

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования

«Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

Физический факультет

Вывод спутника на геостационарную орбиту

Работу выполнила студентка:

Петухова М.Ю.

Научный руководитель:

Ангелуц А. А.

г. Москва 2018 г.

Оглавление

Оглавление	3
Введение	4
Математическая модель	5
Описание работы программы	6
Проверка работы модели	7
Заключение	8
Литература	9

Введение

Рассматривается задача перехода искусственного спутника Земли на геостационарную орбиту (ГСО). Геостационарная орбита (ГСО) — круговая орбита, расположенная над экватором Земли (0° широты), находясь на которой, искусственный спутник обращается вокруг планеты с угловой скоростью, равной угловой скорости вращения Земли вокруг оси ([1]). ГСО искусственных спутников Земли (ИСЗ) обладают рядом преимуществ: исключаются перерывы связи и вещания, упрощается система наведения антенн земных станций на ИСЗ и другие. Спутник, находящийся на ГСО, неподвижен относительно поверхности Земли, в результате, сориентированная на спутник и неподвижно закрепленная направленная антенна может сохранять постоянную связь с этим спутником длительное время.

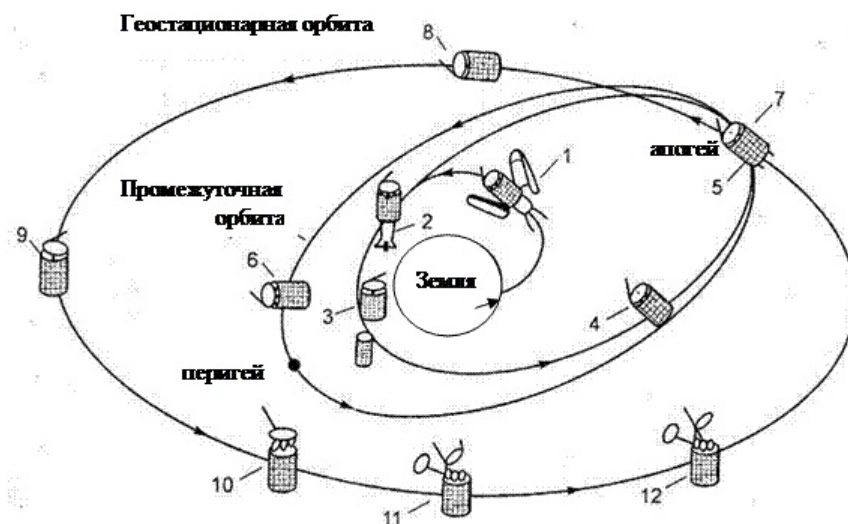


Рис. 1: Схема вывода спутника на ГСО

Выход на ГСО осуществляется путем плоских переходов между эллиптическими компланарными орбитами в центральном ньютоновском поле. Для выхода используется многоступенчатая ракета с двигателями с заданной силой тяги. Двигатели включаются в районе апогея и перигея орбит на заданное время. Время работы двигателей ограничивается также такими факторами, как: ограниченный запас топлива и скорость. Расстояние до спутника разбито на 3 участка: до 20000 км, от 20 до 30 тысяч км, и более 30. На каждом участке максимально возможная скорость ограничена и составляет $0,8v_2$ (v_2 — вторая космическая скорость) на первом участке и $0,75v_2$ на втором. На третьем участке при приближении к заданной орбите двигатели работают практически до достижения первой космической скорости на текущей высоте, что позволяет более точно приблизиться к ГСО.

Математическая модель

Рассмотрим математическую модель плоского движения космического аппарата (КА) в гравитационном поле Земли (рис.1). На активных участках тяга двигателя направлена вдоль скорости движения, что обеспечивается системой угловой ориентации КА. Уравнения движения в полярных координатах имеют вид [2]

$$\rho' = v, \quad (1)$$

$$\phi' = \omega, \quad (2)$$

$$v' = \rho\omega^2 - \gamma M/\rho^2 + \frac{uv}{(m\sqrt{v^2 + \rho^2\omega^2})}, \quad (3)$$

$$\omega' = -2v\omega/\rho + \frac{u\omega}{(m\sqrt{v^2 + \rho^2\omega^2})}, \quad (4)$$

$$m' = -\mu u \quad (5)$$

где ρ – полярный радиус; ϕ – полярный угол; v – радиальная составляющая скорости движения спутника; ω – угловая скорость вращения спутника; u – величина тяги двигателя; m – масса спутника (с топливом); $M = 5,9736 \cdot 10^{24} kg$ – масса Земли; $\gamma = 16,67428 \cdot 10^{-11} m^3/kg \cdot c$ – гравитационная постоянная; $\mu = 0,00307$ – коэффициент, обусловленный техническими характеристиками двигателя.

