Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский

Томский политехнический Университет»



Инженерная школа ядерных технологий

Направление 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

**ОТЧЕТ**

по лабораторной работе

Приближенное решение алгебраических уравнений и систем

по дисциплине:

**История и методология прикладной математики и информатики**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Исполнитель:** |  | Е. В. Петрович | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| студент группы 0ВМ92 |  | Дата сдачи: | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
| **Руководитель:** |  | Ю. Б. Буркатовская | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| доцент, |  | Дата проверки: | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| кандидат физико-математических наук |  |  |  |
|  |  |  |  |

Томск – 2020

Оглавление

[**Цель работы** 3](#_Toc49542330)

[**Задание 1. Решение уравнений** 3](#_Toc49542331)

[Задание 1.1 Итерационный метод (метод последовательных приближений) 4](#_Toc49542332)

[Задание 1.2 Метод Ньютона 6](#_Toc49542333)

[Задание 1.3 Метод хорд 7](#_Toc49542334)

[Задание 1.4 Метод секущих 9](#_Toc49542335)

[**Задание 2. Решение систем линейных уравнений** 10](#_Toc49542336)

[Задание 2.1 Итерационный метод 10](#_Toc49542337)

[Задание 2.2 Метод Зейделя 14](#_Toc49542338)

[**Задание 3. Решение систем нелинейных уравнений** 16](#_Toc49542339)

[Задание 3.1 Итерационный метод 16](#_Toc49542340)

[Задание 3.2 Метод Зейделя 19](#_Toc49542341)

[**Литература** 24](#_Toc49542342)

[**Приложение 1** 25](#_Toc49542343)

[Ссылка на проект 25](#_Toc49542344)

**Задание**

Выполнить лабораторные работы 3-4 из источника [1]. В отчет включить обоснование возможности применения метода и полученные результаты. Для заданного уравнения найти один из его корней методами итераций, Ньютона, хорд и секущих; достичь точности .

1. Решение уравнений.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |

* 1. Итерационный метод (метод последовательных приближений)
  2. Метод Ньютона
  3. Метод хорд
  4. Метод секущих

1. Решение систем линейных уравнений.
   1. Итерационный метод

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (2) |

* 1. Метод Зейделя

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3) |

1. Решение систем нелинейных уравнений.
   1. Итерационный метод

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (4) |

* 1. Метод Зейделя

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5) |

**Цель работы**

Изучить методы численных решений уравнений.

**Задание 1. Решение уравнений**

Крень уравнения , где – произвольная непрерывная функция, - такое значение переменной , при которой функция обращается в 0. В общем случае у уравнения могут существовать как счетное, так и бессчетное множество корней или не существовать вовсе. Существует два вида решения задачи по нахождению корней уравнения – аналитический и численный. При аналитическом решении удается выразить значения корней через некоторое соотношение. Но на практике не все функции поддаются аналитическому решению. Численные методы решения позволяют находить приближенные значения корней даже у сложных функций. Как правило, численные методы являются итерационными. Итерационный процесс вычисления заключается в вычислении последовательности значений такой, что при она сходится к корню уравнения. На практике вычисление последовательности останавливают, когда модуль невязки или , где – заранее заданная погрешность вычисления.

Для решения задачи необходимо определить количество корней уравнения и отделить один корень от другого, то есть определить отрезки изоляции

на каждом из которых лежит единственный корень уравнения . Для определения можно воспользоваться геометрическим методом: построить график функции и на нем определить количество корней и отрезки изоляции. Корнями функции являются точки пересечения графика функции с осью абсцисс.

На рис. 1 изображен график заданной функции

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (6) |

построенный в пакете Wolfram Mathematica. Из графика видно, что функция имеет один корень и отрезком изоляции можно принять .

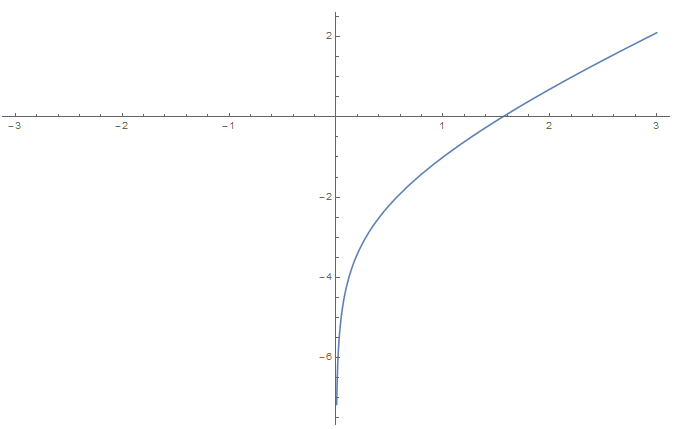


Рис. . График функции .

Задание 1.1 Итерационный метод (метод последовательных приближений)

Итерационный метод заключается в

* приведении уравнения, корни которого требуется вычислить, к равносильному уравнению вида

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (7) |

где , – приближенные значения корня, полученные на итерациях k и k-1,

* проверки условия сходимости последовательности:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (8) |

* рекуррентное вычисление значений корня, начиная с некоторого начального приближения , и до достижения заданной точности .

Для приведения уравнения (1) к уравнению вида (7) умножаем обе части уравнения на свободный параметр λ и прибавляем к обеим частям уравнения . Получаем уравнение

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *.* | (9) |

Производная :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (10) |

Параметр можно подобрать так, что не только выполнится условие сходимости (8), но и коэффициент сжатия

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *,* | (11) |
|  |  |  |

был минимальным, что обеспечит высшую скорость сходимости итерационных вычислений. Вычисляем значение свободного параметра λ для :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (12) |

Решаем уравнение (12) и получаем:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (13) |

Для выбранного начального значения , принадлежащего отрезку изоляции [1,2] рассчитываем :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (14) |

Получаем окончательное уравнение, равносильное исходному:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *.* | (15) |

В пакете Wolfram Mathematica производим расчет последовательности и результаты вычислений сводим в Таблицу 1. В качестве оценки погрешности принимаем значение невязки исходного уравнения (1). Из таблицы видно, что заданная точность достигнута на первой итерации.

