**Результаты тестирования решателей ОДУ ПК «МВТУ» и системы MATLAB**

Для тестирования реализованных в ПК «МВТУ» методов интегрирования систем ОДУ и ДАУ использовались задачи разных типов (нежесткие, жесткие, локально-неустойчивые, негладкие, дифференциально-алгебраические). Нежесткие задачи взяты из [П1], а жесткие из [П2]. Задачи были решены средствами ПК «МВТУ» и системы MATLAB. Математические описания этих задач даны с использованием формы записи уравнений, принятой в блоках «Новый» и «Язык программирования». Для всех задач приводятся следующие параметры интегрирования:

*T* – интервал интегрирования;

*h0* – начальный шаг интегрирования;

*Rtol* – задаваемая относительная ошибка (точность);

*Atol* – задаваемая абсолютная ошибка.

Минимальный и максимальный шаги интегрирования задаются *hmin*=1e-100; *hmax*=h0^2*/hmin*, что обеспечивает требуемый начальный шаг, вычисляемый программой по формуле *h*0=sqrt(*hmin*\**hmax*). Каждая задача решалась при пяти значениях задаваемой относительной точности *Rtol*=*Tol* (1e‑2, 1e‑3, 1e‑4, 1e‑5, 1e‑6). В качестве меры вычислительной работы использовалось число вычислений функции *Nf*. При этом для неявных методов учитывались также вычисления функции, выполняемые при расчете матрицы Якоби путем численного дифференцирования. Фактическая точность оценивалась по формуле

*scd* = ‑log10(*err*),

где *err* – для всех задач, за исключением OSCIL, максимальная (среди всех компонент решения) относительная ошибка в конце интервала интегрирования. Для задачи OSCIL *err* – максимальная абсолютная ошибка на всем интервале интегрирования. Таким образом, *scd* – минимальное число правильных значащих цифр среди всех компонент численного решения. В качестве точного принималось решение, полученное при *Tol*=1e-12.

В таблицах П.1–П.15 приведены результаты решения тестовых задач. В число испытуемых включены реализованные в ПК «МВТУ» методы с переменным шагом. Для сравнения в нижней части таблиц приводятся результаты, полученные явными и неявными решателями системы MATLAB: ode45 - метод Дорманда-Принса, ode23 - метод Богацки-Шампайна, ode113 - метод Адамса переменного порядка, ode15s - многошаговый метод переменного порядка (от 1 до 5), основанный на формулах численного дифференцирования, ode23s - метод Розенброка 2‑го порядка, ode23t - метод трапеций 2‑го порядка, ode23tb - диагонально неявный метод Рунге‑Кутты 2‑го порядка.

При решении задач ROBER, E5, PLATE, VDPM некоторые адаптивные и неявные методы не обеспечивали качественно правильного решения задачи либо требовали чрезмерно больших затрат машинного времени при любых значениях точности. Результаты таких решателей не приводятся. Также не приводятся результаты некоторых методов, неэффективных для данной задачи.

Нежесткие задачи

**BRUS** – задача о химической реакции с периодическим решением.

**init** y1 = 1, y2 = 4.2665;

y1' = 2 + y1^2\*y2 - 9.533\*y1;

y2' = 8.533\*y1 - y1^2\*y2;

Параметры интегрирования: T=20; h0=0.2; Atol=1e-2\*Tol.

**TWOB** – задача о движении двух тел.

**init** y1 = 0.5, y2=0, y3 = 0, y4 = 1.732050807568877;

y1' = y3;

y2' = y4;

y3' = -y1 /((y1^2 + y2^2)^(3/2));

y4' = -y2/((y1^2 + y2^2)^(3/2));

Параметры интегрирования: T=20; h0=0.2; Atol=1e-2\*Tol.

Таблица П.1. Результаты решения задачи BRUS

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2 | | *Tol*=1e-3 | | *Tol*=1e-4 | | *Tol*=1e-5 | | *Tol*=1e-6 | |
|  | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* |
| Мерсона  Адап1  Адап2  Адап3  Адап4  Адап5 | 0.99  0.05  0.05  0.22  0.41  0.51 | 802  597  1186  734  538  967 | 2.03  0.41  0.87  0.55  1.21  1.64 | 1256  1217  1926  1158  858  1794 | 3.18  1.17  1.68  1.50  2.38  2.86 | 2017  2685  2940  2019  1216  3493 | 4.29  1.87  2.43  2.79  3.15  3.91 | 3474  5972  4848  3652  1729  7749 | 5.02  2.55  3.19  3.93  4.53  4.95 | 6055  13070  8900  7690  2586  16691 |
| ode45  ode23  ode113 | 0.19  0.31  0.23 | 781  541  437 | 0.84  0.68  0.95 | 949  802  584 | 2.08  1.43  2.88 | 1345  1291  719 | 2.89  2.35  2.82 | 1897  2560  958 | 3.86  3.31  5.64 | 2629  5233  1075 |

