**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6**

**РЕАЛИЗАЦИЯ ТОЧНЫХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ**

**ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В СРЕДЕ SIMINTECH**

# ВВЕДЕНИЕ

Математические модели динамики реальных технических систем являются, в основном, нелинейными, и во многих случаях не могут быть линеаризованы из-за возможности потерять характерные динамические свойства, обусловленные принципиальной нелинейностью уравнений динамики.

Кроме того, при моделировании и анализе динамических систем в среде SimInTech используется ряд процедур и приемов, которые пока Вам не известны.

Поэтому лабораторный практикум настоящего семестра направлен, во-первых, на изучение методов моделирования и анализа нелинейных динамических систем и, во-вторых, на освоение Вами новых процедур работы в среде SimInTech.

Основной целью настоящей лабораторной работы является исследование *нелинейных* САР с использованием известных точных методов анализа устойчивости.

В предыдущей лабораторной работе Вы ознакомились с упрощенной реализацией метода фазовых траекторий в среде SimInTech, заключающейся в том, что закономерности собственного движения автономной нелинейной динамической системы на фазовой плоскости исследуется на основании последовательных расчетов переходных процессов при варьировании начальных условий.

Программно-технические возможности среды SimInTech позволяют реализовать одновременный расчет переходных процессов при различных начальных условиях. Будем называть такой вариант реализации этого метода анализа устойчивости нелинейных динамических систем *векторизованным методом фазовых траекторий*.   
   Критерий абсолютной устойчивости В.М. Попова является наиболее эффективным методом (из точных) анализа устойчивости нелинейных САР и применим не только для простейших САР (например, учебного типа), но и для более “серьезных” САР. Поэтому в настоящей лабораторной работе Вы “по инструкции” и самостоятельно реализуете данный критерий в среде SimInTech для анализа нелинейных САР.

Для самостоятельного исследования в последней части лабораторной работы Вам будет предложена математическая модель динамики САР ядерного реактора с релейным регулятором и с более точной моделью кинетики нейтронов.

Перейдем к выполнению заданий настоящей лабораторной работы.

# ЦЕЛЬ РАБОТЫ

* освоение способов реализации векторизованного метода фазовых траекторий;
* изучение критерия В.М. Попова для анализа абсолютной устойчивости нелинейных динамических систем.

# 2 КРИТЕРИЙ В.М. ПОПОВА ДЛЯ АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ САР

## 2.1 О критерии абсолютной устойчивости В.М. Попова

Одним из ***точных*** методов (критериев) анализа устойчивости ***нелинейных*** САР, не утративших свою актуальность и в настоящее время, является ***критерий абсолютной устойчивости В.М. Попова.***

Напомним основные положения критерия абсолютной устойчивости В.М. Попова.

В этом критерии нелинейная САР условно разделена на *чисто линейную* часть, обычно расположенную в прямой цепи, и *чисто нелинейную* часть, обычно расположенную в цепи обратной связи (см. рис. 2.1 ниже по тексту).

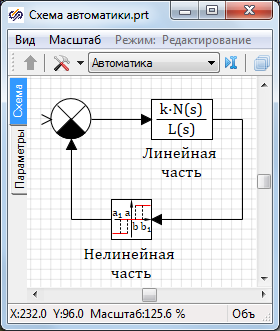


Рисунок 2.1 – Пример линейной и нелинейной САР

В “классическом” варианте доказательства данного критерия принят ряд допущений:

1. Нелинейная часть – безинерционна.
2. Статическая характеристика нелинейной части является однозначной (без гистерезиса) и вписывается в Гурвицев угол **К (**0<**К**<∞**)**.
3. Линейная часть должна быть устойчивой, или в особых случаях иметь не более 2-х полюсов, расположенных на мнимой оси, при всех остальных полюсах передаточной функции, расположенных в левой полуплоскости.
4. В особых случаях должна иметь место предельная устойчивость.
5. В.М. Попов ввел понятие видоизмененной АФЧХ, обозначаемой обычно и определяемой соотношениями:

где ; ; *T*=1 c; u(ω), ν(ω) - действительная и мнимая части АФЧХ линейной части, соответственно.

Существуют аналитическая и геометрическая формулировки абсолютной устойчивости по В.М. Попову.

