
Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος

4η Εργαστηριακή Άσκηση

Αβράαμ Αλέξανδρος - 2018030121

Πέτρου Δημήτριος - 2018030070

Σχοιναράκης Εμμανουήλ - 2014030233

Διδάσκων: Ζερβάκης Μιχαήλ

Εργαστηριακή Διδάσκουσα: Μοιρογιώργου Κωνσταντίνα

Χανιά, Δεκέμβριος 2023

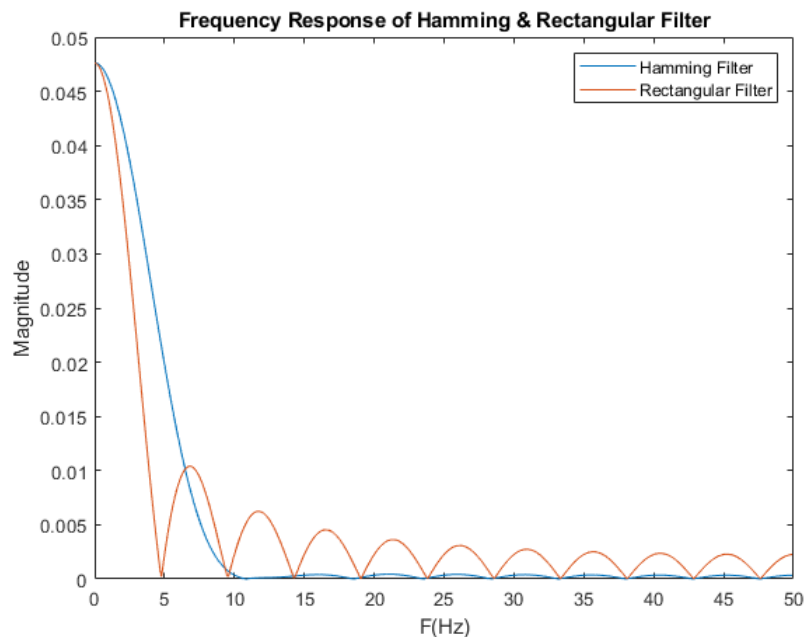
Πολυτεχνείο Κρήτης
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών

Abstract

Η 4η εργαστηριακή άσκηση επικεντρώθηκε στην υλοποίηση FIR (Finite Impulse Response) φίλτρων. Σε πρώτη φάση μελετήθηκε ένα σύνθετο χαμηλοπερατό φίλτρο χρησιμοποιώντας τεχνικές περιορισμού παραθύρων. Στη συνέχεια έγινε αναλυτικότερη υλοποίηση φίλτρων Hamming και Hanning μεταβλητού παραθύρου και μελετήθηκε η συμπεριφορά τους κατά την εφαρμογή τους σε σύστημα με είσοδο ένα τριγωνομετρικό σήμα.

Άσκηση 1

Για την προσομοίωση του χαμηλοπερατού φίλτρου χρησιμοποιήθηκαν οι συναρτήσεις `rectwin()` και `hamming()` με κανονικοποιημένη συχνότητα αποκοπής ω_c . Με απεικόνιση των αποκρίσεων συχνότητας προκύπτει το παρακάτω αποτέλεσμα:

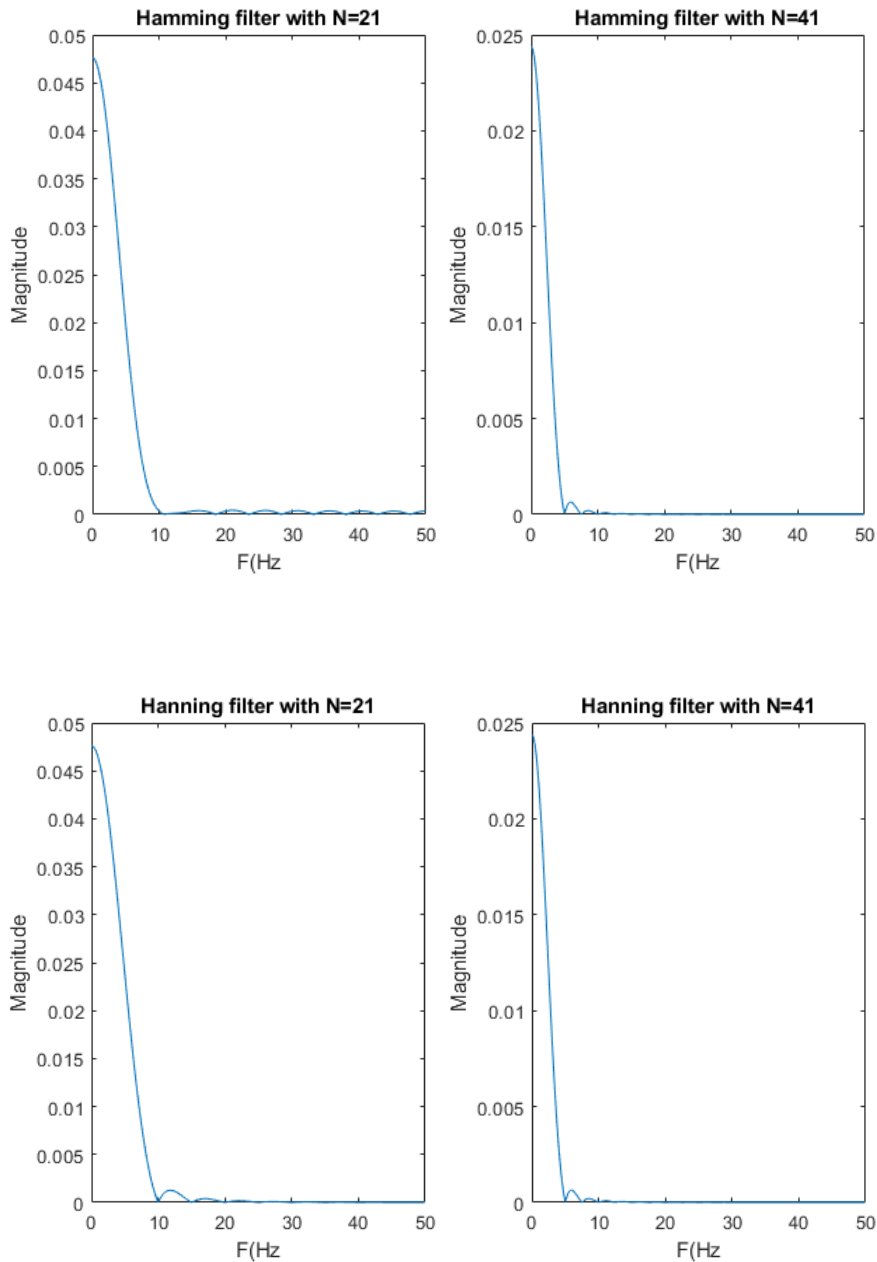


Το ορθογώνιο παράθυρο με μετασχηματισμό Fourier μετατρέπεται σε συνάρτηση `sinc`, με αποτέλεσμα να δημιουργούνται μεγαλύτεροι λοβοί στο φάσμα του και μεγαλύτερες διακυμάνσεις. Από την άλλη το παράθυρο Hamming έχει πιο "καθαρό" συχνотικό φάσμα χωρίς έντονες κυματώσεις, με παρουσία μικρότερων λοβών. Γενικότερα η επιλογή του παραθύρου γίνεται με βάση τις απαιτούμενες ιδιότητες του φάσματος. Το πλάτος συχνотήτων του κύριου λοβού και το πλάτος του κυρίαρχου πλευρικού λοβού επηρεάζουν το εύρος του passband αλλά και την παρουσία διακυμάνσεων στο φάσμα της απόκρισης συχνотότητας. Αυτό αποδεικνύεται και από το Hamming αφού η πιο ομοιόμορφη απόκριση συχνотότητας αυξάνει το πλάτος του κύριου λοβού και κατ'επέκταση το εύρος του passband.

Άσκηση 2

Για την περαιτέρω μελέτη των παραθύρων σχεδιάστηκαν φίλτρα Hamming και Hanning (για $N=21$ και για $N=41$) και απεικονίστηκε το πλάτος της απόκρισης συχνотότητας τους. Χρησιμοποιήθηκαν η συναρτήσεις `hamming()` και `hann()` για την σχεδίαση των φίλτρων.

Μεταξύ των Hamming και Hanning παρατηρείται το δεύτερο να έχει μικρότερη ζώνη μετάβασης και ελάχιστα μεγαλύτερο πλάτος συχνότητας στον πρώτο λοβό στη ζώνη αποκοπής. Η μεταβολή στην τάξη του παραθύρου και στις δύο κατηγορίες μετακινεί τη ζώνη μετάβασης πιο κοντά στην βασική ζώνη κάτω από 10Hz.

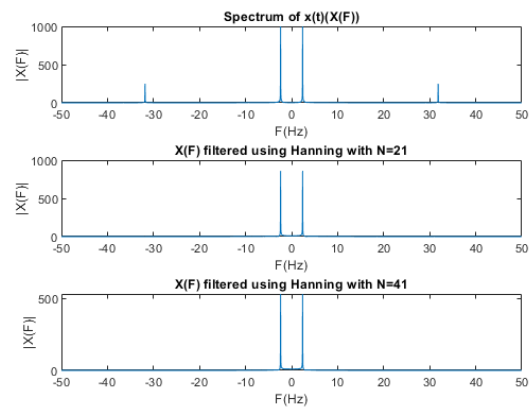
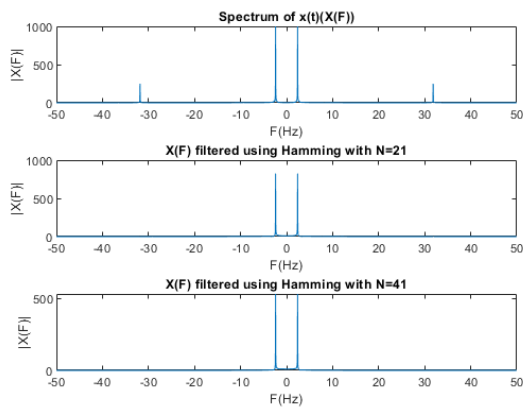