Величина тяги двигателя $u_i = 20000H - 2000(i-1)H$, где i – номер ступени. $u = 0$ на пассивных участках. Максимальное время включения активных участков $t = 500c$ – время расхода топлива одной ступенью. Когда топливо одной ступени сгорает, она отделяется, и ее масса уменьшается на $dm = 500kg$.

Начальные параметры:

$$\rho(t_0) = 6371000m, \quad \phi(t_0) = 0rad, \quad v(t_0) = 0m/c, \quad \omega(t_0) = 0,00118rad/c,$$

$$m(t_0) = 20170kg + m_{pol}, \text{ где } m_{pol} - \text{масса полезного груза от 400 до 3000 кг}$$

Конечная круговая орбита с радиусом $\rho = 42164137m$.

Конечная скорость $v = 3070m/c$.

Данная система дифференциальных уравнений (1-5) численно решается с помощью метода Рунге-Кутты с шагом по сетке $dt = 5,10$ или 30 с. При достижении заданной высоты ГСО спутник продолжает двигаться по инерции на текущей орбите, вычисления не прекращаются.

Описание работы программы

Данная программа позволяет рассчитывать, как меняется положение спутника и его скорость со временем. Окно программы представлено на рисунке. (2)

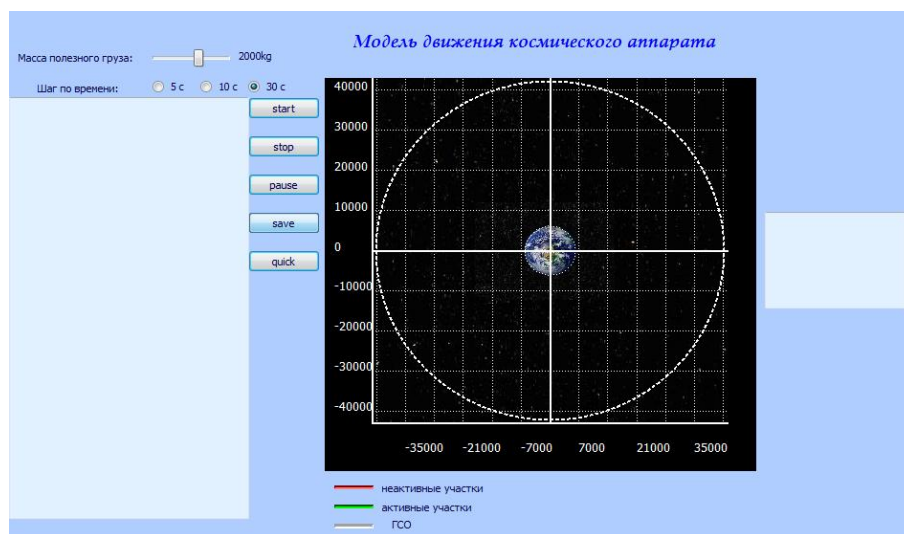


Рис. 2: окно программы

По центру расположена картинка с изображением положения спутника. Слева текстовый бокс куда выводится все рассчитанные время, расстояние и скорость. Справа - текстовый бокс в котором отображается текущие время, скорость, расстояние, масса и некоторые другие полезные сведения в момент паузы или завершения вычислений. Пользователь может менять массу полезного груза, выводимого на орбиту в пределах от 400 до 3000кг (2000kg по умолчанию). Также можно изменить шаг по сетке $dt = 5c, 10c, 30c$ (по умолчанию 30c).

Расчеты могут быть выполнены в двух режимах- быстром и управляемом. В управляемом режиме при нажатии на кнопку старт запускаются вычисления, окно с графическим отображением спутника перерисовывается в режиме онлайн. Период между вычислениями постоянен и равен 1мс, что значительно увеличивает время работы программы. Кнопка паузы предназначена для приостановления и последующего возобновления вычислений. Кнопка стоп прекращает вычисления и возвращает спутнику начальные параметры.

В быстром режиме вычисления производятся непрерывно до момента достижения спутником ГСО. В этот момент интерфейс программы недоступен. По завершении вычислений вся информация выводится в текстовый файл (D:/table.txt) и виджет справа, графический виджет отображает всю траекторию движения спутника.

Проверка работы модели

Итоговая траектория движения спутника должна представлять собой круговую орбиту с радиусом $\rho = 42164137m$ и скоростью на ней $v = 3070m/c$ (период обращения вокруг Земли приблизительно 24 часа). Построим графики зависимости расстояния от земли и скорости от времени после выхода спутника на конечную орбиту для различной массы полезного груза. Шаг по сетке выбран равным 30с.