Расчет методом итераций в пакте Wolfram Mathematica представлен на Рис. 2. Результат вычислений представлен в Таблице 1.

Таблица

Результаты вычислений методом итераций

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| N |  |  | Невязка на итерации | Погрешность |
| 0 | 1.5 | 1.55672 | 0.0007 | - |
| 1 | 1.55672 | 1.55714 | 9.2E-06 | 0.00042 |
| 2 | 1.55714 | 1.55715 | 7.23E-06 | 1E-05 |
| 3 | 1.55715 | 1.55715 | 7.23E-06 | 0 |

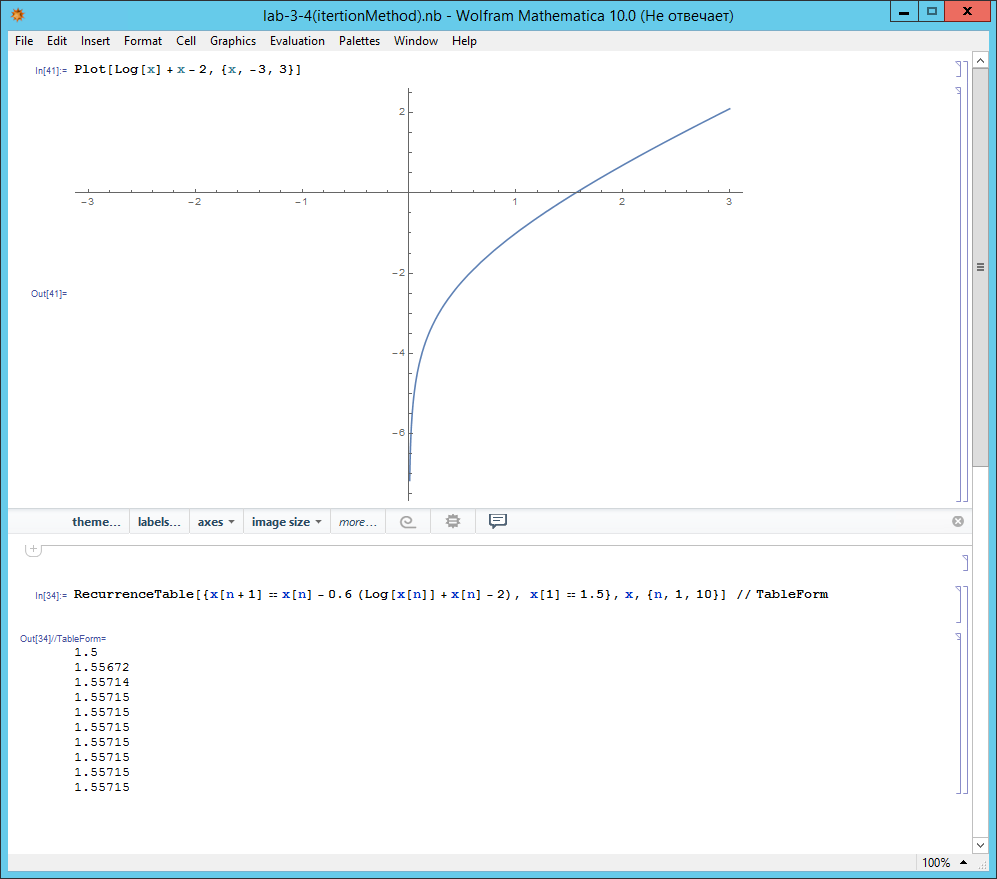


Рис. . Метод итераций в пакете Wolfram Mathematica.

Задание 1.2 Метод Ньютона

Пусть функция имеет корень . Возьмем некоторое приближение к корню

. Таким образом, . Разложим функцию в ряд Тейлора в точке :

. Так как полагаем величину достаточно малой, слагаемыми с множителями и выше пренебрегаем. Получаем приблизительное равенство:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *.* | (16) |

Следовательно:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *.* | (17) |

Условия сходимости метода Ньютона сохранение знака первой и второй производных исходной функции на отрезке изоляции. Первая и вторая производные:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (18) |
|  |  | (19) |

Обе производные определены и сохраняют знак на всем протяжении отрезка изоляции .

В пакете Wolfram Mathematica производим расчет последовательности и результаты вычислений сводим в Таблицу 2. В качестве оценки погрешности принимаем значение невязки исходного уравнения (1). Из таблицы видно, что заданная точность достигнута на первой итерации. Метод Ньютона дает более высокую сходимость итерационного процесса чем метод итераций.

Расчет методом Ньютона в пакте Wolfram Mathematica представлен на Рис. 3. Результат вычислений представлен в Таблице 2.

Таблица

Результаты вычислений методом Ньютона

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| N |  |  | Невязка на итерации | Погрешность |
| 0 | 1.5 | 1.55672 | 0.0007 | - |
| 1 | 1.55672 | 1.55715 | 7.23E-06 | 0,00043 |
| 2 | 1.55715 | 1.55715 | 7.23E-06 | 0 |
| 3 | 1.55715 | 1.55715 | 7.23E-06 | 0 |