Таблица П.2. Результаты решения задачи TWOB

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2 | | *Tol*=1e-3 | | *Tol*=1e-4 | | *Tol*=1e-5 | | *Tol*=1e-6 | |
|  | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* |
| Мерсона  Адап1  Адап2  Адап3  Адап4  Адап5 | -0.47  -0.84  -0.86  -1.38  -0.72  -0.85 | 329  521  709  295  479  659 | 0.56  -0.18  -0.27  0.09  0.40  0.42 | 538  1092  1521  667  665  1358 | 2.18  0.39  1.40  2.21  1.66  1.52 | 1008  2475  3220  1429  902  3082 | 3.75  1.05  1.46  1.69  2.79  2.53 | 1858  5472  4522  3164  1278  6816 | 6.25  1.71  2.09  2.68  4.06  3.54 | 3383  11971  6937  7039  1799  14846 |
| ode45  ode23  ode113 | -0.99  -0.01  -0.66 | 217  220  221 | -0.38  0.51  -0.38 | 277  526  323 | 0.15  1.48  1.22 | 397  1039  385 | 1.65  2.56  1.85 | 589  2227  496 | 3.49  3.58  2.93 | 925  4669  616 |

**Жесткие задачи**

**VDPOL** – жесткий осциллятор Ван-дер-Поля.

**init** y1=2, y2=0;

y1' = y2;

y2' = 1e6\*((1 - y1^2)\*y2 - y1);

*T* = 3.

Параметры интегрирования: T=3; h0=1e-6; Atol=Tol.

**ROBER** – реакция Робертсона.

**init** y1=1, y2=0, y3=0;

y1' = -0.04\*y1 + 1e4\*y2\*y3;

y2' = 0.04\*y1 - 1e4\*y2\*y3 - 3e7\*y2^2;

y3' = 3e7\*y2^2;

Параметры интегрирования: T=1e11; h0=1e-6; Atol=1e-12\*Tol.

**OREGO** – орегонатор, модель с периодическим решением, описывающая реакцию Белоусова-Жаботинского.

**init** y1=1, y2=2, y3=3;

y1' = 77.27\*( y2 + y1\*(1 - 8.375e-6\*y1 - y2) );

y2' = (y3 - (1+y1)\*y2) / 77.27;

y3' = 0.161\*(y1-y3);

Параметры интегрирования: T=360; h0=1e-6; Atol=1e-6\*Tol.

**HIRES** – модель химической реакции с участием восьми реагентов.

**init** y1=1, y2=0, y3=0, y4=0, y5=0, y6=0, y7=0, y8=0.0057;

y1' = -1.71\*y1 + 0.43\*y2 + 8.32\*y3 + 0.0007;

y2' = 1.71\*y1 - 8.75\*y2;

y3' = -10.03\*y3 + 0.43\*y4 + 0.035\*y5;

y4' = 8.32\*y2 + 1.71\*y3 - 1.12\*y4;

y5' = -1.745\*y5 + 0.43\*y6 + 0.43\*y7;

y6' = -280\*y6\*y8 + 0.69\*y4 + 1.71\*y5 - 0.43\*y6 + 0.69\*y7;

y7' = 280\*y6\*y8 - 1.81\*y7;

y8' = -280\*y6\*y8 + 1.81\*y7;

Параметры интегрирования: T=321.8122; h0=1e-6; Atol=1e-4\*Tol.

**E5** – задача о химической реакции в тестовом наборе STIFF DETEST.

**init** y1=1.76e-3, y2=0, y3=0, y4=0;

A=7.89e-10; B=1.1e7; C=1.13e3; M=1e6;

y1' =-A\*y1 - B\*y1\*y3;

y2' = A\*y1 - M\*C\*y2\*y3;

y3' = A\*y1 - B\*y1\*y3 - M\*C\*y2\*y3 + C\*y4;

y4' = B\*y1\*y3 - C\*y4;

Параметры интегрирования: T=1e7; h0=1e-6; Atol=1e-24\*Tol.