Более наглядной является геометрическая формулировка.

Для того, чтобы имела место абсолютная устойчивость в угле **[0; К]** в основном и в угле **[eps; К]** (где **eps** – бесконечно малое положительное число) в особых случаях, достаточно, чтобы в плоскости можно было выбрать прямую, проходящую через точку действительной оси с абсциссой **–1/K** так, чтобы годограф весь лежал строго справа от этой прямой и чтобы, кроме того, в особых случаях имела место предельная устойчивость.

На рис. 2.2 ниже по тексту представлена графическая иллюстрация критерия Попова при анализе устойчивости нелинейной САР, где пунктирной линией представлен традиционный годограф Найквиста (годограф АФЧХ) для линейной части САР (W\_лин), сплошной линией представлен видоизмененный годограф Попова, а точка на оси абсцисс с координатой **-1/K** (**K** – Гурвицев угол) расположена левее точки пересечения годографа Попова с осью абсцисс.

Очевидно, что через точку **-1/К** можно провести множество прямых.

На рис. 2.2 одна из множества прямых проведена так, что видоизмененный годограф Попова лежит строго справа от этой прямой.

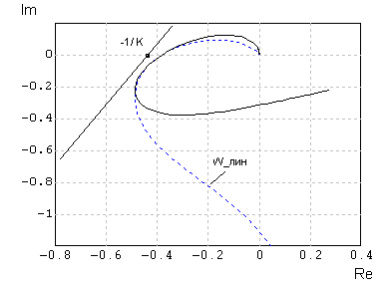


Рисунок 2.2 – Годографы Найквиста и Попова

На этом завершим краткое изложение основных положений критерия В.М. Попова и перейдем непосредственно к выполнению лабораторной работы.

## 2.2 Преобразование линейной САР в нелинейную

Нелинейную САР, анализ которой будет выполнен с использованием критерия абсолютной устойчивости В.М. Попова, получим редактированием структурной схемы, созданной Вами при выполнении анализа устойчивости САР с запаздыванием в начале предыдущей лабораторной работы (см. рис. 2.3)

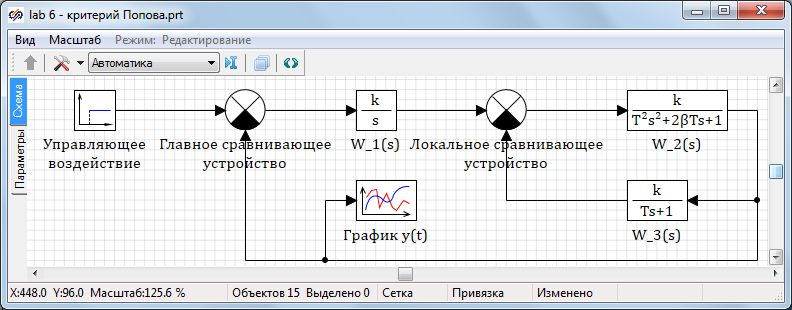


Рисунок 2.3 – Структурная схема САР

Объект управления с передаточной функцией W\_2 (s), соответствует типовому звену (колебательному) с параметрами:

k2 = 1.0; T2 = 1 c; параметр демпфирования b = 0.5; начальные условия - нулевые.

Местная обратная связь с передаточной функцией W\_3 (s), соответствует типовому звену - апериодическому 1-го порядка с параметрами: k3 = 0.6; T3 = 5 c.

Локальное сравнивающее устройство обеспечивает отрицательную обратную связь, т.е. “работает” в режиме обычного вычитания.

Удалите линию связи между ***Главным сравнивающим устройством*** и блоком с подписью W\_1(s), а также подписи под обоими Сравнивающими устройствами (удаление подписи – процедура, обратная вводу подписи).

Используя процедуры “перетаскивания” блоков, освободите место для вставки в структурную схему САР *нового нелинейного* блока (см. рис. 2.4 ниже по тексту).

Инициализируйте библиотеку ***Нелинейные*** *звенья* и перенесите в Схемное окно типовой блок ***Релейное с зоной нечуствительности*.** Сделайте под этим блоком поясняющую подпись (*Управляющее реле*), соедините его линиями связи с соседними блоками.

