Полураспавшиеся и распавшиеся матрицы. Определитель полураспавшейся и квазидиагональной матриц.

Полураспавшаяся матрица - $\begin{pmatrix} A & N \\ O & B \end{pmatrix}$, где матрицы A и B - квадратные, O - нулевая матрица

Определитель полураспавшейся матрицы: $\begin{vmatrix} A & N \\ O & B \end{vmatrix} = |A| \cdot |B|$

Доказательство:

Докажем индукцией по порядку матрицы A

1. $p = 1$. $\begin{vmatrix} a_{11} & N \\ O & B \end{vmatrix}$. Таким образом, O - столбец из нулей. Раскладываем матрицу M по первому столбцу и получаем $|M| = a_{11}|B| = |A| \cdot |B|$
2. Пусть доказано для матриц порядка меньшего, чем p:
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} & ** & \dots & ** \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pp} & ** & \dots & ** \\ 0 & 0 & \dots & 0 & b_{11} & \dots & b_{1s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & b_{s1} & \dots & b_{ss} \end{vmatrix} = \{\text{разложим по первому столбцу}\} =$$
$$= a_{11}(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} M_{11} & * \\ O & B \end{vmatrix} + \dots + a_{k1}(-1)^{k+1} \begin{vmatrix} M_{1k} & ** \\ O & B \end{vmatrix} + a_{p1}(-1)^{p+1} \begin{vmatrix} M_{p1} & * \\ O & B \end{vmatrix} = |A| \cdot |B|$$

Квазидиагональная матрица -

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & A_n \end{pmatrix}$$

где каждый элемент A_k - является ненулевой матрицей

Определитель квазидиагональной матрицы равен произведению определителей блоков на диагонали.