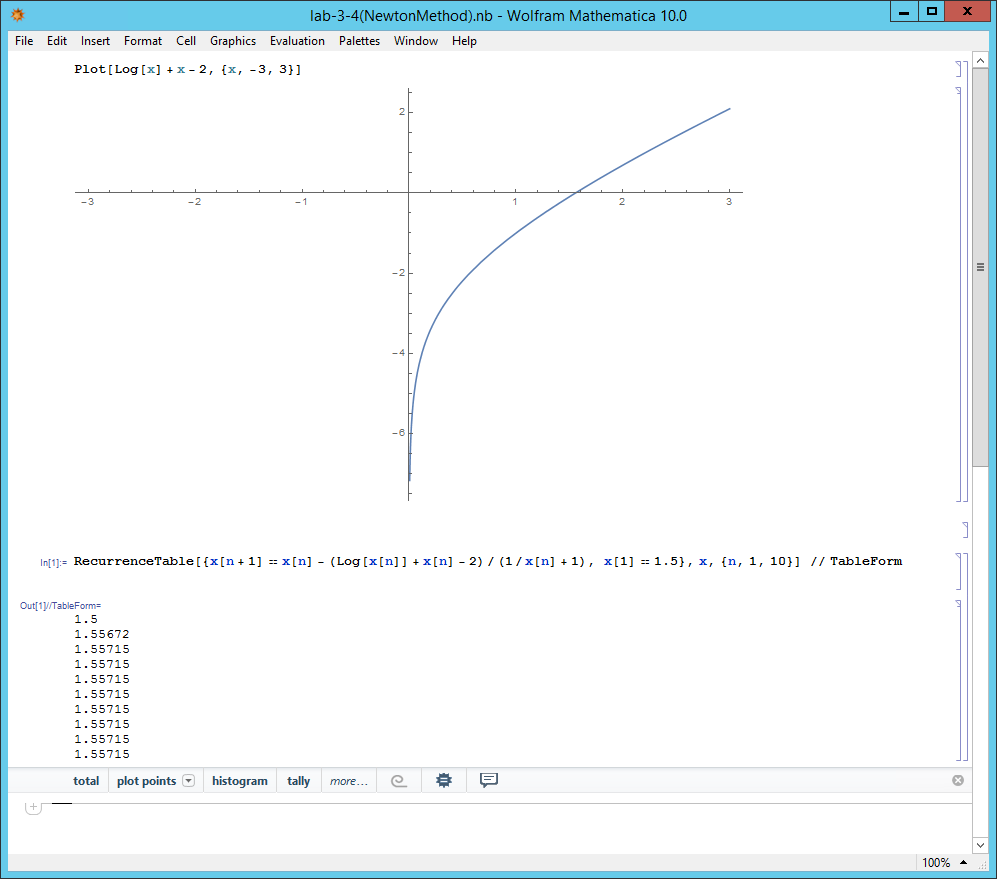


Рис. . Метод Ньютона в пакете Wolfram Mathematica

Задание 1.3 Метод хорд

Метод хорд заключается в последовательном делении отрезка изоляции на два отрезка и , где точка является точкой пересечения прямой, проходящей через точки и с осью абсцисс. Далее проверяется знак функции на концах каждого из отрезков. Если знак функции не меняется, то на этом отрезке функция через ноль не переходит и, следовательно, корня на этом отрезке нет. В противном случае отрезок содержит корень. На следующей итерации делится отрезок, имеющий корень и т.д.

Прямая, проходящая через точки и имеет вид:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (20) |

Тогда значение точки пересечения прямой с осью абсцисс:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (21) |

В пакете Wolfram Mathematica производим расчет последовательности и результаты вычислений сводим в Таблицу 3. В качестве оценки погрешности принимаем значение невязки исходного уравнения (1).

Расчет методом хорд в пакте Wolfram Mathematica представлен на Рис. 4. Результат вычислений представлен в Таблице 3.

Таблица

Результаты вычислений методом хорд

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| N |  | Невязка на итерации |
| 1 | 1.59062 | 0.0547375 |
| 2 | 1.55997 | 0,00462839 |
| 3 | 1.55739 | 0,000393472 |

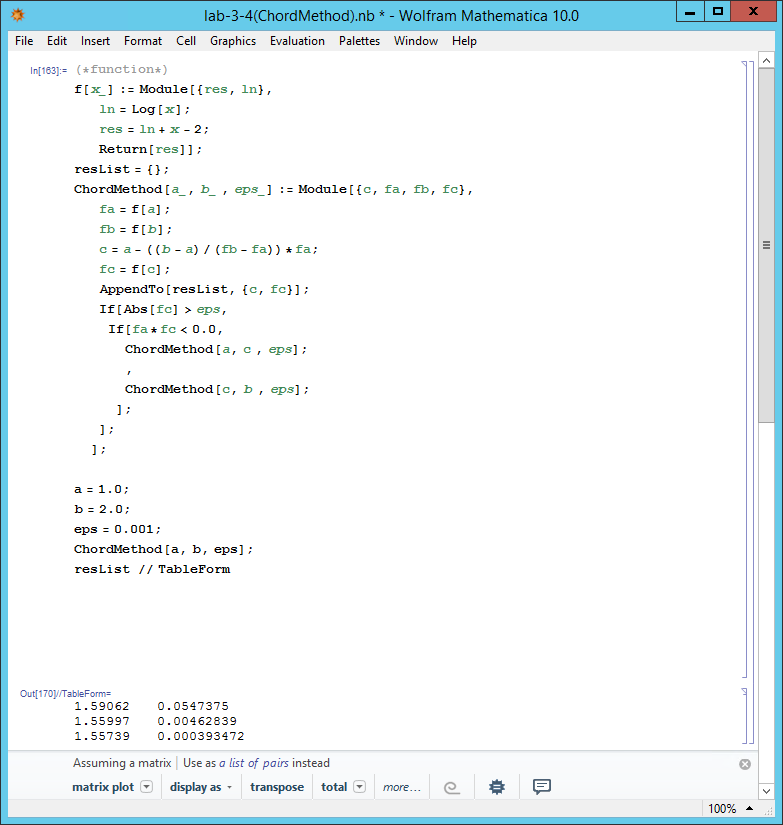


Рис. . Метод хорд в пакете Wolfram Mathematica

Задание 1.4 Метод секущих

Если в методе Ньютона заменить производную на её разностное приближение

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (22) |

где , то формула итерационного процесса получит вид:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (23) |

Для начала итерационного процесса нужно определить два начальных приближения. В качестве начальных приближений выбираем границы отрезка изоляции.

В пакете Wolfram Mathematica производим расчет последовательности и результаты вычислений сводим в Таблице 4. В качестве оценки погрешности принимаем значение невязки исходного уравнения (1).