**PLATE** – движение прямоугольной пластины под тяжестью проезжающего через нее автомобиля.



Пластина дискретизируется на сетке из  внутренних точек, граничные и начальные условия – нулевые. В результате получается система, состоящая из 80 дифференциальных уравнений и имеющая отрицательные, а также комплексные собственные значения в диапазоне  с максимальным углом .

Параметры интегрирования: T=7; h0=1e-6; Atol=1e-3\*Tol.

Таблица П.3. Результаты решения задачи VDPOL

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2  *Scd Nf* | *Tol*=1e-3  *scd Nf* | *Tol*=1e-4  *scd Nf* | *Tol*=1e-5  *scd Nf* | *Tol*=1e-6  *scd Nf* |
| Адап1  Адап2  Адап3  Адап4  Адап5  АдапН  Гира  ДиагН  DIRK33  DIRK44 | 0.85 1178  0.74 2669  1.49 3531  2.38 1361  1.84 3241  1.95 2752  0.44 1232  1.39 1690  2.04 1749  2.05 2264 | 1.30 3543  1.03 4022  2.89 4522  3.05 1875  3.16 5476  2.86 4394  1.76 1654  1.98 3256  3.51 2260  2.41 3206 | 1.80 9614  1.52 8955  3.70 8104  3.65 2621  5.21 12053  4.23 7839  2.43 2335  2.69 6135  3.53 3512  3.44 4252 | 2.38 25429  2.08 21934  4.74 19120  4.87 4203  5.80 31262  5.26 15303  3.28 2988  3.50 13113  4.09 5741  5.66 7177 | 3.05 67552  2.78 55760  5.67 49864  5.89 6409  6.56 81290  6.74 34135  4.25 3892  4.20 28386  4.76 10231  6.19 11700 |
| ode15s  ode23s  ode23t  ode23tb | 0.37 1511  1.52 1646  -0.24 494  -0.30 1047 | 1.84 1914  2.17 3710  1.74 2092  1.75 2919 | 2.76 2566  2.82 9871  2.64 3778  2.28 5438 | 3.42 3343  3.48 25914  3.35 7833  2.95 10130 | 4.49 4725  4.14 67957  4.11 16530  3.66 20151 |

Таблица П.4. - Результаты решения задачи ROBER

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2  *scd Nf* | *Tol*=1e-3  *scd Nf* | *Tol*=1e-4  *scd Nf* | *Tol*=1e-5  *scd Nf* | *Tol*=1e-6  *scd Nf* |
| Адап1  Адап2  Гира  ДиагН  DIRK33  DIRK44 | 1.34 1561  1.30 3507  1.35 605  1.89 847  2.56 519  2.97 614 | 1.82 4817  1.73 6370  2.23 767  2.48 1683  3.26 796  3.82 868 | 2.31 14618  2.21 14795  3.06 983  3.13 3539  3.95 1332  5.08 1333 | 2.76 44804  2.64 41182  3.80 1370  3.78 7565  4.67 2231  5.58 2149 | 3.20 137561 3.04 128502  5.26 1705  4.44 16180  5.43 3860  6.46 3838 |
| ode15s  ode23s  ode23tb | 2.16 500  1.97 807  1.79 620 | 2.86 739  2.85 1723  2.43 1195 | 3.62 1018  3.28 4155  3.15 2354 | 4.83 1358  4.12 13207  3.80 4982 | 5.93 1806  4.97 81650  4.43 10722 |

Таблица П.5. Результаты решения задачи OREGO

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2  *scd Nf* | *Tol*=1e-3  *scd Nf* | *Tol*=1e-4  *scd Nf* | *Tol*=1e-5  *scd Nf* | *Tol*=1e-6  *scd Nf* |
| Адап1  Адап2  Адап3  Адап4  Адап5  Гира  ДиагН  DIRK33  DIRK44 | 0.19 2055  0.12 3080  2.18 5448  2.50 1776  1.08 3947  1.15 1258  0.46 1876  0.91 1708  1.47 1963 | 0.60 5061  0.51 6040  2.15 6446  2.74 2367  1.51 6549  1.57 1678  1.12 3216  1.89 2220  2.50 2779 | 1.12 12548  1.05 13762  2.32 9433  3.46 3196  2.12 13235  2.61 2309  1.83 6333  2.41 3201  3.76 4111 | 1.78 28884  1.74 30636  2.66 18782  4.66 4486  2.82 30807  2.95 2931  2.49 12648  3.26 5264  4.76 6711 | 2.57 65837  2.65 64497  3.75 43740  5.55 6186  3.60 75871  3.90 3716  3.19 26391  4.00 9164  5.85 12341 |
| Ode15s  Ode23s  Ode23t  Ode23tb | -0.38 704  0.52 1799  0.00 688  0.00 840 | 1.97 1792  1.29 4067  0.00 963  -2.15 2107 | 2.74 2390  2.10 10109  1.88 3247  1.86 4327 | 3.28 2957  2.91 24813  2.46 6119  2.57 8386 | 4.72 3914  3.74 60469  3.16 12028  3.27 17209 |

