­­­Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_



Лабораторная работа №3 по дисциплине  
«Вычислительная математика»

"Численное интегрирование"

Выполнил: Сафронов Егор Михайлович

Группа: P3213

Преподаватель: Малышева Татьяна Алексеевна

г. Санкт-Петербург

2022

Цель работы:

Найти приближенное значение определенного интеграла с требуемой точностью различными численными методами.

Задание лабораторной работы:

1. № варианта определяется как номер в списке группы согласно ИСУ
2. Вычислить интеграл точно.
3. Вычислить интеграл по формуле Ньютона – Котеса при .
4. Вычислить интеграл по формулам средних прямоугольников, трапеций и Симпсона при .
5. Сравнить результаты с точным значением интеграла.
6. Определить относительную погрешность вычислений.
7. Реализовать в программе методы по выбору пользователя:

* Метод прямоугольников (3 модификации: левые, правые, средние)
* Метод Симпсона

1. Предусмотреть вывод результатов: значение интеграла, число разбиения интервала интегрирования для достижения требуемой точности.

Вычислительная реализация:

Расчета методом средних прямоугольников:

y0 = 6.569444 -- значение f((x0 + x0 + h) / 2)

x0 = 2.000000

h = 0.333333

y1 = 6.569444

x1 = 2.333333

y2 = 18.375000

x2 = 2.666667

y3 = 34.291667

x3 = 3.000000

y4 = 54.986111

x4 = 3.333333

y5 = 81.125000

x5 = 3.666667

y6 = 113.375000 -- вычисленное значение вне пределов интегрирования, в подсчете не используется

x6 = 4.000000

type: center

square res: 105.097222

square n: 6

Расчет методом трапеций:

y0 = 2.000000

x0 = 2.000000

h = 0.333333

x1 = 2.333333

y1 = 12.000000

x2 = 2.666667

y2 = 25.777778

x3 = 3.000000

y3 = 44.000000

x4 = 3.333333

y4 = 67.333333

x5 = 3.666667

y5 = 96.444444

x6 = 4.000000

y6 = 132.000000 – вне пределов интегрирования, в расчете не участвует

trapezia res: 104.185185

trapezia n: 6

Расчет методом Симпсона:

y0 = 2.000000 – начальный y

x0 = 2.000000

h = 0.333333

x1 = 2.333333

y1 = 12.000000

x2 = 2.666667

y2 = 25.777778

x3 = 3.000000

y3 = 44.000000

x4 = 3.333333

y4 = 67.333333

x5 = 3.666667

y5 = 96.444444

x6 = 4.000000

y6 = 132.000000 -- последний y

sumEven = 93.111111 – сумма нечетных

sumOdd = 152.444444 – сумма четных

simpson res: 103.333333

simpson n: 6  
Сравнение способов:

simpson res: 103.333333 – относительная погрешность <0.0000001%

trapezia res: 104.185185 – относительная погрешность 0.824%

square res: 105.097222 – относительная погрешность 1.706%

**true res: 103.3(3)**

Самой точный результат дал метод Симпсона, что логично, поскольку площадь каждого интеграла он считает, как площадь криволинейной трапеции, а это очень выгодно при таком уравнении. Затем по точности идет метод трапеций, а затем метод средних прямоугольников.

Описание метода Ньютона, расчетные формулы:

Реализация расчета  
Примеры работы программы:

Выводы по работе:

Реализованы методы половинного деления и просто итерации для поиска корней нелинейного уравнения. А также реализован метод Ньютона для поиска корней системы нелинейным уравнений. Метод Ньютона мне показался достаточно чувствительным к начальному приближению, но это не делает его хуже какого-либо другого. Помимо этого, его сходимость сильно ухудшается по мере расширения системы. Для промежуточного поиска корней были использованы методы из первой лабораторной.