



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta elektrotechnická

Katedra elektrických pohonů a trakce

Technická zpráva

1. úloha předmětu XP14DES

Petr Zakopal
Praha 2023

OBSAH

1	Rovnice asynchronního motoru - využíváné pro řízení.....	1
1.1	Rovnice pro soustavu spojenou se statorovým vinutím	1
1.2	Rovnice pro soustavu spojenou s rotorovým vinutím	2
1.3	Rovnice pro soustavu spojenou s točivým magnetickým polem	2
2	Rovnice asynchronního motoru - využíváné pro modelování	3
3	Simulované závislosti elektromagnetického momentu na otáčkách stroje	4
3.1	Změna rezistivity rotorového vinutí	4
3.2	Změna rezistivity statorového vinutí	5
3.3	Změna magnetizační indukčnosti stroje	5
3.4	Změna rozptylové indukčnosti statorového vinutí stroje	6
3.5	Změna rozptylové indukčnosti rotorového vinutí stroje	6
	Conclusion	8
	References	9
Příloha A	Seznam symbolů a zkratk	10
A.1	Seznam zkratk	10
A.2	Seznam symbolů	11

SEZNAM OBRÁZKŮ

3 - 1	Závislost elektromagnetického hnacího momentu M_h na otáčkách stroje, vynesena při změně rezistivity rotorového viutí o $\pm 10\%$	5
3 - 2	Závislost elektromagnetického hnacího momentu M_h na otáčkách stroje, vynesena při změně rezistivity statorového viutí o $\pm 10\%$	5
3 - 3	Závislost elektromagnetického hnacího momentu M_h na otáčkách stroje, vynesena při změně magnetizační indukčnosti o $\pm 10\%$	6
3 - 4	Závislost elektromagnetického hnacího momentu M_h na otáčkách stroje, vynesena při změně rozptylové indukčnosti statorového vinutí o $\pm 10\%$	6
3 - 5	Závislost elektromagnetického hnacího momentu M_h na otáčkách stroje, vynesena při změně rozptylové indukčnosti rotorového vinutí o $\pm 10\%$	7

SEZNAM TABULEK

3 - 1	Štítkové údaje stroje.	4
3 - 2	Změřené parametry stroje.	4

1 Rovnice asynchronního motoru - využíváné pro řízení

Rovnice pro ASM je možné odvodit při uvažování následujících zjednodušení:

- tloušťka vzduchové mezery je po celém obvodu mezi rotorem a statorem konstantní,
- satorová a rotorová vinutí jsou rozložena podél obvodu vzduchové mezery sinusově, vinutí jednotlivých fází jsou proti vůči sobě natočeny o 120 °,
- ztráty v železe jsou zanedbány,
- není uvažováno sycení magnetického obvodu,
- aktivní železo stroje má nekonečnou relativní permeabilitu,
- satorová a rotorová vinutí jsou souměrná, tj. činné odpory, indukčnosti a vzájemné indukčnosti jednotlivých fází jsou identické.

Při uvažování uvedených zjednodušení je poté možné psát rovnice v obecném souřadnicovém systému k

$$\underline{u}_1^k = R_1 \underline{i}_1^k + \frac{d\underline{\psi}_1^k}{dt} + j\omega_k \underline{\psi}_1^k, \quad (1 - 1)$$

$$\underline{u}_2^k = R_2 \underline{i}_2^k + \frac{d\underline{\psi}_2^k}{dt} + j(\omega_k - \omega) \underline{\psi}_2^k, \quad (1 - 2)$$

$$\underline{\psi}_1^k = L_1 \underline{i}_1^k + L_m \underline{i}_2^k, \quad (1 - 3)$$

$$\underline{\psi}_2^k = L_2 \underline{i}_2^k + L_m \underline{i}_1^k. \quad (1 - 4)$$

