دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

نام و نام خانوادگی:

پیمان هاشمی

شماره دانشجویی:

400131032

شماره تمرین:

تمرین شماره 3

درس:

تصویر پردازی رقمی

سوال1)

A) با توجه به رابطه و تصویر داده شده، F(0,0) را محاسبه میکنیم. با جایگذاری 0 و 0 به جای u و v داریم:

$$F(0.0) = \frac{2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{8 \times 8}} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} 1 \times 1 \times f(i.j)$$

که برابر جمع تمام پیکسل ها میباشد و برابر 680 است.

b)

Dc coefficient در واقع ضرب سیوس و کسینوس های با فرکانس صفر است و به نوعی به عنوان یک offset یا bias عمل میکند. دلیل اینکه به این ضرب dc میگویند تاریخی است و به معنی جربان برق است.ضرایب پشت سینوس و کسینوس ضاریب AC نام دارند که نشان میدهد جریان متناوب را کنترل میکنند.

c)

-

d)

$$\mathscr{F}\{f(x-3)\} = e^{-3(2\pi)ju} F(u)$$

E)

$$\mathscr{F}\{f(x)f(x)\} = F(u) \star F(u)$$

F)

$$\mathscr{F}\{f(-x)\} = \frac{1}{|-1|} F\left(\frac{u}{-1}\right)$$

G)

$$\mathscr{F}\{f(4x-3)\} = \mathscr{F}\left\{f\left(\frac{x-\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}}\right)\right\} = \frac{1}{|4|} e^{-\frac{3}{4}ju} F\left(\frac{u}{4}\right)$$

H)

$$\mathscr{F}\{\mathscr{F}\{f(x)\}\} = f(-x)$$

i)

هر رنگ نشان دهنده یک سطر است:

$$F(u.v) =$$
$$33 + 23\cos\left(-\frac{\pi v}{2}\right) + jsin\left(-\frac{\pi v}{2}\right) + 13\cos(-\pi v) + jsin(-\pi v)$$
$$+3\cos\left(-\frac{3\pi v}{2}\right) + jsin\left(-\frac{3\pi v}{2}\right)$$
$$+32\cos\left(-\frac{\pi u}{2}\right) + jsin\left(-\frac{\pi u}{2}\right) + 22\cos\left(-\frac{\pi u}{2} - \frac{\pi v}{2}\right) + jsin\left(-\frac{\pi u}{2} - \frac{\pi v}{2}\right) + 12\cos\left(-\frac{\pi u}{2} - \pi v\right)$$
$$+jsin\left(-\frac{\pi u}{2} - \pi v\right) + 2\cos\left(-\frac{\pi u}{2} - \frac{3\pi v}{2}\right) + jsin\left(-\frac{\pi u}{2} - \frac{3\pi v}{2}\right)$$
$$+31\cos(-\pi u) + jsin(-\pi u) + 21\cos\left(-\pi u - \frac{\pi v}{2}\right) + jsin\left(-\pi u - \frac{\pi v}{2}\right) + 11\cos(-\pi u - \pi v)$$
$$+jsin(-\pi u - \pi v) + 1\cos\left(-\pi u - \frac{3\pi v}{2}\right) + jsin\left(-\pi u - \frac{3\pi v}{2}\right)$$
$$+30\cos\left(-\frac{3\pi u}{2}\right) + jsin\left(-\frac{3\pi u}{2}\right) + 20\cos\left(-\frac{3\pi u}{2} - \frac{\pi v}{2}\right) + jsin\left(-\pi u - \frac{\pi v}{2}\right) + 10\cos\left(-\frac{3\pi u}{2} - \pi v\right)$$
$$+jsin\left(-\frac{3\pi u}{2} - \pi v\right) + 0$$

باید u,v های مختلف بین 0 تا 3 را در معادله بالا قرار دهیم و به ازا هر جفت u,v یک درایه از f بدست می آید.

$\frac{1}{16}$

264+0j	80-80j	80+0j	80+80j
8-8j	0	0	0
8+0j	0	0	0
8+8j	0	0	0

j)

مثل بخش قبل است ولی اول ماتریس داده شده را در -1^{x+y} ضرب میکنیم.

$\frac{1}{16}$

0	0	8+0j	0
0	0	8+8j	0
80+0j	80+80j	264+0j	80-80j
0	0	8-8j	0

K)

ضرب کردن ورودی در -1^{x+y} معادل شیف دادن تبدیل فوریه است که فرکانس صفر مرکز قرار گیرد.

برای اثبات لازم است عبارت را در رابطه تبدیل فوریه جایگزین کنیم و تمام مقادیر به میزان نضف اندازه کل تصویر جا به جا میشود.

l)

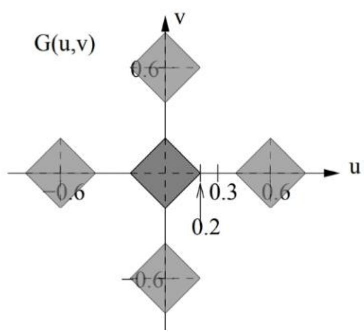
مثل بخش i است ولی sinو cos منفی ندارد و بر mn هم تقسیم نمیشود.

3+0j	1+0j	3+0j
2+3j	-6+1j	2+3j
-3+0j	-1+0j	-3+0j

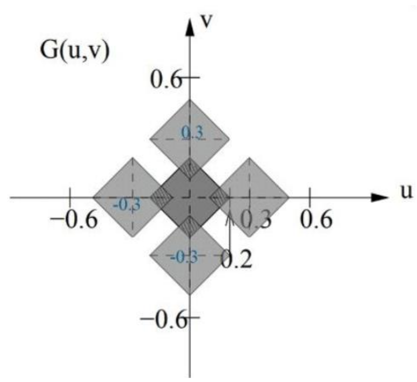
(m

Sampling distance=1/0.6

فرمانس نمونه = 0.6



(n



(o

H(x,y) دارای aliasing است. و g ، aliasing ندارد. برای نمونه برداری بدون aliasing باید فرکانس های نمونه برداری ما از روابط زیر پیروی کنند.Aliasing در تصویر بالا هاشور زده شده است

$$\frac{1}{\Delta_x} \geq 2 \times u_{max} = 0.4$$

$$\frac{1}{\Delta_y} \geq 2 \times v_{max} = 0.4$$

P) اگر F را 45 درجه بچرخانیم تبدیل به یک مربع به ضلع $\frac{\sqrt{2}}{5}$ خواهد شد. در نتیجه باید زبق رابطه معکوس تبدیل فوریه دو بعدی پیوسته،V را محاسبه کنیم.

$$V(u.v) = \begin{cases} 1 & \text{inside the square} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$v(x.y) = \int_{-\frac{\sqrt{2}}{10}}^{\frac{\sqrt{2}}{10}} e^{j2\pi ux}\, du \int_{-\frac{\sqrt{2}}{10}}^{\frac{\sqrt{2}}{10}} e^{j2\pi vy} dv$$

Q)

مثل بخش قبل داریم:

$$\frac{1}{\Delta_x} \geq 2 \times u_{max} = \frac{2\sqrt{2}}{10}$$

$$\frac{1}{\Delta_y} \geq 2 \times v_{max} = \frac{2\sqrt{2}}{10}$$

سوال 2)

پیمان هاشمی ٤٠٠١٣١٠٣٢

سوال ٢

$$h_1(x,y) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad h_2(x,y) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

A)

$$F(u,v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\, e^{-j2\pi\left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}$$

$$\xrightarrow[N=3]{M=3} F(u,v) = \frac{-1}{9}\left[2\cos\frac{2\pi v}{3} + 2\cos\frac{2\pi v}{3} + 5\right] \Rightarrow H(u,v) = -\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 9 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$F(u,v) = F(u) \cdot F(v)$$

$$h_2(x,y) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$F(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(x)\, e^{-\frac{j2\pi ux}{M}} \qquad f(u) = \frac{1}{4}\left[2 + 2\cos\frac{2\pi u}{4}\right] \quad \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$f(y) = \frac{1}{4}\left[2 + 2\cos\frac{2\pi v}{4}\right] \rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F(u,v) = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 16 & 4 & 4 \\ 4 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

B) زمانی که جمع ضرایب برابر 0 می‌شود بالا گذر و ~~...~~ . $\Rightarrow h_1, h_2$ می‌شود ~~...~~ پایین گذر است

C) h

$$H_1(u,v) = 8 - 2\cos(2\pi u) - 2\cos(2\pi v) - 2\cos(2\pi(u+v)) - 2\cos(2\pi(u-v))$$

$$H_1(u,v) = 8 - e^{j2\pi u} - e^{-j2\pi u} - e^{+j2\pi v} - e^{-j2\pi v} - e^{j2\pi(u+v)} - e^{-j2\pi(u+v)}$$

$$h_1(u,v) = 9\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H_2(u,v) = \frac{j}{2}\left[\sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi v}{N}\right)\right]$$

$$H_2(u,v) = e^{-\frac{j2\pi u}{M}} - e^{-\frac{j2\pi v}{M}} - e^{+\frac{j2\pi v}{N}} - e^{-\frac{j2\pi v}{N}} \Rightarrow H_2(u,v) = 9\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

d) h_1 یک فیلتر بالا گذر است. پس یک فیلتر بالا گذر هستند.

e) فیلتر لاپلاسین است => برجسته کردن لبه ها (نواحی با تغییر ناگهانی) high pass

f) یک فیلتر پایین گذر است و برای هموار کردن یا Blurring و smoothing استفاده می‌شود. هرچقدر بزرگتر باشد تصویر را حالت کلی تر نگاه می‌کند

g) یک فیلتر گوسی است و تصویر را blure میکند (محو میکند)

h)یک فیلتر گوسی است و تقریبا تصویری با یک رنگ ایجاد میکند (میانگین کل پیکسل ها را میگیرد)

i) اگر d. به سمت بینهایت برود، تصویر ورودی در خروجی ظاهر میشود.

J)

j. $F_1(u,v) = F_2(u,v)\left(2 - \frac{\sin 3\pi u}{3\pi u}\,\frac{\sin(3\pi v)}{3\pi v}\right)$

$f_1(x,y) = 2f_2(x,y) - f_2(x,y) * \frac{1}{9}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}$

k)

k) بعد یک فیلتر Lowpass است ← smoothing
اما چون تصویر تار از تصویر اصلی کم شده پس لبه ها مشخص تر ما شوند و تصویر روشن تری شود.

l) unsharp masking

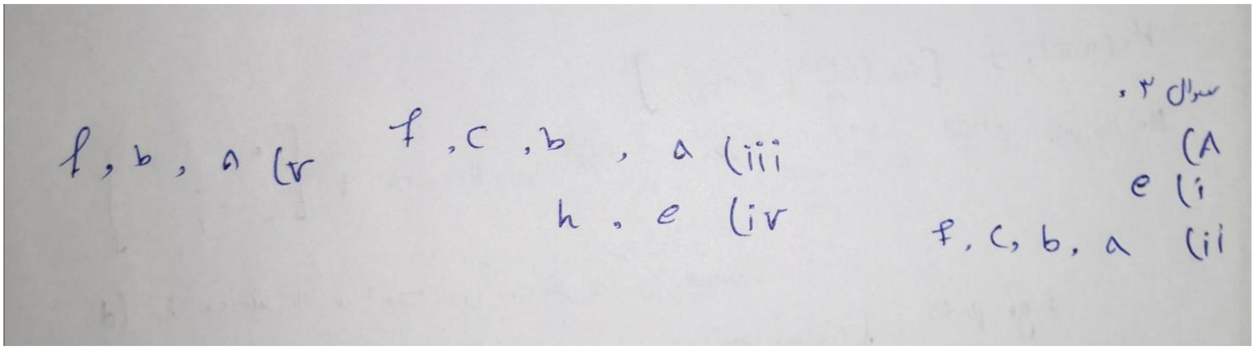
m)

l) d

m) تصویر ما sharp تری شود و لبه‌ها بیشتر مشخص می‌شود و روشن تر می‌شود.