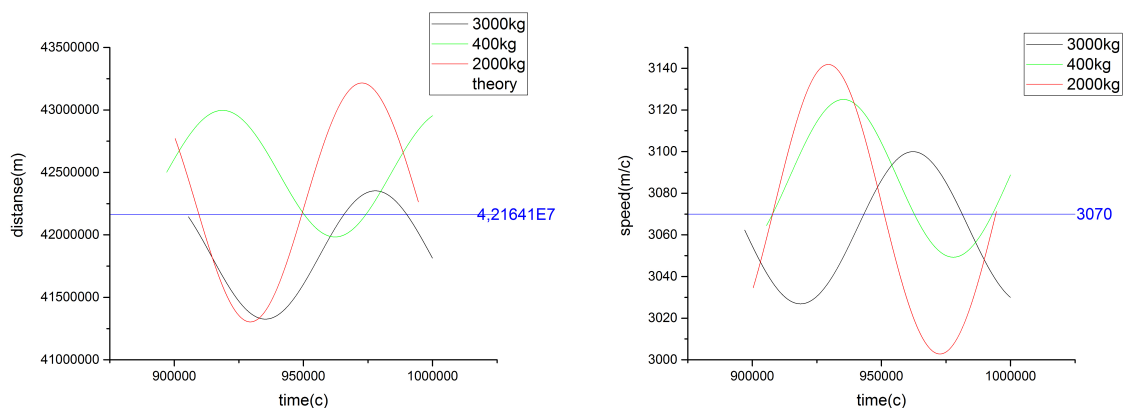


Рис. 3: Графики зависимости расстояния от земли спутника и его скорости от времени для различной массы полезного груза

Как мы видим на графиках (3) для различных масс орбиты приблизительно совпадают между собой и с теоретической.

Для уменьшения ошибки предположительно можно воспользоваться меньшим шагом по сетке. Для проверки данной гипотезы построим графики зависимости расстояния от земли и скорости от времени после выхода спутника на конечную орбиту для различного шага по сетке. Масса полезного груза одинаковая и равно 2000kg.

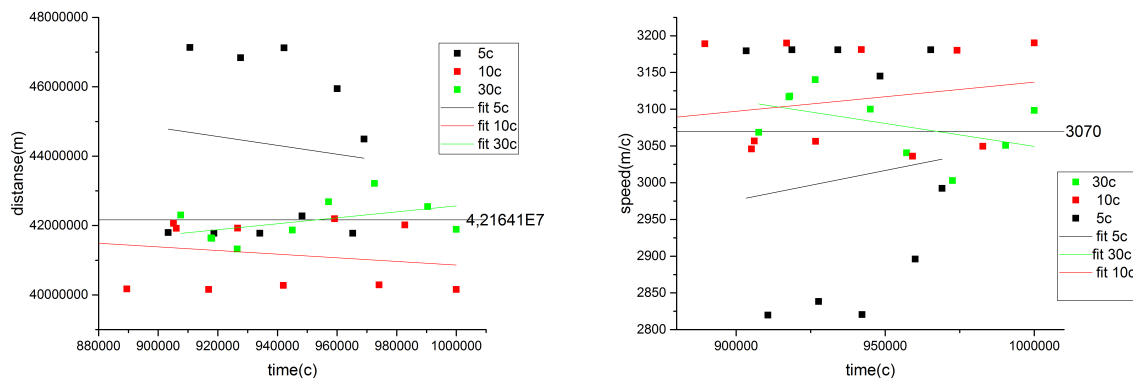


Рис. 4: Графики зависимости расстояния от земли спутника и его скорости от времени для различного шага по сетке

Как мы видим на графиках (4) с уменьшением шага по сетке ошибка возрастает. Следовательно, для увеличения точности вывода на орбиту необходимо улучшить саму математическую модель или сделать время работы двигателей и время их включения и выключения более оптимальным, что не решается лишь методами численного решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Заключение

Поставленная задача вывода спутника на геостационарную орбиту решена. Данная программа позволяет приблизительно рассчитывать траекторию вывода спутника на ГСО, узнать время вывода, времена включения двигателей и тп. Также по оставшейся массе можно определить необходимое для полета количество топлива для минимизации затрат.

Например, спутник с массой полезного груза 2000 кг выводится на орбиту примерно за 83 часа. Расстояние от центра Земли составляет $4,222 \pm 0,017 * 10^4 km$, скорость $3075 \pm 124 m/c$. Масса оставшегося топлива составляет около 500кг.

Взятая математическая модель верна для диапазона массы от 500 до 3000 кг полезного груза, что позволяет использовать ее для различных спутников.

Экспериментальная погрешность расстояния составляет около 7 процентов. Для меньшей погрешности требуется уточнить модель с учетом различных факторов, таких как: форма Земли, скорость ракеты во время старта, а также сделать включение двигателей более симметричным относительно орбиты.

Литература

- [1] Интернет-ресурс <https://ru.wikipedia.org/wiki>
- [2] Оптимальный вывод спутника на геостационарную орбиту с уч?том неэффективных затрат топлива при включении выключении двигателя Пегачкова Е.А., «Труды МАИ» № 47 - 2008