

IC – Introdução a Computação

Mapa de Karnaugh

- O mapa de Karnaugh é mais uma técnica criada para simplificar uma expressão lógica ou até mesmo converter uma tabela verdade em um circuito lógico, tudo isso de forma simples e metódica.
- O mapa de Karnaugh pode ser usado em problemas que envolvem qualquer número de variáveis de entrada. Mas nesse curso iremos restringir a problemas com até quatro entradas.
- Os Mapas de Karnaugh são aplicados sobretudo aos circuitos lógicos combinacionais, ou àqueles cuja função de saída depende única e exclusivamente dos estados lógicos das variáveis de entrada, definidos em termos de 0's e 1's, embora também possam ser aplicados a circuitos sequenciais.
- M. Karnaugh criou, em 1953, uma representação gráfica que ordena e mostra os MINTERM's e os MAXTERM's das funções lógicas de uma forma geométrica tal que a aplicação do teorema da adjacência, se torna óbvia por inspeção.



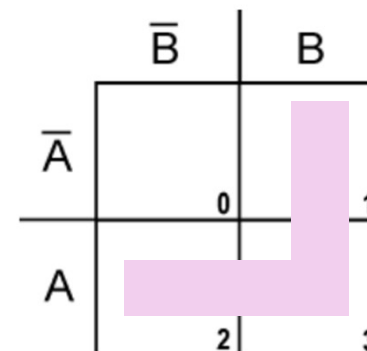
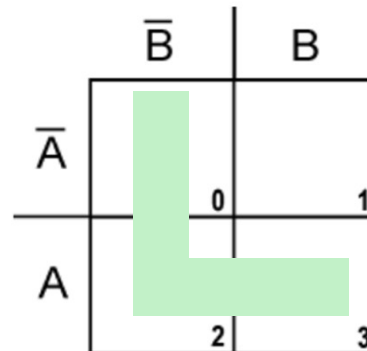
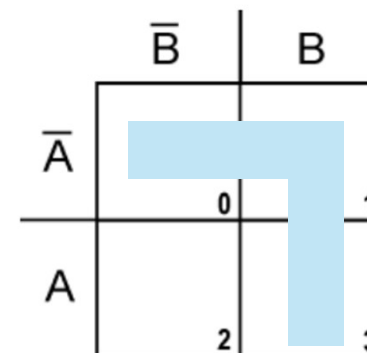
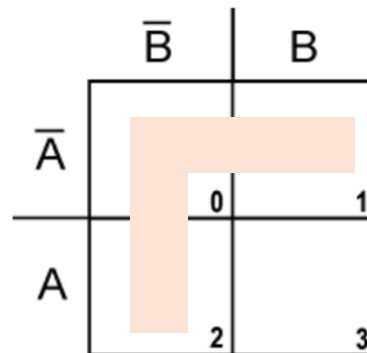
Maurice Karnaugh

Mapa de Karnaugh

Vamos começar com o princípio básico. Fazendo o mapa de 2 variáveis.

Mint	Adj	A	B
0	1,2	0	0
1	0,3	0	1
2	0,3	1	0
3	1,2	1	1

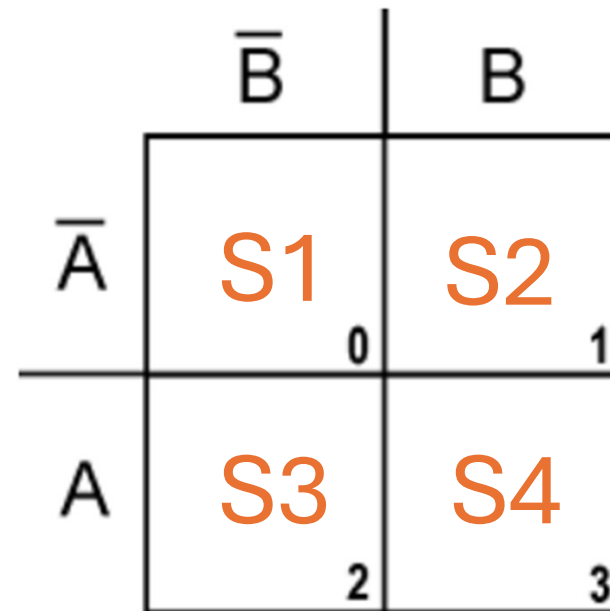
Relação de adjacência
com a tabela verdade



Mapa de Karnaugh

Preenchendo o Mapa de K

Mint	Adj	A	B	S
0	1,2	0	0	S1
1	0,3	0	1	S2
2	0,3	1	0	S3
3	1,2	1	1	S4



Mapa de Karnaugh

Preenchendo o Mapa de K

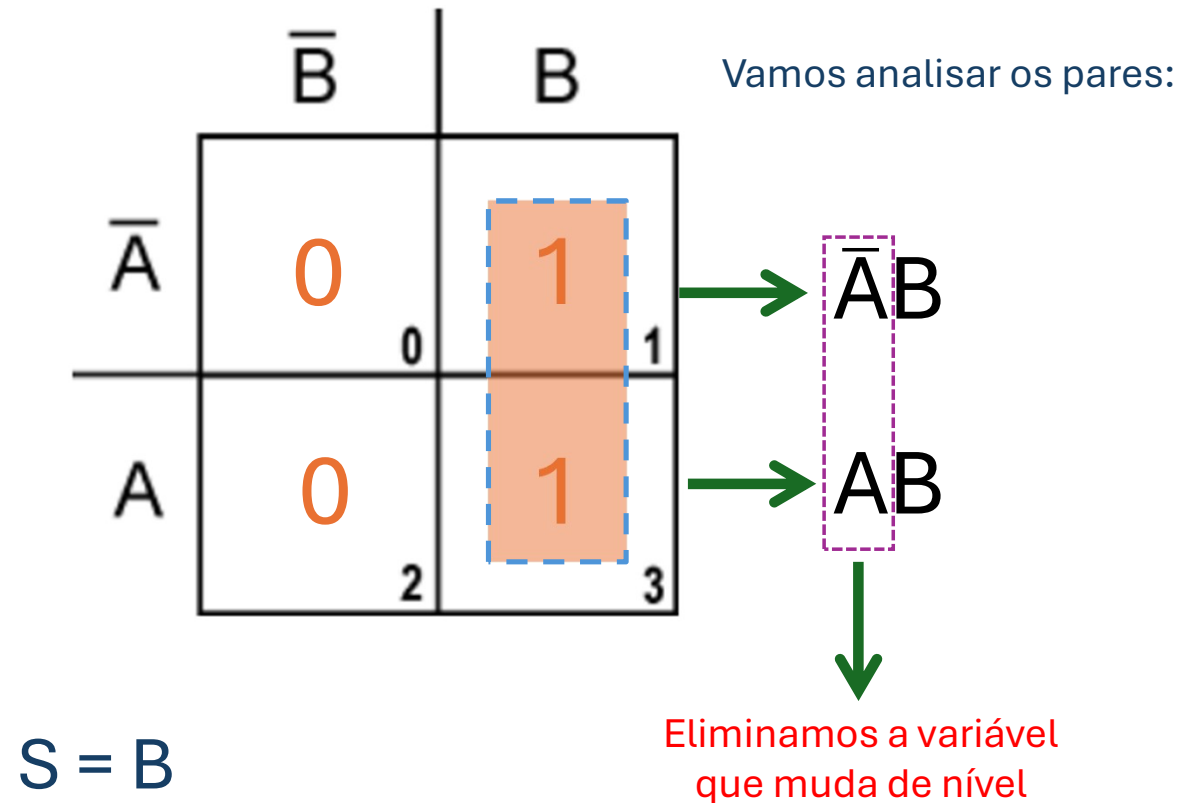
Mint	A	B	S
0	0	0	0
1	0	1	1
2	1	0	0
3	1	1	1

