

36. Директориальное свойство эллипса.

37. Директориальное свойство Гиперболы

Директориальное свойство эллипса.

Точка M принадлежит эллипсу \iff отношение расстояния от M до фокуса к отношению расстояния до соответствующей директрисы равно эксцентриситету

Доказательство

\implies . Возьмём правый фокус и правую директрису. $d = \frac{a}{e}$

$$d = |MD| = \left| \frac{a}{e} - x \right| = \left| \frac{a - ex}{e} \right|$$

$$\frac{|F_2M|}{d} = \frac{|a - ex|}{\left| \frac{a - ex}{e} \right|} = e$$

\Leftarrow . Пусть $M(x, y)$ - произвольная точка плоскости такая, что $\frac{|F_2M|}{d(M, l)} = e$.

$$\frac{\sqrt{(x - c)^2 + y^2}}{\left| x - \frac{a}{e} \right|} = e$$

$$\sqrt{(x - c)^2 + y^2} = e \left| x - \frac{a}{e} \right|$$

$$\sqrt{(x - c)^2 + y^2} = |ex - a|$$

$$x^2 - 2cx + c^2 + y^2 = e^2x^2 - 2eax + a^2$$

$$(1 - e^2)x^2 + y^2 = a^2 - c^2$$

После преобразований получаем уравнение эллипса, что и требовалось доказать.