Таблица П.6. Результаты решения задачи HIRES

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2  *scd Nf* | *Tol*=1e-3  *scd Nf* | *Tol*=1e-4  *scd Nf* | *Tol*=1e-5  *scd Nf* | *Tol*=1e-6  *scd Nf* |
| Адап1  Адап2  Адап3  Адап4  Адап5  Гира  ДиагН  DIRK33  DIRK44 | 0.20 785  0.53 1286  0.87 1939  1.59 1060  0.95 942  0.95 477  1.83 602  2.31 413  1.73 427 | 1.00 1359  1.05 1635  1.27 2199  3.40 1244  1.47 1585  2.20 598  2.54 986  3.82 629  2.70 702 | 1.79 2876  2.18 2861  1.75 3070  4.27 1502  1.97 3698  3.27 756  3.22 2014  5.00 1113  4.25 1170 | 2.79 7186  2.73 5519  4.65 6501  4.94 2035  2.61 9191  3.95 1016  3.79 3959  5.64 1951  4.86 1896 | 4.12 17826  2.96 11684  4.28 14925  6.50 2283  3.33 22669  5.24 1178  4.30 7936  6.50 3166  5.68 3277 |
| ode15s  ode23s  ode23t  ode23tb | 1.39 347  2.33 992  1.39 337  1.54 393 | 2.29 423  3.26 2555  2.17 494  1.80 610 | 3.28 524  4.05 6563  2.94 831  2.39 1108 | 4.54 680  4.78 16619  3.78 1519  3.03 2024 | 5.77 848  5.47 41158  4.28 3060  3.72 4179 |

Таблица П.7. Результаты решения задачи E5

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2  *scd Nf* | *Tol*=1e-3  *scd Nf* | *Tol*=1e-4  *scd Nf* | *Tol*=1e-5  *scd Nf* | *Tol*=1e-6  *scd Nf* |
| Гира  ДиагН  DIRK33  DIRK44 | 0.27 470  1.65 629  2.37 499  0.62 447 | 2.56 605  2.31 1285  2.85 709  3.16 741 | 3.08 769  2.96 2721  3.78 1105  3.56 1169 | 5.69 1099  3.60 5738  4.76 1934  3.89 2063 | 5.22 1509  4.24 12245  5.20 3125  7.55 4252 |
| ode15s  ode23tb | -0.28 463  0.81 465 | 0.96 630  0.75 840 | 1.71 769  0.91 1861 | 2.93 986  1.88 3684 | 2.78 1386  4.41 7744 |

Таблица П.8. Результаты решения задачи PLATE

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2  *scd Nf* | *Tol*=1e-3  *scd Nf* | *Tol*=1e-4  *scd Nf* | *Tol*=1e-5  *scd Nf* | *Tol*=1e-6  *scd Nf* |
| Гира  ДиагН  DIRK33  DIRK44 | 2.58 317  2.25 442  3.10 572  3.80 521 | 3.38 438  3.07 1014  4.20 1255  4.69 1073 | 3.62 679  4.01 2417  5.15 2818  5.71 2189 | 4.72 1101  4.62 5453  5.85 4449  7.70 4649 | 5.44 1402  5.34 11487  7.02 6815  8.66 10015 |
| ode15s  ode23t  ode23tb | 2.92 296  2.31 215  2.58 327 | 3.11 418  2.78 352  3.45 625 | 4.17 589  3.36 538  3.97 1313 | 5.10 790  4.02 987  4.78 2776 | 5.99 887  4.55 1946  5.48 5794 |

Негладкие и локально-неустойчивые задачи

**VDPM** – жесткий осциллятор (локально-неустойчивая задача).

**init** y1 = 2, y2 = 0;

y1' = y2;

y2' = 1e6\*(1 - y1^2)\*(y2 + y1);

Параметры моделирования:T=3; h0=1e-6; ATol=Tol.

