Übungsaufgaben zur Linearen Algebra I: Blatt I

Prof. Dr. Massimo Bertolini
Universität Duisburg-Essen, WS 2023-24

Aufgabe I.1 (5+5=10 Punkte):

Seien A, B, C Teilmengen einer Menge X. Beweisen Sie:
(a) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
(b) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

Aufgabe I.2 (8 Punkte):

Seien X, Y Mengen und x_1, x_2 Elemente von X. Definieren Sie die Teilmengen

$$Y_{x_1} := \{(x_1, y) : y \in Y\}, \qquad Y_{x_2} := \{(x_2, y) : y \in Y\}$$

des direkten Produkts $X \times Y$. Beweisen Sie die folgende Äquivalenz:

$$Y_{x_1} \cap Y_{x_2} \neq \emptyset \iff Y_{x_1} = Y_{x_2}.$$

Aufgabe I.3 (8 Punkte):

Sei $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ (die "reelle Ebene") und seien

$$X := \{(x, x+2) : x \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad Y := \{(2x, 3x+5) : x \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Berechnen Sie den Durchschnitt $X \cap Y$.

Aufgabe I.4 (8+6=14 Punkte):

(a) Sei Y eine *echte, endliche* Teilmenge einer Menge X und sei $x_0 \in X - Y$. Sei $n := \#(\mathcal{P}(Y))$ die Mächtigkeit der Potenzmenge $\mathcal{P}(Y)$ von Y. Beweisen Sie dass

$$\#(\mathcal{P}(Y \cup \{x_0\})) = 2n.$$

(b) Verwenden Sie Teil a), um durch Induktion zu zeigen, dass $\#(\mathcal{P}(X)) = 2^n$, wenn $\#(X) = n \in \mathbb{N}$.

(Informationen über die Angebote des LUDIs und der Fachschaft auf der nächsten Seite)

Veranstaltungen,
Fachschaftsseite & mehr