Откройте диалоговое окно блока *Управляющее реле* и введите в 1-ой диалоговой строке следующие *шесть* параметров (через пробел): **-0.02 -0.02 0.02 0.02 -1 1.** Фактически нелинейный блок, добавленный в структурную, реализует *однозначную* нелинейность типа ***Релейная с зоной нечувствительности***. Закройте диалоговое окно щелчком по кнопке **Да**.

Откройте диалоговое окно блока ***Интегратор*** (блок с подписью *W\_1(s)*) и установите “оптимальное” значение коэффициента *k1* = **0.35**.

Переместите курсор на закладку ***Исследования*** и *однократным* щелчком *левой* клавиши "мыши" инициализируйте одноименный каталог в Общетехнической библиотеке типовых блоков. Перенесите в Схемное Окно блок ***Построение частотных характеристик*** и проведите к ним линии связи, как это показано на рис. 2.4.

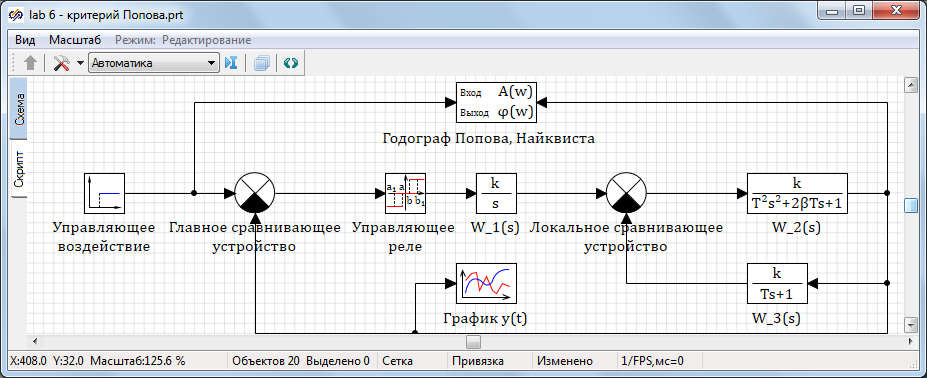


Рисунок 2.4 – Структурная схема САР c блоком для построения годографов Попова и Найквиста

## 2.3 Формулировка заданий к анализу устойчивости нелинейной САР

1. Используя критерий абсолютной устойчивости В.М. Попова, определить *скоростную эффективность* интегрирующего регулятора (блок с подписью W\_1(s)), при которой созданная нелинейная САР (см. рис. 2.4) будет абсолютно устойчивой.
2. Определить тип устойчивости нелинейной САР, используя прямое моделирование переходного процесса в автономной системе при ненулевых начальных условиях.
3. Выполнить расчет переходного процесса в САР (нулевые начальные условия) при подаче управляющего воздействия, равного **0.8\*1(t)**.

## 2.4 А можно ли использовать критерий В.М. Попова?

Проверим, удовлетворяет ли *нелинейная* часть нелинейной САР (созданной Вами) приведенным выше допущениям (см. пункты 1…4 в подразделе 2.1).

Для *нелинейной* части системы:

Типовое нелинейное звено, внесенное Вами в структурную схему “исполняет роль” нелинейной части САР и, несомненно, является *безинерционным* (см. справку по данному блоку)*.*

Статическая характеристика нелинейной части (нелинейного звена с введенными Вами его параметрами) не имеет гистерезиса, т.е. является *однозначной* и ее статическая характеристика *вписывается в Гурвицев угол* [**0; 50**] (т.к. 1/ 0.02 = 50 = **К**).

Для линейной части системы:

Линейная часть САР, расположенная между точками подключения переменных **Вход\_2** и **Выход**, соответствует варианту *особого случая*, так как она имеет *один нулевой* полюс (за счет блока ***Интегратор***) при всех остальных полюсах, расположенных в левой полуплоскости (информация из лабораторной работы № 2 в прошлом семестре).