	\bar{B}	B
\bar{A}	0	1
A	0	1

Mapa de Karnaugh

Utilizando o Mapa de K

Mint	A	B	S
0	0	0	0
1	0	1	1
2	1	0	0
3	1	1	1

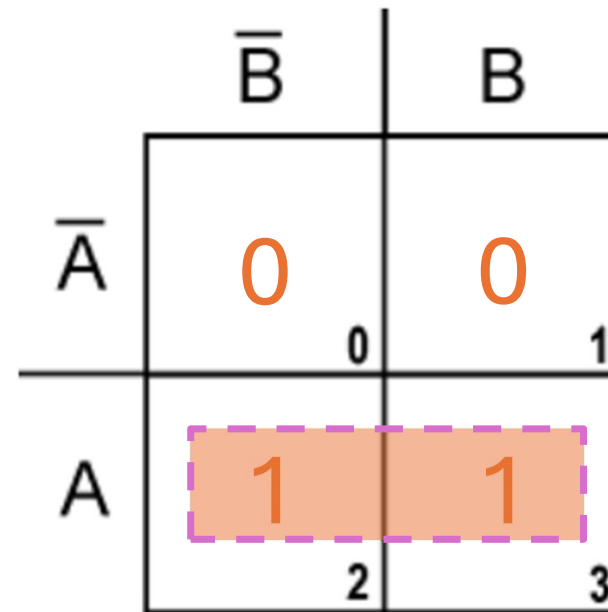


Mapa de Karnaugh

Utilizando o Mapa de K

Mint	A	B	S
0	0	0	0
1	0	1	0
2	1	0	1
3	1	1	1

$$S = A$$



Par formado: $A\bar{B}$ AB → Eliminamos a variável que muda de nível

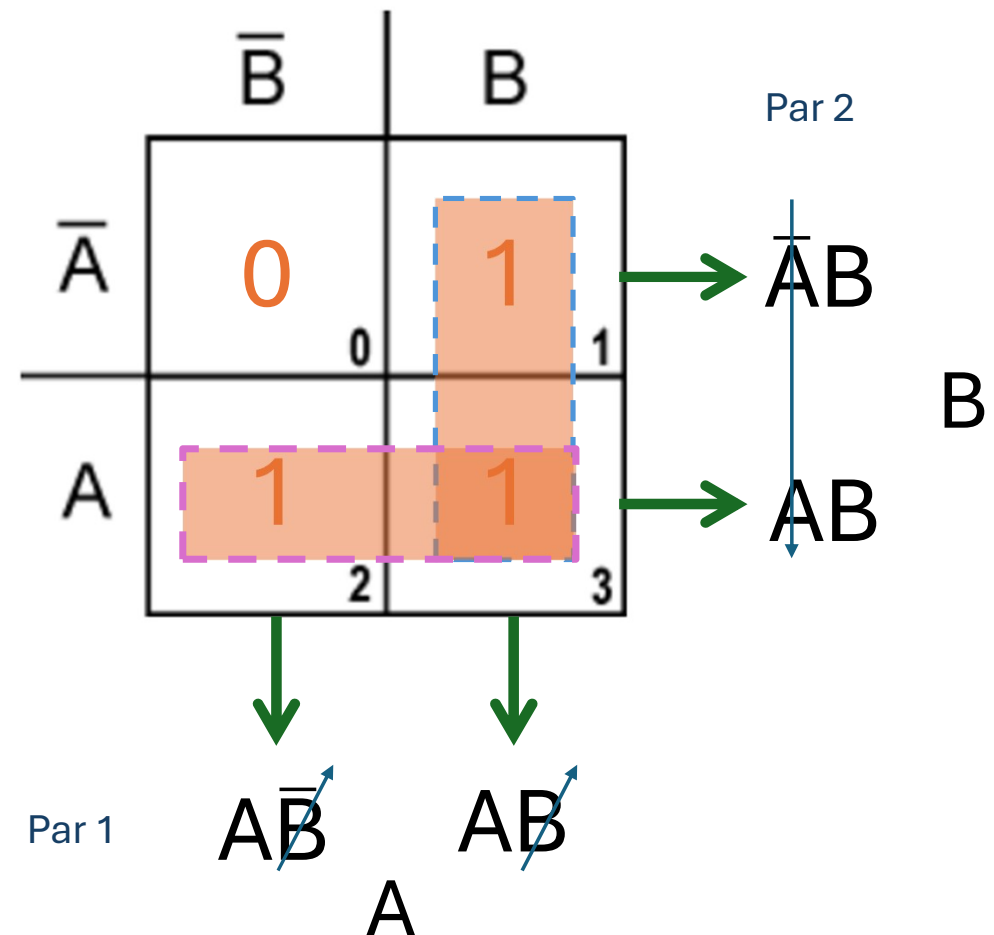
Mapa de Karnaugh

Utilizando o Mapa de K

Mint	A	B	S
0	0	0	0
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	1

Agora temos dois pares. Basta somar eles!

