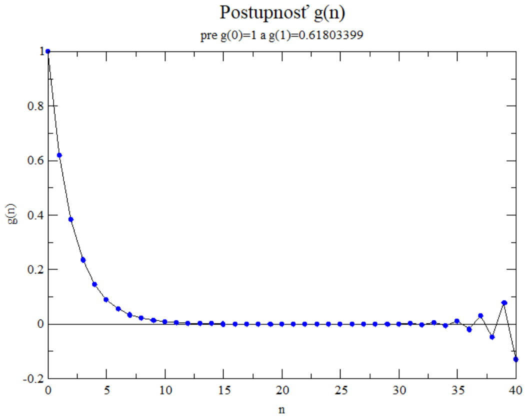
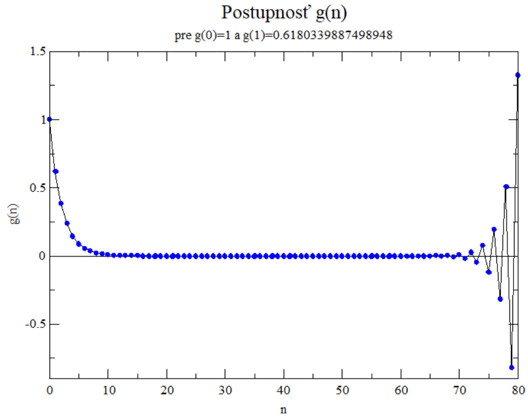
Daniela Bartková, 2OZE

Domáca úloha
Cvičenie č. 1 (iterácia, zlatý rez)

A) Iteračná schéma I

Úlohou bolo naprogramovať iteračnú schému $g_{n+1} = g_{n-1} - g_n$, ktorá počíta g_n pre $n \to \infty$, kedy $g_n \to 0$. Pri takomto počítaní však vznikajú numerické nestability a výpočet pre veľké n exponenciálne vzrastá, vznikajú oscilácie.

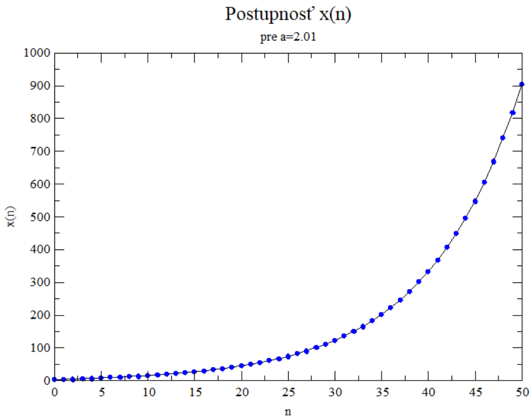


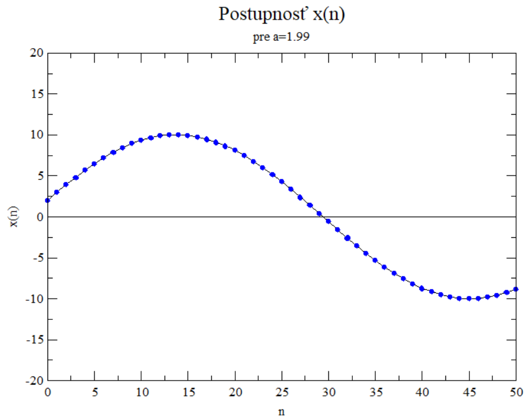


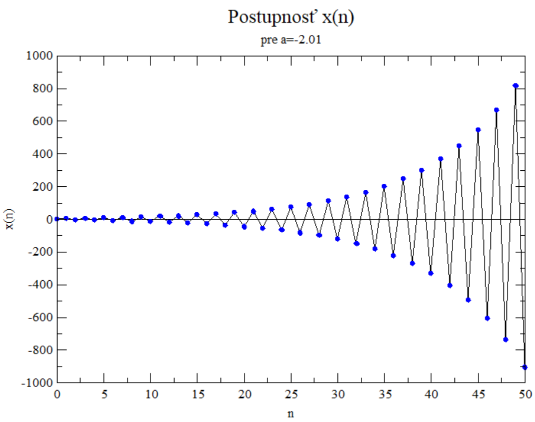
Na grafoch vidieť, kedy začnú tieto nestability vznikať, ak máme dané hodnoty g_0 a g_1. Pri presnosti g_1 na 8 desatinných miest schéma zlyháva skôr – pri $n \sim 30$. Pri väčšej presnosti (na 16 desatinných miest) začne zlyhávať neskôr – pri $n \sim 65$.