Для линейной части с введенным Вами значением *скоростной эффективности* привода (*k1*= **0.35**) *существует предельная устойчивость*, т.е. при замыкании линейной части *отрицательной* жесткой обратной связью с *бесконечно малым* коэффициентом усиления САР *несомненно будет устойчивой.*

Последнее уверенное резюме основано на результатах лабораторной работы № 2 из прошлого семестра, в которой Вы показали, что при замыкании *скорректированной* линейной части *даже единичной обратной связью* САР является устойчивой. Поэтому при *меньшем* коэффициенте усиления в цепи ***Главной обратной связи*** скорректированная линейная САР в замкнутом состоянии тем более будет устойчивой.

## 2.5 Анализ устойчивости с использованием критерия В.М. Попова

Приведите созданную Вами нелинейную САР к *автономной.* Для этого установите **нулевую** высоту “ступеньки” в диалоговом окне блока *Управляющее воздействие*.

Разомкните цепь *Главной обратной связи*, установив в диалоговом окне *Главного сравнивающего устройства* **нулевое** значение 2-го весового коэффициента.

Выполните щелчок “мышью” по кнопке **Старт** (структурная схема *разомкнутой* нелинейной САР инициализировалась) и затем по кнопке **Стоп** (расчет прерван).

Выделите блок Годограф Попова, Найквиста мышкой и сделайте щелчок левой кнопкой мыши. Из выпавшей вкладки выберите пункт ***Свойства объекта****,* рис. 2.5*.*

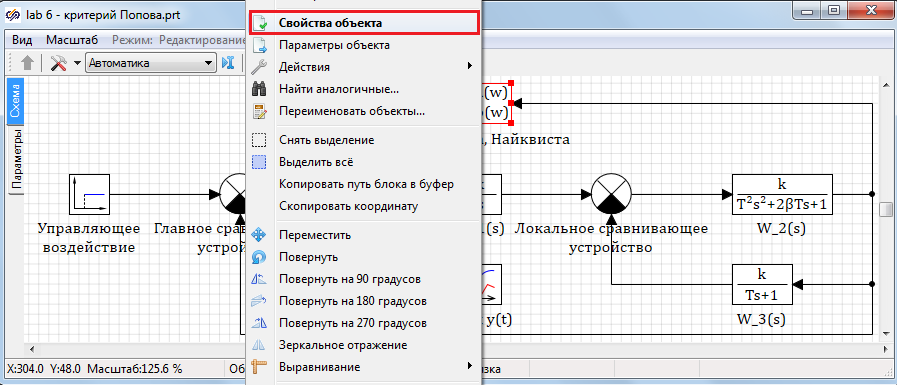


Рисунок 2.5 — Свойства объекта блока ***Построение частотных характеристик***

В открывшемся меню выберите опцию — ***Свойства объекта***, щелкнув по ней *левой* клавишей "мыши". Откроется диалоговое окно ***Свойства***блока ***Построение частотных характеристик***. Введите параметры такие же, как на рис. 2.6.

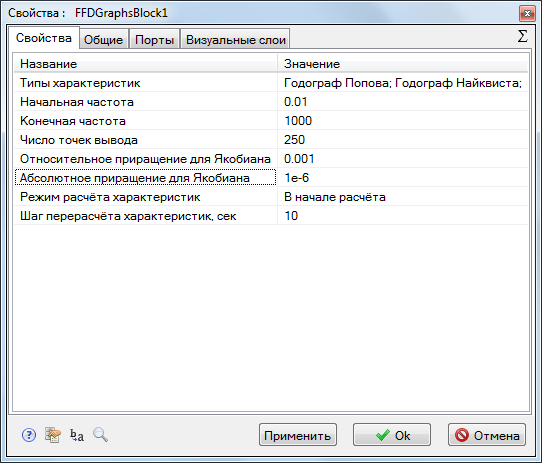


Рисунок 2.6 — Параметры блока ***Построение частотных характеристик***

Переместите курсор на кнопку Расчет и выполните щелчок левой клавишей “мыши”: в поле Графического окна начнется отображение результатов расчета и заголовок окна изменится на новый – Годограф Попова, Годограф Найквиста. Вид линий годографов в поле Графического окна будет подобным графикам на рис. 2.7 ниже по тексту.

