## Постановка задачи

Моделирование процессов в непрерывных динамических системах сводится к численному решению задачи Коши

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.1) |

где **x** ­– *n*-мерный вектор переменных состояния, **f** – *n*-мерная вектор-функция правых частей, *t* – независимая переменная, *T* – величина интервала интегрирования. Численное решение задачи (1.1) получаем в виде последовательности векторов , аппроксимирующих истинное решение на сетке , где – величина *i*-го шага интегрирования.

Эффективность численного решения задачи Коши в значительной степени определяется спектром матрицы Якоби системы ОДУ. Сложность задачи можно оценить величиной ρ*T*, где ρ – спектральный радиус матрицы Якоби. При умеренных значениях ρ*T* (нежесткие задачи) интегрирование обычно выполняется традиционными явными методами [1, 2] и требует небольшого объема вычислений. Трудности возникают при больших значениях ρ*T*, когда для получения качественно правильного решения при использовании традиционных методов необходимо выбирать очень малый шаг интегрирования. В зависимости от расположения больших по модулю собственных значений такие задачи подразделяются на жесткие (большие собственные значения находятся в левой полуплоскости), осциллирующие (вблизи мнимой оси) и локально-неустойчивые (в правой полуплоскости).

Практика показала, что системы ОДУ, описывающие реальные процессы, скорее всего оказываются жесткими. Достаточно часто в технических приложениях встречаются быстро осциллирующие системы, описывающие высокочастотные колебания, а также локально-неустойчивые системы, в решении которых кратковременные участки с расходящимся процессом чередуются с более продолжительными стабильными участками. Перечисленные типы задач предъявляют совершенно разные требования к методам интегрирования. При интегрировании жестких систем необходимо обеспечить быстрое затухание жестких составляющих, для этого используют неявные A- или L-устойчивые методы [1, 2, 3]. Такие методы подавляют все составляющие решения, соответствующие большим по модулю собственным значениям (если только шаг не выбран очень малым), вследствие чего они плохо приспособлены для решения осциллирующих и локально-неустойчивых систем. При интегрировании осциллирующих систем следует применять специальные методы, обеспечивающие правильный характер огибающей колебательного решения. Специальные методы следует использовать также и для решения жестких локально-неустойчивых систем.

Еще один тип задач, трудных для решения – задачи с разрывами правой части. Для правильного решения таких задач необходимо уменьшать шаг интегрирования в окрестности точки разрыва, что предъявляет повышенные требования к процедуре управления величиной шага.

Таким образом, для эффективного и качественно правильного решения задачи Коши необходимо выявить характер задачи и выбрать наиболее подходящий метод. Современные моделирующие программы, как правило, содержат наборы методов, позволяющих решать задачи разных типов. Однако характер задачи может изменяться в процессе решения или при переходе от одной компоненты вектора переменных к другой. Для решения таких задач могут быть эффективными адаптивные методы [4, 5], расчетные формулы которых настраиваются на решаемую задачу, используя для этого оценки некоторых параметров (например, собственных значений якобиана) системы ОДУ. Особенно перспективны явные адаптивные методы, не требующие при своей реализации вычисления матрицы Якоби и решения алгебраических уравнений. Такие методы есть среди решателей ОДУ SimInTech.