=0.6, mg=20):

```

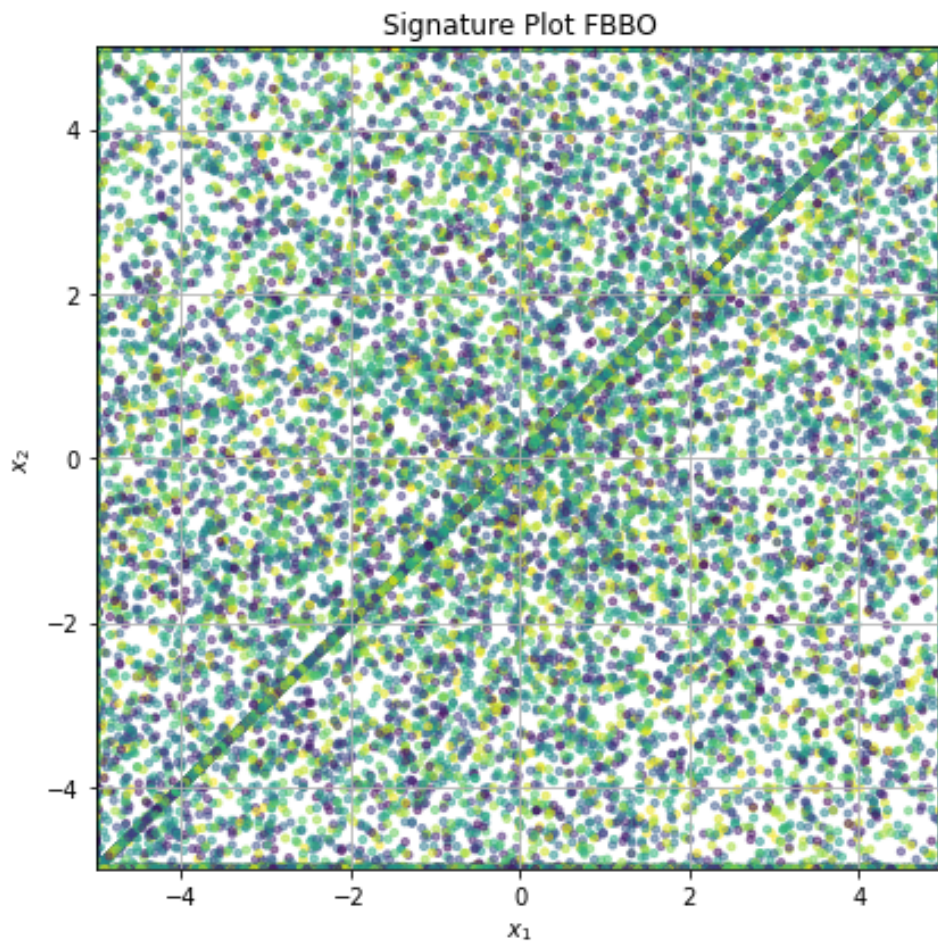


Figure 7: Ανάλυση υπογραφής του αλγορίθμου FWA-BBO στη σταθερή συνάρτηση  $f(x)=5$ , μεταβάλλοντας τις υπερπαραμέτρους του.

Για την πλήρη εξάλειψη των πολώσεων, είναι αναγκαίες ισχυρότερες τροποποιήσεις. Αρχικά, για την αντιμετώπιση της περιμετρικής πόλωσης, τροποποιήθηκε η στρατηγική χειρισμού των ορίων. Η μέθοδος `pr.clipping`, η οποία επανατοποθετούσε τις εκτός ορίων λύσεις ακριβώς πάνω στο πλησιέστερο όριο, αντικαταστάθηκε με τη μέθοδο `toroidal wrapping`. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτήν, όταν μία λύση υπερβαίνει το όριο του χώρου αναζήτησης

επανατοποθετείται από την αντίθετη πλευρά, χρησιμοποιώντας τον τελεστή modulo. Αυτή η τροποποίηση αποτρέπει τη συσσώρευση λύσεων στις άκρες και διασφαλίζει ότι ολόκληρος ο χώρος παραμένει εξίσου προσβάσιμος για εξερεύνηση κατά τη διάρκεια της διαδικασίας.