سوال 3

A:



i) a,e

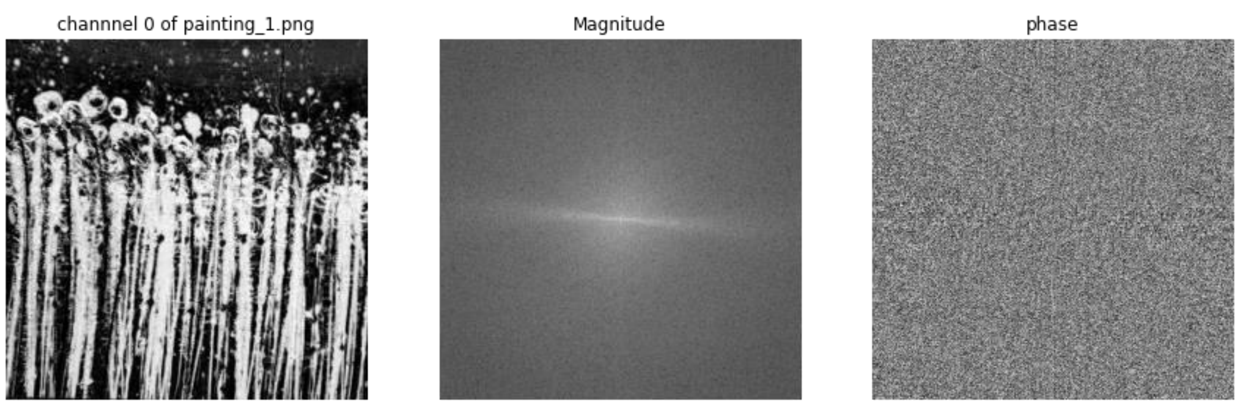
ii) h, a, b, c, f

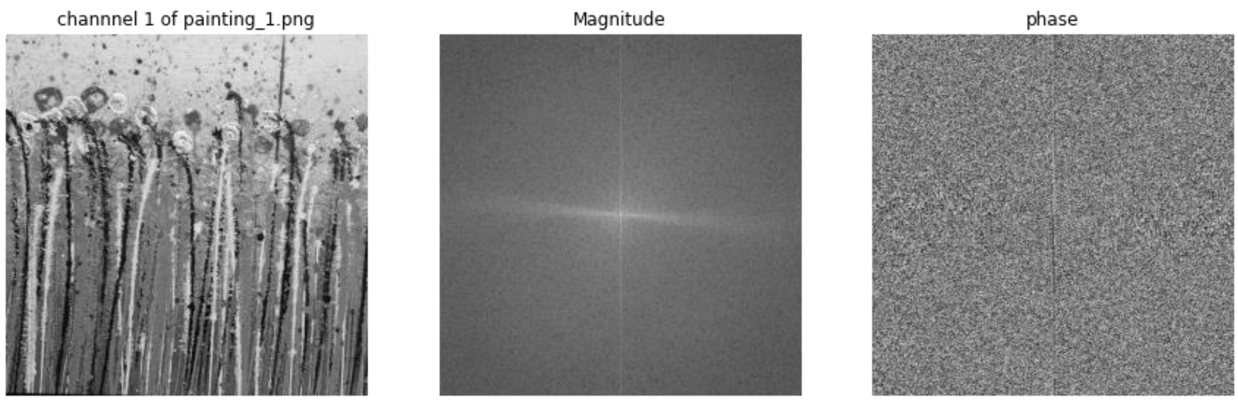
iii) a, b, c, f

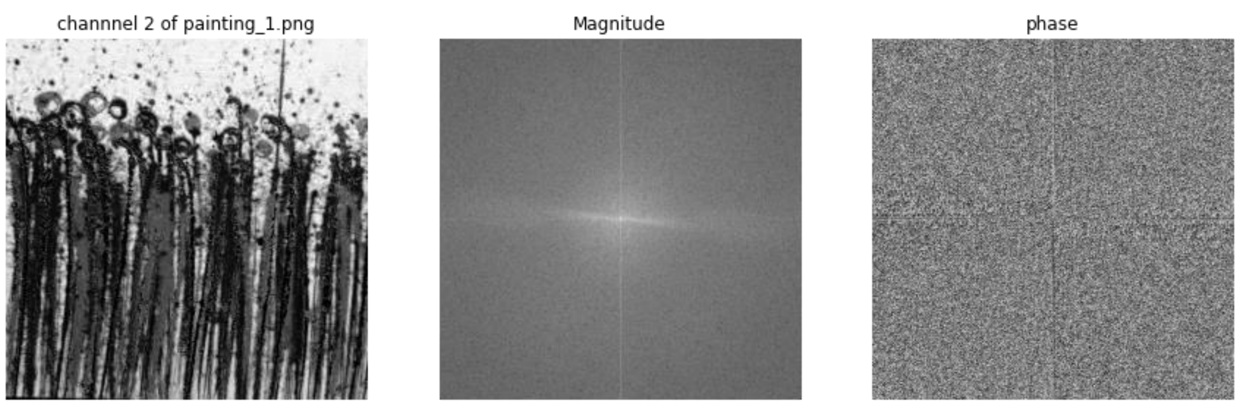
iv) g, e, h

v) a, b, f

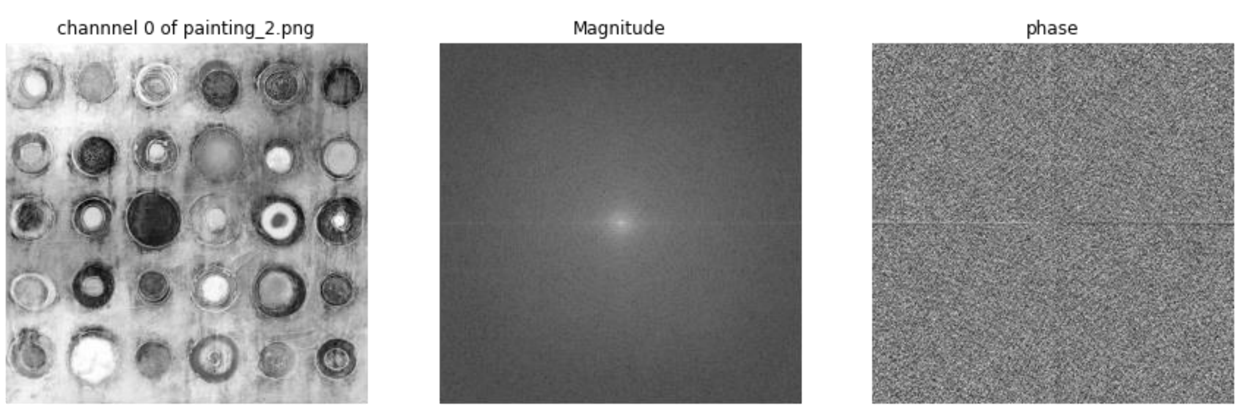
B)

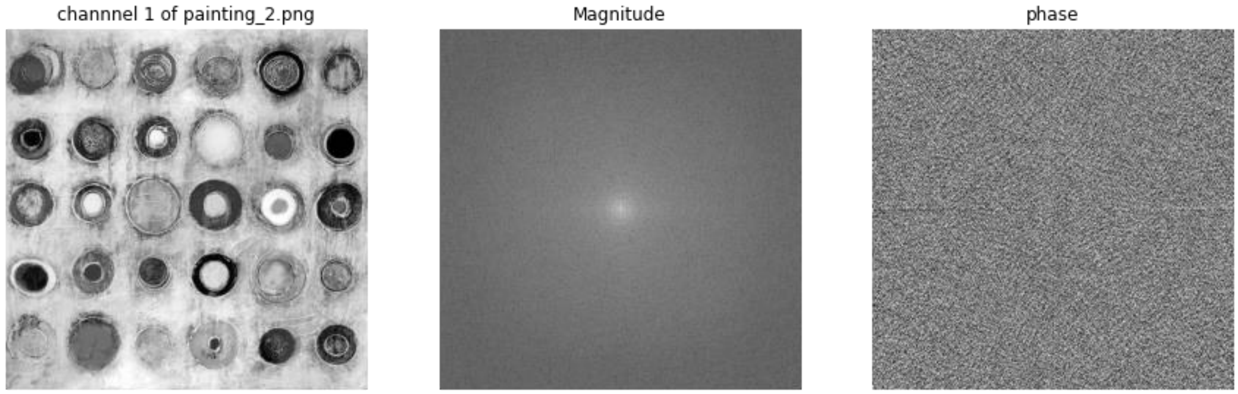


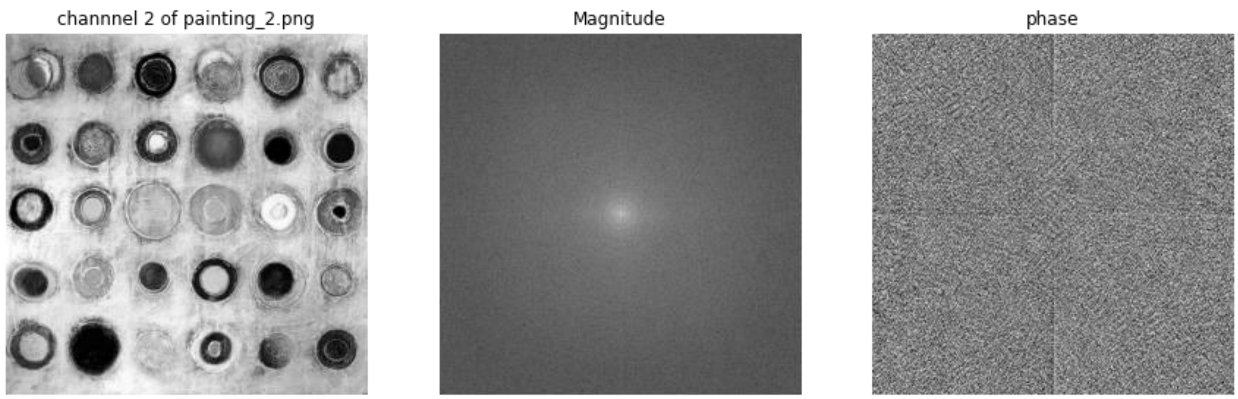




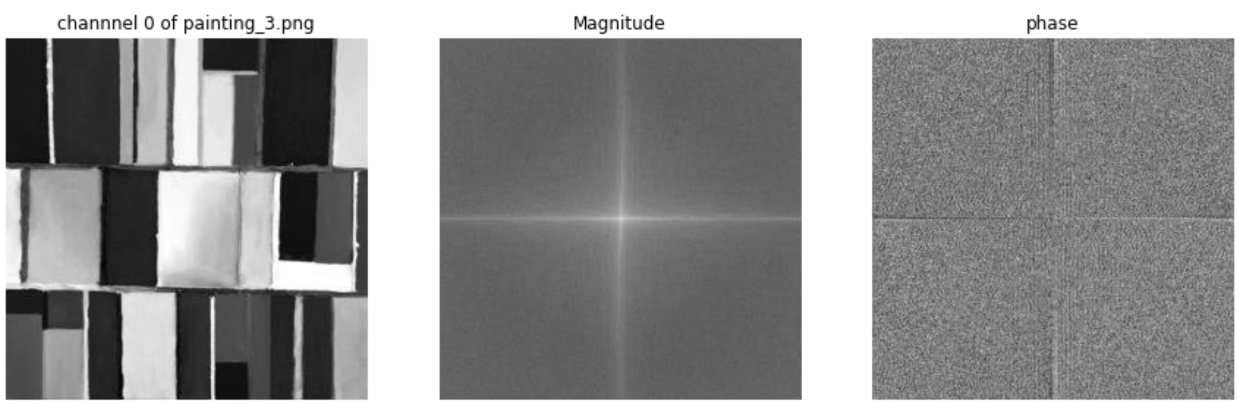
در این تصویر اشکال عمومی داریم و در مگنیتود فوریهُ خط افقی دیده میشود

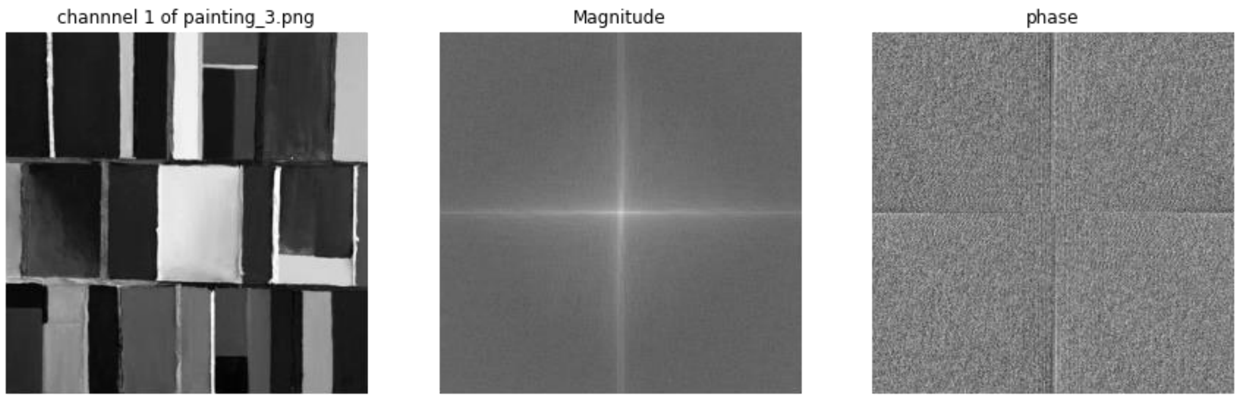


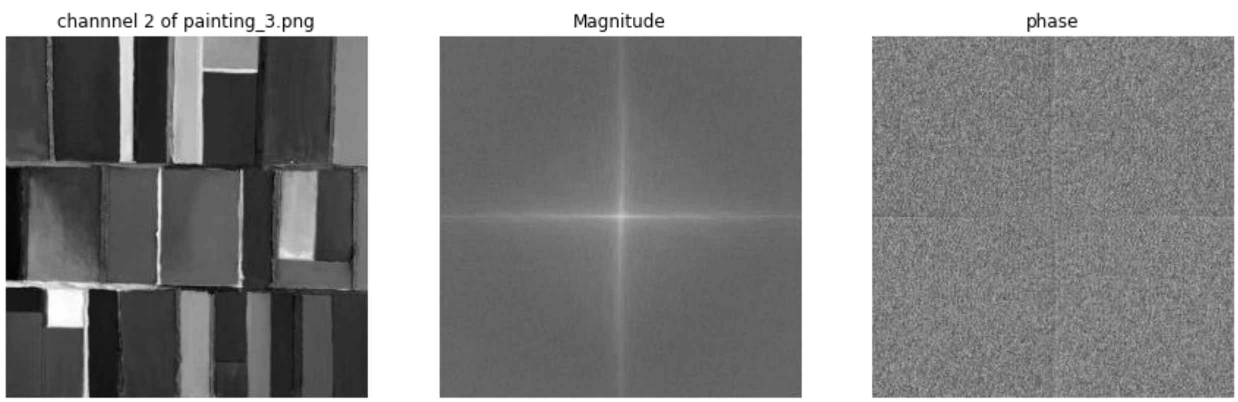




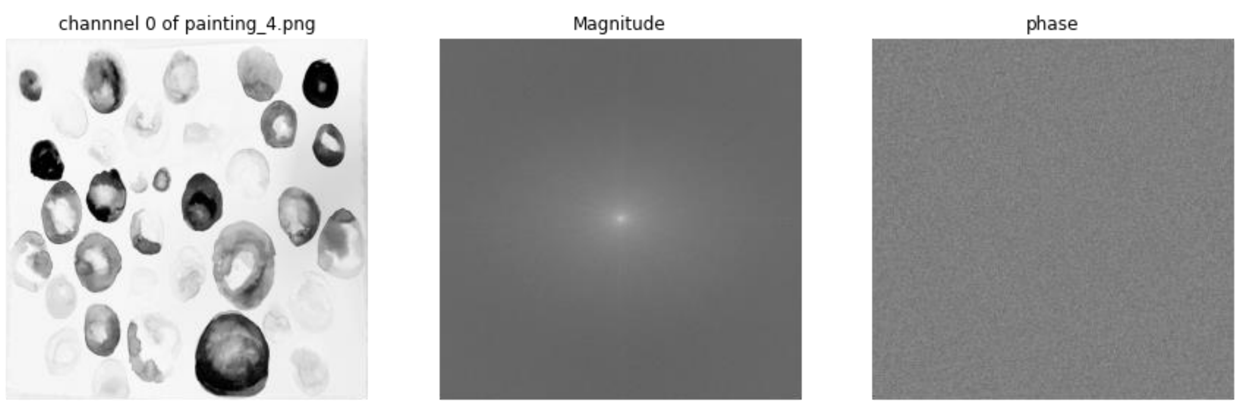
چون شکل دایره مانند است در طیف فرکانسی هم دایره هایی میتوان دید.

