

Tema 1 Grigora

$$\textcircled{1} a = 44557 \quad b = 66559$$

Euclid + Bezant

$$x_{44557} = (1, 0); \quad x_{66559} = (0, 1)$$

$$66559 = 44557 + 22002 \Rightarrow x_{22002} = (1, -1)$$

$$44557 = 22002 \cdot 2 + 553 \Rightarrow x_{553} = (-2, 3)$$

$$22002 = 553 \cdot 39 + 435 \Rightarrow x_{435} = (79, -118)$$

$$553 = 435 + 118 \Rightarrow x_{118} = (-181, 121)$$

$$435 = 118 \cdot 3 + 81 \Rightarrow x_{81} = (322, -481)$$

$$118 = 81 + 37 \Rightarrow x_{37} = (-803, 602)$$

$$81 = 37 \cdot 2 + 7 \Rightarrow x_7 = (1128, -9685)$$

$$37 = 7 \cdot 5 + 2 \Rightarrow x_2 = (-6043, 9027)$$

$$7 = 2 \cdot 3 + 1 \Rightarrow x_1 = (-17001, 19257)$$

$$x_1 = (19257, -28766)$$

$$2 = 2 \cdot 1 + 0$$

$$\Rightarrow \gcd(66559, 44557) = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{Z}^* \text{ a } 0, \quad 66559 \cdot x + 44557 \cdot y = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 19257 \\ y = -28766 \end{cases}$$

$$(2) \quad 14 \cdot x \equiv 1 \pmod{53} \quad x = ?$$

$(53, 14) = 1 \Rightarrow \exists 14^{-1}$ 53 de asemenea prim
 $[x_{53} = (10); x_{14} = (31)]$

$$53 = 14 \cdot 3 + 11 \Rightarrow x_{11} =$$

$$x_{11} = (1, -3)$$

$$14 = 11 + 3 \Rightarrow x_3 = (-1, 4)$$

$$11 = 3 \cdot 3 + 2 \Rightarrow x_2 = (3, -15)$$

$$3 = 2 + 1 \Rightarrow x_1 = (-5, 19) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = -5 \cdot 53 + 19 \cdot 14 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{prin } 19 \cdot 14 \equiv 1 \pmod{53}$$

$$\Rightarrow 14^{-1} \equiv x \equiv 19 \pmod{53}$$

(3) Pt. complexitate avem a, b și știm că
 pb. poate fi recursivă.

Operația de bază: \cdot modulo, operație
 simplă; (a, b - date de intrare)

$$\text{p.p. } c \equiv a \pmod{b}; \quad (a, b) = 1 \Rightarrow (b, c);$$

Și prin op. modulo succesive și interschimb.
 \Rightarrow se micșorează foarte repede nr. de cif \Rightarrow

$$\Rightarrow O(\log(n))$$