**VDP2** – нежесткий осциллятор с негладкой правой частью.

**init** y1 = 2.5, y2 = 0;

y1'=y2;

y2'=1\*(sign(1-abs(y1))\*y2-y1);

Параметры моделирования:T=20; h0=1e-2; ATol=Tol.

**VDP2s** – жесткий осциллятор с негладкой правой частью.

**init** y1 = 3, y2 = 0;

y1' = y2;

y2' = 1e6\*(sign(1 - abs(y1))\*y2 - y1);

Параметры моделирования: T=5; h0=1e-6; ATol=Tol.

Таблица П.9. Результаты решения задачи VDPM

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2 | | *Tol*=1e-3 | | *Tol*=1e-4 | | *Tol*=1e-5 | | *Tol*=1e-6 | |
|  | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* |
| Адап1  Адап2  Адап3  Адап4  Адап5  ДиагН  DIRK33 | 0.45  1.09  2.42  -0.24  1.84  0.03  -0.39 | 958  3426  3736  1519  2805  168  17889 | -0.27  1.39  2.83  -0.20  2.23  0.03  -0.05 | 2896  4508  4260  1505  4300  243  1119 | 1.87  1.85  5.01  0.84  2.72  0.15  0.03 | 5898  7893  5518  2911  7637  5606  290 | 2.42  2.40  4.48  5.78  3.30  1.98  -0.05 | 13564  14932  9774  4484  16099  14803  1980 | 3.05  3.19  4.49  6.73  4.06  4.06  5.17 | 32367  32640  18329  6863  33474  32505  11478 |
| ode15s  ode23s | 0.03  0.03 | 128  128 | 0.03  0.03 | 107  175 | 0.03  1.09 | 220  6823 | -0.07  3.70 | 841  14467 | 2.54  4.36 | 4862  31295 |

Таблица П.10. Результаты решения задачи VDP2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2 | | *Tol*=1e-3 | | *Tol*=1e-4 | | *Tol*=1e-5 | | *Tol*=1e-6 | |
|  | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* |
| Мерсона  Адап1  Адап2  Адап3  Адап4  Адап5 | 1.27  -0.37  0.48  1.17  0.90  0.03 | 995  467  707  502  604  456 | 2.41  1.19  2.08  1.32  2.50  0.04 | 1427  762  1678  1095  1008  788 | 3.33  2.38  2.09  2.57  3.43  0.87 | 1797  1417  2575  1667  1257  1297 | 5.51  3.60  0.96  4.60  3.77  0.60 | 2400  1921  3047  2184  1632  1853 | 5.76  4.15  1.36  5.46  4.98  1.04 | 2821  2775  4369  3112  2018  2912 |
| ode45  ode23  ode113 | -0.02  0.82  0.38 | 229  343  269 | 0.73  2.10  1.20 | 577  622  512 | 1.87  3.91  2.13 | 1033  991  879 | 2.34  3.99  4.00 | 1669  1576  1134 | 3.62  4.80  4.76 | 2455  2896  1435 |

Таблица П.11. Результаты решения задачи VDP2s

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2 | | *Tol*=1e-3 | | *Tol*=1e-4 | | *Tol*=1e-5 | | *Tol*=1e-6 | |
|  | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* |
| Адап1  Адап2  Адап3  Адап4  Гира  ДиагН  DIRK33  DIRK44 | 0.84  0.93  1.54  2.04  1.69  2.73  2.44  1.17 | 1061  2594  2067  1723  1247  1815  2009  2698 | 1.17  1.19  1.88  2.58  1.44  1.92  2.46  2.44 | 1642  4924  3075  2422  1702  3678  2933  3819 | 1.74  1.81  2.36  3.42  2.29  2.61  3.21  3.27 | 3091  8523  4873  3149  2300  6133  4052  5454 | 0.74  2.15  3.08  4.30  3.34  3.19  3.94  4.18 | 7395  17235  7922  4281  2943  10923  5837  8074 | 0.96  2.03  3.85  6.31  5.04  3.87  4.59  5.21 | 19891  41047  14096  5858  3695  21625  10008  13736 |
| ode15s  ode23s  ode23t  ode23tb | 1.61  1.56  1.35  2.21 | 1480  2168  1628  1642 | 2.16  1.97  2.11  2.20 | 1905  3892  2115  3150 | 2.93  2.59  2.91  2.70 | 2787  7475  3582  5131 | 3.88  3.25  3.73  3.49 | 4346  14514  7018  8847 | 4.81  3.95  5.05  4.12 | 7037  30233  13907  17737 |

Осциллирующая задача

**OSCIL** – задача с мнимыми собственными значениями якобиана.

**init** x = 0, y = 1;

x' = y;

y' = - x;

Точное решение: x(t)=cos(t), y(t)=sin(t).