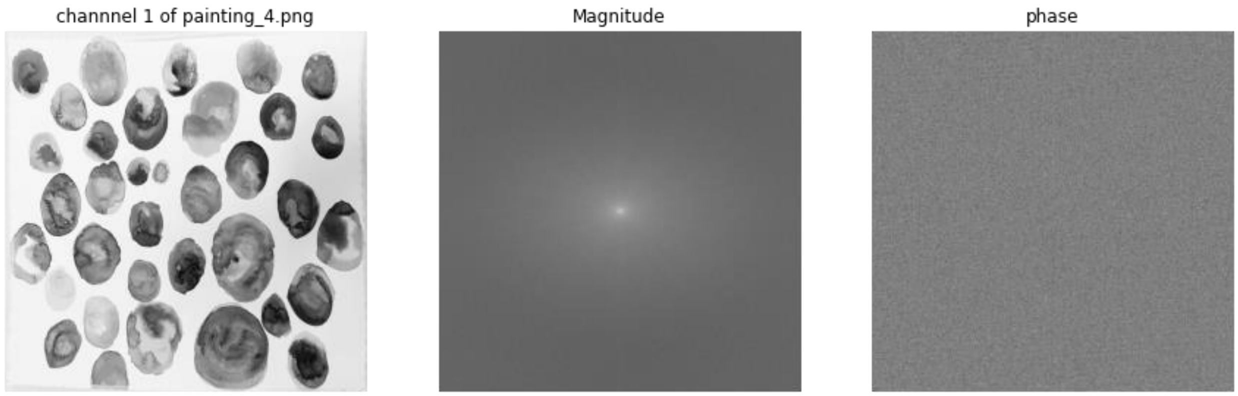


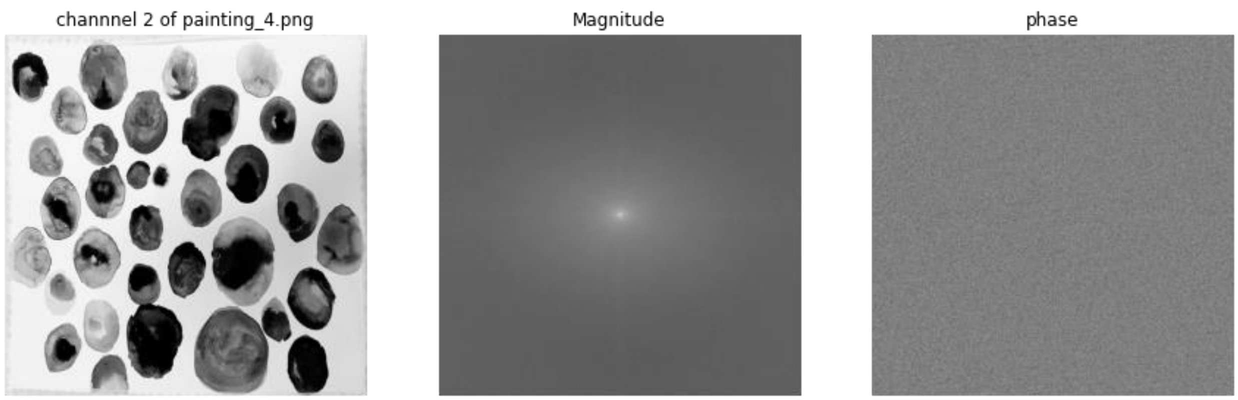




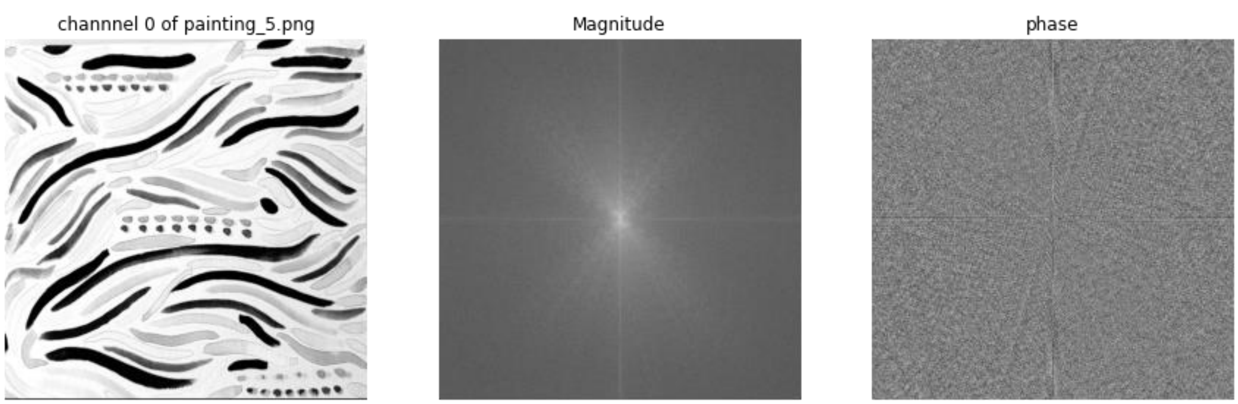
خط های عمودی و افقی در تبدیل فوریه دیده میشود که ناشی از خطوط عمودی و افقی در تصویر است

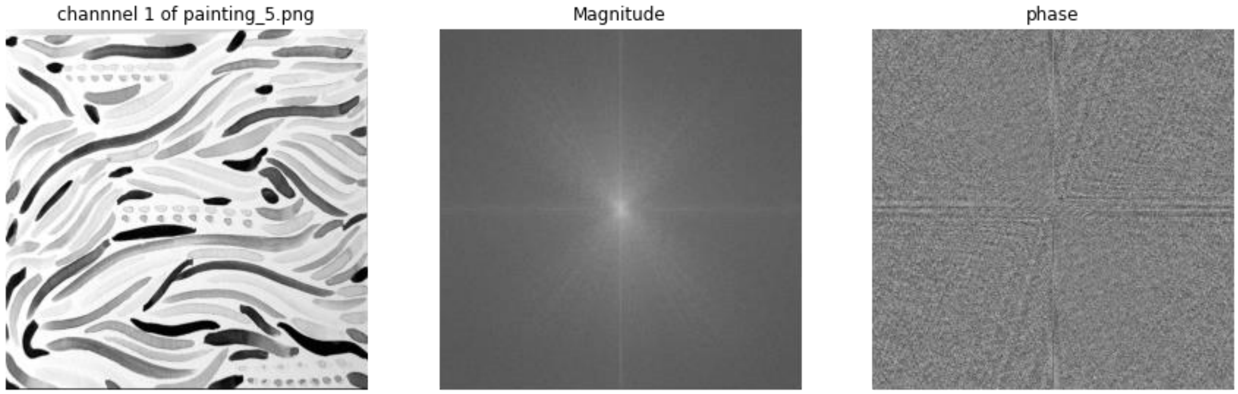


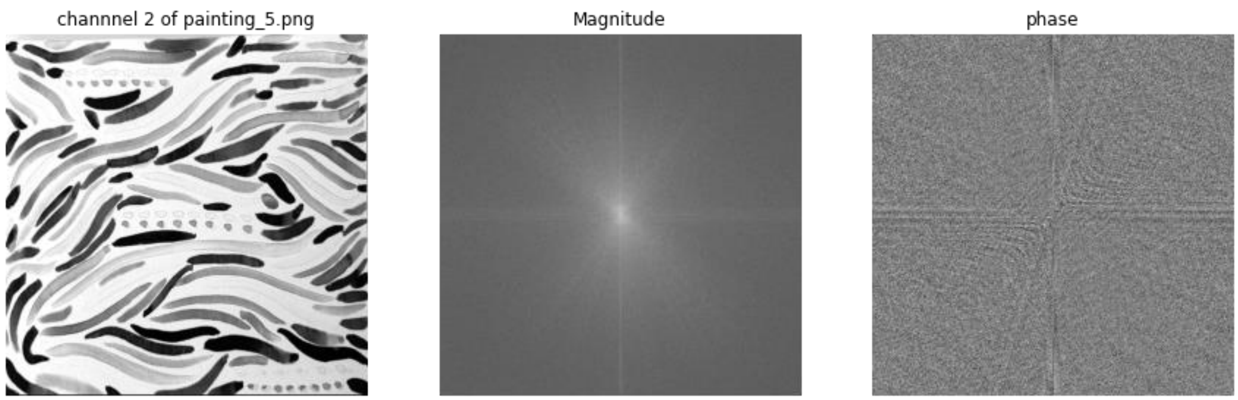




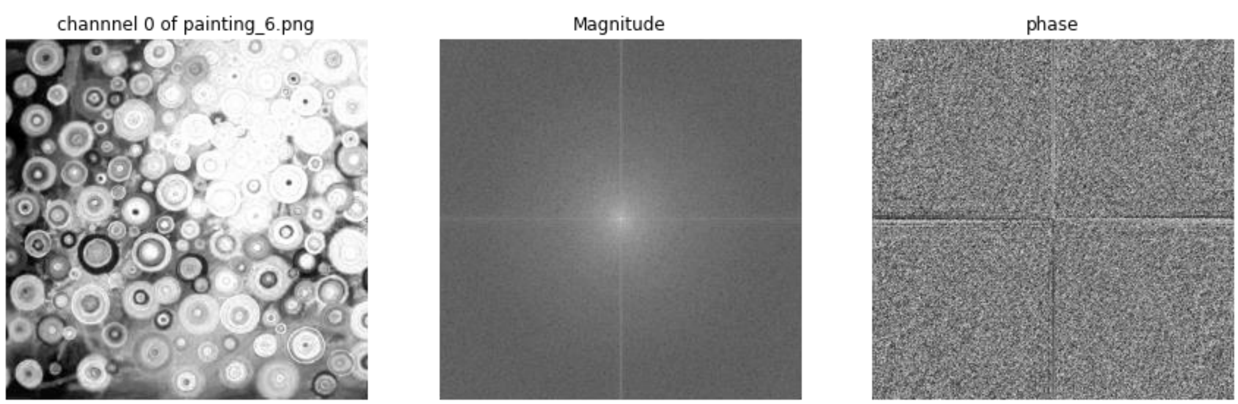
در تبدیل فوریه، دایره ایی با اطرف روشن دیده میشود که به خاطر وجود دایره های سیاه رنگ در پس زمینه سفید در تصویر است.

