UNIVERSIDAD DE MURCIA

Departamento de Matemáticas
Cálculo Numérico en una Variable
Curso 2021/22

Prof. S. Sánchez-Pedreño

Práctica 3

17 de octubre de 2021

Para realizar esta práctica necesitas descargar algunos script de Octave que he subido al Aula Virtual. Si no lo has hecho ya, descarga el archivo `ParaAnadir_aBiblioteca.zip`, situado en la carpeta `CodigoPracticas` de los Recursos del AV. Descomprímelo y guarda su contenido en la carpeta `Biblioteca` que debe estar contenida en tu carpeta de trabajo con Octave de tu ordenador personal.

El objetivo general de esta práctica es experimentar con la interpolación polinomial, tanto de Lagrange como de Hermite, con diversas funciones. Para ello, en `Biblioteca` dispones de las funciones siguientes

- `div_divNewton.m`, devuelve la tabla de diferencias divididas y los coeficientes del polinomio interpolador en la forma de Newton.
- `div_divHermite.m`, devuelve la tabla de diferencias divididas y los coeficientes del polinomio interpolador de Hermite en la forma de Newton.
- `interpolNewton.m`, devuelve los coeficientes del polinomio interpolador en la forma de Newton.
- `interpolHermite.m`, devuelve los coeficientes del polinomio interpolador de Hermite en la forma de Newton y una lista de los nodos repetidos, que será necesaria para evaluar el polinomio.
- `polyinterpolador_eval.m`, devuelve la evaluación de un polinomio interpolador en una lista de abscisas.
- `polyinterpolador.m`, devuelve los coeficientes de un polinomio interpolador escrito en la forma estándar $a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$.
- `nodosCheby.m`, devuelve los nodos de Chebyshev de orden arbitrario en un intervalo cualquiera.

Antes de utilizar cualquiera de estas funciones, asegúrate de entender qué argumentos espera, su tipo y significado, así como qué salidas produce, su significado, orden y formato.

1. *Dos ejemplos sencillos*

   a) Crea el script `Ejercicio1.m` para construir los polinomios interpoladores correspondiente a los datos

x	1.5	2.7	3.1	-2.1	-6.6	11.0
y	0.0	1.0	-0.5	1.0	0.5	0.0

   y a los datos

x	y	y'	y''
0	1	2	
1	0	1	1
2	3		
3	1	1	

   b) En cada caso, representa en una gráfica el polinomio interpolador y los puntos de la tabla interpolada.

Comentarios sobre Octave.

- Para la interpolación de Hermite debemos utilizar variables de tipo celda (`cell`). En Octave no es posible indexar sobre las componentes de una celda. Por ejemplo, si definimos

  `y={[1,2],[0,1,1],[3],[1,1]}`

  no es posible recuperar las primeras componentes mediante `y{1:4}(1)`, aunque sí es posible recuperar todas sus filas con `y{1:4}`. Para la primera tarea haremos un bucle:

  ```
  for i=1:length(y)
  z(i)=y{i}(1)
  endfor
  ```

- A menudo las ventanas gráficas quedan escondidas tras otras ventanas (si no sueles trabajar a la vez con varias ventanas, esto no es un problema) o tienen un tamaño o proporciones inadecuadas. Un truco para hacer aparecer la figura `1` puede ser incluir `figure(1)` al final del script.

  Si queremos cambiar el tamaño o las proporciones de la figura `1` podemos utilizar:

  `set(1,"position",[x0,y0,x1,y1])`

  donde `x0`, `y0` son las coordenadas de pantalla de la ventana de la figura y `x1`, `y1` son las unidades de medida del ancho y alto. Para orientarte sobre los valores de estas dimensiones puedes obtener los valores de la ventana gráfica que esté abierta (suponiendo que es la figura `1`) con

  `get(1,"position")`

2. *Fenómeno de Runge*

   Considera la función de Runge, $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, sobre el intervalo $[-5, 5]$. Vamos a representar gráficamente distintos polinomios interpoladores para esta función, así como los errores en la aproximación de los polinomios a la propia función. Puedes hacer todos los apartados en un mismo script o utilizar más de uno, a tu gusto.

   a) Escribe un programa que, dado un entero positivo N, dibuje en una ventana la gráfica de la función de Runge y la gráfica del polinomio interpolador p_N de f en los $N+1$ puntos equiespaciados que dividen al intervalo $[-5, 5]$ en N partes iguales. Después extiende el programa para que en la misma ventana dibuje dichas gráficas para un vector de valores de N y ejecútalo con el vector `[5,10,15]`. Puedes intentar hacerlo con valores mayores de N, por ejemplo `[20,30,40]`. Juega un poco con la orden `ylim`, para poder apreciar bien la gráfica de la función de Runge y los polinomios a su alrededor.

   b) En el mismo programa anterior, introduce el código necesario para que dibuje en una segunda ventana las gráficas de las distintas funciones de error $|f(x) - p_N(x)|$. Utilizando la orden de Octave `max(x)`, que devuelve la mayor de las componentes del vector `x`, aproxima el error máximo, aplicando `max` a una muestra de 1000 puntos en el intervalo.

   c) Realiza las mismas tareas anteriores pero considerando interpolación con nodos de Chebyshev, para los mismos números de puntos.

   d) Ahora considera la interpolación de Hermite para valores $N = 3, 5, 7$, añadiendo las condiciones sobre las derivadas siguientes:

      1) Valor de las derivadas primera y segunda en -5 y 5
      2) Valor de la derivada primera en -5, $-1/\sqrt{3}$, $1/\sqrt{3}$ y 5.

      Añade la segunda ventana con los respectivos errores.

   e) Analiza la aproximación que proporcionan los distintos polinomios interpoladores con los que hemos experimentado.

3. *Interpolación inversa: solución de una ecuación* (ejercicio 2.20)

   El propósito del ejercicio es aproximar la solución de la ecuación $\operatorname{sen}(x) = 0.75$, es decir, el valor de $x = \operatorname{arc\,sen}(0.75)$. Esto es un avance de un método de aproximación de soluciones que veremos con detalle en el tema 4. Si queremos calcular una solución de la ecuación $f(x_0) = 0$, lo que buscamos es la función inversa f^{-1} pues, de esa forma, $x_0 = f^{-1}(0)$. Puesto que no conocemos $f^{-1}(y)$ lo que hacemos es aproximarla por un polinomio interpolador.

   a) Utiliza la lista de puntos de la gráfica de la función seno,

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\operatorname{sen}(x)$	0	0.5	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

   para construir el polinomio interpolador $p(y)$ de la lista de puntos (y, x) que se obtiene al intercambiar las coordenadas de los puntos de la lista (x, y).

   b) Considera la aproximación $x = \operatorname{arc\,sen}(0.75) \approx p(0.75)$.

   c) Evalúa la aproximación conseguida (puedes calcular el valor de $\operatorname{arc\,sen}(75)$ que proporciona Octave, función `asin(x)`, donde `x` se expresa en radianes; también existe `asind` que devuelve el ángulo en grados sexagesimales).

   d) Elimina de la lista de datos el último punto, ¿mejora la aproximación?