```
1 def toroidal_boundary(x, lb, ub):  
2     return lb + (x - lb) % (ub - lb)
```

Στη συνέχεια, για την εξάλειψη της διαγώνιας πόλωσης, τροποποιήθηκε ο μηχανισμός δημιουργίας σπινθήρων του FWA. Στην αρχική υλοποίηση, οι τελεστές της έκρηξης και της Γκαουσιανής μετάλλαξης επηρέαζαν ένα τυχαία επιλεγμένο υποσύνολο των διαστάσεων κάθε λύσης, ευνοώντας έτσι τις κινήσεις παράλληλα στους άξονες. Ο μηχανισμός αυτός τροποποιήθηκε ώστε η "έκρηξη" του πυροτεχνήματος να μην παράγει πλέον σπίνθες που κινούνται μόνο οριζόντια ή μόνο κάθετα, αλλά σπίνθες που εκτοξεύονται προς όλες τις κατευθύνσεις ταυτόχρονα. Η αλλαγή αυτή προωθεί την παραγωγή νέων λύσεων σε όλες τις κατευθύνσεις με ίση πιθανότητα, μετριάζοντας την προτίμηση του αλγορίθμου για συγκεκριμένες διευθύνσεις. Η υπογραφή του τροποποιημένου αλγορίθμου παρατίθεται στην εικόνα Figure 8.

```
1 # Μέσα στη συνάρτηση fa_step  
2 for s in range(si):  
3     sparks_i[s, :] = fireworks[i, :]  
4  
5     # z = np.random.choice(d, size=np.random.randint(1, d+1), replace=False)  
6     z = np.arange(d)  
7  
8     h = ai * np.random.uniform(-1, 1)  
9     sparks_i[s, z] += h  
10    # ...  
11  
12 # ...  
13 for i in range(mg):  
14  
15     # z = np.random.choice(d, size=np.random.randint(1, d+1), replace=False)  
16     z = np.arange(d)  
17  
18     g = np.random.normal(1, 1)  
19     gaussian_sparks[i, z] *= g  
20    # ...
```



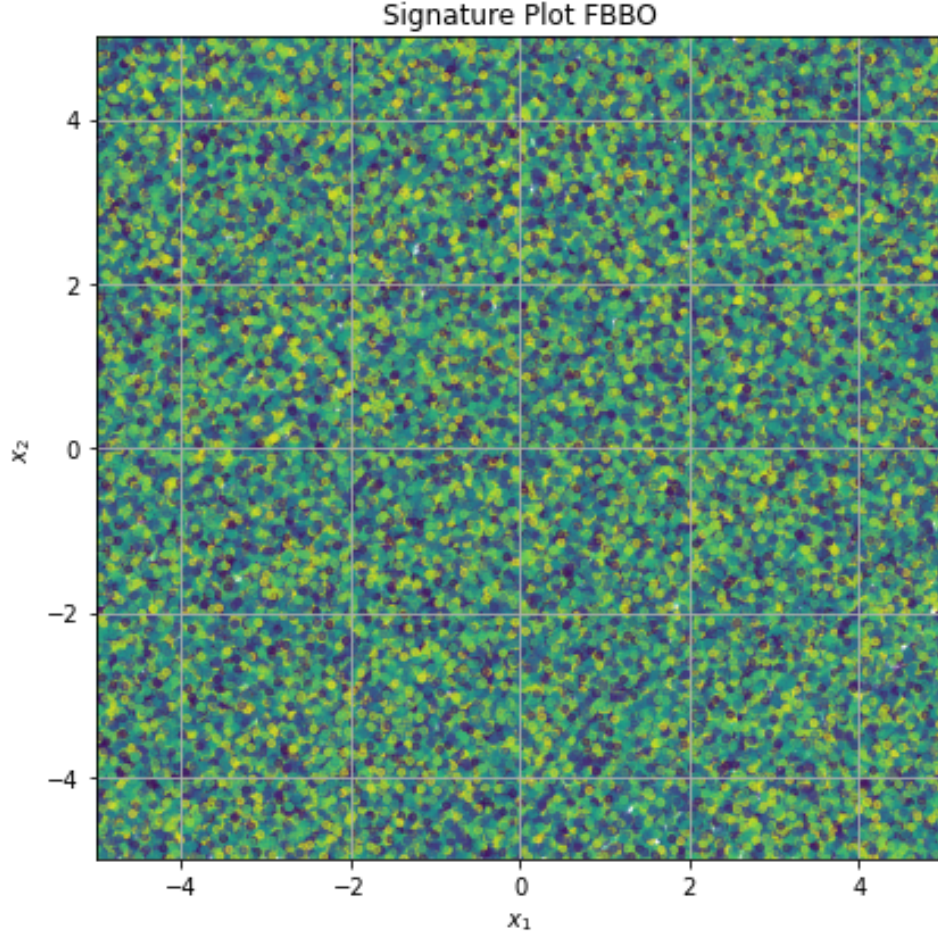


Figure 8: Ανάλυση υπογραφής του βελτιωμένου αλγορίθμου FWA-BBO στη σταθερή συνάρτηση  $f(x)=5$ .