Расчет методом секущих в пакте Wolfram Mathematica представлен на Рис. 5. Метод секущих в пакете Wolfram Mathematica. Результат вычислений представлен в Таблице 4.

Таблица

Результаты вычислений методом секущих

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| N |  | Невязка на итерации |
| 1 | 1.0 | - |
| 2 | 2.0 | - |
| 3 | 1.59062 | 0.0547375 |
| 4 | 1.55552 | -0,00267776 |
| 5 | 1.55715 | 0,000011145 |

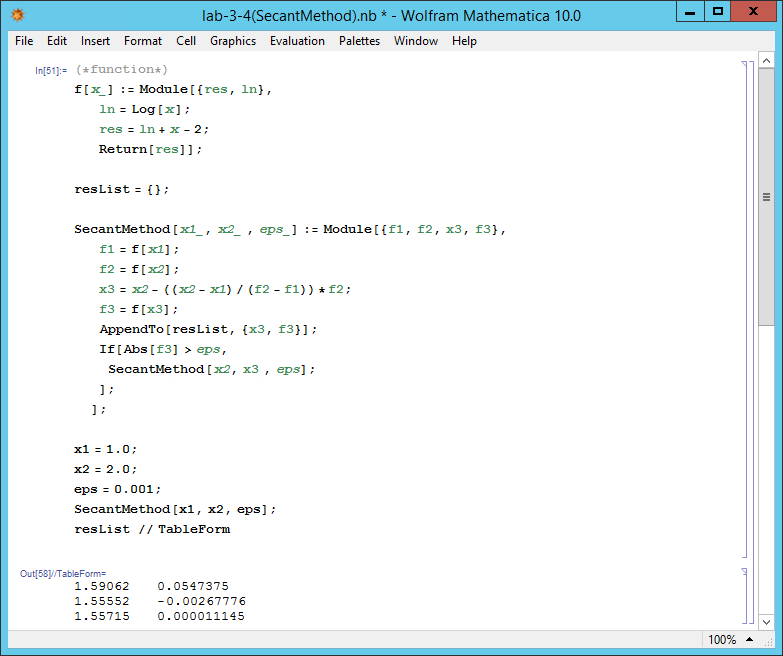


Рис. . Метод секущих в пакете Wolfram Mathematica

**Задание 2. Решение систем линейных уравнений**

Задание 2.1 Итерационный метод

Исходную систему линейных уравнений

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (24) |

запишем в матричном виде:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *,* | (25) |

где A – матрица коэффициентов, x – вектор переменных, b – вектор свободных членов. Итерационный метод заключается в приведении исходной системы уравнений (25) к равносильной системе

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (26) |

Подставив в правую часть системы некоторый вектор *,* являющийся начальным приближением решения системы уравнений, получим следующее приближение решения . Итерационный процесс сходится к вектору , являющемуся решением системы уравнений.

Достаточное условие сходимости итерационного процесса – норма матрицы .

Для построения системы (26) из каждого -го уравнения выражают переменную :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (27) |

Если итерационный процесс расходится, то систему (26) также можно представить в виде:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (28) |

где – некоторый скаляр. Таким образом можно подобрать такое значение , что

<1, и, следовательно итерационный процесс будет сходиться.

Итерационный процесс прекращается, когда для каждого компонента вектора выполнится неравенство:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (29) |

где =||С|| - норма матрицы С, – заданная точность вычисления.

Приведем исходную систему уравнений к виду (26):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Рассчитаем нормы матрицы C:

Так как все нормы матрицы больше 1, итерационный процесс может разойтись.

В пакете Wolfram Mathematica производим расчет последовательности и результаты вычислений сводим в Таблицу 5. Итерационный процесс методом итераций сошелся без преобразования системы уравнений. Ответ, округленный до трех верных знаков:

.

Расчет методом итераций в пакте Wolfram Mathematica представлен на Рис. 6. Результат вычислений представлен в Таблице 5.

Таблица

Результаты вычислений методом итераций

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | x1 | x2 | x3 | x4 | e1 | e2 | e3 | e4 |
| 0 | 0.985294 | -1 | -0.17143 | 1.28571 |  |  |  |  |
| 1 | 1.10672 | -0.734177 | 0.456821 | 1.41413 | 0.00654807 | 0.0143348 | 0.0338792 | 0.00692525 |
| 2 | 1.38427 | -0.944934 | 0.633656 | 1.44393 | 0.0149675 | 0.0113653 | 0.00953603 | 0.00160693 |
| 3 | 1.55955 | -0.954474 | 0.62016 | 1.49123 | 0.00945208 | 0.000514495 | 0.000727773 | 0.00255067 |
| 4 | 1.55047 | -0.913561 | 0.667466 | 1.49891 | 0.000489853 | 0.00220629 | 0.00255101 | 0.000414016 |
| 5 | 1.56448 | -0.933159 | 0.683795 | 1.49829 | 0.00075532 | 0.00105683 | 0.000880592 | 0.0000335567 |
| 6 | 1.581 | -0.936418 | 0.679026 | 1.50215 | 0.000891366 | 0.000175725 | 0.00025717 | 0.000208272 |