$$S = A + B$$



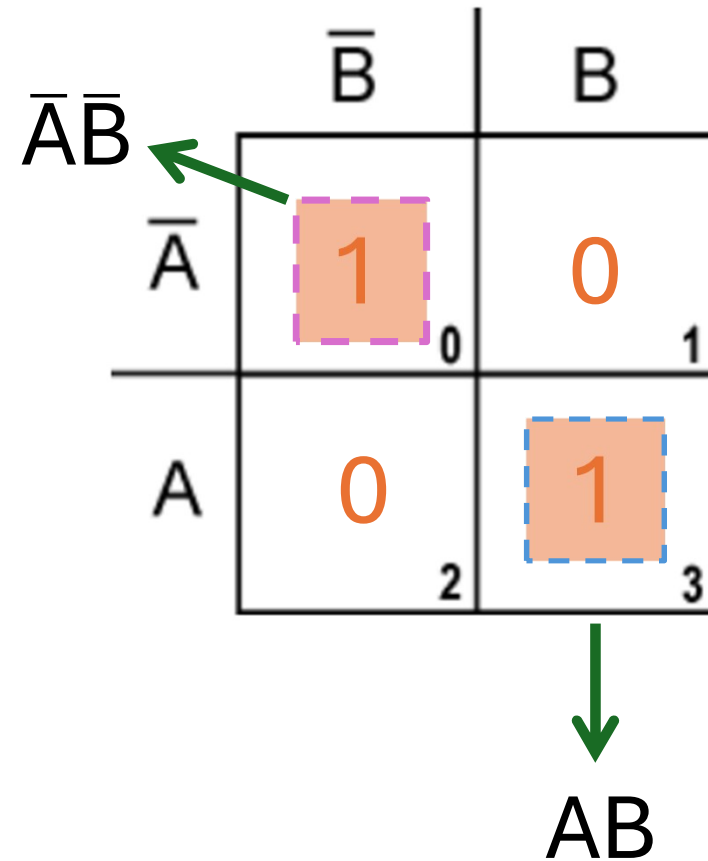
Mapa de Karnaugh

Utilizando o Mapa de K

NÃO é permitido agrupar em diagonal

Mint	A	B	S
0	0	0	1
1	0	1	0
2	1	0	0
3	1	1	1

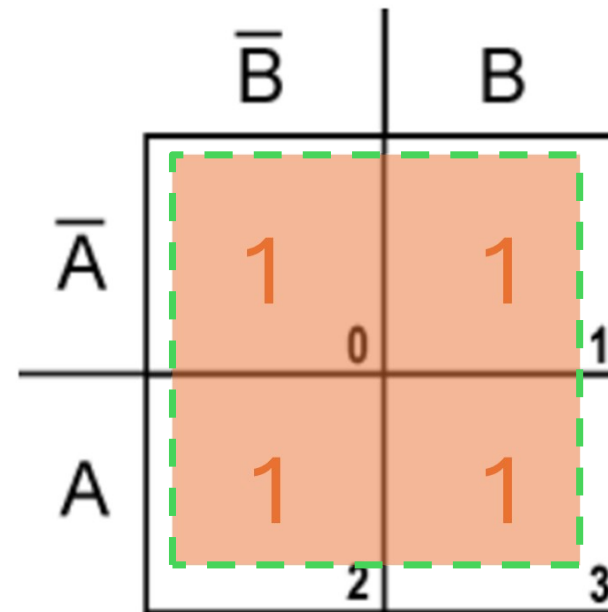
$$S = \bar{A}\bar{B} + AB$$



Mapa de Karnaugh

Utilizando o Mapa de K

Mint	A	B	S
0	0	0	1
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	1



$$S = 1$$

Mapa de Karnaugh

Algumas Regras

Nós sempre formaremos os agrupamentos respeitando a formula abaixo:

$$2^n = \text{Grupo}$$

$$2^0 = 1$$

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

Para facilitar, somente usaremos agrupamentos de:

- Isolado
- Pares
- Quartetos
- Octetos

Mapa de Karnaugh

Preenchendo o Mapa de K com 3 variáveis

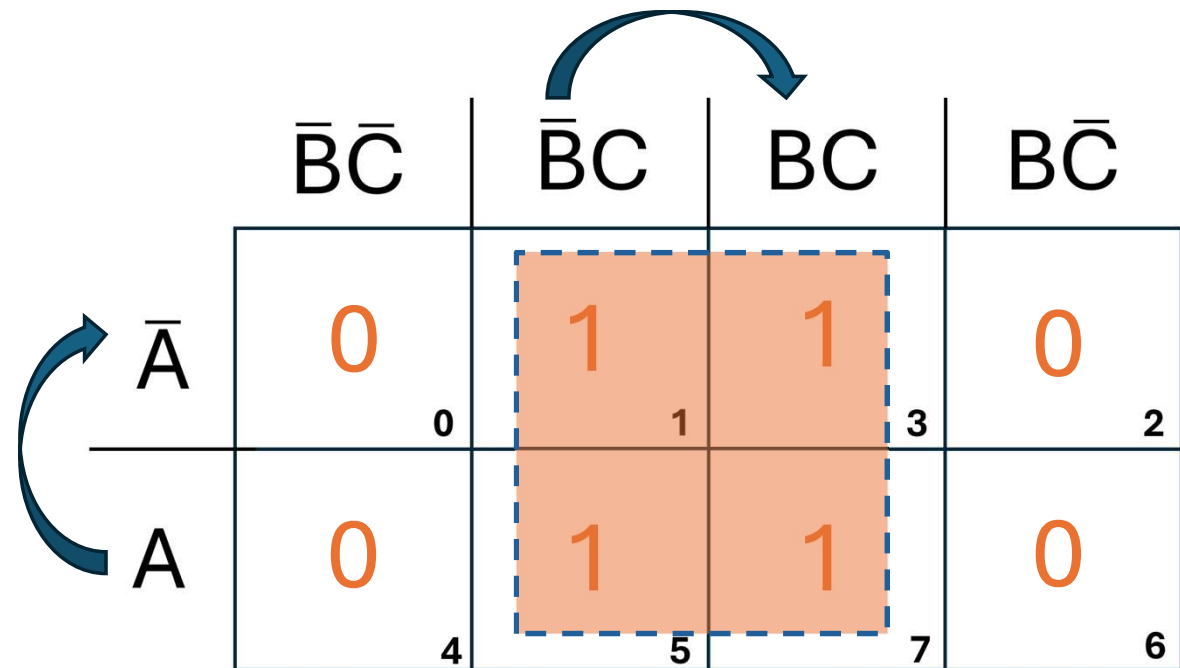
Mint	A	B	C	S
0	0	0	0	S1
1	0	0	1	S2
2	0	1	0	S3
3	0	1	1	S4
4	1	0	0	S5
5	1	0	1	S6
6	1	1	0	S7
7	1	1	1	S8

	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
\bar{A}	$S1$ 0	$S2$ 1	$S4$ 3	$S3$ 2
A	$S5$ 4	$S6$ 5	$S8$ 7	$S7$ 6

