Paralelní a distribuované algoritmy – dokumentace k projektu 3

Vysoké učení technické v Brně

Petr Stehlík <xstehl14@stud.fit.vutbr.cz> 18. dubna 2017

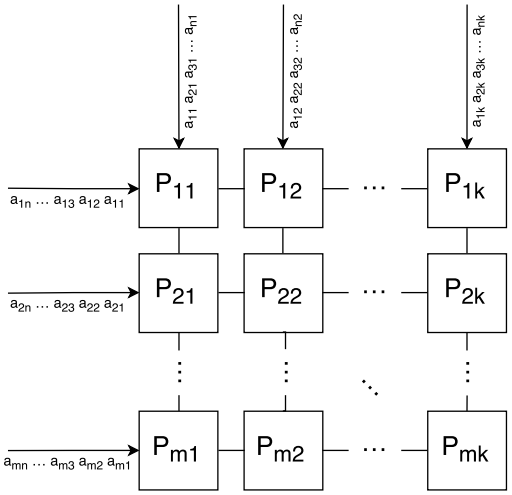
1 Zadání

Cílem projektu byla implementace algoritmu *mesh multiplication*, který byl prezentován během přednášek. Běh a kompilace programu je zprostředkován pomocí skriptu `test.sh`. Implementace využívá knihovny Open MPI.

2 Rozbor a analýza algoritmu

Mesh multiplication je algoritmus pro součin dvou matic $A(m,n)$ a $B(n,k)$, kde výsledkem je matice $C(m,k) = AB$, kde $C_{ij} = \sum_{s=1}^{n} a_{is} * b_{sj}$, kde $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq k$. Algoritmus pro jednoznačnost budeme analyzovat na čtvercových maticích, avšak algoritmus je aplikovatelný i na obdélníkové matice jak jsou definovány výše.

Procesory jsou propojeny v dvourozměrné mřízce a lineárně spojeny se svými nejbližšími sousedy. Schéma zapojení procesorů je znázorněné na obrázku 1. Na procesory v prvním sloupci a prvním řádku jsou přiváděny prvky matic A a B. Každý procesor obsahuje 3 registry: C – obsahuje výsledek a při inicializaci je nastaven na 0, A – postupně prvky daného řádku z matice A, B – postupně prvky daného sloupce z matice B. Každý procesor následně posílá prvek z registru A svému pravému sousedovi a prvek z registru B svému spodnímu sousedovi.



Obrázek 1: Schéma zapojení procesorů do mřížky.

2.1 Analýza algoritmu

Nulování registru C proběhne v konstatním čase. Poslání prvků a_{m1} a b_{1k} topologicky nejvzdálenějšímu procesoru P_{mk} trvá $m+k+n-2$ kroků. Pokud předpokládáme, že $m \leq n$ a $k \leq n$, poté má algoritmus časovou složitost $t(n) = \mathcal{O}(n)$. Pokud budeme uvažovat čtvercové matice, bude algoritmus potřebovat celkem n^2 procesorů. Z toho vyplývá celková cena algoritmu $c(n) = \mathcal{O}(n^3)$. To značí, že algoritmus mesh multiplication není optimální.

3 Implementace

Při inicializaci program vytvoří $m * k$ procesorů, kde procesor P_{11} řídí vstup a výstup programu, rozesílá načtené matice dalším procesorům a vypisuje vypočítanou matici. Načtené matice A a B jsou zkontrolovány, zda jsou v korektním formátu a mohou být spolu vynásobeny a následně jsou jednotlivé řádky matice A poslány na procesory v prvním sloupci a jednotlivé sloupce matice B rozeslány na procesory v prvním řádku. Ty postupně odebírají prvky z fronty a po načtení jednoho prvku z obou matic jsou vynásobeny a přičteny k registru C.

