### Адаптивный 4

Многошаговый адаптивный метод переменного порядка (от 1-го до 5-го для жестких задач и от 2-го до 6-го для нежестких задач),основанный на использовании разделенных разностей, определяемых рекуррентно согласно формулам

(аналогично определяются ).Введем также коэффициенты , зависящие от размеров текущего и предыдущих шагов и задаваемые формулами

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.9) |

В этом случае *k*-шаговые формулы прогноза и коррекции при интегрировании с переменным шагом запишутся в виде

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.10a) |
|  | (2.10б) |

где – разделенная разность с использованием вместо . Формула прогноза имеет порядок *k*, а порядок формулы коррекции на 1 больше.

На основе формул вида (2.10) обычно строят многошаговые методы переменного порядка и шага, при этом принимается , а оценка ошибки получается как разность между прогнозом и скорректированным решением. Для адаптивного метода эти формулы являются предварительными, на их основе можно получить вектор оценок наибольшего собственного значения:

Чтобы предотвратить деление на ноль, вместо **z** вычисляем вектор

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.11) |

причем только для жестких и неустойчивых компонент, удовлетворяющих условию , где *μ* – константа, определяемая областью устойчивости и зависящая от *k*. Формула интегрирования для таких компонент имеет вид

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.12) |

где векторные коэффициенты вычисляются по формулам

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.13) |

(**e** – *n*-мерный вектор с единичными компонентами).

Формула (2.12) построена таким образом, что она имеет порядок *k* и обеспечивает затухание за один шаг при решении уравнения

Формулы (2.9)–(2.13) задают многошаговый адаптивный метод с переменным шагом, при этом для нежестких компонент ограничиваемся формулами (2.10), и дальнейшие вычисления не производим. Оценку ошибки получаем как приращение в формуле коррекции (2.10б) для нежестких компонент или последний член в формуле (2.12) для жестких компонент. Приведенные формулы позволяют также легко изменять порядок метода, который определяется значением *k*, т.е. числом членов в формулах (2.10), (2.12). Если на предыдущем шаге было , то на очередном шаге значение *k* может быть от 1 до . Новое значение *k* определяется на этапе прогноза исходя из условия, чтобы прогноз был наиболее точным. Формулу прогноза (2.10а) можно записать в виде

Новое значение *k* определяется как максимальное число, для которого выполняется условие

где норма ошибки вычисляется в соответствии с (1.2).