### 3.2.2 Επίδοση αλγορίθμου σε γνωστές συναρτήσεις κόστους

Έχοντας επιβεβαιώσει μέσω της ανάλυσης υπογραφής, την απουσία σημαντικών πολώσεων στον αλγόριθμο FWA-BBO, η έρευνα προχωρά στην αξιολόγηση της επίδοσής του. Στόχος της παρούσας υποενότητας είναι να εξεταστεί η αποτελεσματικότητα του υβριδικού μοντέλου στην επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Σαν συνάρτηση κόστους όπου υπάρχει ένα ολικό ακρότατο επιλέχθηκε η συνάρτηση Σφαίρας.

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D x_i^2 \quad (2)$$

Λόγω της απλής γεωμετρίας της, χωρίς τοπικά ελάχιστα, αποτελεί ιδανικό κριτήριο για την αξιολόγηση της ταχύτητας σύγκλισης και της ικανότητας εκμετάλλευσης του αλγορίθμου. Στην εικόνα Figure 9 παρατίθεται το διάγραμμα σύγκλισης του αλγορίθμου, παρουσία της συνάρτησης κόστους σφαίρας. Παρατηρείται πως η συνάρτηση από την αρχή εξερευνά λύσεις κοντά στην τοπικά βέλτιστη λύση και τελικά συγκλίνει σε αυτήν πολύ γρήγορα, σε λιγότερες

από 5 επαναλήψεις.

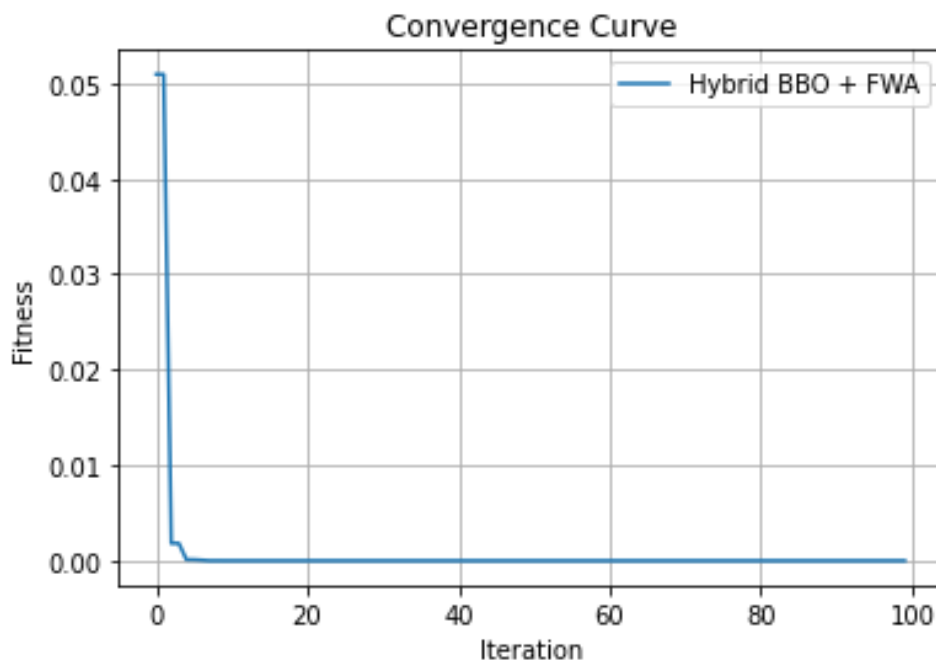


Figure 9: Διάγραμμα σύγκλισης του αλγορίθμου FWA-BBO στη συνάρτηση κόστους σφαίρας.