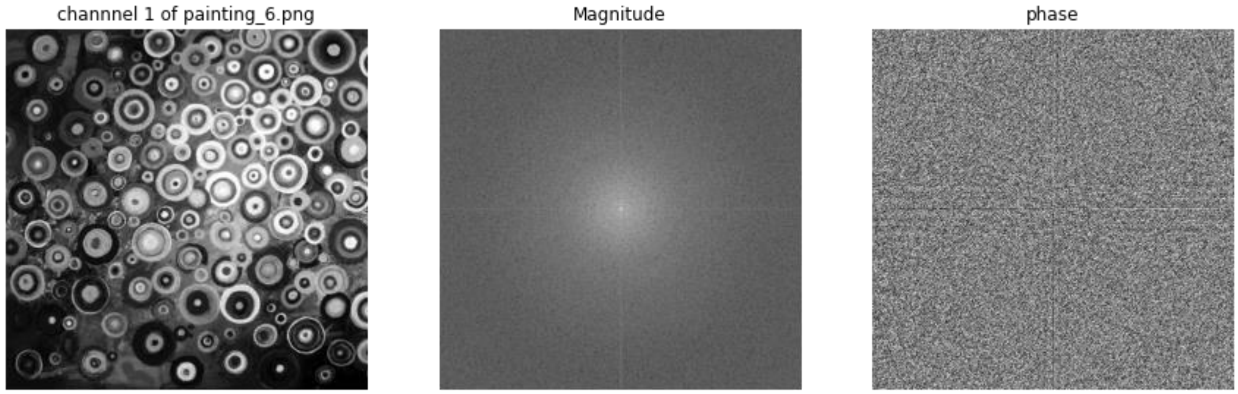


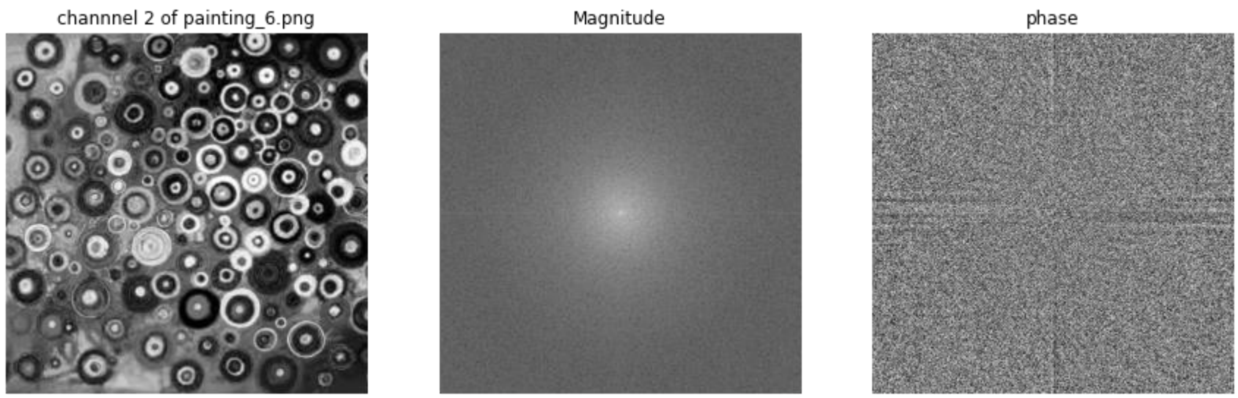




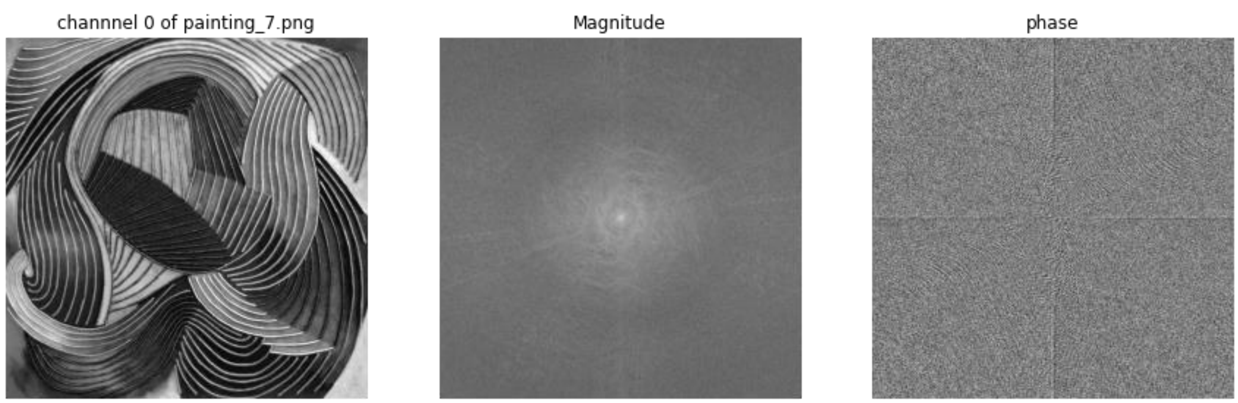
خطوط عمودی و منحنی در شکل باعث ایجاد خطوط عمودی با تعدادی خط قطری در تبدیل فوریه میشود

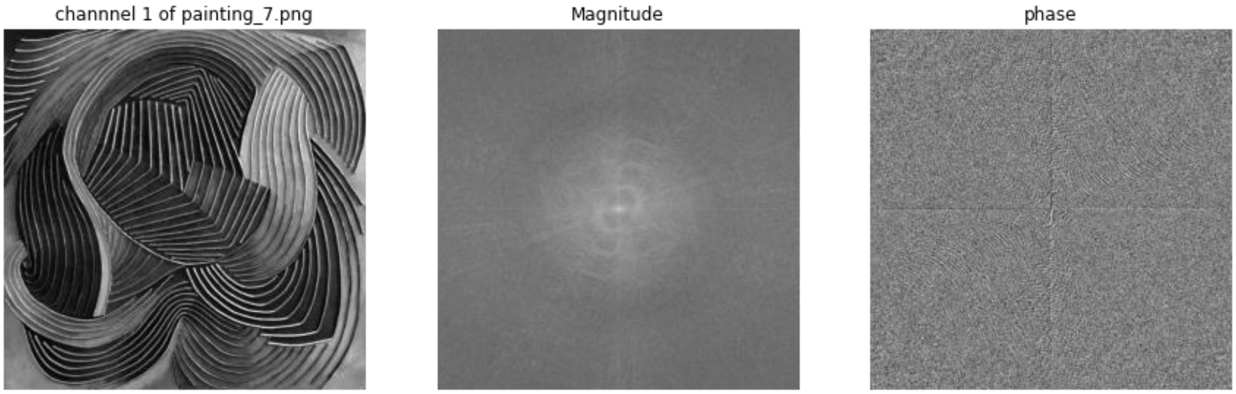


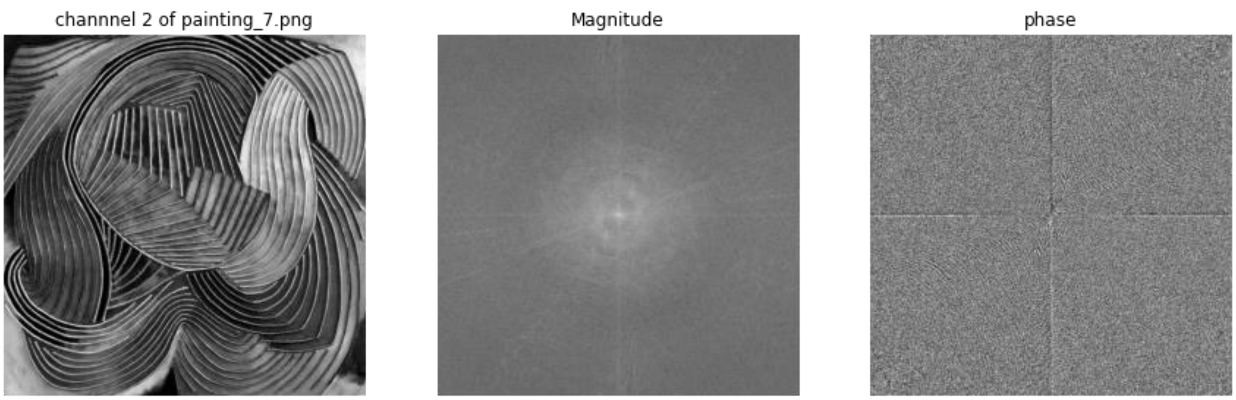




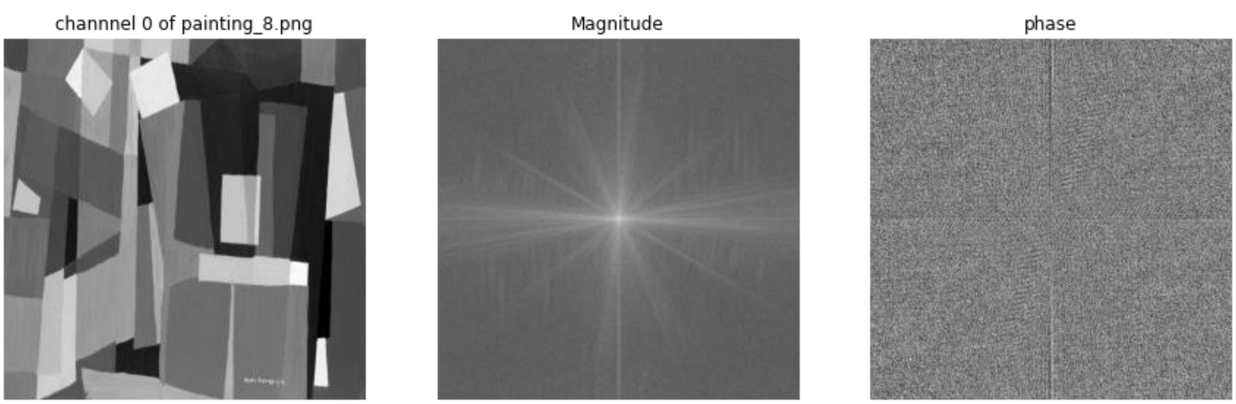
وجود دایره های زیاد باعث ایجاد دایره ایی با اطراف روشن در تبدیل فوریه میشود

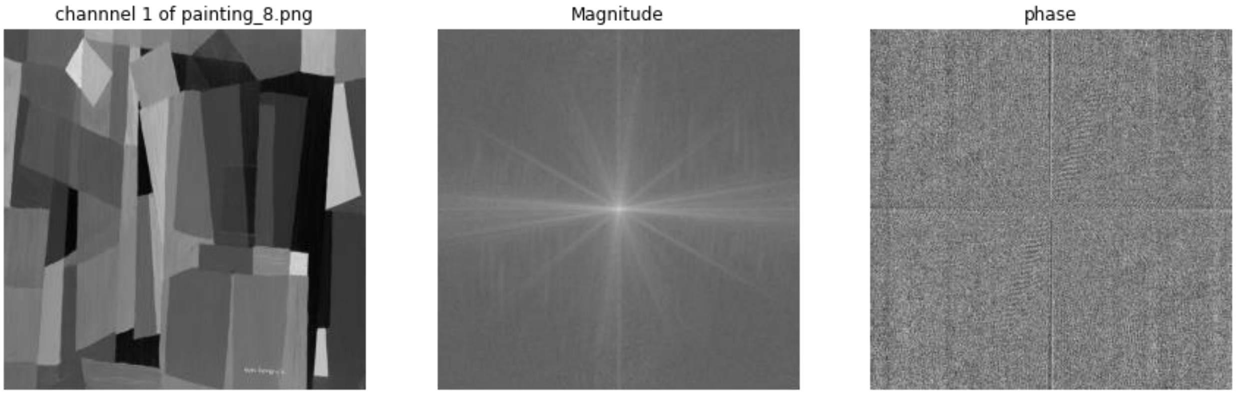


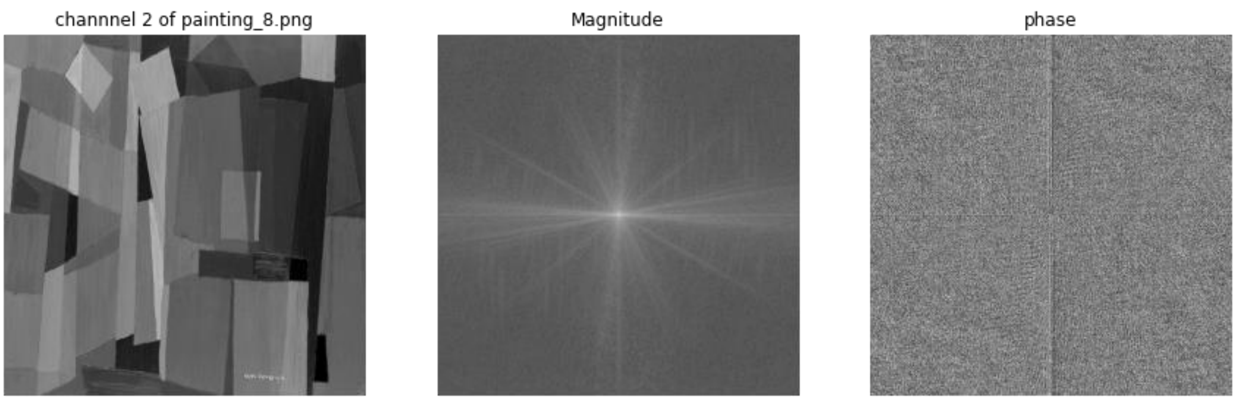




خطوط موجود در شکل که به صورت نامنظم هستند باعث ایجاد خطوط نامنظم با محوریت مرکز تصویر در تبدیل فوریه میشود.





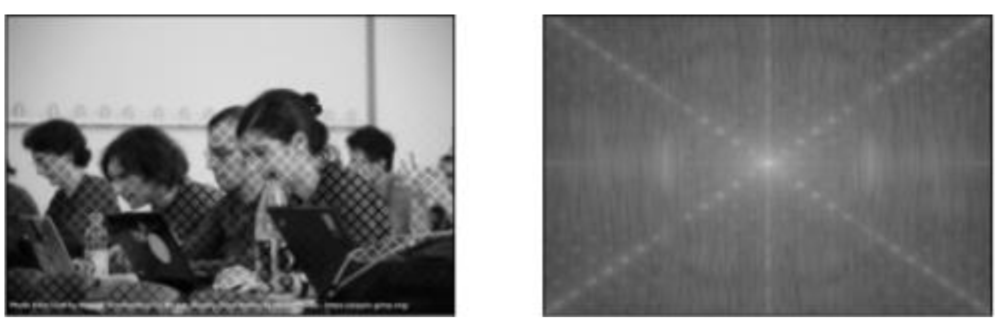


در این تصویر تعدادی زیادی خطوط عمود بر هم و افقی در تبدیل فوریه مشاهده میشود که ناشی از خطوط عمودی زیاد و در هم در تصویر است.