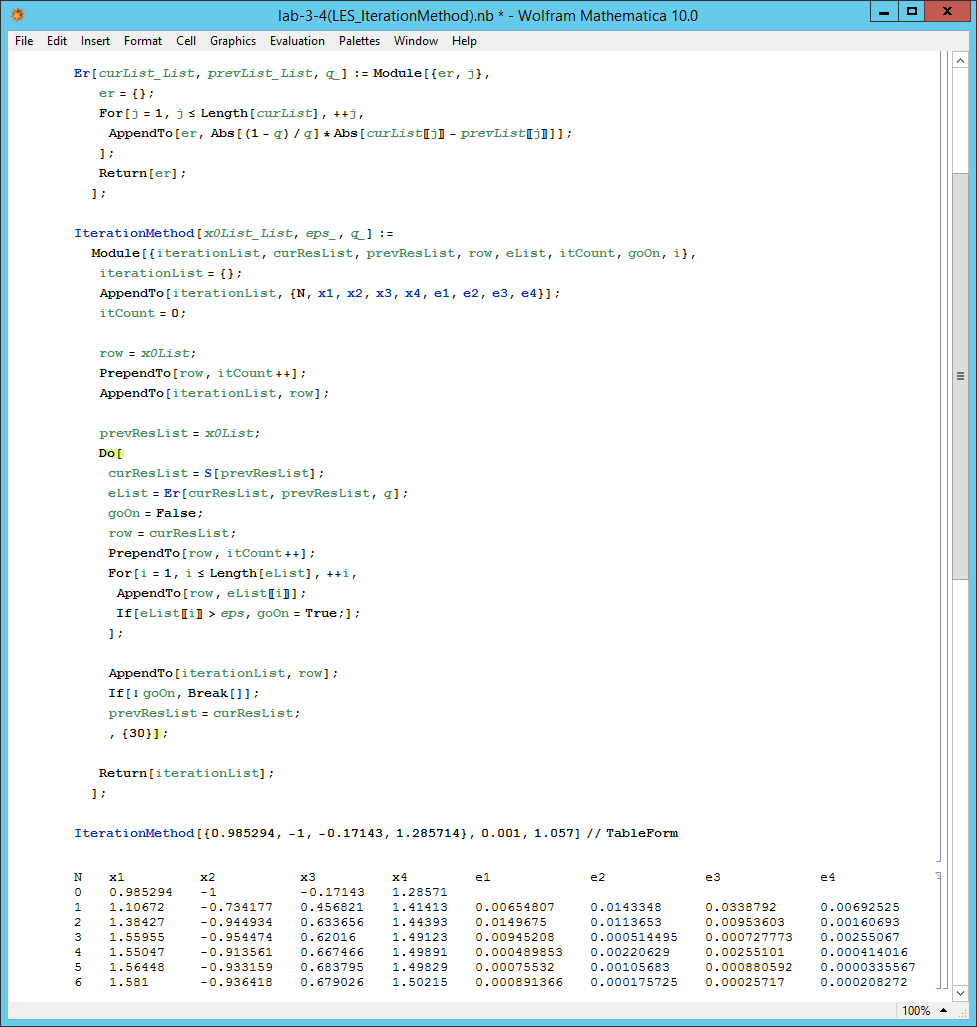


Рис. . Метод итераций для системы линейных уравнений в пакете Wolfram Mathematica

Задание 2.2 Метод Зейделя

Метод Зейделя является модифицированным методом итераций. В отличие от метода итераций, где для вычисления значений вектора k-й итерации используются значения вектора k-1 -ой итерации, в методе Зейделя используются уже вычисленные элементы вектора k-й итерации.

Для того, чтобы метод сходился, нужно привести матрицу системы уравнений к виду с сильным преобладанием диагонали. Тогда норма матрицы , что является достаточным условием сходимости метода.

Исходную систему уравнений (3) приведем к виду с сильным преобладанием диагонали. Для этого к первому уравнению прибавим удвоенное третье уравнение, а второе и третье уравнения поменяем местами.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Рассчитаем норму матрицы:

В пакете Wolfram Mathematica производим расчет последовательности и результаты вычислений сводим в Таблицу 6. Ответ, округленный до трех верных знаков:

.

Расчет методом итераций в пакте Wolfram Mathematica представлен на Рис. 6. Результат вычислений представлен в Таблице 6.

Таблица

Результаты вычислений методом Зейделя

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | x1 | x2 | x3 | e1 | e2 | e3 |
| 0 | 1.475 | 0.625 | 1.01563 |  |  |  |
| 1 | 1.0707 | 0.437374 | 1.2383 | 0.469859 | 0.218052 | 0.25879 |
| 2 | 1.09975 | 0.464805 | 1.24751 | 0.0337557 | 0.0318799 | 0.0106951 |
| 3 | 1.08819 | 0.47019 | 1.24716 | 0.0134281 | 0.0062585 | 0.000407254 |
| 4 | 1.0863 | 0.470762 | 1.24704 | 0.00219744 | 0.000664596 | 0.000139684 |
| 5 | 1.08612 | 0.470804 | 1.24702 | 0.000216471 | 0.0000488758 | 0.000017131 |

