Билет 1

Многочлен $a_k x^k + a_{k-1}x^{k-1} + \dots + a_0$ принимает целочисленные значения например от 0 до $n+1$ значениях x

Билет 1(2)

$x^4 + 4 = 0$
$x^4 = -4$
$x = \sqrt[4]{-4}$
$x = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi k}{4} + i\sin\frac{\pi k}{4}), k = 0, 1, 2, 3$
$x = \sqrt{2}, k = 0$
$x = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{i\sqrt{2}}{2}\right) = 1 + i, k = 1$
$x = -\sqrt{2}, k = 2$
$x = 1 - i, k = 3$
$x^4 + 4 = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - (1+i))(x - (1-i)) = (x^2 - 2)(x^2 - 2x + 2)$

Билет 2

$f(x) = x^4 - 4x^3 - 4x + 1$ Над $\mathbb{R}$
$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 4$
Алгоритм кратных множителей или хз что.

Билет 5

матрица в условии $= \Pi_{1 \le i \le j \le n}(x_j - x_i) \implies (x - a_1)\dots(x - a_n)$
Из формулы определителя Вандермонда, делаем вывод, что корни
$a_1, \dots, a_{n-1}$

Билет 14

1. $f(1) = 1$
   $f(0) = 3$
   $f(-1) = 5$
   $f(x) = (x^3 - x)P(x) + R(x), degR(x) \le 2$
   $R(x) = ax^2 + bx + c$

   $$f(x) = f(x_0) \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_n)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)\dots(x_0 - x_n)} + f(x_1) \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_2)\dots(x - x_n)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)\dots(x_1 - x_n)} + \dots + f$$

$= 2x + 3$
Чтобы доказать что все такие многочлены имеют одинаковый остаток - попробуйте добавить точку и найти ещё многочлен..
2. Очевидно. Найти собственные векторы потом грамм шмидт

Билет 23

$$(\lambda-9)(\lambda+9)(\lambda-18)$$

18: $(-2; -2; 1)$ $\quad \left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$ $\quad y_1 = -\frac{2}{3}x_1 - \frac{2}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3$

-9: $(-1; 2; 2)$ $\quad \left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ $\quad y_2 = -\frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}x_2 + \frac{2}{3}x_3$

9: $(2; -1; 2)$ $\quad \left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ $\quad y_3 = \frac{2}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_2 + \frac{2}{3}x_3$

$$\boxed{f = 18y_1^2 - 9y_2^2 + 9y_3^2}$$

Билет 26

$$\boxed{7x^2 + 6y^2 + 5z^2 - 4xy - 4yz} - 6x - 24y + 18z + 30 = 0$$

$$\begin{array}{c|ccc|c}
 & x & y & z & \\
x & 7 & -2 & 0 & \boxed{9} \; (2; -2; 1) \\
y & -2 & 6 & -2 & \boxed{6} \; (-2; -1; 2) \\
z & 0 & -2 & 5 & \boxed{3} \; (1; 2; 2)
\end{array}
\qquad
\begin{vmatrix} \frac{1}{3}\cdot(2; -2; 1) \\ \frac{1}{3}\cdot(-2; -1; 2) \\ \frac{1}{3}\cdot(1; 2; 2) \end{vmatrix}
\qquad
\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$$

$$9x_1^2 + 6y_1^2 + 3z_1^2 - (4x_1 - 4y_1 + 2z_1) - (-16x_1 - 8y_1 + 16z_1) + (9x_1 + 18y_1 + 18z_1) + 30 = 0$$

$$9x_1^2 + 6y_1^2 + 3z_1^2 + 21x_1 + 30y_1 + 30 = 0 \quad | : 3$$

$$3x_1^2 + 2y_1^2 + z_1^2 + 7x_1 + 10y_1 + 10 = 0$$

$$3x_1^2 + 7x_1 = 3\left(x_1^2 + 2\cdot\frac{7}{6}x_1 + \left(\frac{7}{6}\right)^2\right) = 3\left(x_1 + \frac{7}{6}\right)^2$$

$$2y_1^2 + 10y_1 = 2\left(y_1^2 + 2\cdot\frac{5}{2}y_1 + \left(\frac{5}{2}\right)^2\right) = 2\left(y_1 + \frac{5}{2}\right)^2$$

$$10 - 3\left(\frac{7}{6}\right)^2 - 2\left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$10 - \frac{49}{12} - \frac{25}{2} = -\frac{79}{12}$$

$$3\left(x_1 + \frac{7}{6}\right)^2 + 2\left(y_1 + \frac{5}{2}\right)^2 + z_1^2 - \frac{79}{12} = 0$$

$x' = x_1 + \frac{7}{6}$

$y' = y_1 + \frac{5}{2}$

$z' = z_1$

$$36x'^2 + 24y'^2 + 12z'^2 = 79 \quad | : 79$$

$$\boxed{\frac{x'^2}{\frac{79}{36}} + \frac{y'^2}{\frac{79}{24}} + \frac{z'^2}{\frac{79}{12}} = 1}$$

- Эллипсоид

2.