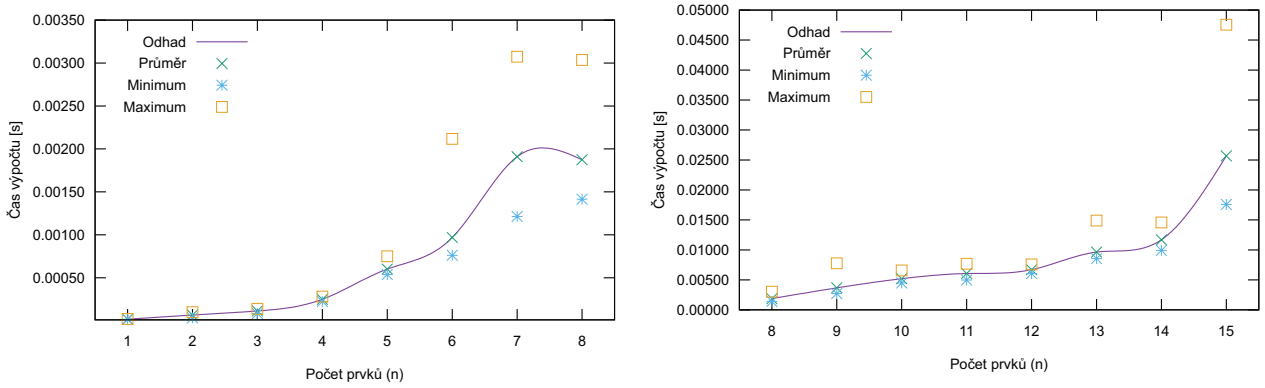
Všechny procesory jsou informovány o celkových rozměrech obou matic A a B pomocí *broadcast* zpráv. Pokud při kontrole matic dojde k chybě, je tato chyba také distribuována pomocí *broadcast* zprávy a procesory jsou ukončeny s nenulovým návratovým kódem.

Dále jsou prvky poslány svým pravým a spodním sousedům. Prvky A svým pravým sousedům a prvky B svým spodním sousedům. Procesory na pravém a spodním okraji po výpočtu prvky zahazují.

Po dokončení výpočtu výsledné matice jsou výsledky umístěny v registru C. Všechny procesory odešlou prvek v registru C prvnímu procesoru, který prvky ve správném pořadí a formátu vytiskne na standardní výstup. Následně jsou uvolněny všechny alokované zdroje, je provedena finalizace a program je ukončen.

4 Experimentální ověření časové složitosti

Experimety probíhaly na stroji disponujícím Intel Core i7-2635QM @ 2.00GHz, 8 GB RAM a SSD. Průměrná doba běhu algoritmu je průměr doby běhu každého z procesorů. Každá konfigurace byla spuštěna desetkrát a z výsledných časů je vybráno maximum, minimum a spočítán aritmetický průměr. Čas výpočtu byl měřen pomocí Open MPI funkce `Wtime()`. Čtvercové matice pro výpočet byly náhodně generované (s rozsahem čísel od -127 do 128) pomocí knihovny NumPy pro jazyk Python. Z naměřených výsledků je patrné, že pro $n < 15$ je výpočet lineární s relativně malým vlivem režie procesoru a samotných operací násobení a sčítání. Při větších maticích se již znatelně projevuje režie fyzického procesoru.