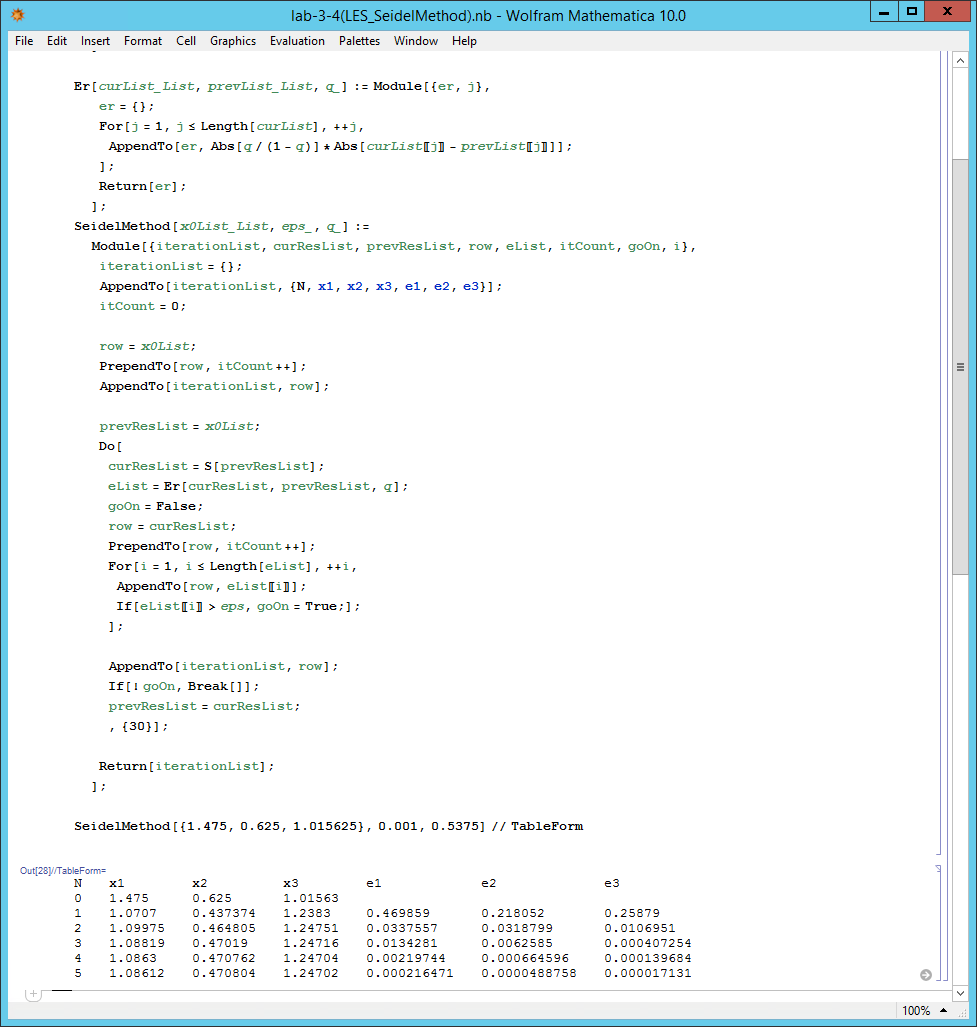


Рис. . Метод Зейделя для системы линейных уравнений в пакете Wolfram Mathematica

**Задание 3. Решение систем нелинейных уравнений**

Задание 3.1 Итерационный метод

Для решения системы нелинейных уравнений

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  | | --- | --- | --- | |  |  |  | | (30) |

необходимо определить количество корней системы уравнений и отделить один корень от другого, то есть определить области изоляции:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  | | --- | --- | |  |  | | (31) |

на каждом из которых лежит единственный корень системы уравнений

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  | | --- | --- | |  |  | | (32) |

где , .

Далее исходную систему уравнений (30) нужно преобразовать к виду, удобному для итераций:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  | | --- | --- | --- | |  |  |  | | (33) |

Итерационный процесс сходится к решению системы уравнений если выполняется условие:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (34) |

где – вектор, находящийся в области изоляции корня .

Для определения областей изоляции можно воспользоваться геометрическим методом: построить графики функций и на нем определить количество корней и отрезки изоляции. Корнями системы уравнений являются точки пересечения графиков функций.

На Рис. 8 изображены графики функций, входящих в исходную систему уравнений:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  | | --- | --- | |  |  | | (35) |

построенные в пакете Wolfram Mathematica. Из графика видно, что функция имеет один корень и областью изоляции можно принять:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  | | --- | --- | |  |  | | (35) |

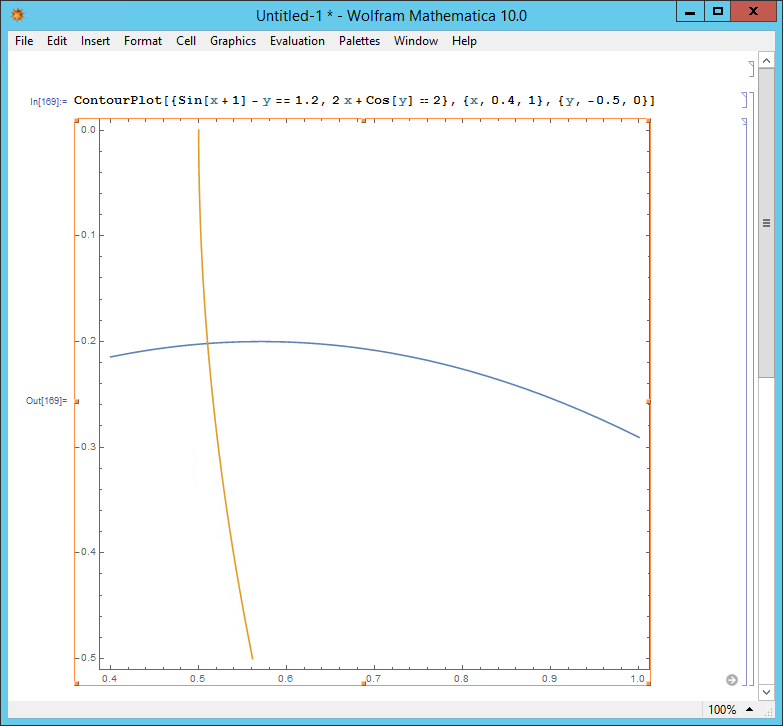


Рис. . График системы нелинейных уравнений.

Приводим функции к виду (33) и рассчитываем значения частных производных для центра области изоляции :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Таким образом норма матрицы :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Коэффициент сжатия:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Итерации можно прервать при условии:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

В пакете Wolfram Mathematica производим расчет последовательности и результаты вычислений сводим в Таблицу 7. Ответ, округленный до трех верных знаков:

Расчет методом итераций в пакте Wolfram Mathematica представлен на Рис. 9. Результат вычислений представлен в Таблице 7.

