30. Канонический и нормальный виды квадратичной формы. Приведение формы к каноническому виду.

Канонический вид Квадратичная форма имеет <mark>канонический вид</mark>, если её матрица диагональна (или в самой квадратичной форме есть только квадраты.)

Канонический вид Форма $f(x_1,x_2,\ldots,x_n)$. если при $i\neq j$ все коэффициенты при $x_ix_j=0$ Нормальный вид, если она имеет канонический вид и ненулевые коэффициенты при квадратах имеют модуль I.

Теорема о приведении к квадратичной форме

Из любой квадратичной формы с помощью невырожденной замены переменных можно получить квадратичную форму в каноническом виде.

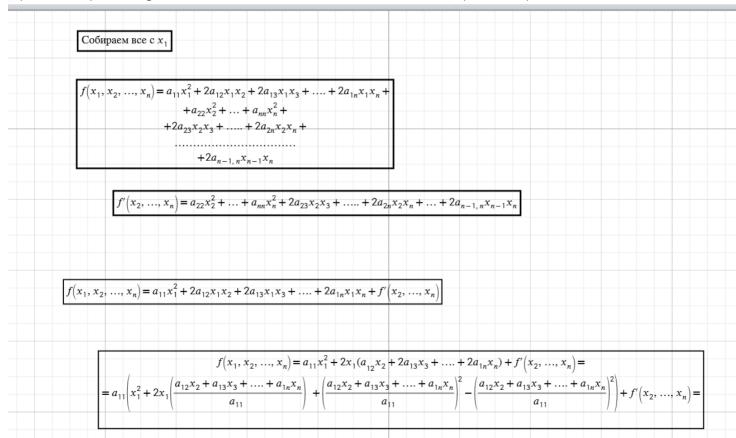
Метод Лагранжа. Доказательство.

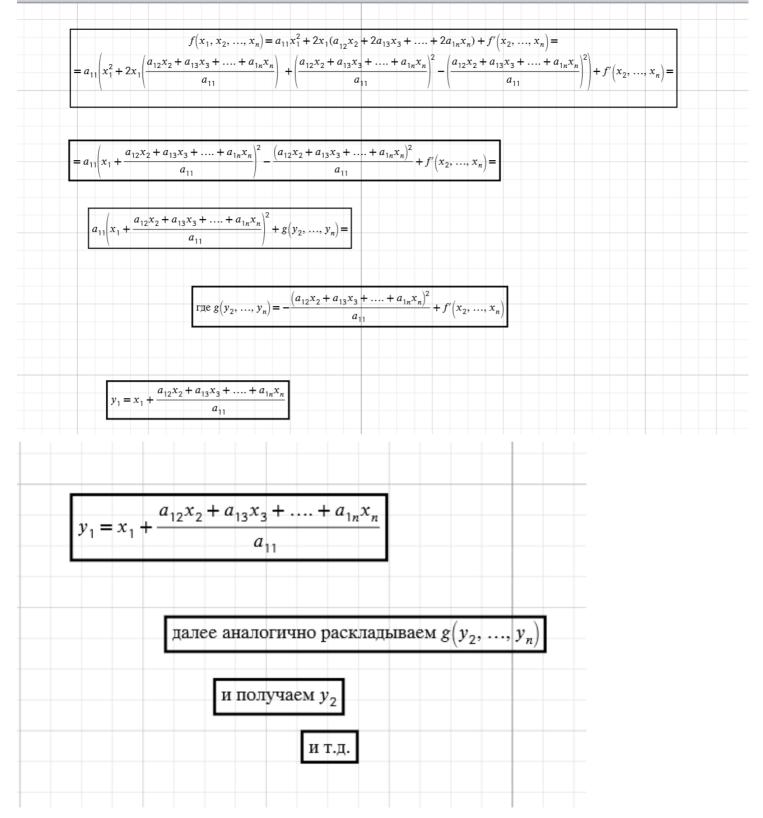
і случай. $a_{11} \neq 0$. Тогда собираем всё с x_1 и получаем

$$f(x_1,\ldots,x_n)=a_{11}x_1^2+2a_{12}x_1x_2+2a_{13}x_1x_3+\cdots+2a_{1n}x_1x_n+a_{22}x_2^2+\ +\cdots+a_{nn}x_n^2+2a_{23}x_2x_3+\cdots+2a_{2n}x_2x_n+\cdots+2a_{n-1,n}x_{n-1}x_n$$

Выделяем полный квадрат:

$$f(x_1,\ldots,x_n)=a_{11}x_1^2+2a_{12}x_1x_2+2a_{13}x_1x_3+\cdots+2a_{1n}x_1x_n+f'(x_2,\ldots x_n)=$$





2 случай. $a_{11}=a_{22}=\cdots=a_{nn}=0$. Тогда получаем квадрат перед x_1 : делаем замену $x_1=y_1-y_2, x_2=y_1+y_2, x_3=y_3,\ldots,x_n=y_n$. Получаем квадратичную форму, у которой первая переменная в квадрате. Приходим к случаю I.

Указанная замена будет невырожденной, так как
$$C=\begin{pmatrix}1&-1&0&\dots&0\\1&1&0&\dots&0\\0&0&1&\dots&0\\\dots&\dots&\dots&\dots&\dots\\0&0&0&\dots&1\end{pmatrix}$$
. Её определитель

равен двум.