



Institutionen för
informationsteknologi
Teknisk databehandling

Besöksadress:
MIC hus 2, Polacksbacken
Lägerhyddsvägen 2

Postadress:
Box 337
751 05 Uppsala

Telefon:
018-471 0000 (växel)

Telefax:
018-52 30 49

Hemsida:
<http://www.it.uu.se>

Department of
Information Technology
Scientific Computing

Visiting address:
MIC bldg 2, Polacksbacken
Lägerhyddsvägen 2

Postal address:
Box 337
SE-751 05 Uppsala
SWEDEN

Telephone:
+46 18-471 0000 (switch)

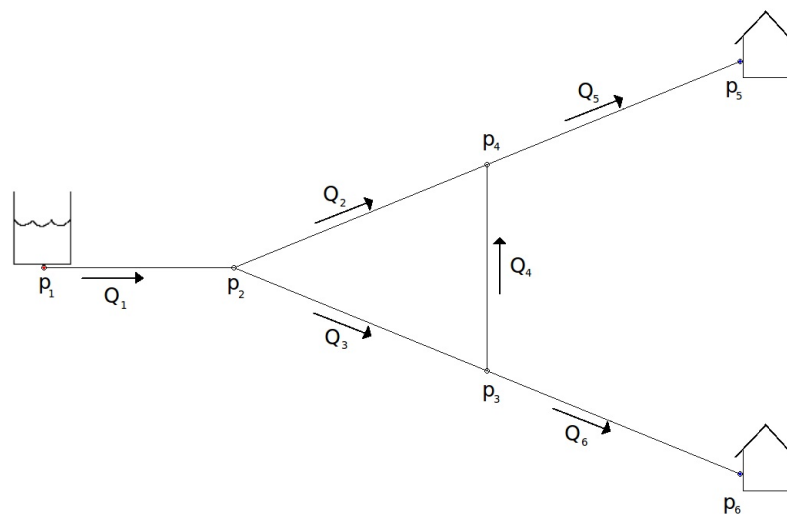
Telefax:
+46 18-52 30 49

Web page:
<http://www.it.uu.se>

Miniprojekt: Vattenledningsnätet i Lutorp¹

Du är nyanställd på konsultföretaget Pollax Pipes AB i vattenledningsbranschen och du har nu blivit skickad på ditt första uppdrag vid tekniska kontoret i Gaussby kommun. Din uppgift är att kontrollera att vattenledningsnätet i den lilla tätorten Lutorp är väldimensionerat. I lilla Lutorp finns ett fåtal bostäder, som är anslutna till en egen del av det kommunala vattenledningsnätet. Din chef har givit dig en schematisk skiss över det lokala vattenledningsnätet i orten. (Se Figur 1).

Noderna i nätet är numrerade med heltal: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Till nod 1 är en vattenreservoar ansluten, och nod 5 och 6 är kopplade till avtappningskranar i två bostäder. Tryckvärdena i de olika noderna betecknas med p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 respektive p_6 . Ditt uppdrag är beräkna trycket i de interna noderna (2, 3 & 4) och se till att vattentornet är dimensionerat så att trycket i dessa noder är tillräckligt högt.



Figur 1: Skiss av vattenledningsnätet i Lutorp.

Del 1 - Härledning av ekvationssystem

Trycket anges som skillnaden mellan vattentrycket och det omgivande atmosfäriska trycket. I beräkningarna används därför en skala där det atmosfäriska trycket sätts till 0. För beräkningen av trycket används följande samband:

1. För rörledning nummer j kan vattenflödes hastigheten Q_j (i m^3/s) uttryckas:

$$Q_j = kL(p_{in} - p_{ut}). \quad (1)$$

¹Del 1 och 2 baseras på Problem 5.1 i A. Quarteroni & F. Saleri, *Scientific Computing with MATLAB*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003



Beteckningar: $1/k$ är det hydrauliska motståndet i den aktuella rörledningen, så k är inversen av det hydrauliska motståndet; L är rörledningens längd; p_{in} är trycket vid inloppet till rörledningen och p_{ut} är trycket vid utloppet från samma rörledning. Det inversa motståndet mäts i $\text{m}^2/(\text{bar s})$, trycket i bar och längden i meter. I det aktuella fallet är k konstant och lika med 0.001.

2. Summan av flödena in till en nod är lika med summan av flödena ut från samma nod.

Samband 2 ovan ger följande ekvationer för de tre inre noderna i Lutorps vattenledningsnät (se Figur 1):

$$\text{Punkt 2: } Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$\text{Punkt 3: } Q_3 = Q_4 + Q_6$$

$$\text{Punkt 4: } Q_2 + Q_4 = Q_5$$

En äldre medarbetare tillhandahåller en tabell över värdet på L för de rörledningar som ingår i Lutorps vattenledningsnät före utbyggnaden:

rör	L	rör	L
1	300	4	600
2	500	5	500
3	500	6	500

Vidare är trycket i vattenreservoaren 10 bar och trycket p vid avtappningsställena cirka 0 bar. Genom in sambandet (1) i ekvation 2 och värdena för k och L , får vi efter förenkling följande system av sex ekvationer för trycken i de olika noderna:

$$\begin{pmatrix} 1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3 & -1.3 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & -1.6 & 0.6 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.6 & -1.6 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Uppgift: Härled ekvationssystemet ovan.

Del 2 - Lösning i Matlab

Istället för att lösa ekvationssystemet för hand vill du lösa det numeriskt.

Uppgift: Använd Matlabs kommandotolk för att som ställa upp detta system, lösa det med Matlabs inbyggda "backslash"-operator och rita upp en graf över trycket i de olika noderna. I grafen ska man på x -axeln se knutpunkternas nummer och i y -led de beräknade tryckvärdena.



Del 3 - Dimensionering av vattentornet

För att kontrollera att trycket i systemet är tillräckligt högt kan man beräkna medeltrycket. I Lutorp vill man inte att medeltrycket ska understiga 20 bar. Medelvärde² av trycket kan beräknas med hjälp av MATLABs inbyggda funktion `mean` som anropas enligt:

```
medeltryck = mean(p);
```

Uppgift: Välj olika tryck i vattentornet, och beräkna medeltrycket för varje fall. Hur högt måste trycket i vattentornet minst vara för att medeltrycket ska bli minst 20 bar? Svara i hela bar.

Del 4 - Effektiv lösning av ekvationssystemet

I föregående uppgift löste du ekvationssystemet flera gånger med olika tryck i vattentornet.

Uppgift: Föreslå ett effektivt sätt att utföra dessa upprepade beräkningar (motivera!), så att resultaten från tidigare beräkningar så långt som möjligt ska återanvändas när ett nytt vattentornstryck behandlas. Använd detta och testa några olika tryck i vattentornet igen. Märker du någon skillnad jämfört med Del 3? Om inte, varför?

Redovisning

Svara på alla frågor samt gör en körningslogg (se lathunden) över era experiment i Del 2, Del 3 och Del 4 och inkludera i projektrapporten. Inkludera också grafen från Del 2. Rapporten ska även innehålla härledningen av matrisen (minst en matrisrad) i Del 1, antingen handskrivet eller datorskrivet.

²Medelvärde av trycket är definierat som $\mu_p := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i$, där N är antalet noder, p_i är trycket i nod i .