Таблица 7

Результаты вычислений методом итераций

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| N | x | y | ex | ey |
| 0 | 0.55 | -2. |  |  |
| 1 | 1.20807 | -0.200216 | 0.658073 | 1.79978 |
| 2 | 0.509988 | -0.396281 | 0.698085 | 0.196065 |
| 3 | 0.538749 | -0.201848 | 0.0287604 | 0.194433 |
| 4 | 0.510151 | -0.200513 | 0.0285974 | 0.00133476 |
| 5 | 0.510018 | -0.201838 | 0.00013336 | 0.00132487 |
| 6 | 0.51015 | -0.201846 | 0.000132369 | 8.09157\*10^-6 |

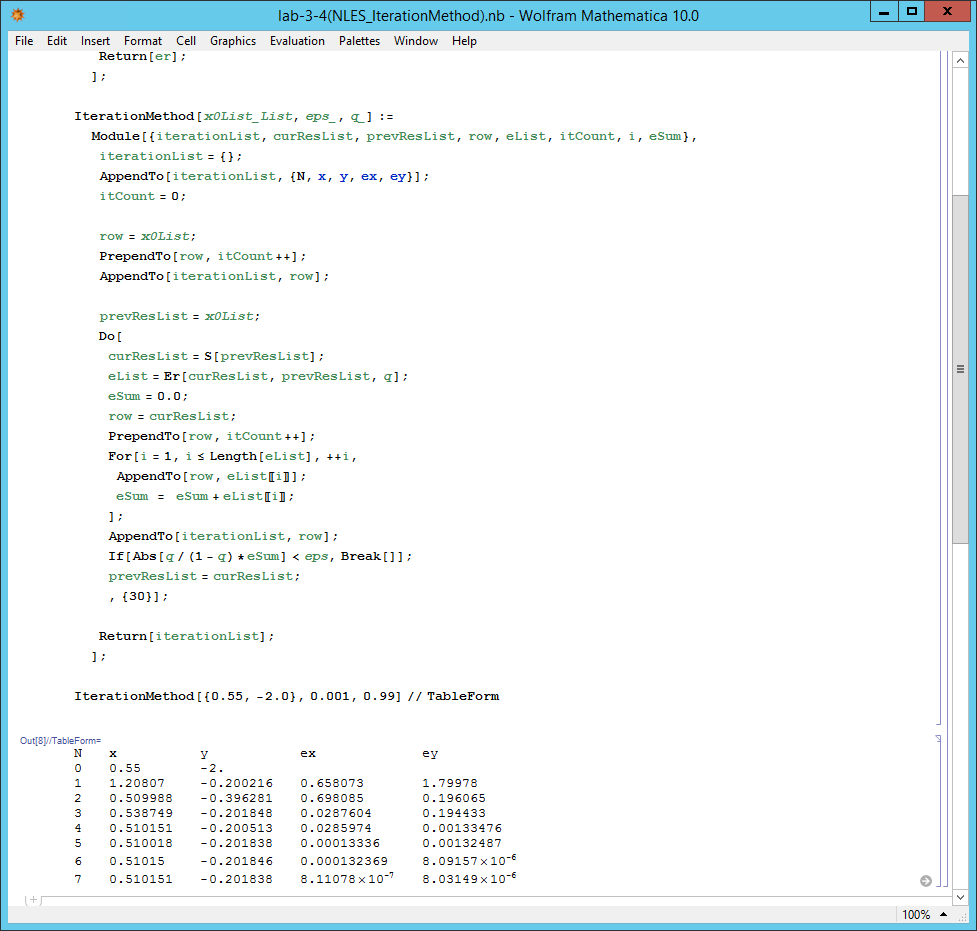


Рис. . Метод итераций для системы нелинейных уравнений в пакете Wolfram Mathematica

Задание 3.2 Метод Зейделя

Метод Зейделя является модифицированным методом итераций. В отличие от метода итераций, где для вычисления значений вектора k-й итерации используются значения вектора k-1 -ой итерации, в методе Зейделя используются уже вычисленные элементы вектора k-й итерации.

Для определения областей изоляции можно воспользоваться геометрическим методом: построить графики функций и на нем определить количество корней и отрезки изоляции. Корнями системы уравнений являются точки пересечения графиков функций.

На Рис. 10 изображены графики функций, входящих в исходную систему уравнений:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (36) |

построенные в пакете Wolfram Mathematica. Из графика видно, что функция имеет один корень и областью изоляции можно принять:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  | | --- | --- | |  |  | | (37) |

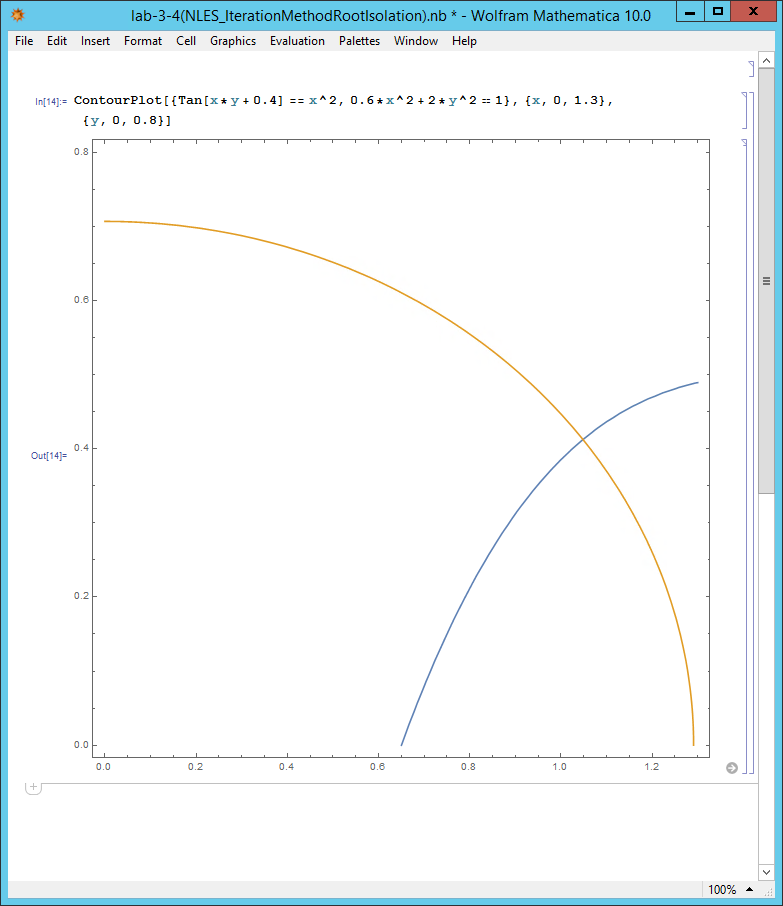


Рис. 10. График системы нелинейных уравнений

Приводим функции к виду (33) и рассчитываем значения частных производных:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Норма матрицы , достаточное условие сходимости не выполнено, поэтому итерационный процесс может разойтись.