Параметры моделирования:T=1000; h0=1e-2; Atol=Tol.

Таблица П.12. Результаты решения задачи OSCIL

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2 | | *Tol*=1e-3 | | *Tol*=1e-4 | | *Tol*=1e-5 | | *Tol*=1e-6 | |
|  | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* |
| Мерсона  Адап3  Адап4  Адап5 | -0.02  0.00  0.29  11.1 | 5540  3988  6827  8774 | 0.87  0.25  1.56  11.5 | 9180  13966  10471  15584 | 1.74  1.15  2.48  11.8 | 14935  21991  16349  27714 | 2.58  2.24  3.45  11.9 | 24055  37887  25510  49334 | 3.40  3.29  4.29  11.3 | 38515  63679  34910  87829 |
| ode45  ode23 | -0.33  -0.03 | 4561  2035 | 0.82  0.00 | 7063  7567 | 1.86  0.94 | 11167  21103 | 2.88  1.94 | 17677  46144 | 3.89  2.94 | 28003  99569 |

Дифференциально-алгебраические задачи

**PEND1** – уравнения движения маятника (ДАУ индекса 1). Последнее уравнение – алгебраическое.

**init** x = 1, y = 0 , u = 0, v = 1;

x' = u;

y' = v;

u' = -lambda\*x;

v' = -lambda\*y-1;

zero = u^2 + v^2 - lambda - y; {zero = 0, lambda(0)=1}

Параметры моделирования:T=10; h0=1e-2; Atol=Tol.

**PEND2** – уравнения движения маятника (ДАУ индекса 2). Последнее уравнение – алгебраическое.

**init** x = 1, y = 0 , u = 0, v = 1;

x' = u;

y' = v;

u' = -lambda\*x;

v' = -lambda\*y-1;

zero = x\*u + y\*v; {zero = 0, lambda(0)=1}

Параметры моделирования:T=10; h0=1e-2; Atol=Tol.

**PEND3** – уравнения движения маятника (ДАУ индекса 3). Последнее уравнение – алгебраическое.

**init** x = 1, y = 0 , u = 0, v = 1;

x' = u;

y' = v;

u' = -lambda\*x;

v' = -lambda\*y-1;

zero = x^2 + y^2 - 1; {zero = 0, lambda(0)=1}

Параметры моделирования:T=10; h0=1e-2; Atol=Tol.

Таблица П.13. Результаты решения задачи PEND1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2 | | *Tol*=1e-3 | | *Tol*=1e-4 | | *Tol*=1e-5 | | *Tol*=1e-6 | |
|  | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* |
| Мерсона  Адап4  Гир  ДиагН  DIRK33  DIRK44 | 0.51  0.55  -0.83  -0.87  -0.40  0.33 | 156  187  357  239  219  287 | 1.54  1.63  0.18  -0.33  0.35  1.09 | 251  267  556  483  384  435 | 2.65  3.12  1.09  0.39  1.02  1.89 | 436  399  792  1060  527  662 | 3.71  3.97  1.97  1.04  1.80  3.21 | 766  577  1034  2195  843  1055 | 4.73  4.49  3.06  1.70  2.59  3.78 | 1361  848  1343  4415  1489  1699 |

Таблица П.14. Результаты решения задачи PEND2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2 | | *Tol*=1e-3 | | *Tol*=1e-4 | | *Tol*=1e-5 | | *Tol*=1e-6 | |
|  | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* |
| ДиагН  DIRK33  DIRK44 | 0.40  -0.54  1.49 | 307  1322  537 | 1.26  1.19  2.08 | 594  1432  807 | 2.09  1.84  2.39 | 1149  1514  1371 | 2.51  2.40  3.33 | 2481  1667  3369 | 3.14  2.64  4.28 | 5332  2203  4932 |

Таблица П.15. Результаты решения задачи PEND3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Метод | *Tol*=1e-2 | | *Tol*=1e-3 | | *Tol*=1e-4 | | *Tol*=1e-5 | | *Tol*=1e-6 | |
|  | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* | *scd* | *Nf* |
| DIRK44 | 0.76 | 2234 | 1.50 | 6854 | 1.94 | 15787 | 2.34 | 36850 | 3.25 | 88488 |

Литература

П1. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990. 512 с.

П2. Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. М.: Мир, 1999. 685 с.