Συμπερασματικά, τα παράθυρα Hanning μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε εφαρμογές που υφίσταται πολυπλεξία λόγω της επίτευξης χαμηλότερου θορυβού στις γειτονικές συχνότητες. Για άλλες εφαρμογές η επιλογή του Hamming είναι επαρκής.

Τα φίλτρα με παράθυρα Hamming και Hanning χρησιμοποιήθηκαν στη συνέχεια για το φιλτράρισμα ενός τριγωνομετρικού σήματος με συχνότητες $\omega_c = 15 \text{ rad/s}$ και $\omega_c = 200 \text{ rad/s}$:

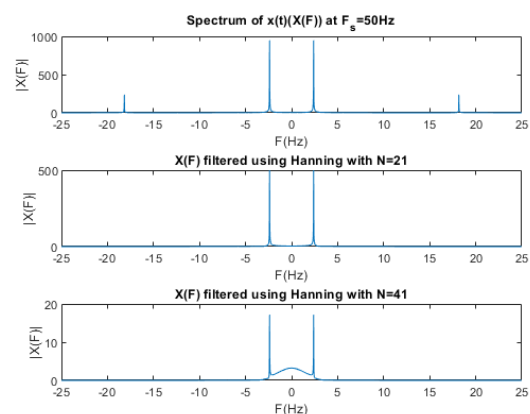
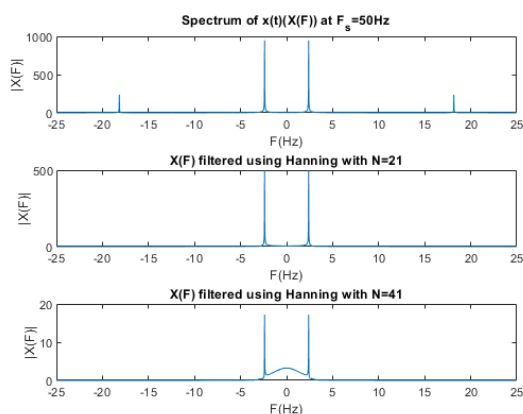
$$\mathbf{x}(t) = \sin(15t) + 0.25\sin(200t)$$

Τα φίλτρα εφαρμόστηκαν στο σήμα χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `filter()` της MATLAB. Απεικονίστηκε, όπως φαίνεται παρακάτω, το φάσμα του σήματος $\mathbf{x}(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} X(F)$.



Αμφότερα τα παράθυρα φιλτράρουν επιτυχώς τις υψηλές συχνότητες αφού φαίνεται ξεκάθαρα η απουσία λοβών μετά το φιλτράρισμα. Η τάξη του παραθύρου ορίζει τον αριθμό των σημείων με βάση τα οποία γίνεται η συνέλιξη για την παραγωγή του τελικού σήματος εξόδου. Είναι βέβαιο πως η ακρίβεια του φίλτρου αυξάνεται με την αύξηση των διαθέσιμων σημείων. Επιπλέον η αύξηση της τάξης καθαρίζει το φάσμα από θόρυβο χωρίς ωστόσο αυτό να σημαίνει ότι το σύστημα έχει την ίδια πολυπλοκότητα με αντίστοιχα παράθυρα μικρότερης τάξης. Ως προς την λειτουργία των δύο φίλτρων με παράθυρα Hamming και Hanning υπάρχουν αμελητέες διαφορές ενώ σε όλες τις περιπτώσεις παρατηρείται μείωση του πλάτους φάσματος.

Τέλος μελετήθηκε η συμπεριφορά του παραπάνω συστήματος αλλά με υποδειγματοληψία στα $F_s = 50\text{Hz}$. Παρατηρείται ότι οι λοβοί του φάσματος μετακινούνται κατά μερικά Hz προς το baseband εξαιτίας της



μειωμένη συχνότητας δειγματοληψίας. Τα φίλτρα λειτουργούν βάσει προδιαγραφών ωστόσο κατά την αύξηση της τάξης του παραθύρου σε $N=41$ παρατηρείται παραμόρφωση πλάτους στο baseband, το οποίο είναι αποτέλεσμα επικάλυψης. Σε όλες τις περιπτώσεις των φίλτρων παρατηρείται ψαλιδισμός του πλάτους φάσματος.