Kde k v horním indexu značí obecný souřadnicový systém, \underline{u}_1^k (V) značí prostorový vektor napětí satorového vinutí, \underline{u}_2^k (V) prostorový vektor napětí rotorového vinutí, $\underline{\psi}_1^k$ (Wb) prostorový vektor spřaženého magnetického toku satorového vinutí, $\underline{\psi}_2^k$ (Wb) prostorový vektor spřaženého magnetického toku rotorového vinutí, R_1 (Ω) rezistivita satorového vinutí, R_2 (Ω) rezistivita rotorového vinutí, \underline{i}_1^k (A) prostorový vektor proudu satorového vinutí, \underline{i}_2^k (A) prostorový vektor proudu rotorového vinutí, ω (s^{-1}) elektrická úhlová rychlost rotoru, ω_s (s^{-1}) skluzová rychlost, ω_k (s^{-1}) obecná úhlová rychlost, L_1 (H) indukčnost satorového vinutí, L_2 (H) indukčnost rotorového vinutí.

V tomto textu jsou rovnice uvedeny obecně. Ovšem velmi často bývá uvažován ASM s kotvou nakrátko. Pro jeho model je možné uvažovat $\underline{u}_k = 0$.

1.1 Rovnice pro soustavu spojenou se satorovým vinutím

V případě uvažování souřadné soustavy spojené se satorovým vinutím stroje, je možné upravit a zjednodušit rovnice popisující systém dle následujících vztahů. Souřadnicový systém spojený se satorovým vinutím se v literatuře často označuje jako systém $\alpha\beta$. Pro obecnou otáčivou rychlost ω_k soustavy platí $\omega_k = 0$.

$$\underline{u}_1^{\alpha\beta} = R_1 \underline{i}_1^{\alpha\beta} + \frac{d\underline{\psi}_1^{\alpha\beta}}{dt}, \quad (1 - 5)$$

$$\underline{u}_2^{\alpha\beta} = R_2 \underline{i}_2^{\alpha\beta} + \frac{d\underline{\psi}_2^{\alpha\beta}}{dt} - j\omega \underline{\psi}_2^{\alpha\beta}, \quad (1 - 6)$$

$$\underline{\psi}_1^{\alpha\beta} = L_1 \underline{i}_1^{\alpha\beta} + L_m \underline{i}_2^{\alpha\beta}, \quad (1 - 7)$$

$$\underline{\psi}_2^{\alpha\beta} = L_2 \underline{i}_2^{\alpha\beta} + L_m \underline{i}_1^{\alpha\beta}. \quad (1 - 8)$$

1.2 Rovnice pro soustavu spojenou s rotorovým vinutím

V případě uvažování modelu ASM v souřadnicovém systému spojeném s rotorovým vinutím platí pro obecnou otáčivou rychlost obecných rovnic $\omega_k = \omega$, kde ω (s^{-1}) je elektrická úhlová rychlost otáčení rotoru (rotorového vinutí). Souřadnicový systém je možné označit jako kl .

$$\underline{u}_1^{kl} = R_1 \underline{i}_1^{kl} + \frac{d\underline{\psi}_1^{kl}}{dt} + j\omega \underline{\psi}_1^{kl}, \quad (1 - 9)$$

$$\underline{u}_2^{kl} = R_2 \underline{i}_2^{kl} + \frac{d\underline{\psi}_2^{kl}}{dt}, \quad (1 - 10)$$

$$\underline{\psi}_1^{kl} = L_1 \underline{i}_1^{kl} + L_m \underline{i}_2^{kl}, \quad (1 - 11)$$

$$\underline{\psi}_2^{kl} = L_2 \underline{i}_2^{kl} + L_m \underline{i}_1^{kl}. \quad (1 - 12)$$

1.3 Rovnice pro soustavu spojenou s točivým magnetickým polem

Souřadnicový systém spojený s točivým magnetickým polem je velmi často označován jako systém dq . Pro obecnou úhlovou rychlost platí $\omega_k = \omega_1$, kde ω_1 (s^{-1}) je elektrická úhlová rychlost točivého magnetického pole statoru, resp. rotoru.