Mapa de Karnaugh

Utilizando o Mapa de K com 3 variáveis

Mint	A	B	C	S
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1



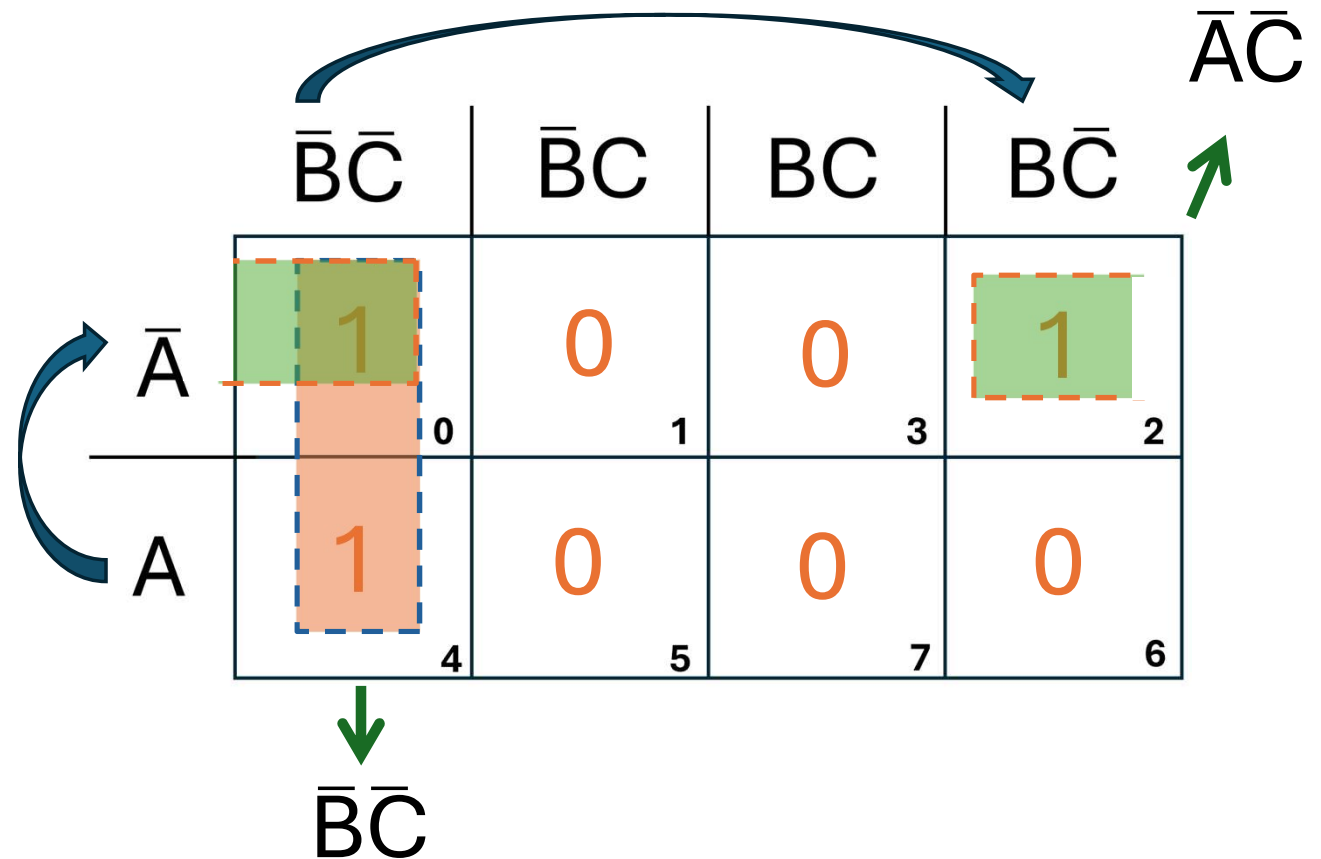
$$S = C$$

Mapa de Karnaugh

Utilizando o Mapa de K com 3 variáveis

Mint	A	B	C	S
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

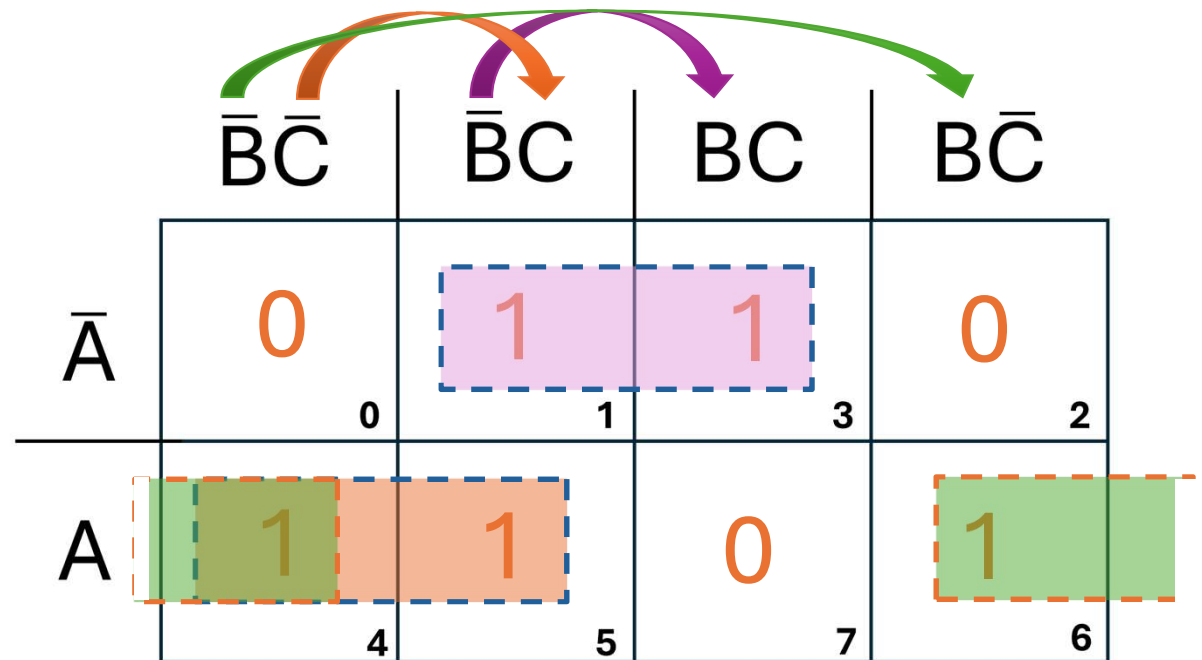
$$S = \bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{C}$$



Mapa de Karnaugh

Utilizando o Mapa de K com 3 variáveis

Mint	A	B	C	S
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0



$$S = \bar{A}C + A\bar{B} + A\bar{C}$$

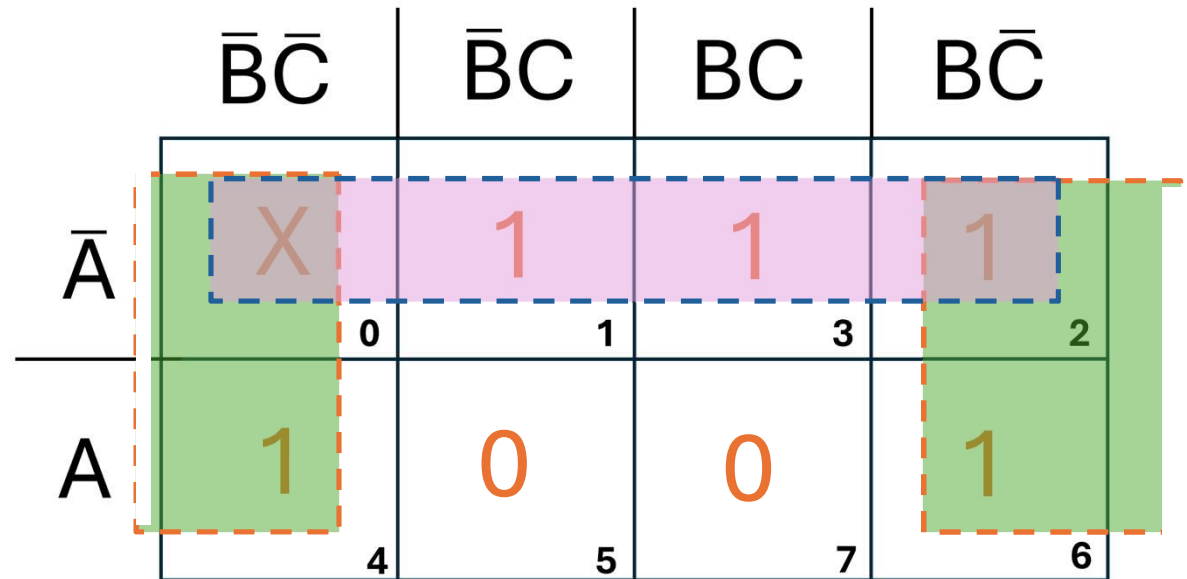
Mapa de Karnaugh

Utilizando o Mapa de K com 3 variáveis

O X pode ser 1 ou 0 de acordo com nosso mapa. E sua melhor aplicação.