Για την αξιολόγηση της απόδοσης σε πολύπλοκες συναρτήσεις κόστους, με πολλά τοπικά ακρότατα επιλέχθηκε η συνάρτηση Rastrigin.

$$f(\mathbf{x}) = 10D + \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)] \quad (3)$$

Με τον μεγάλο αριθμό τοπικών ελαχίστων που διαθέτει, η συνάρτηση αυτή αποτελεί μια ισχυρή πρόκληση για την ικανότητα εξερεύνησης του αλγορίθμου και την αποφυγή του εγκλωβισμού σε μη βέλτιστες λύσεις. Στην εικόνα Figure 10 παρατίθεται το διάγραμμα σύγκλισης του αλγορίθμου, παρουσία της συνάρτησης κόστους Rastrigin. Αρχικά, παρατηρείται μια ταχεία και απότομη πτώση της τιμής της συνάρτησης κόστους κατά τις πρώτες γενιές, υποδηλώνοντας ότι ο αλγόριθμος εγκαταλείπει γρήγορα τις αρχικές και καθώς οι γενιές προχωρούν, οι βελτιώσεις γίνονται πιο μικρές και η καμπύλη τείνει να συγκλίνει ομαλά προς μια τελική τιμή πολύ κοντά στο καθολικό ελάχιστο (0), χωρίς να εγκλωβιστεί ενδιάμεσα για σημαντικό αριθμό εποχών σε κάποιο τοπικό ελάχιστο.

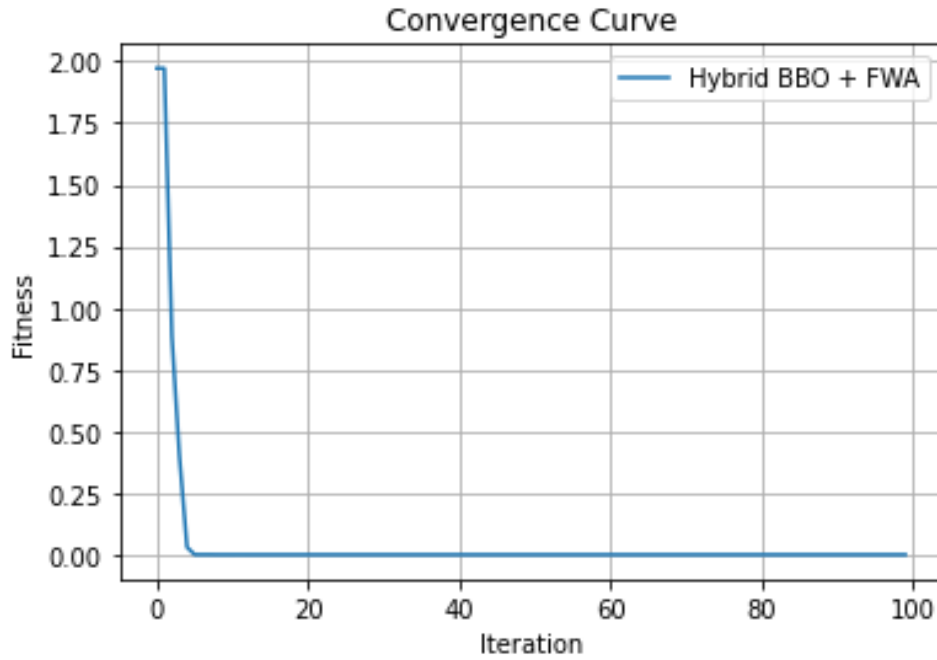


Figure 10: Διάγραμμα σύγκλισης του αλγορίθμου FWA-BBO στη συνάρτηση κόστους Rastrigin.

## References

- [1] Dan Simon. Biogeography-based optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 12(6):702–713, 2008.
- [2] Ying Tan and Yuanchun Zhu. Fireworks algorithm for optimization. In Ying Tan, Yuhui Shi, and Kay Chen Tan, editors, *Advances in Swarm Intelligence, ICSI 2010*, volume 6145 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 355–364, Berlin, Heidelberg, 2010. Springer.
- [3] P. Farswan and J.C. Bansal. Fireworks-inspired biogeography-based optimization. *Soft Computing*, 23(17):7091–7115, 2019.