Крамеровы системы линейных уравнений. Формулы Крамера.

Крамерова СЛУ $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$ Эта система называется **Крамеровой**, если $m = n$ и $\det A = 0$, где A - главная матрица системы.

Теорема о единственности решения Крамеровой СЛУ Крамерова система уравнений имеет ровно 1 решение.

Доказательство

Поскольку $\det A \neq 0$, то $\exists A^{-1}$.

$$Ax = A(A^{-1}b) = (AA^{-1})b = Eb = b$$

Пусть $x = A^{-1}b$

Предположим, что решение не единственно, то есть $Ay = b$. Тогда $A^{-1}(A_y) = A^{-1}b = (A^{-1}A)y = Ey = y$.

Формула Крамера $x = \dfrac{\det A_i}{\det A}$

$$A^{-1}b = \frac{1}{\det A}(A^{\#})^T b =$$

$$= \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ \dots \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix} \det A_1 \\ \det A_2 \\ \dots \\ \det A_n \end{pmatrix}$$

где $\det \begin{pmatrix} b_1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_1 & a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$