$$\underline{u}_1^{dq} = R_1 \underline{i}_1^{dq} + \frac{d\underline{\psi}_1^{dq}}{dt} + j\omega_1 \underline{\psi}_1^{dq}, \quad (1 - 13)$$

$$\underline{u}_2^{dq} = R_2 \underline{i}_2^{dq} + \frac{d\underline{\psi}_2^{dq}}{dt} + j(\omega_1 - \omega) \underline{\psi}_2^{dq}, \quad (1 - 14)$$

$$\underline{\psi}_1^{dq} = L_1 \underline{i}_1^{dq} + L_m \underline{i}_2^{dq}, \quad (1 - 15)$$

$$\underline{\psi}_2^{dq} = L_2 \underline{i}_2^{dq} + L_m \underline{i}_1^{dq}. \quad (1 - 16)$$

Velmi často se rozdíl $\omega_1 - \omega$ označuje jako skluzová rychlost ω_s (s^{-1}).

2 Rovnice asynchronního motoru - využíváné pro modelování

Představené rovnice jsou např. vhodné pro modelování stroje při využívání FOC. Existuje mnoho dalších vyjádření představených rovnic podle toho, co je od modelu očekáváno a jaké veličiny je snadné měřit a které dopočítávat pomocí modelu.

Velmi často se v literatuře objevuje stavový popis modelu stroje s různými stavovými veličinami. V případě již zmiňovaného FOC se jako stavových proměnných využívá prostorových vektorů proudu statorového vinutí \underline{i}_1 např. v souřadnicové soustavě spojené se statorovým vinutím ($\underline{i}_1^{\alpha\beta}$) a spřažených magnetických toků rotorového vinutí $\underline{\psi}_2$ (opět např. vyjádřených v systému spojeném se statorovým vinutím $\underline{\psi}_2^{\alpha\beta}$).

V [1] jsou uvedeny stavové popisy pro uvedený systém v poměrných jednotkách. Pokud poměrné jednotky nejsou využívány, je možné modely převést na zjednodušené popisy v absolutních jednotkách, jako je tomu např. v [2].

Model implementovaný v prostředí MATLAB je převzat ze stavového popisu uvedeném v [2]. Tento stavový popis je uveden v rovnici 2 - 1.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \\ \psi_{2\alpha} \\ \psi_{2\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_2 L_m^2 + L_2^2 R_1}{\sigma L_1 L_2^2} & 0 & \frac{L_m R_2}{\sigma L_1 L_2^2} & \frac{L_m}{\sigma L_1 L_2} \omega \\ 0 & -\frac{R_2 L_m^2 + L_2^2 R_1}{\sigma L_1 L_2^2} & -\frac{L_m}{\sigma L_1 L_2} \omega & \frac{L_m R_2}{\sigma L_1 L_2^2} \\ \frac{L_m R_2}{L_2} & 0 & -\frac{R_2}{L_2} & -\omega \\ 0 & \frac{L_m R_2}{L_2} & \omega - \frac{R_2}{L_2} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{1\beta} \\ \psi_{2\alpha} \\ \psi_{2\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1\alpha} \\ u_{1\beta} \end{bmatrix}. \quad (2 - 1)$$

Stavový popis je vhodné doplnit o další rovnice, jež budou v simulaci využity.