Mint	A	B	C	S
0	0	0	0	x
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

Indiferente



$$S = \bar{A} + \bar{C}$$

Dica: Sempre que fizemos uma quadra eliminamos duas variáveis.

Mapa de Karnaugh

Mapa de K com 4 variáveis

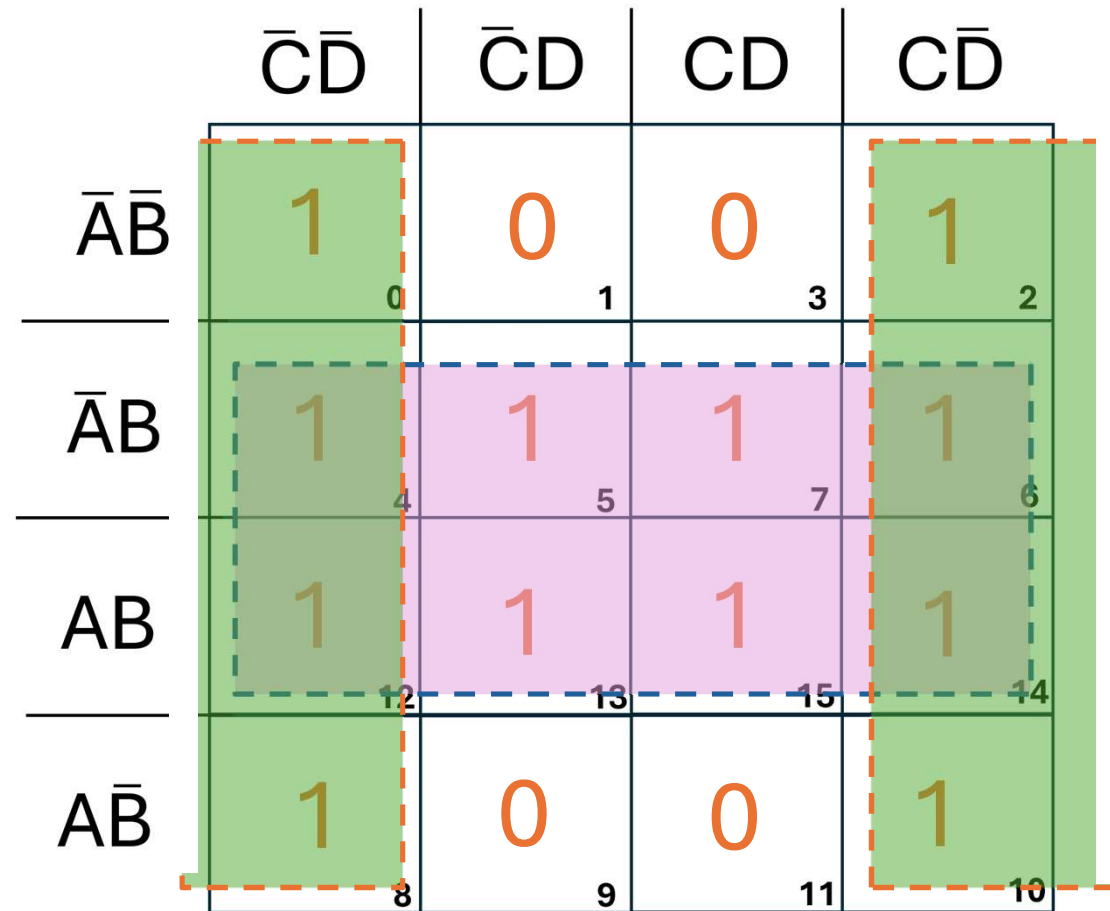
Mint	A	B	C	D	S
0	0	0	0	0	S1
1	0	0	0	1	S2
2	0	0	1	0	S3
3	0	0	1	1	S4
4	0	1	0	0	S5
5	0	1	0	1	S6
6	0	1	1	0	S7
7	0	1	1	1	S8
8	1	0	0	0	S9
9	1	0	0	1	S10
10	1	0	1	0	S11
11	1	0	1	1	S12
12	1	1	0	0	S13
13	1	1	0	1	S14
14	1	1	1	0	S15
15	1	1	1	1	S16

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	S1 0	S2 1	S4 3	S3 2
$\bar{A}B$	S5 4	S6 5	S8 7	S7 6
AB	S13 12	S14 13	S16 15	S15 14
$A\bar{B}$	S9 8	S10 9	S12 11	S11 10

Mapa de Karnaugh

Utilizando o Mapa de K com 4 variáveis

Mint	A	B	C	D	S
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1



$$S = B + \bar{D}$$

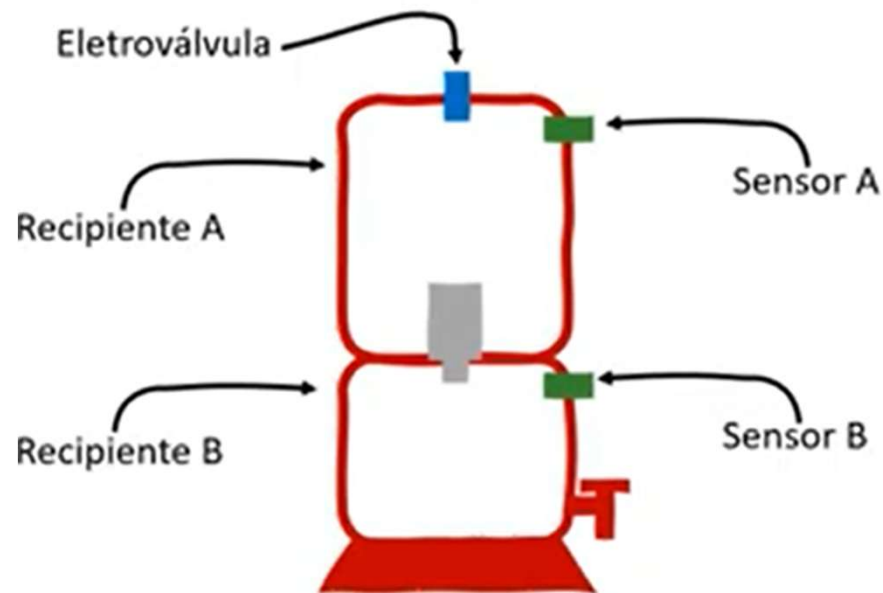
Projeto de Circuito Combinacional

Iremos seguir alguns passos para projetar circuitos combinacionais.