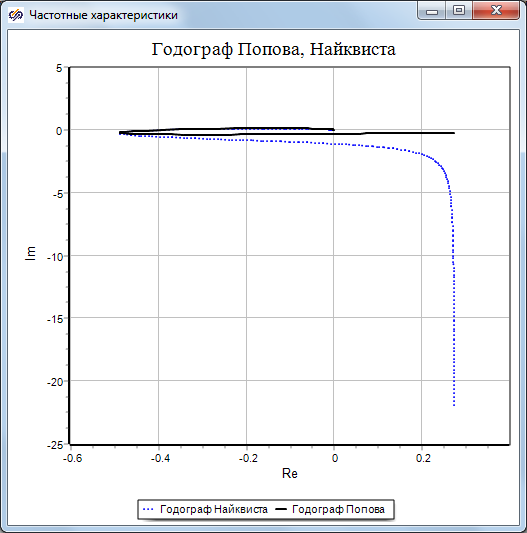


Рисунок 2.7 — Годографы Попова и Михайлова

Используя опцию *Свойства* меню *Графического окна* измените в диалоговом окне ***Свойства*** параметры осей координат и тип линии годографа Найквиста (синяя сплошная на рис. 2.6) на *пунктирный.*

Для изменения типа линии годографа Найквиста переместите курсор на список ***Стиль линии***, расположенный чуть ниже, выполните щелчок “мышью” и далее выберите новый тип линии – *пунктирный.*

Измените параметры осей координат, как это выполнено в диалоговом окне ***Свойства*** ниже по тексту на рис. 2.8.

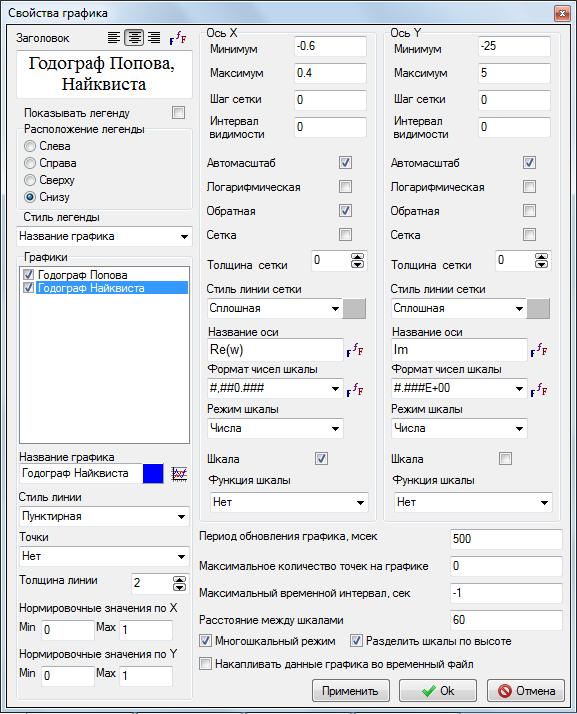


Рисунок 2.8 — Настройка Графического окна

Переместите в диалоговом окне ***Свойства*** курсор на кнопку **Да** и выполните щелчок *левой* клавишей “мыши”: преобразованное графическое окно с линиями годографа Попова (черная сплошная) и годографа Найквиста (синяя пунктирная) будут иметь вид, аналогичный рис. 2.9.

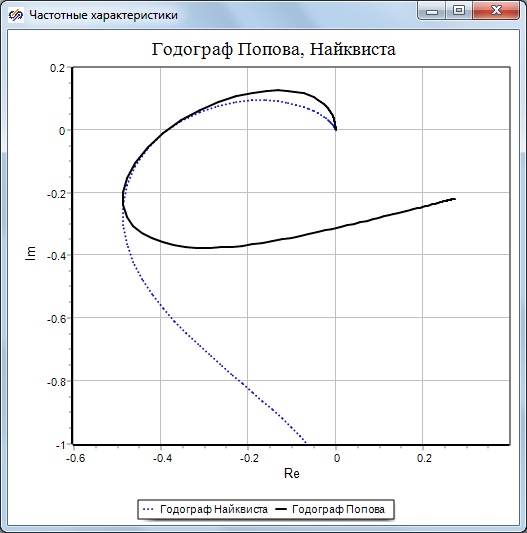


Рисунок 2.9 — Годографы Попова и Михайлова

Одновременное отображение графиков годографа Найквиста и видоизмененного годографа Попова (см. рис. 2.7 и рис. 2.9) показывает, что при одном и том же значении частоты *вещественные части* у обоих годографов *одинаковые.* Поэтому *точки пересечения* линий этих годографов с осью абсцисс *совпадают.* Это позволяет во многих случаях использовать для анализа устойчивости нелинейных САР *не видоизмененный* годограф, а *годограф Найквиста.*

