## Диагонально неявные методы Рунге-Кутты

В общем случае метод Рунге-Кутты задается формулами

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.2) |

и может быть представлен в виде таблицы Бутчера

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | **c** | **A** | = |  |  | |  |  |  |  | | (3.3) |

Часто приводят также формулу

которая используется для получения оценки погрешности численного решения . В этом случае в таблицу (3.3) добавляется строка коэффициентов .

В явном методе при *j ≥ i*, тогда формулы (3.2) задают расчетный алгоритм, который может быть непосредственно реализован. В противном случае метод является неявным и требует при своей реализации решения системы алгебраических уравнений. Среди неявных методов Рунге‑Кутты наиболее просто реализуются диагонально неявные (DIRK – Diagonally Implicit Runge‑Kutta), у которых матрица **A** имеет нижнюю треугольную форму.

В **SimInTech** реализованы три метода DIRK, имеющие таблицу Бутчера вида

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | | (3.4) |

Эти методы имеют явную первую стадию и *r* = *s* – 1 неявных стадий с одинаковыми диагональными элементами матрицы **A**, поэтому их обычно называют ESDIRK (Explicit first stage Singly DIRK). Явная стадия не требует вычислений, поскольку результат ее выполнения совпадает с последней стадией предыдущего шага. Такие методы называют иногда также FSAL-DIRK (First Same As Last). Преимущество методов вида (3.4) по сравнению с другими методами DIRK состоит в том, что они являются жестко точными и могут иметь второй стадийный порядок [7, 8].