$$M = \frac{3}{2} p_p \frac{L_m}{L_2} (\psi_{2\alpha} i_{1\beta} - \psi_{2\beta} i_{1\alpha}), \quad (2 - 2)$$

$$M - M_z = J \frac{d\Omega}{dt}, \quad (2 - 3)$$

$$\omega = p_p \Omega, \quad (2 - 4)$$

kde $\sigma = 1 - L_m^2 / (L_1 L_2)$ (-) je tzv. rozptyl, $i_{1\alpha}$ (A) a $i_{1\beta}$ (A) jsou složky vektoru statorového proudu \underline{i}_1 (A), $\psi_{2\alpha}$ (Wb) a $\psi_{2\beta}$ (Wb) jsou složky vektoru rotorového magnetického toku $\underline{\psi}_2$ (Wb), $u_{1\alpha}$ (V) a $u_{1\beta}$ (V) jsou složky statorového napětí \underline{u}_1 (V), p_p (-) je počet polpárů stroje, ω (s⁻¹) je elektrická úhlová rychlost hřídele, Ω (s⁻¹) je mechanická úhlová rychlost hřídele, M je vnitřní elektromechanický moment stroje a M_z (Nm) je moment zátěžný.

3 Simulované závislosti elektromagnetického momentu na otáčkách stroje

Díky matematickému modelu stroje, vytvořeném v prostředí MATLAB Simulink, je možné vynést charakteristik veličin, které jsou v reálném prostředí neměřitelné. V případě této práce je vynesena závislost elektromagnetického (hnacího) momentu stroje na otáčkách stroje při změně vybraných veličin.

Vybrané veličiny jsou následující:

velikost rezistivity rotorového vinutí/kotvy stroje R_2 (např. při změně oteplení stroje), velikost rezistivity statorového vinutí R_1 (např. při změně oteplení stroje), velikost magnetizační indukčnosti stroje L_m , velikost rozptylové indukčnosti statorového vinutí $L_{1\sigma}$, velikost rozptylové indukčnosti rotorového vinutí $L_{2\sigma}$.

Model stroje byl vytvořen na základě reálného stroje, umístěného v laboratoři H-26. Vinutí stroje je spojeno do hvězdy.

Tab. 3 - 1 Štítkové údaje stroje.

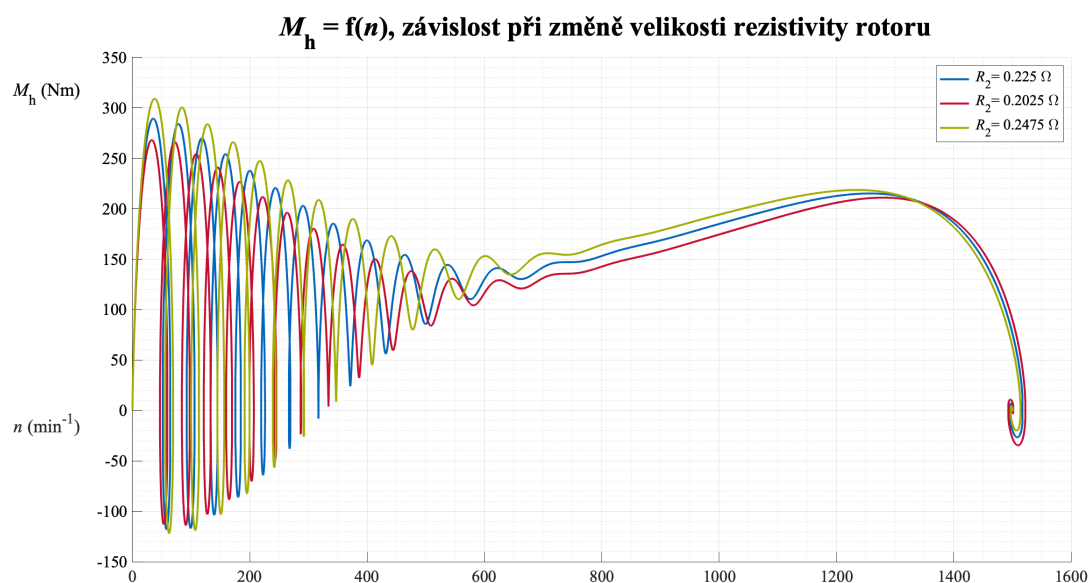
P_n	12 kW
U_n	380 V
I_n	22 A
n_n	1460 min ⁻¹
f_n	50 Hz
$\cos(\varphi_n)$	0.8
p_p	2

Tab. 3 - 2 Změřené parametry stroje.