При частоте стремящейся к нулю годограф Попова стремится в точку с координатами(b1 ,– а1  b0 , - b0), где коэффициенты a1 ,b0 и b1 - коэффициенты передаточной функции линейной части САР, определяемой выражением

Выясним, можно ли провести через точку с координатами (-1/K, 0), где К = 50 – верхняя граница Гурвицева угла, прямую так, чтобы годограф Попова лежал строго справа от этой прямой.

Из рис. 2.9 видно, что точка с абсциссой **–0.02** лежит *внутри* годографа Попова и любая прямая, проведенная через эту точку, ***пересечет*** линию годографа Попова.

Этот результат свидетельствует о том, что рассматриваемая замкнутая автономная нелинейная САР (структурная схема которой получена вставкой дополнительного нелинейного звена в структурную схему устойчивой линейной САР) **не будет абсолютно устойчивой**.

Проверим это утверждение прямым моделированием.

Закройте блок ***Построение частотных характеристик***. Замкните *Главную обратную связь* и измените начальные условия в блоке с подписью *W\_2(s)* на новые: **0.1** **0** (через пробел).

Выполните щелчок по командной кнопке **Ok:** в поле *Графического окна* (блок с подписью *График y(t)*) будут отображены результаты расчета. Внешний вид переходного процесса будет подобным кривой на рис. 2.10.

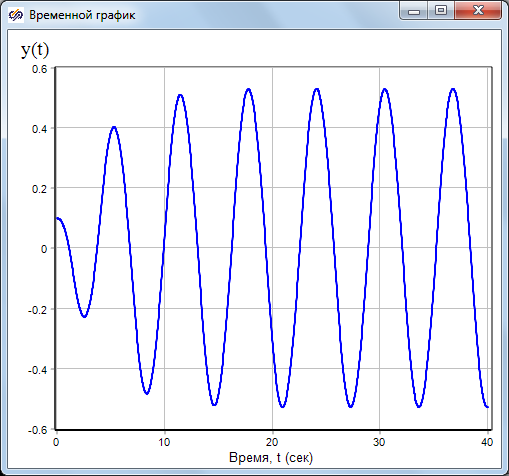


Рисунок 2.10 — Переходной процесс

Вид переходного процесса показывает, что в автономной замкнутой нелинейной САР при *ненулевых* начальных условиях устанавливается режим приблизительно гармонических автоколебаний, амплитуда которых примерно в 25 раз превышает зону нечувствительности в блоке ***Управляющее реле*** ( **0.02**).

**Резюме:** в данной нелинейной САР устанавливается *режим относительно больших автоколебаний*, поэтому САР не выполняет своих “обязанностей” (не удерживает стационарное состояние с погрешностью плюс/минус 2 %) и, следовательно такая система должна считаться *практически неустойчивой*. ==> Необходима новая коррекция САР.

## 2.6 Новая коррекция САР и определение типа устойчивости

Выполним новую коррекцию параметров рассматриваемой нелинейной САР.

Из графика годографа Попова следует (см. рис. 2.9 в подразделе 2.5): чтобы замкнутая нелинейная САР стала устойчивой, необходимо либо уменьшить приблизительно в 20 раз коэффициент скоростной эффективности (*k1*) в *интегрирующем* регуляторе, либо в такое же количество раз уменьшить высоту “ступеньки” в ***Управляющем реле***.

Реализуем первый вариант.

Откройте диалоговое окно блока *Интегратор* и введите в 1-ой диалоговой строке **0.35/20** (0.35 делить на 20).

Такой тип ввода параметра звена основан на том, что диалоговые строки *всех* типовых блоков “распознают” около 30 простейших математических операций (и операцию *Деление* в том числе).

Закройте диалоговое окно и щелкните “мышью” по кнопке **Ok**.