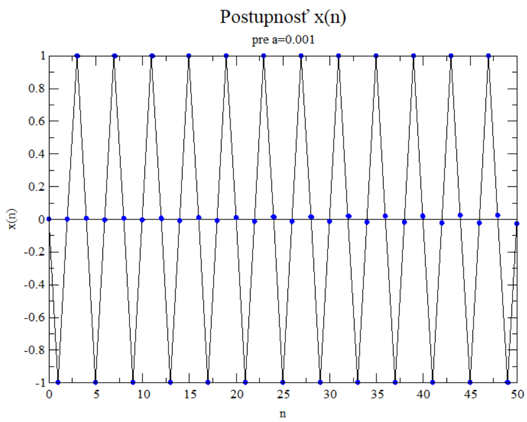
B) Iteračná schéma II

Ďalej sme podobným spôsobom pracovali so schémou $x_{n+1} = a.x_n - x_{n-1}$ a overovali výsledok pre rôzne hodnoty čísla a. Postupnosť x_n osciluje.









Pre hodnoty $|a| < 2$ by mala byť schéma stabilná. Pre a blízke 0 bude postupnosť nadobúdať približne hodnoty $\pm x_1$ a 0. Pre hodnoty $|a| > 2$ schéma stabilná nie je.

C) Úloha 1-ITER

Táto úloha je zameraná na riešenie rovníc pomocou iterácií.

Majme rovnice

$$x_{n+1} - [4 + 0{,}1\ \cos(\pi n)]x_n + x_{n-1} = 0 \qquad (1)$$

$$x_0 = X \qquad (2)$$

Postupnosť čísel $x_0, x_1, \dots, x_n$ pre $n \to \infty$ konverguje do 0. Keby sme postupovali ako v úlohe **A)**, dostali by sme tomu ekvivalentný výsledok, preto využijeme možnosť iterovať opačným smerom.

Povedzme, že začneme v 0 a chceme skončiť v 4, čiže $x_0 = 4$ a $x_N = 0$, kde $N \gg 0$. Zvoľme si predposledný člen $x_{N-1} = 0.678$. Potom

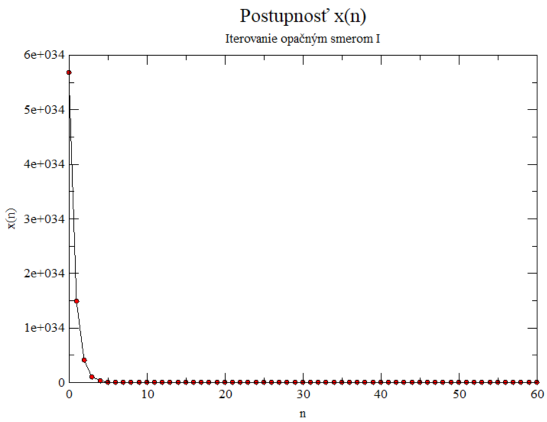
$$x_{N-2} = [4 + 0{,}1\cos(\pi(N-1))]x_{N-1} - x_N$$

a každý nasledujúci člen, resp. predchádzajúci, dostaneme ako

$$x_{N-n} = [4 + 0{,}1\cos(\pi(N-n+1))]x_{N-n+1} - x_{N-n+2}$$

$$\text{pre } n = 2, 3, \dots N$$

To bude náš prvý krok. Po prebehnutí výpočtu dostaneme posledný člen x_0^*, ktorý predstavuje maximum.



V tomto konkrétnom prípade je to cca $x_0^* = 5.6 * 10^{34}$. Výpočet musíme zrealizovať tak, aby posledná hodnota bola rovná $x_0 = 4$, takže všetky čísla vynásobíme výrazom $\frac{x_0}{x_0^*}$, resp. stačí, keď tak urobíme pre hodnoty vstupujúce do cyklu: $x_{N-1} = x_{N-1} * \frac{x_0}{x_0^*}$ a $x_N = 0$. Dostaneme postupnosť s nami zvolenou počiatočnou hodnotou.