В пакете Wolfram Mathematica производим расчет последовательности и результаты вычислений сводим в Таблице 8. Итерационный процесс сошелся. Ответ, округленный до трех верных знаков:

Расчет методом итераций в пакте Wolfram Mathematica представлен на Рис. 11. Результат вычислений представлен в Таблице 8.

Таблица

Результаты вычислений методом Зейделя

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| N | x | y | ex | ey |
| 0 | 1. | 0.4 |  |  |
| 1 | 1.06458 | 0.420651 | 0.0645813 | 0.0206508 |
| 2 | 1.03771 | 0.407032 | 0.0268708 | 0.013619 |
| 3 | 1.05566 | 0.416288 | 0.017949 | 0.00925598 |
| 4 | 1.04356 | 0.410119 | 0.0121007 | 0.00616879 |
| 5 | 1.05167 | 0.414286 | 0.00811038 | 0.00416684 |
| 6 | 1.04621 | 0.411496 | 0.00545815 | 0.00278967 |
| 7 | 1.04987 | 0.413375 | 0.00366343 | 0.00187896 |
| 8 | 1.04741 | 0.412115 | 0.00246334 | 0.00126047 |
| 9 | 1.04907 | 0.412963 | 0.00165437 | 0.000847868 |
| 10 | 1.04795 | 0.412393 | 0.00111199 | 0.00056929 |
| 11 | 1.0487 | 0.412776 | 0.000747011 | 0.000382711 |
| 12 | 1.0482 | 0.412519 | 0.000502014 | 0.00025707 |
| 13 | 1.04854 | 0.412692 | 0.000337284 | 0.000172772 |
| 14 | 1.04831 | 0.412576 | 0.000226647 | 0.000116073 |
| 15 | 1.04846 | 0.412654 | 0.000152284 | 0.0000780008 |
| 16 | 1.04836 | 0.412601 | 0.000102327 | 0.0000524076 |
| 17 | 1.04843 | 0.412636 | 0.0000687553 | 0.0000352158 |

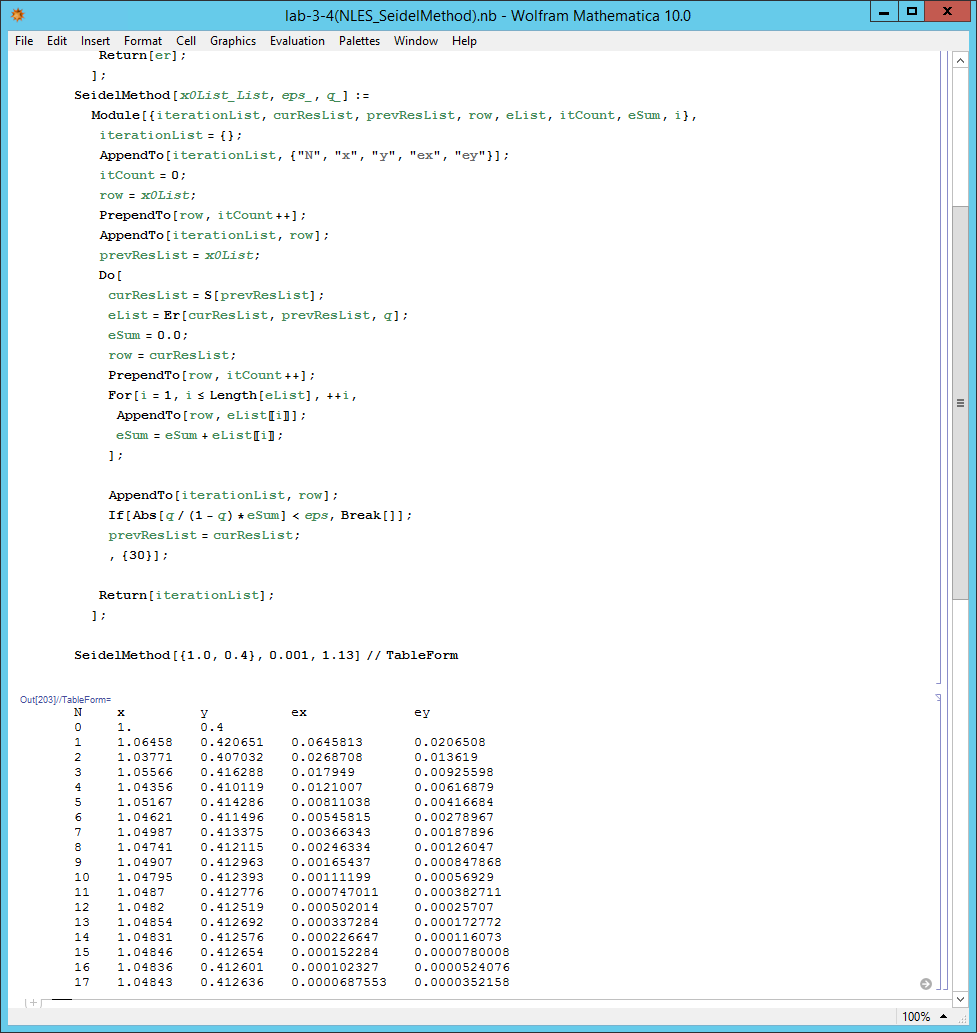


Рис. 11. Метод Зейделя для системы нелинейных уравнений в пакете Wolfram Mathematica

**Заключение**

В работе изучены численные методы решения линейных и нелинейных уравнений и систем уравнений. Решение задач выполнены в пакете Wolfram Mathematica. Ссылка на файлы проекта, содержащие программы представлен в приложении.

**Литература**

1. А.В.Зенков. Численные методы: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. <http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/40678/1/978-5-7996-1781-3_2016.pdf>

**Приложение 1**

Ссылка на проект

<https://github.com/petrovicheugene/MethodologyOfAppliedMathematics.git>