По завершении расчета 2-х кратным щелчком *левой* клавиши “мыши” в поле графика выполните автомасштабирование: вид графика (см. рис. 2.11 ниже по тексту) показывает, что с новым значением *k1*автономная нелинейная САР **асимптотически устойчива**.

Начальное отклонение (**0.1**) относительно быстро устраняется и САР *асимптотически* возвращается в свое равновесное состояние (*y\_стационарное* = 0).

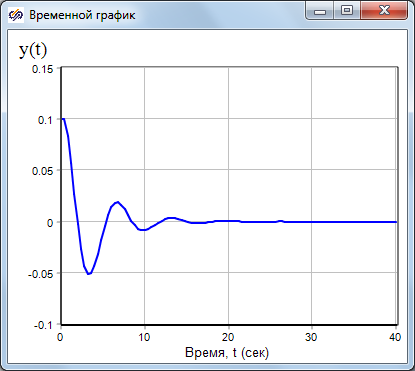


Рисунок 2.11 — Переходной процесс

**Резюме**: *скорректированная* автономная нелинейная САР **асимптотически устойчива**.

## 2.7 Анализ устойчивости скорректированной нелинейной САР

Проверим вышеприведенный вывод об *асимптотической* устойчивости нелинейной САР, полученный на основании прямого моделирования переходного процесса в автономной системе при ненулевых начальных условиях.

Возвратите *нулевые* начальные условия в блоке *W\_2*(*s*). Разомкните ***Главную обратную связь***.

Выполните щелчок “мышью” по кнопке **Пуск** произойдет расчет годографов при скорректированном значении *k1 =* 0.35/20.

Откройте блок ***Годограф Попова, Найквиста*** (щелчок *правой* клавишей “мыши”), измените параметры осей координат так, как это выполнено на рис. 2.12.

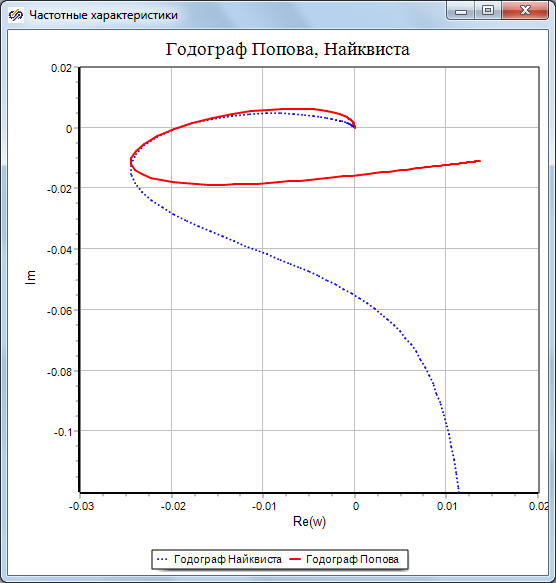


Рисунок 2.12 — Годограф Попова, Найквиста

*Точка пересечения* годографа Попова с осью абсцисс расположена *правее* точки с абсциссой **-1/К**= **- 0.02** (см. рис. 2.11).

Уточним, на сколько *правее* расположена точка пересечения годографа Попова с осью абсцисс.

Выполните щелчок *правой* клавишей “мыши” по графику и откройте опцию **Таблица**.

Используя вертикальную “прокрутку”, найдите строку, наиболее близко соответствующую координатам пересечения годографа Попова с осью абсцисс, т.е. необходимо найти в таблице место, где мнимая часть (***График 1***) меняет знак с *минуса* на *плюс*. После выполнения Вами поиска окно с таблицей будет иметь вид, подобный рис. 2.13 ниже по тексту.

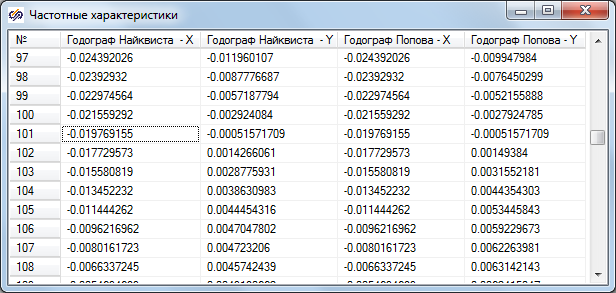


Рисунок 2.13 — Таблица с расчетами Годографов Попова, Найквиста

Из таблицы следует, что при смене знака мнимой части вещественная часть (*Re*) равна приблизительно **- 0.0198**, т.е. больше, чем **– 0.02**.