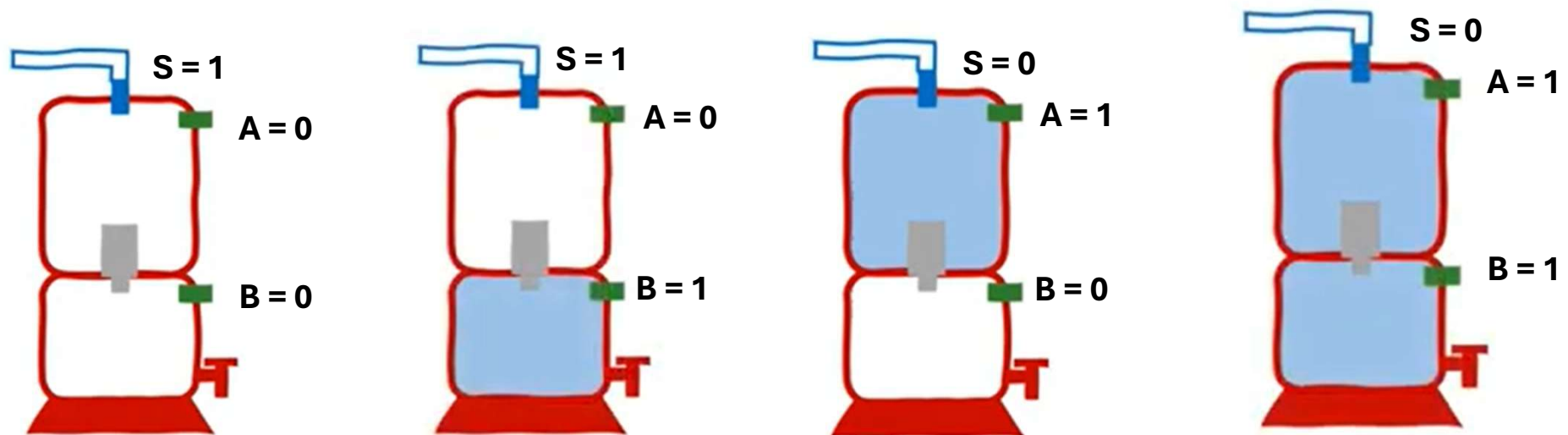


Obtenção da Tabela Verdade a partir de uma descrição

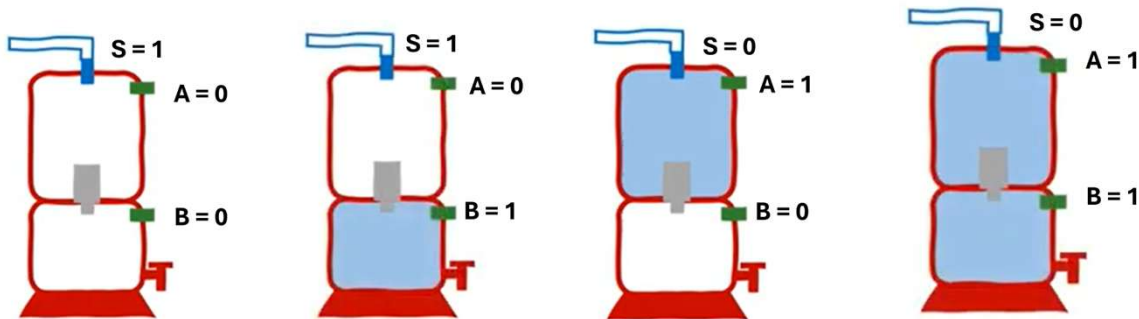
Elaborar um circuito lógico que permita encher automaticamente um filtro de água de dois recipientes e vela, conforme indicado no desenho