R_1	370 mΩ
R_2	225 mΩ
$L_{1\sigma}$	2,27 mH
$L_{2\sigma}$	2,27 mH
L_m	82,5 mH
L_1	84,77 mH
L_2	84,77 mH
J	0,4 kg·m ²

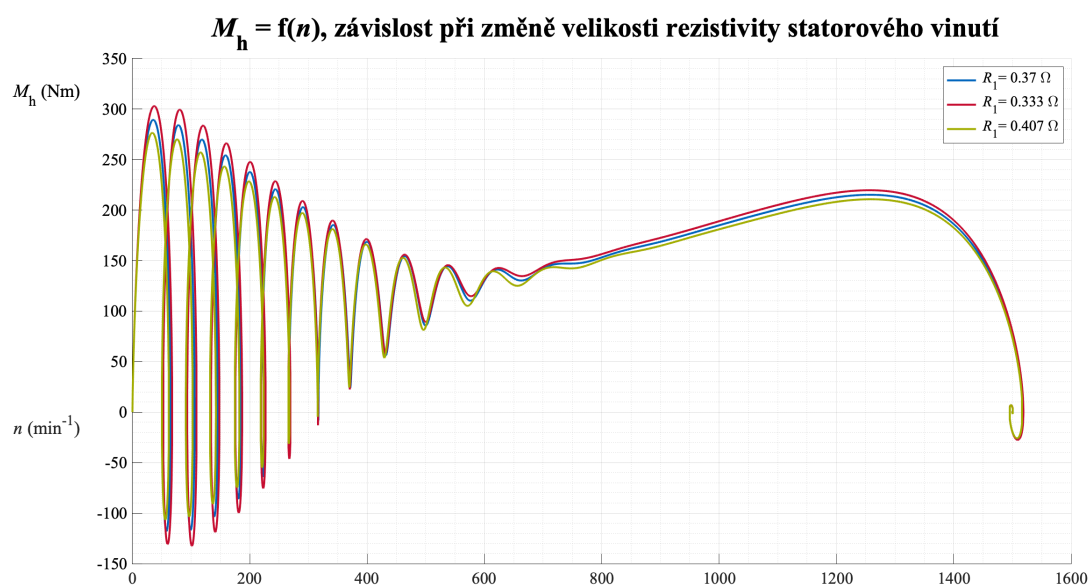
Kde P_n (W) je jmenovitý výkon stroje, I_n (A) je jmenovitý fázový proud stroje (efektivní hodnota), U_n (V) je jmenovité sdružené napájecí napětí stroje, f_n (Hz) je jmenovitá napájecí frekvence stroje, $\cos(\varphi_n)$ (-) je jmenovitý účinník stroje, n_n (min⁻¹) jsou jmenovité otáčky stroje, p_p (-) je počet polpárů stroje, R_1 (Ω), resp. R_2 (Ω) je statorový, resp. rotorový odpor, $L_{1\sigma}$ (H), resp. $L_{2\sigma}$ (H) je statorová, resp. rotorová rozptylová indukčnost stroje, L_m (H) je magnetizační indukčnost stroje, L_1 (H), resp. L_2 (H) je statorová, resp. rotorová indukčnost, J (kg·m²) je moment setrvačnosti hřídele.