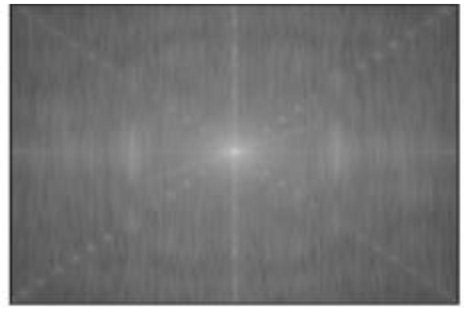
سوال 4

RGB:

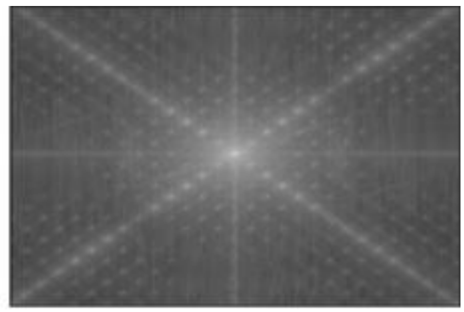
Channel 0



Channel 1

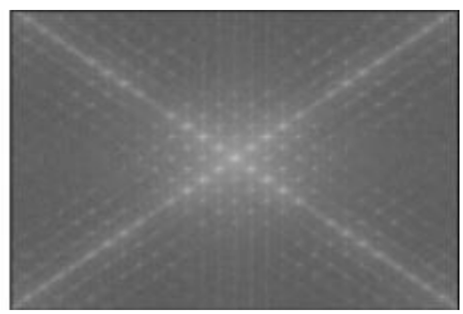


Channel 2

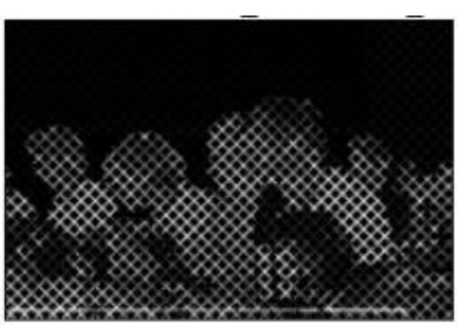


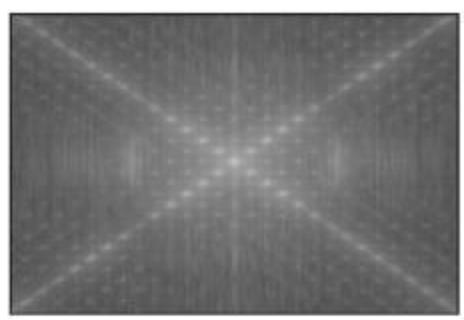
:HSV

Channel 0

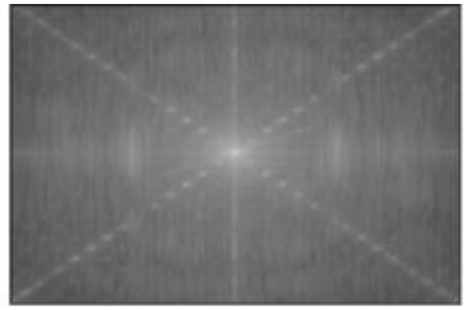


Channel 1



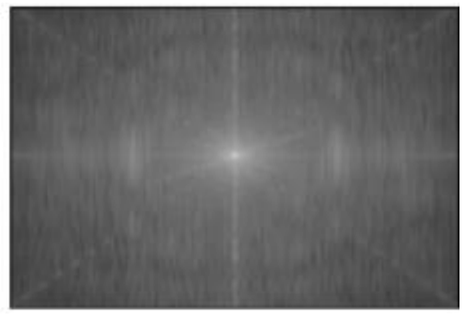


Channel 2

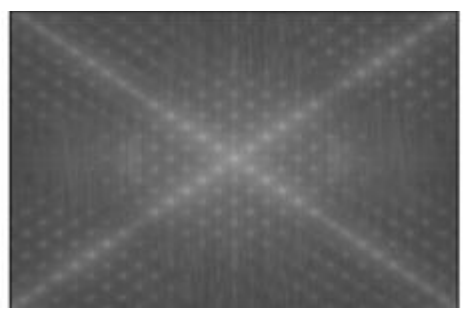



:YCBCR

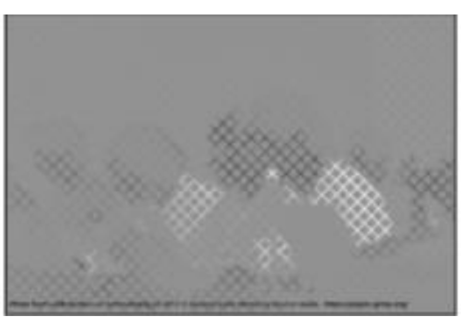
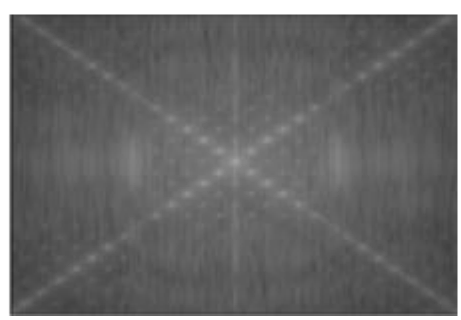
Channel 0

Channel 1

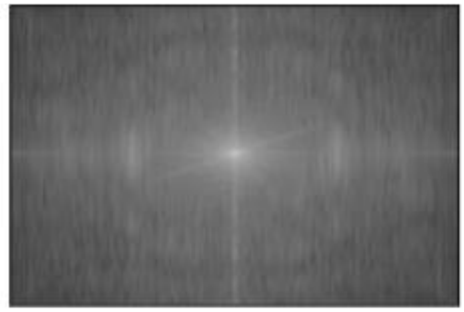



Channel 2

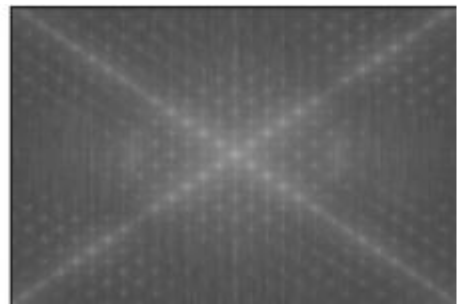



:LAB

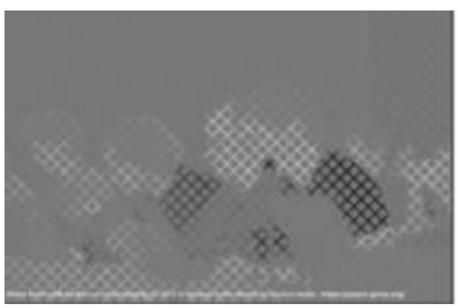
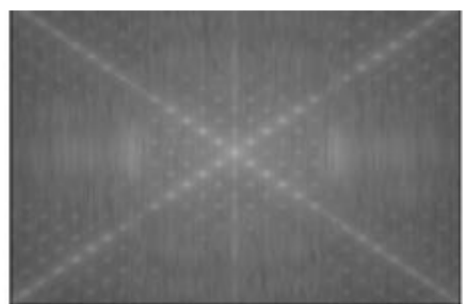
Channel 0

Channel 1

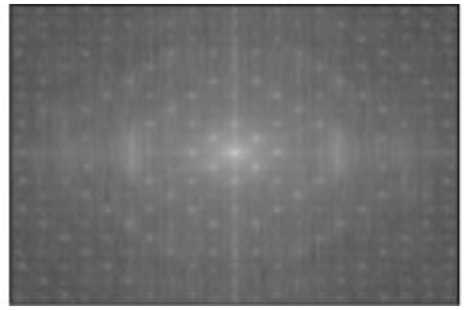



Channel 2

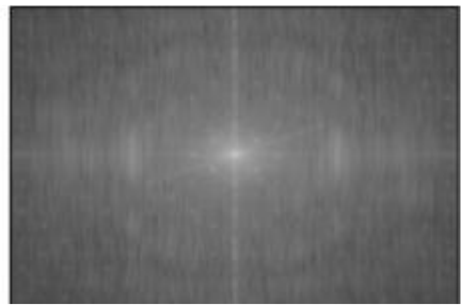



:RGB

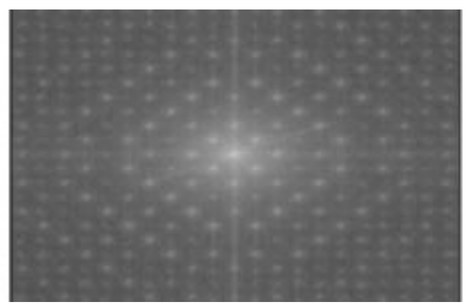
Channel 0

Channel 1

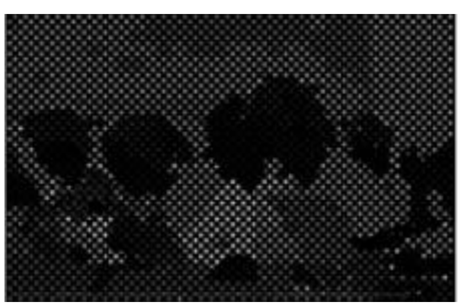
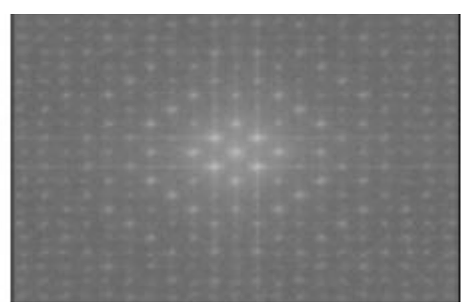



Channel 2

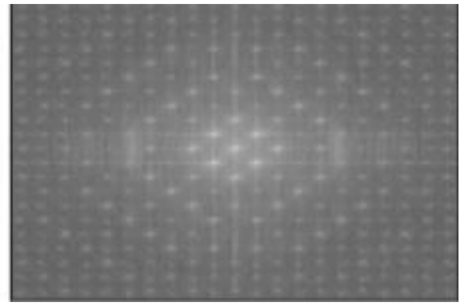



:HSV

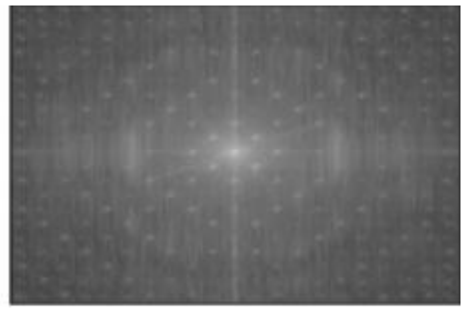
Channel 0

Channel 1

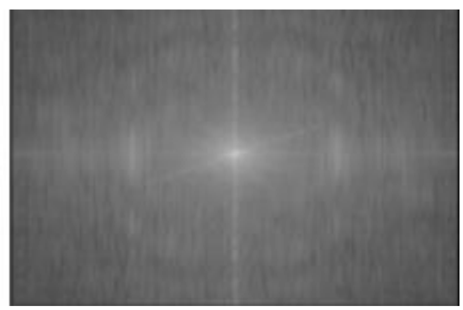


Channel 2

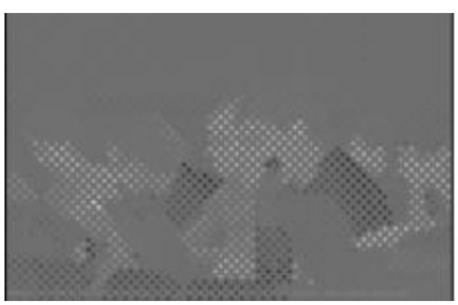


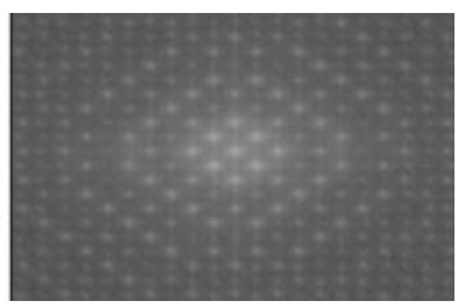
:YCBCR

Channel 0

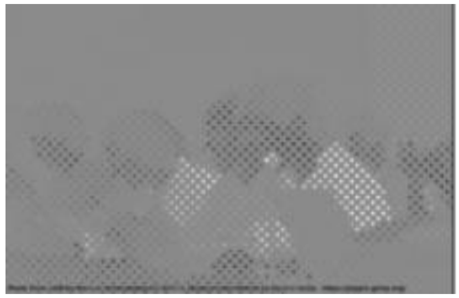
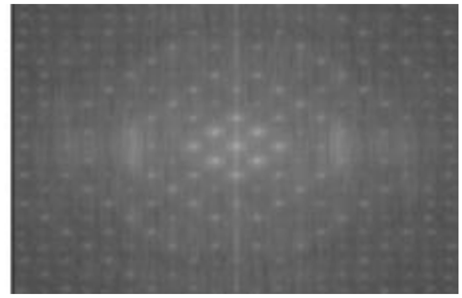