Obtenção da Tabela Verdade a partir de uma descrição



Obtenção da Tabela Verdade a partir de uma descrição



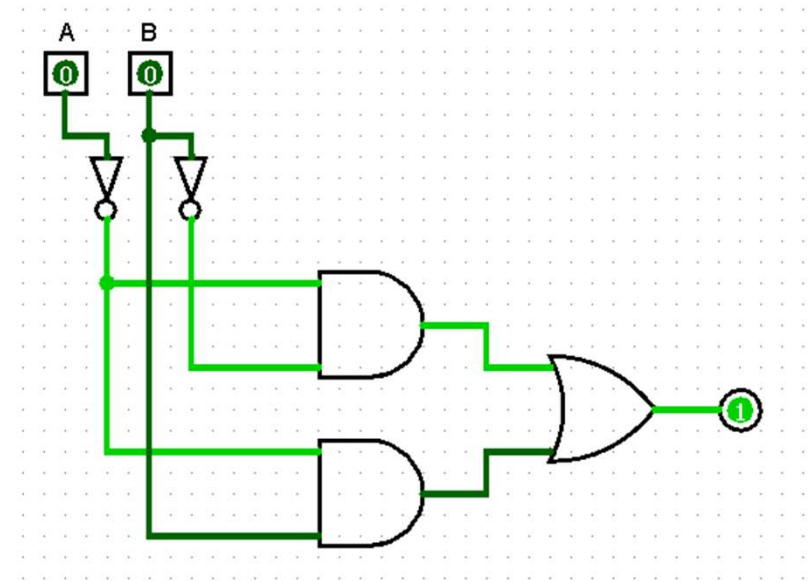
Aplicando Soma e Produto

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

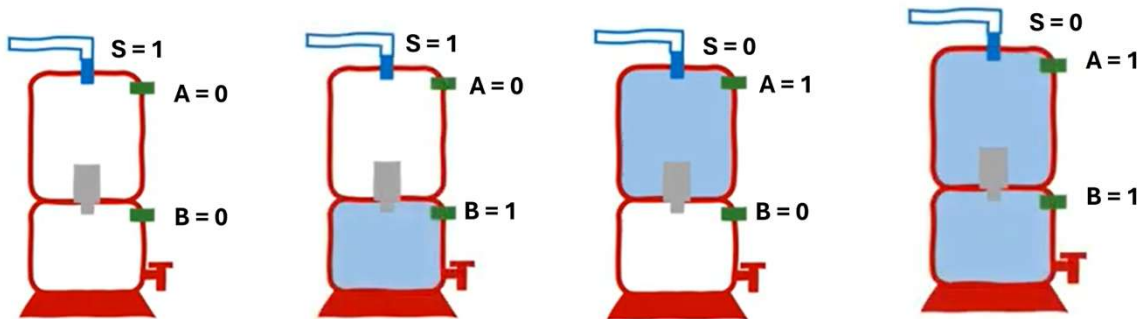
→ $A'B'$

→ $A'B$

$$S = A'B' + A'B$$



Obtenção da Tabela Verdade a partir de uma descrição



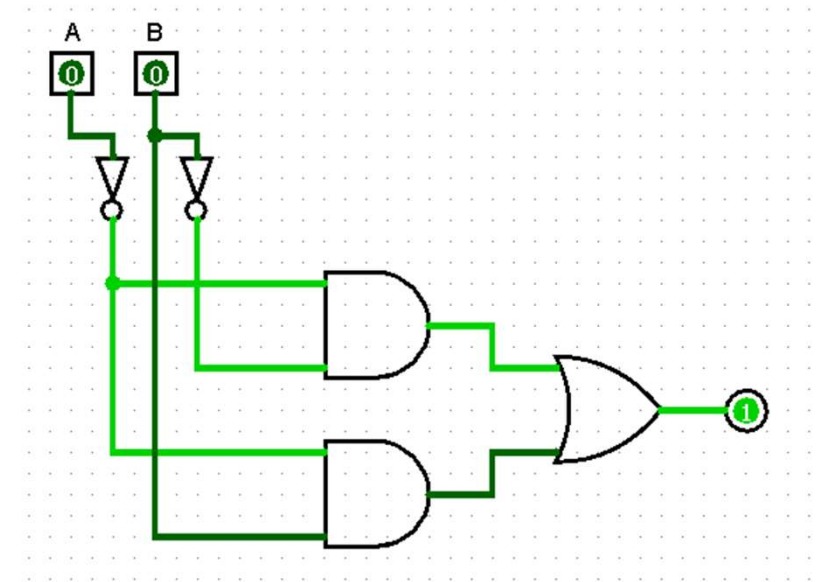
Aplicando Soma e Produto

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

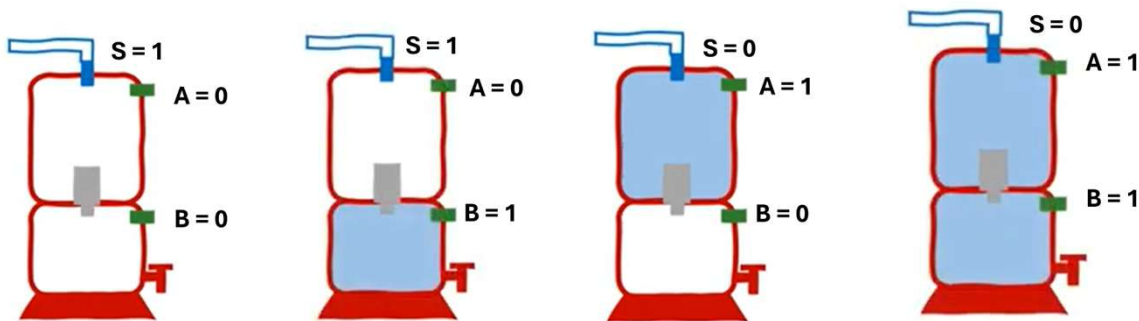
→ $A'B'$

→ $A'B$

$$S = A'B' + A'B$$

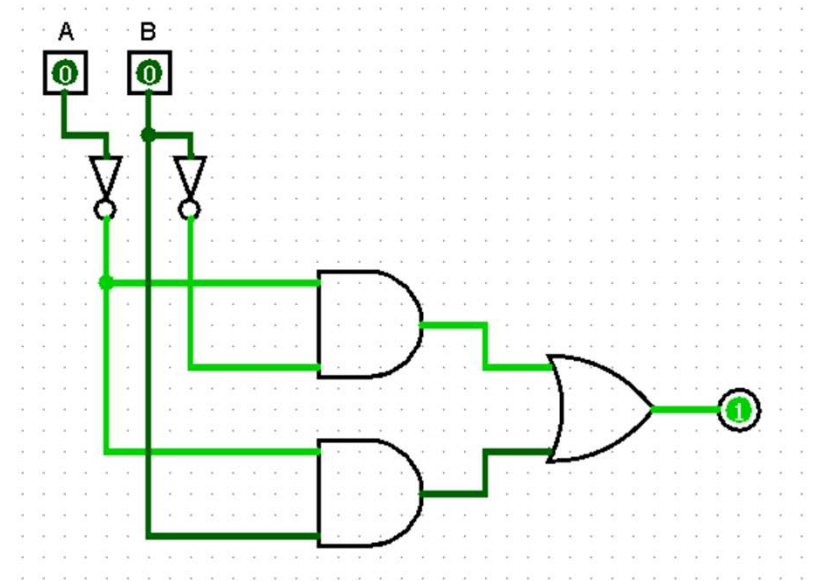
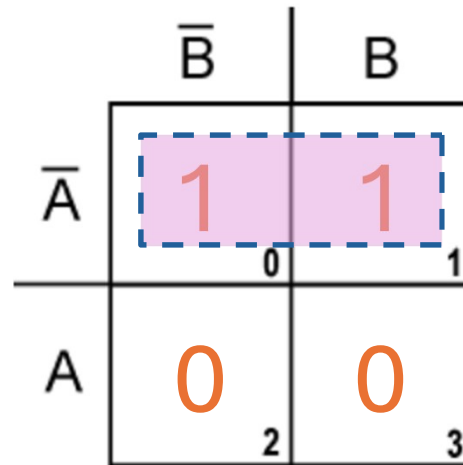


Obtenção da Tabela Verdade a partir de uma descrição



Vamos deixar esse circuito menor ainda:

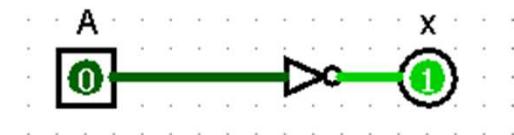
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0