3.1 Změna rezistivity rotorového vinutí



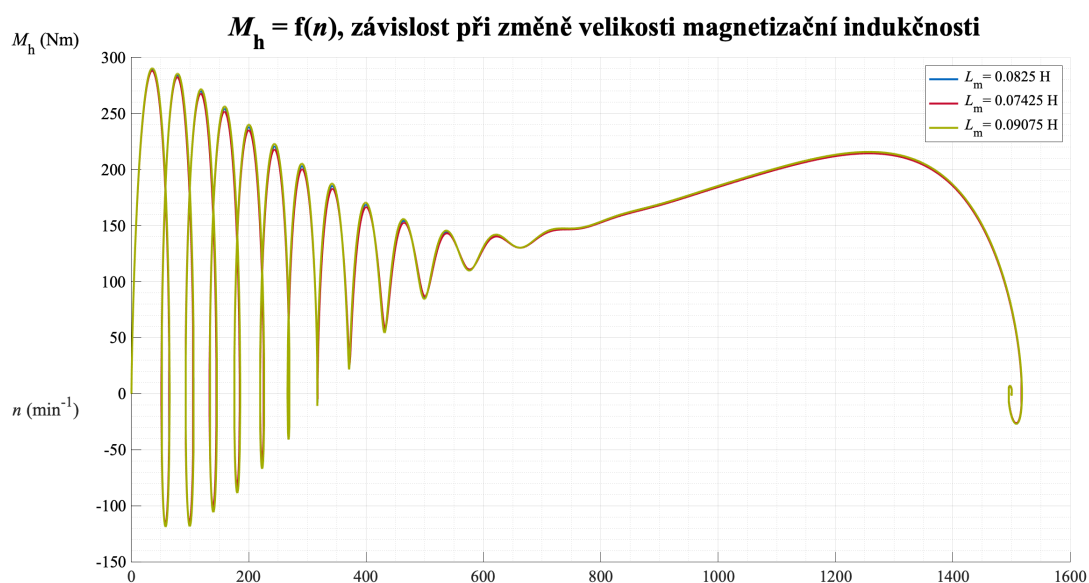
Obr. 3 - 1 Závislost elektromagnetického hnacího momentu M_h na otáčkách stroje, vynesená při změně rezistivity rotorového viutí o $\pm 10\%$.

3.2 Změna rezistivity statorového vinutí



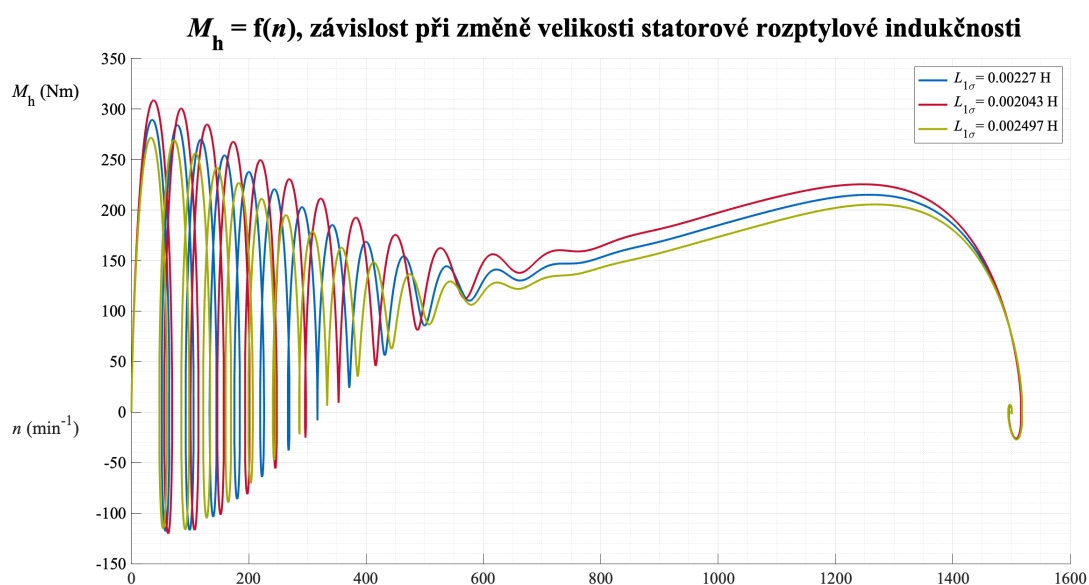
Obr. 3 - 2 Závislost elektromagnetického hnacího momentu M_h na otáčkách stroje, vynesená při změně rezistivity statorového viutí o $\pm 10\%$.