Поэтому через точку пересечения несомненно *можно провести прямую, относительно которой годограф Попова будет расположен строго справа.*

**Резюме**: скорректированная нелинейная замкнутая САР **абсолютно устойчива.**

Переместите курсор в поле таблицы, выполните щелчок *правой* клавишей “мыши”, в появившемся меню выберите команду ***Список***: таблица сменится на график годографов.

Закройте ***Таблицу,*** щелкнув левой кнопкой мыши по команде ***График,*** на экране монитора снова Схемное окно.

## 2.8 Расчет переходных процессов при подаче управляющего воздействия

Выполним завершающий этап заданий, а именно: расчет переходных процессов в скорректированной нелинейной САР при подаче управляющего воздействия *u(t)* = **0.8\*1(t).**

Замкните *Главную обратную связь* (в диалоговом окне *Главного сравнивающего устройства* 2-ой весовой коэффициент должен быть равен **-1**).

Измените конечное время расчета на **200** **с** (щелчок “мышью” по командной кнопке **Параметры расчета**).

Выполните расчет переходного процесса (щелчок “мышью” по командной кнопке **Пуск**).

График переходного процесса (см. рис. 2.14 ниже по тексту) свидетельствует, что скорректированная нелинейная САР *отработала* управляющее воздействие, однако *время переходного процесса* значительно больше (около 80 с), чем в лабораторной работе № 4 в прошлом семестре при *k1*= 0.35 (там было менее 20 с).

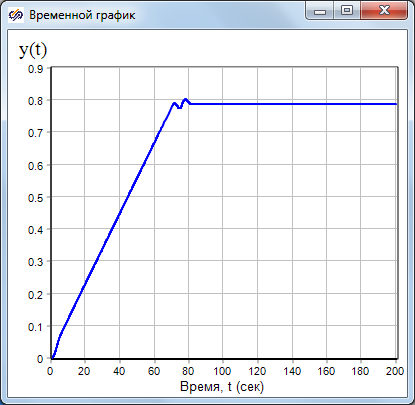


Рисунок 2.14 — График переходного процесса

Выполните увеличение коэффициента скоростной эффективности регулятора *k1*в **2** раза (в 1-ой диалоговой строке блока *Интегратор* введите **0.35/10**).

Выполните щелчок “мышью” по командной кнопке **Ok**.

График переходного процесса в этом случае (см. рис. 2.15) свидетельствует, что в нелинейной САР установились ***высокочастотные*** (приблизительно гармонические) автоколебания с амплитудой примерно 0.05, что в **2.5** раза *превышает* ширину зону нечувствительности в *Управляющем реле*.

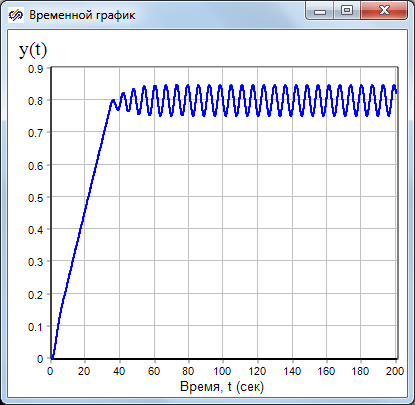


Рисунок 2.15 — График переходного процесса

**Резюме**: нелинейная САР “плохо” отработала управляющее воздействие потому, что при таком значении k1 (0.35/10) не выполняются условия критерия абсолютной устойчивости В.М. Попова (точка –1/K расположена внутри годографа Попова).

Сохраните данную задачу (нелинейную САР) под новым оригинальным именем, например, Нел\_САР.mrj (посредством опции Сохранить как… из меню Файл).

На этом знакомство с критерием абсолютной устойчивости В.М. Попова и его программной реализацией в среде SimInTech применительно к анализу устойчивости нелинейных САР, завершено.