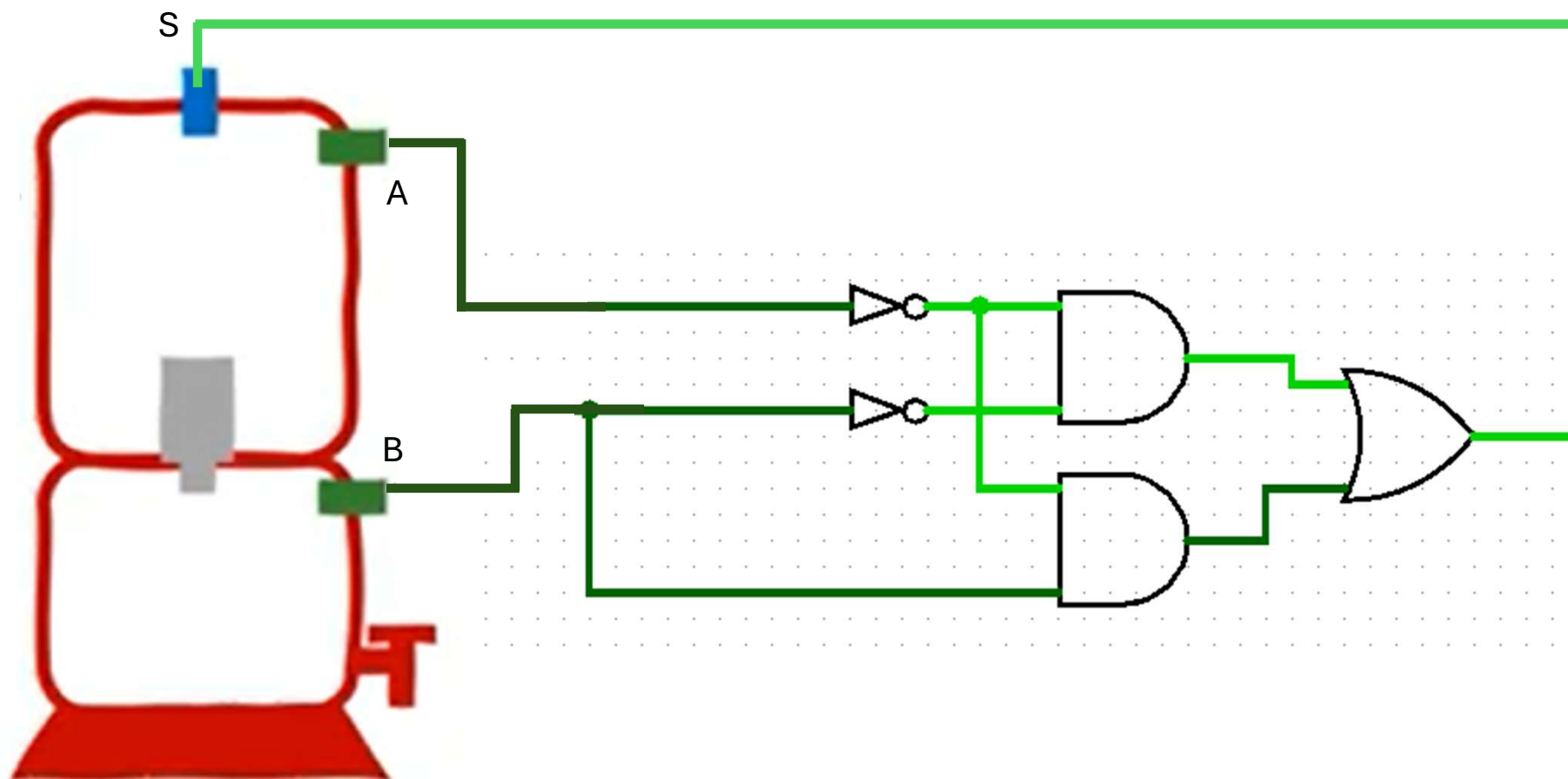
$$S = A'B' + A'B$$



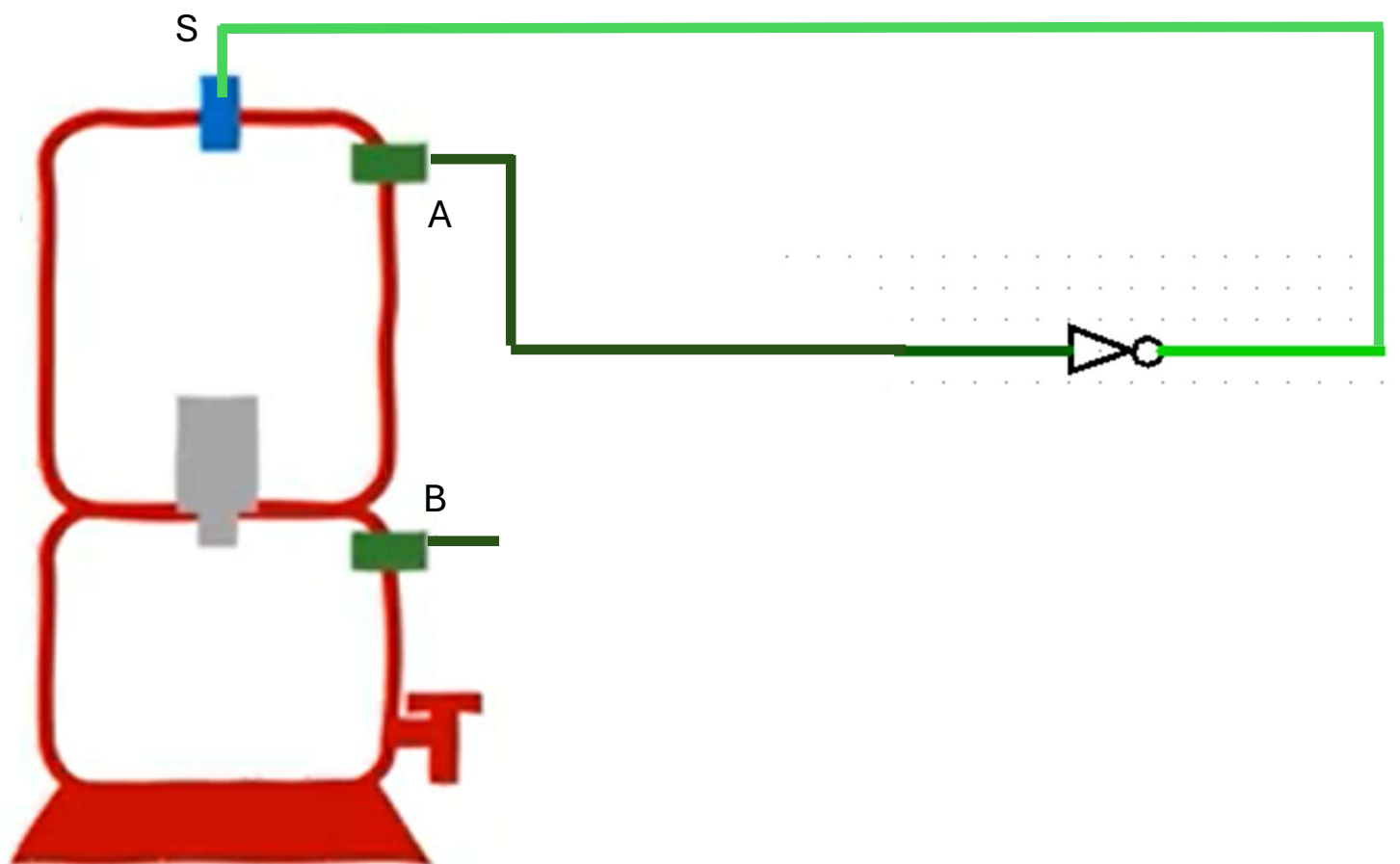
$$S = A'$$



Circuito pronto sem simplificação



Circuito pronto com simplificação



Exercício



Considere um sistema de segurança que uma loja de departamento está precisando elaborar:

- Existe um sensor de contato, que em nível Alto indica que a porta está fechada.
- Existe um sensor infravermelho que, quando está em nível alto, indica que não existe movimento na loja.
- Também existe um alarme que é acionado quando pelo menos um dos sensores está em nível baixo.

Descubra a expressão lógica responsável pelo acionamento do alarme e desenhe o circuito.

Exercício

Resolva as tabelas verdade com **Karnough**

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Dúvidas?



	\bar{B}	B
\bar{A}	0	1
A	2	3

	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
\bar{A}	0	1	3	2
A	4	5	7	6

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	3	2
$\bar{A}B$	4	5	7	6
AB	12	13	15	14
$A\bar{B}$	8	9	11	10

**ATÉ A
PRÓXIMA
AULA!**