Channel 1



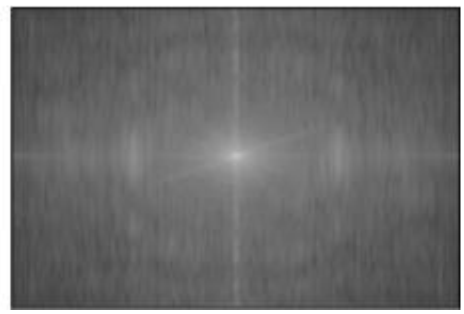


Channel 2

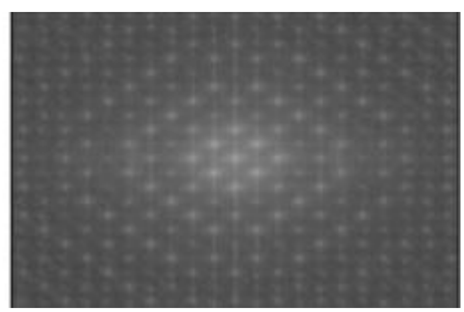



:LAB

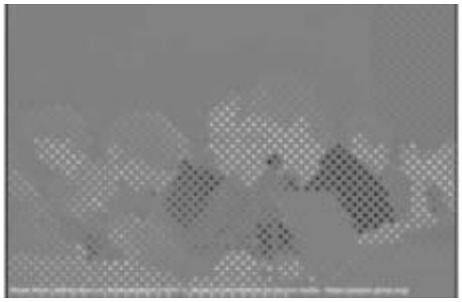
Channel 0

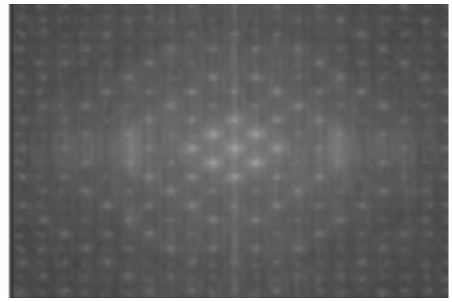



Channel 1

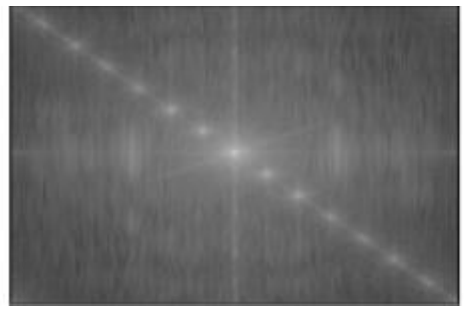
Channel 2



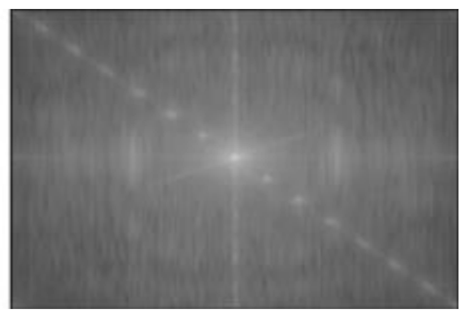


:RGB

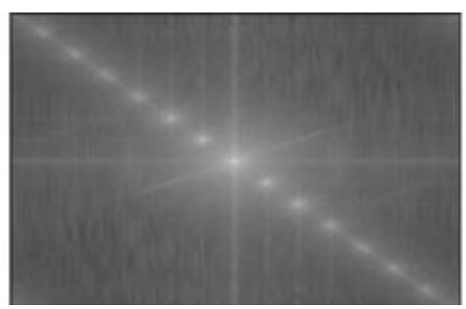
Channel 0



Channel 1

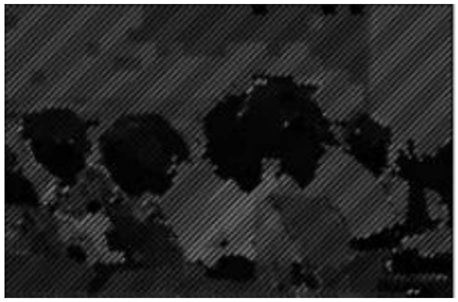


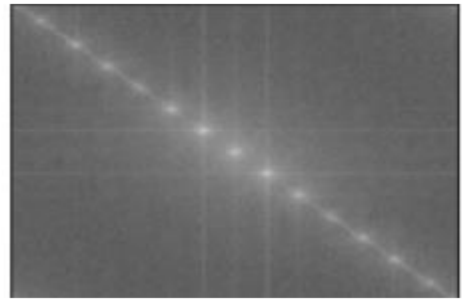
Channel 2



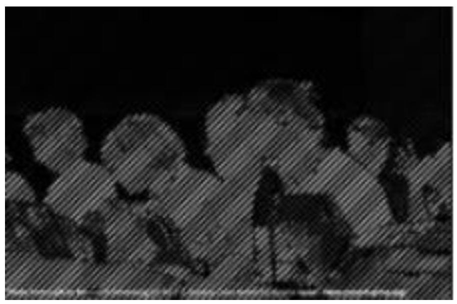
:HSV

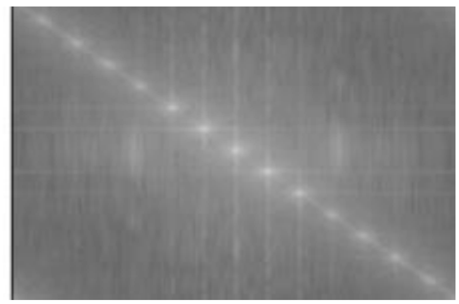
Channel 0



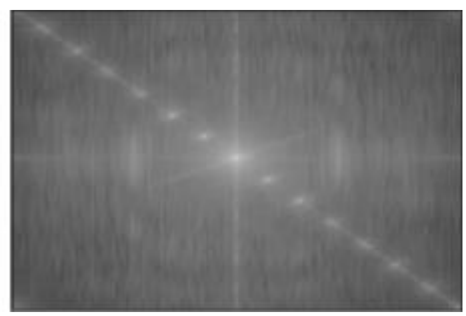


Channel 1



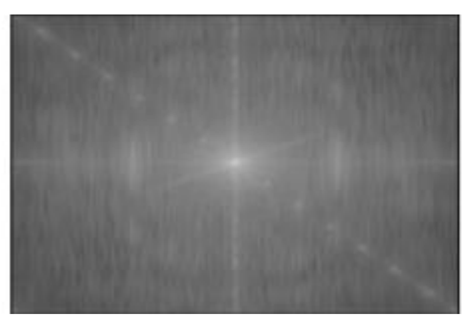


Channel 2

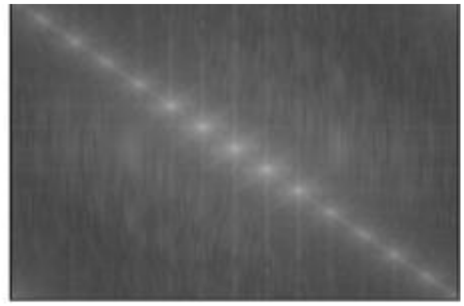


:YCBCR

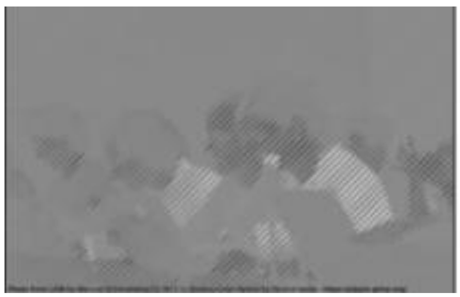
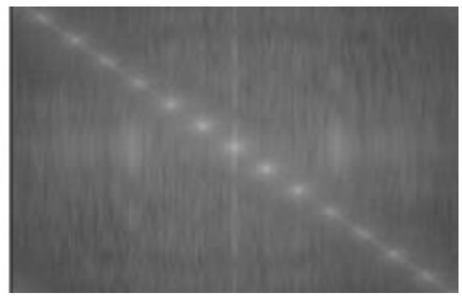
Channel 0



Channel 1

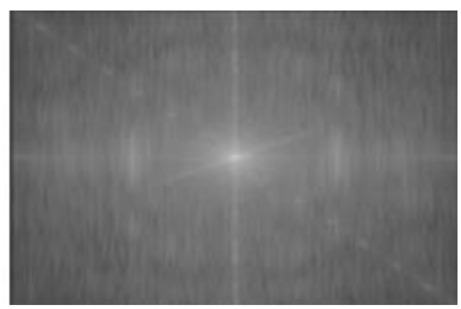



Channel 2

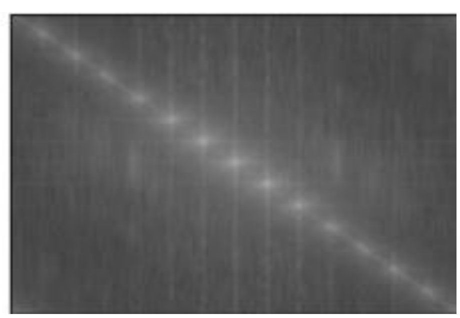



:LAB

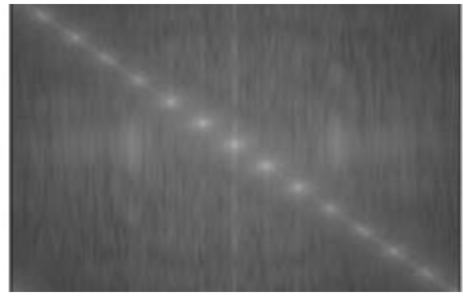
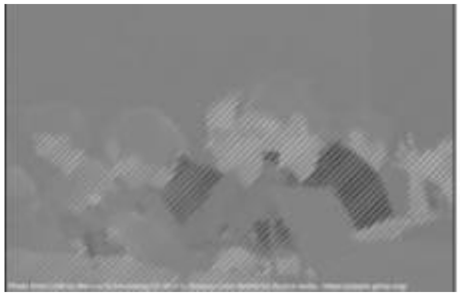
Channel 0

Channel 1

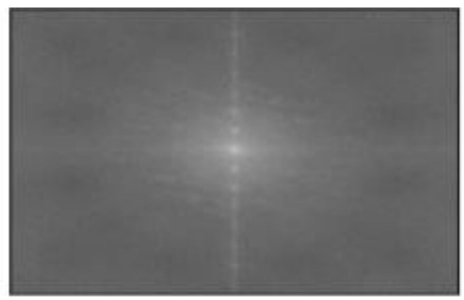
Channel 2

B)

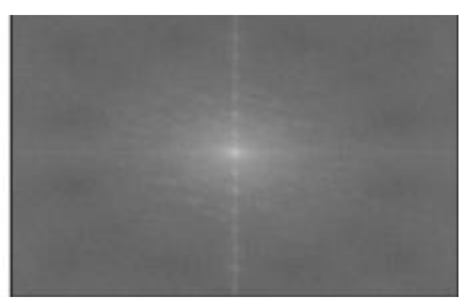
در این قسمت ابتدا تصویر مربوط به ماسک عکس که دارای خطوط نویز هست را بدست آورده و سپس از تصویر فوریه آن حذف میکنیم و داریم:

Channel 0



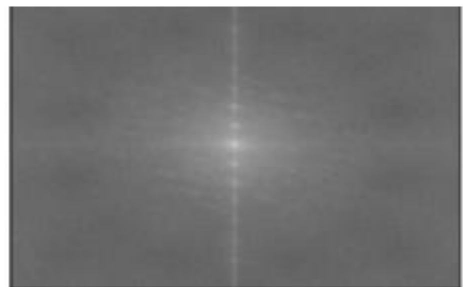

تصویر بدست آمده :


Channel 1




تصویر بدست آمده :

Channel 2

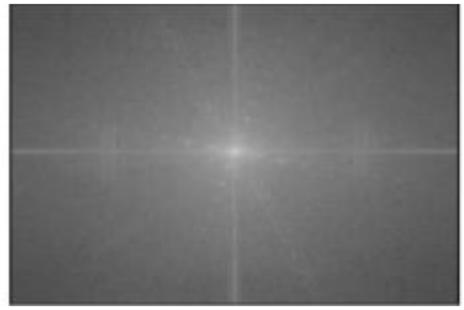


تصویر بدست آمده :

نتیجه نهایی:

تصویر دوم:

(تنها چنل اول در دو تصویر بعدی در گزارش کار آورده شده است بقیه تصاویر در فایل کد موجود است)

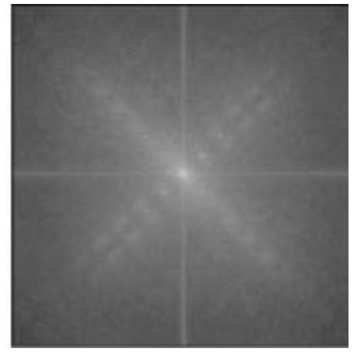


تصویر بدست آمده:

نتیجه نهایی:

تصویر سوم:

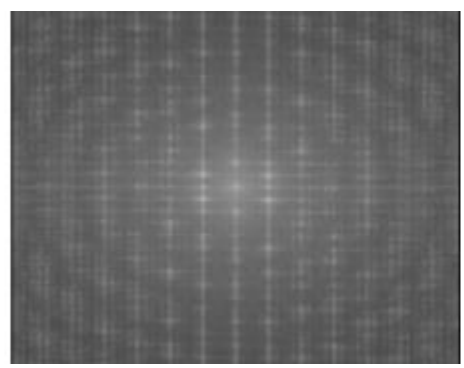
Channel 0

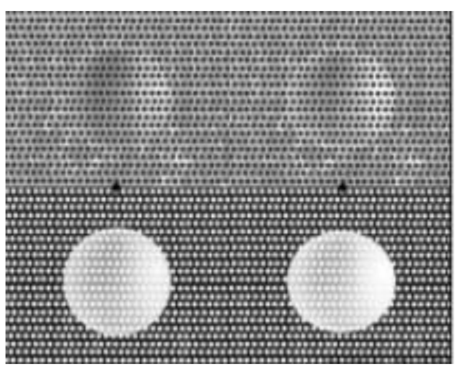


تصویر بدست آمده:

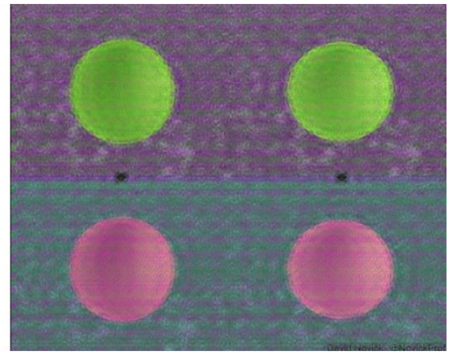
C)