3.3 Změna magnetizační indukčnosti stroje



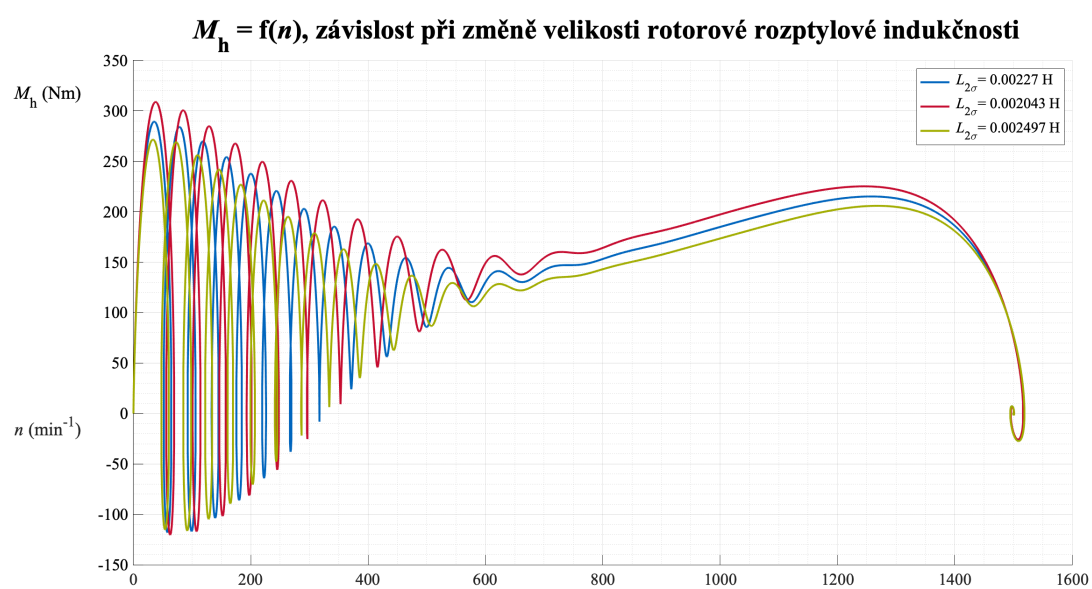
Obr. 3 - 3 Závislost elektromagnetického hnacího momentu M_h na otáčkách stroje, vynesená při změně magnetizační indukčnosti o $\pm 10\%$.

3.4 Změna rozptylové indukčnosti statorového vinutí stroje



Obr. 3 - 4 Závislost elektromagnetického hnacího momentu M_h na otáčkách stroje, vynesená při změně rozptylové indukčnosti statorového vinutí o $\pm 10\%$.

3.5 Změna rozptylové indukčnosti rotorového vinutí stroje



Obr. 3 - 5 Závislost elektromagnetického hnacího momentu M_h na otáčkách stroje, vynesená při změně rozptylové indukčnosti rotorového vinutí o $\pm 10\%$.

Conclusion

And this is the conclusion of my report. P_n .

Literatura

- [1] M., Popescu. Induction Motor Modelling for Vector Control Purposes. In: *Helsinki University of Technology, Laboratory of Electromechanics* [online]. 2000 [cit. 2023-10-14]. Dostupné z: https://avys.omu.edu.tr/storage/app/public/mustafa.aktas/110896/induction_motor_modelling.pdf.
- [2] LIPČÁK, Ondřej; BAUER, Jan. Doprovodný materiál k přednáškám. In: *Materiál k přednáškám a cvičení v předmětu BIM14EPT* [online]. [B.r.] [cit. 2023-02-28]. Dostupné z: <https://moodle.cvut.cz>.

Appendix A: Seznam symbolů a zkratek

A.1 Seznam zkratek

ASM Asynchronní Motor

FOC Field Oriented Control

A.2 Seznam symbolů

P_n (W) nominal power