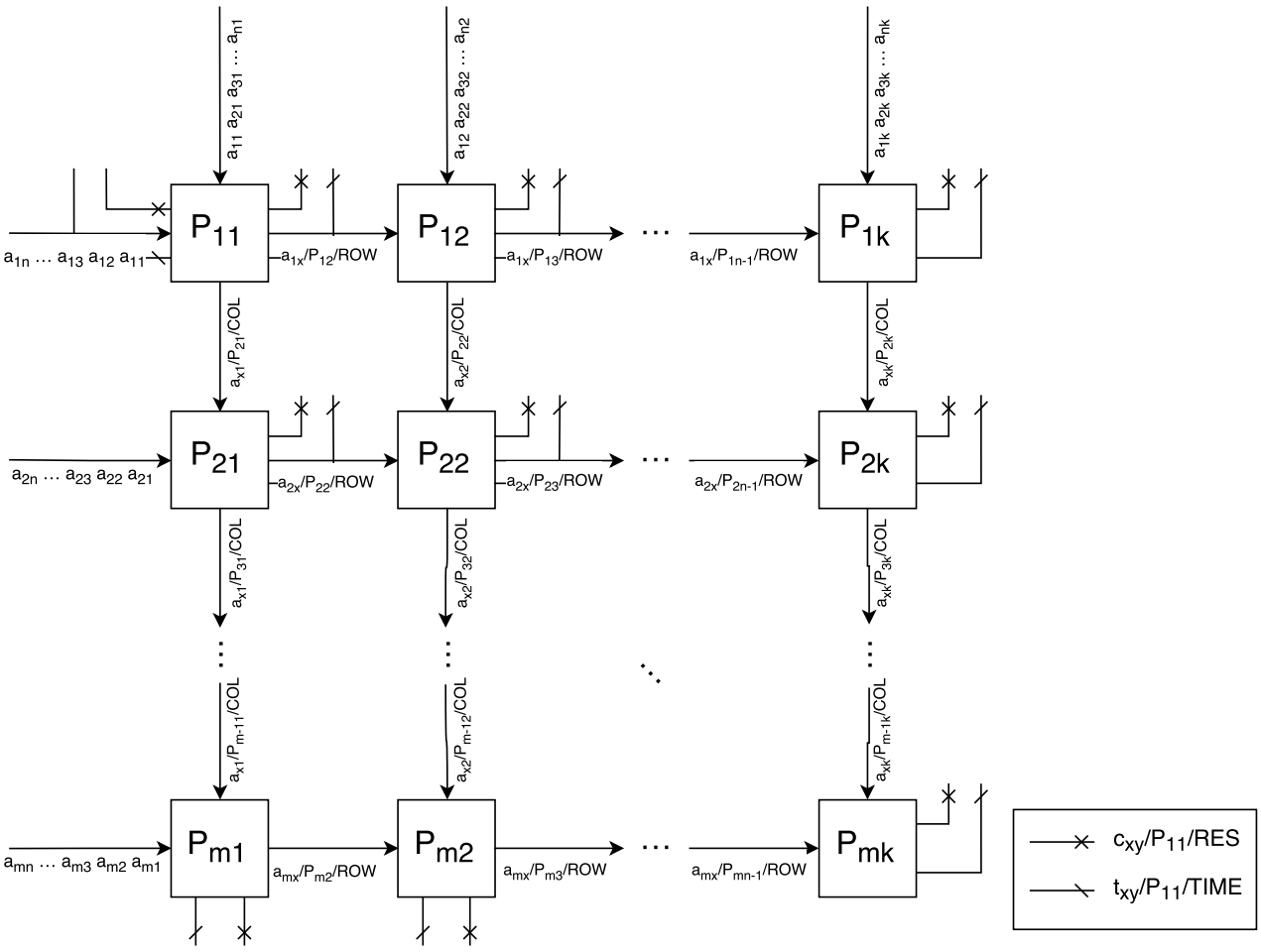
Obrázek 2: Experimentálně naměřené výsledky

5 Komunikační protokol

Protokol je znázorněn na obrázku 3. Zasílání zpráv je realizováno funkcemi `Send`, `Isend`, `Recv` a `Broadcast` z knihovny Open MPI. Tagy `ROW` a `COL` slouží pro zasílání čísel sousedským procesorům, tag `RES` je označení pro přenos výsledného prvku matice prvnímu procesoru. Dále jsou použity `Broadcast` zprávy pro zaslání velikosti matic a pro oznámení chyb v programu. Tag `TIME` je určen pro zasílání výpočetního času daného procesoru prvnímu procesoru.

Broadcast zprávy nejsou zahrnuty v diagramu kvůli přehlednosti. Jejich iniciátorem je vždy první procesor. Program obsahuje následující broadcast zprávy:

- error – signalizace chyby vykonávání programu nenulovou hodnotou,
- dim1 – rozměry matice A,
- dim2 – rozměry matice B.



Obrázek 3: Diagram komunikačního protokolu. Popisky obsahují následující informace: zasílaná hodnota/rank/tag.

6 Závěr

Algoritmus *mesh multiplication* se podařilo úspěšně implementovat a experimentálně otestovat. Byla odvozena jeho teoretická časová složitost a cena. Experimenty nad reálnými daty dokazují, že v praxi se algoritmus také blíží lineární časové složitosti s přihlédnutím na režii fyzického procesoru. Experimenty s $n > 14$ těmto předpokládům neodpovídají kvůli vysoké režii při přepínání procesů.