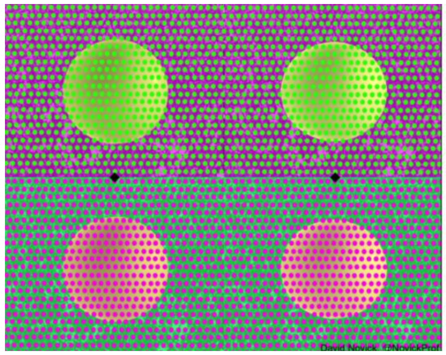
RGB



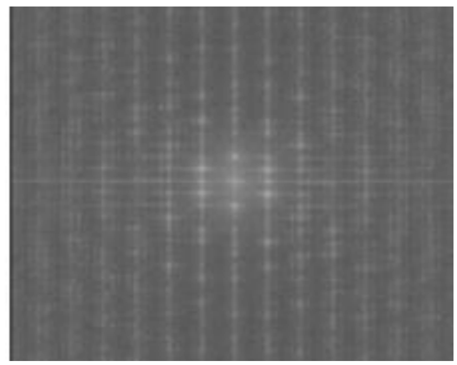


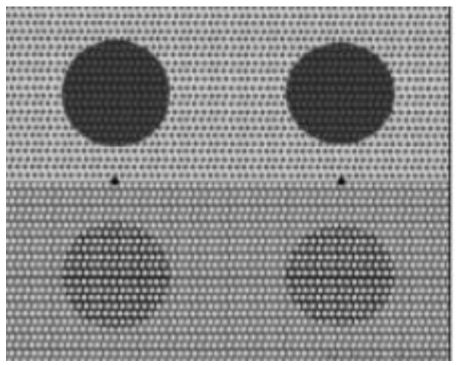
نتیجه:



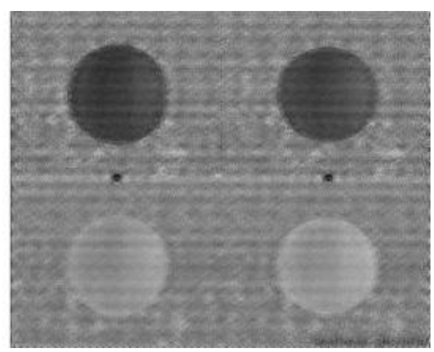


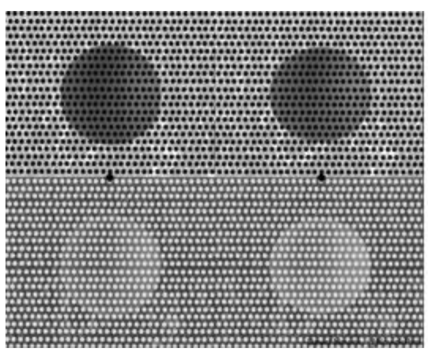
HSV



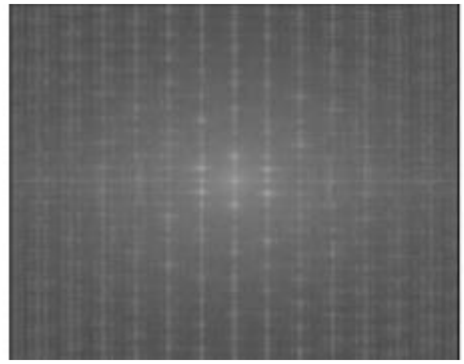
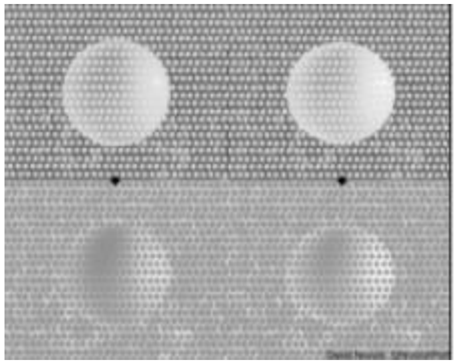


نتیجه:

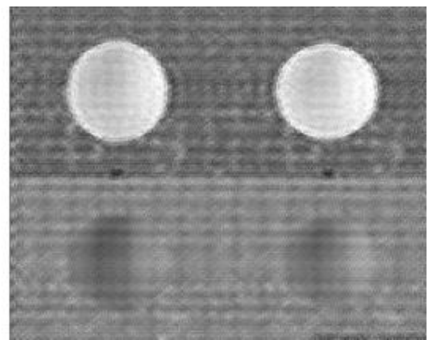
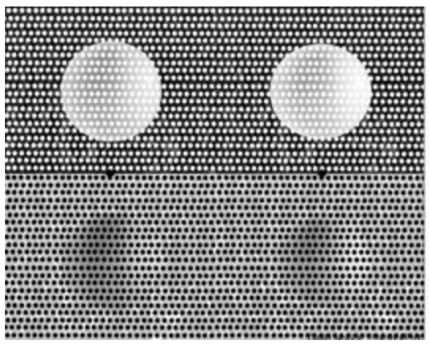




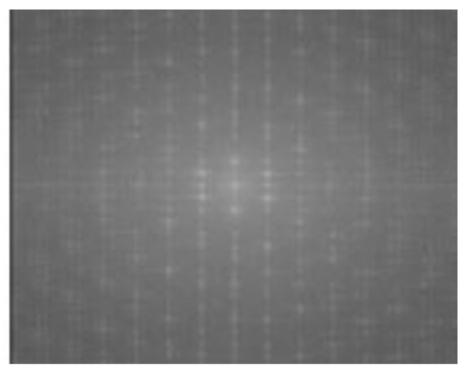
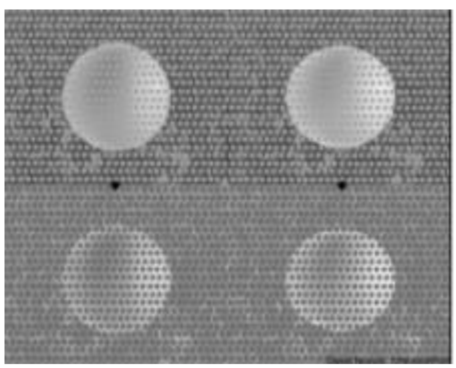
YCbCr

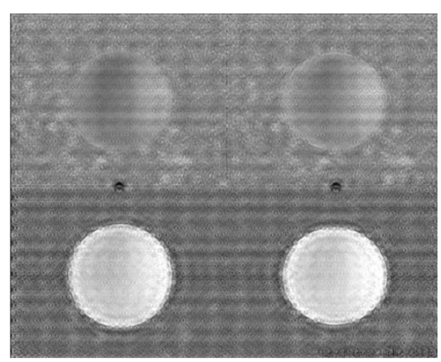
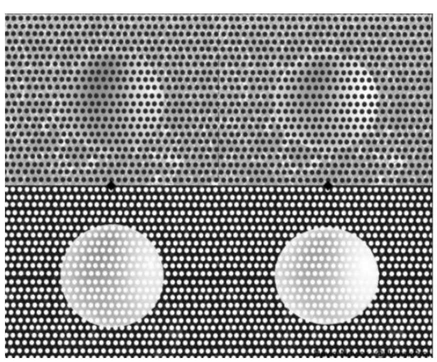
نتیجه:

LAB

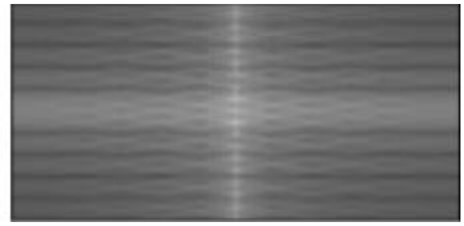
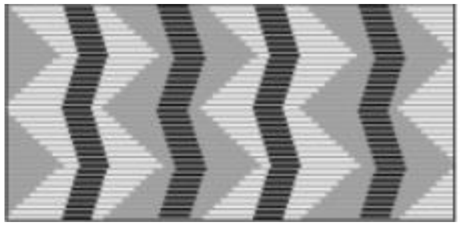



نتیجه:

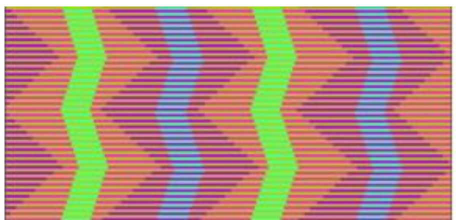



تصویر 2:

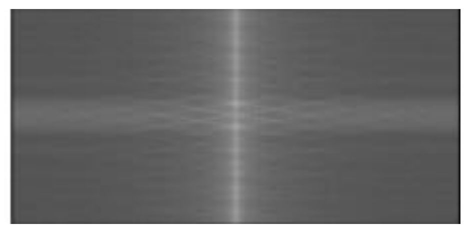
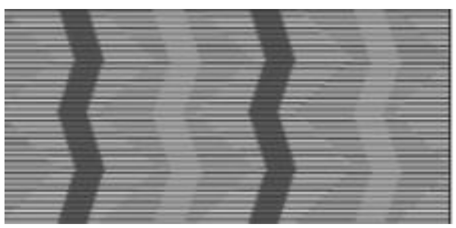
RGB

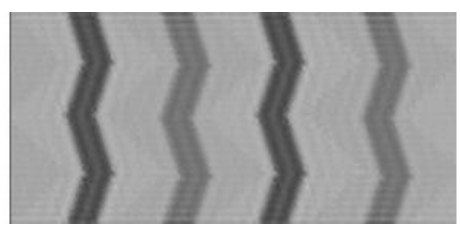
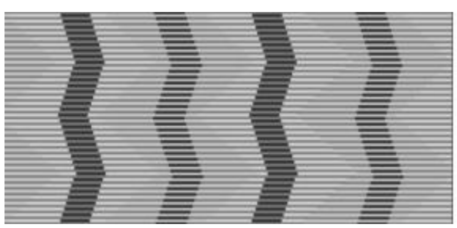
نتیجه:

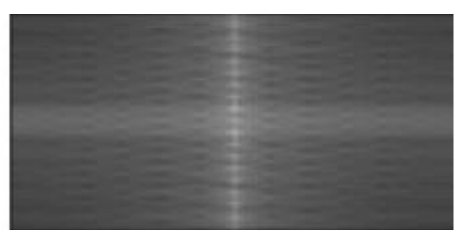
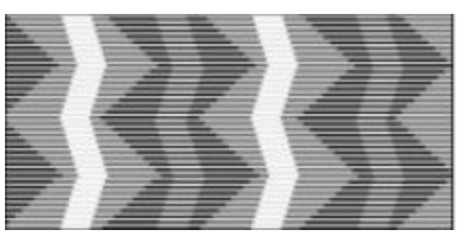
HSV

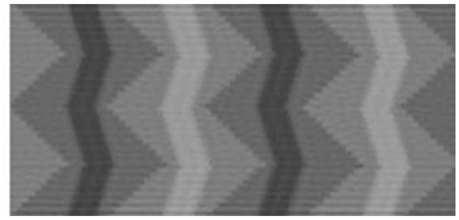
نتیجه:

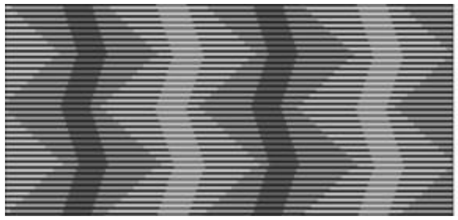



YCbCr

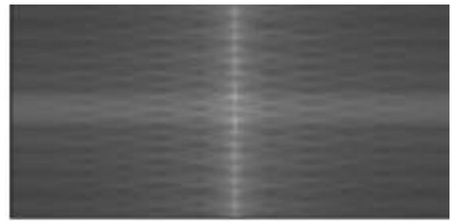



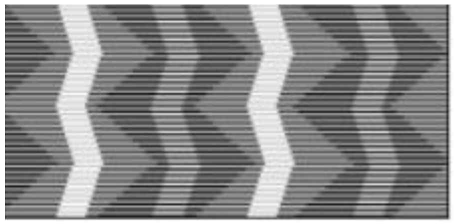
نتیجه:



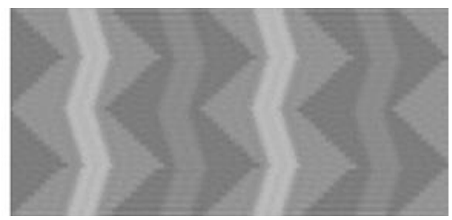


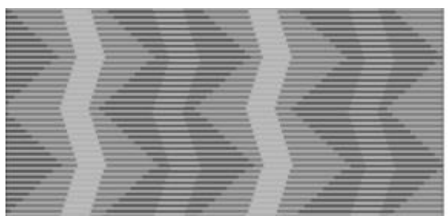
LAB





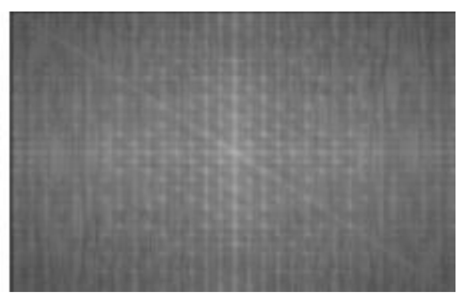
نتیجه:

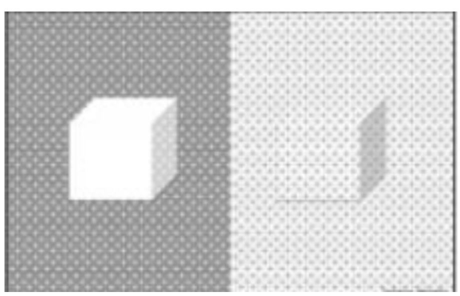




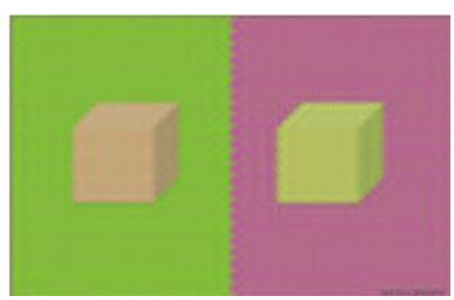
تصویر 3:

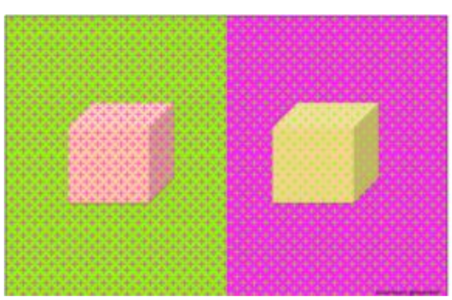
RGB



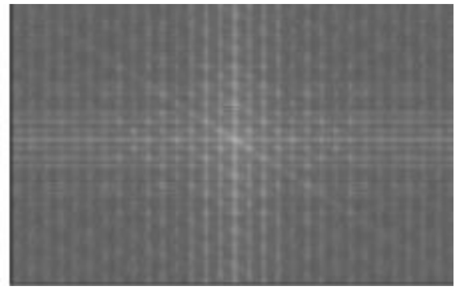
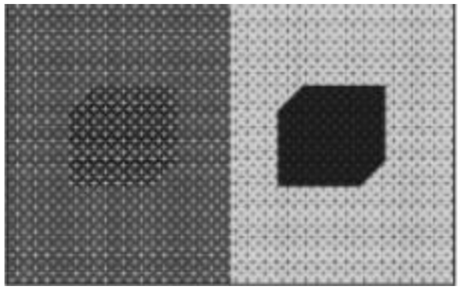


نتیجه:

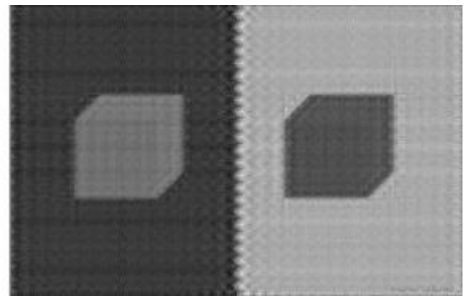
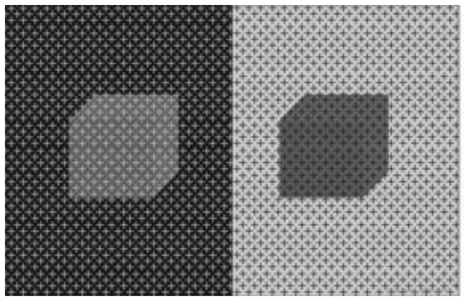




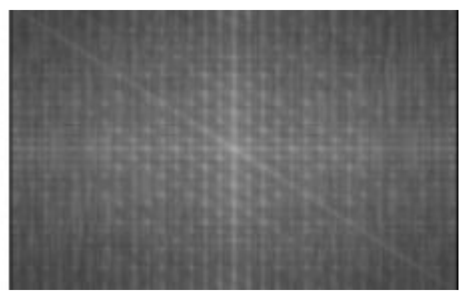
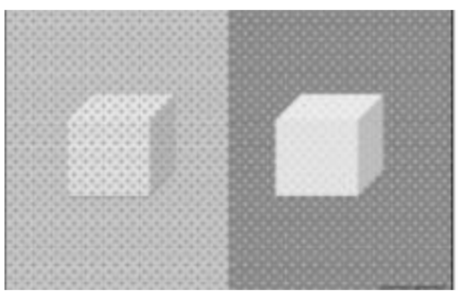
HSV

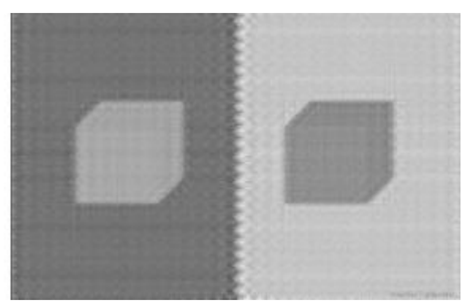
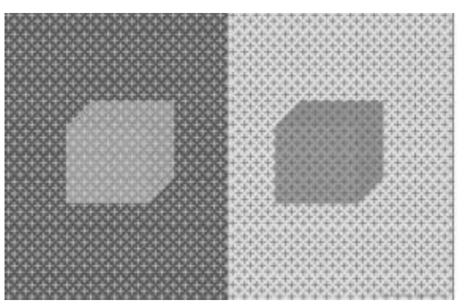
نتیجه:

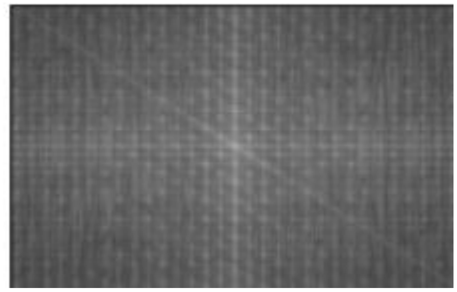
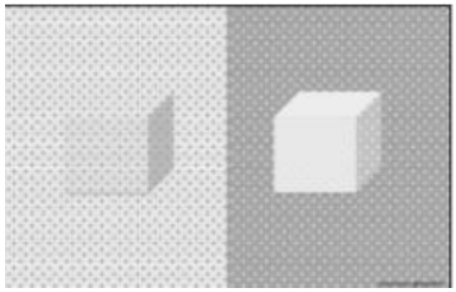
YCbCr

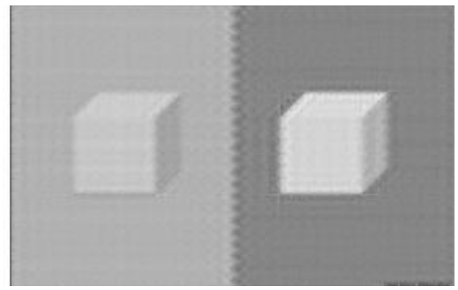
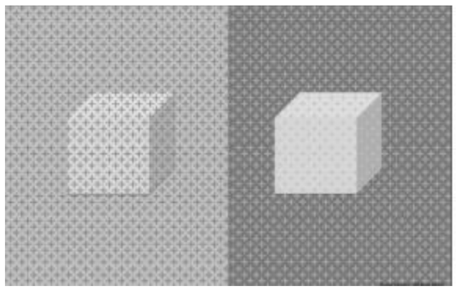
نتیجه:

LAB

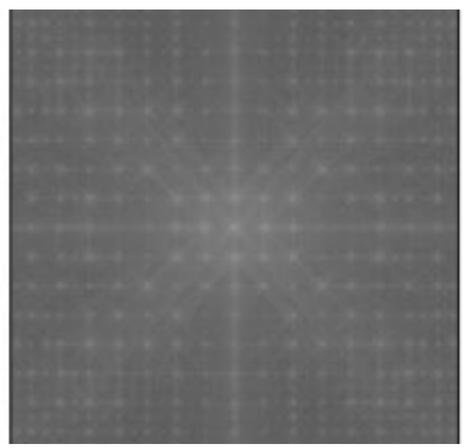
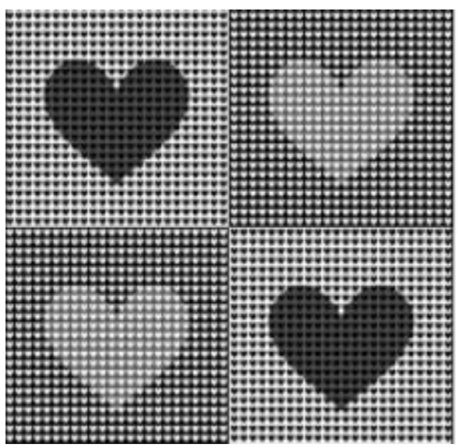



نتیجه:

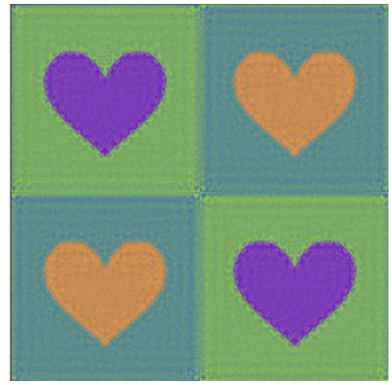
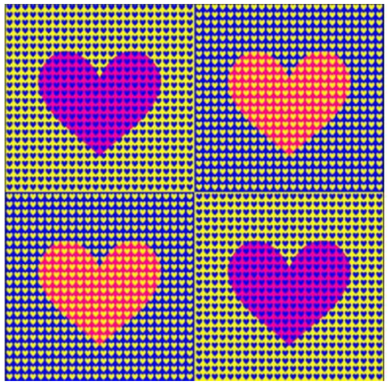



تصویر 4:

RGB

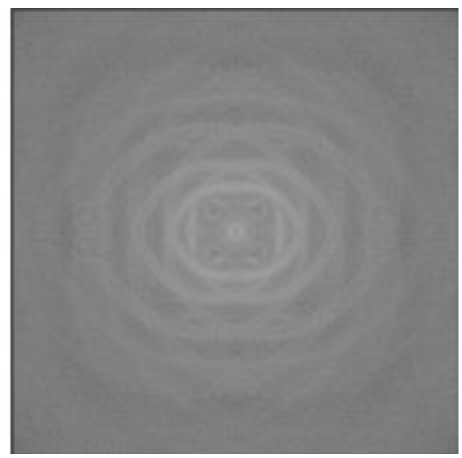
نتیجه:

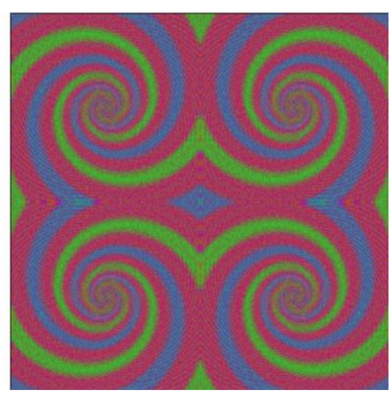
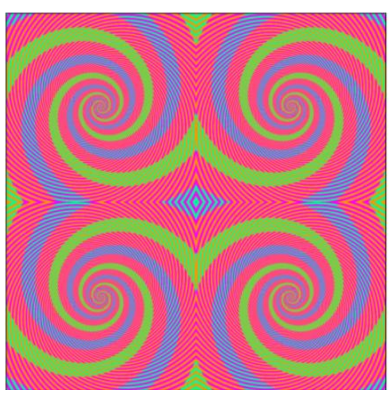
D)

تصویر 1:

RGB

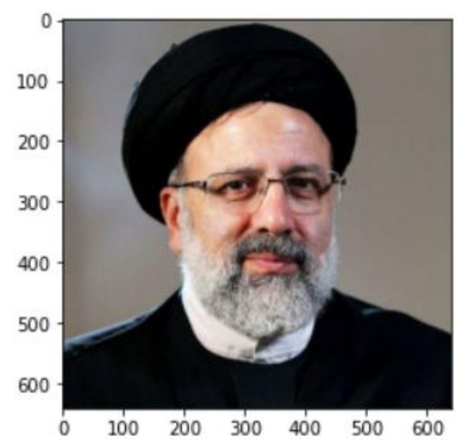


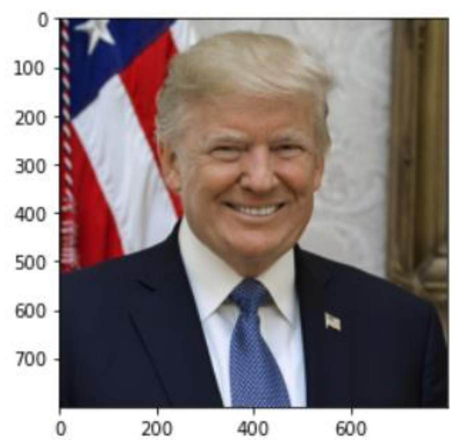

نتیجه نهایی:

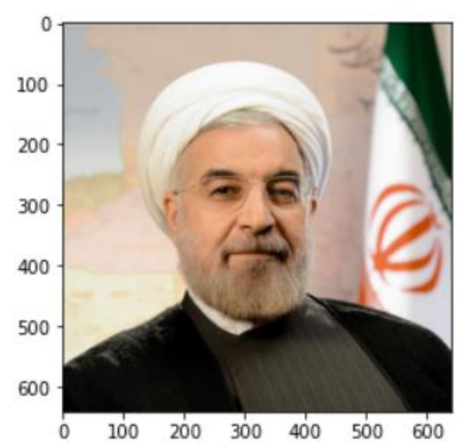



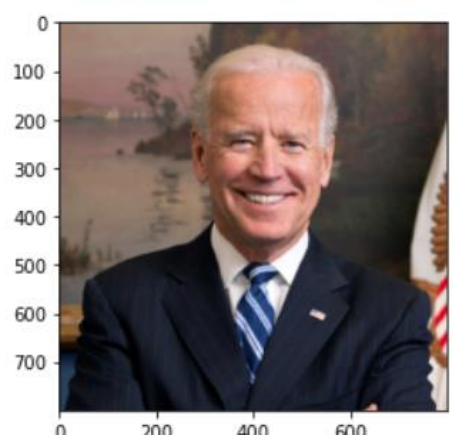
سوال 5

در ابتدا تصاویر را خوانده و نمایش میدهیم.









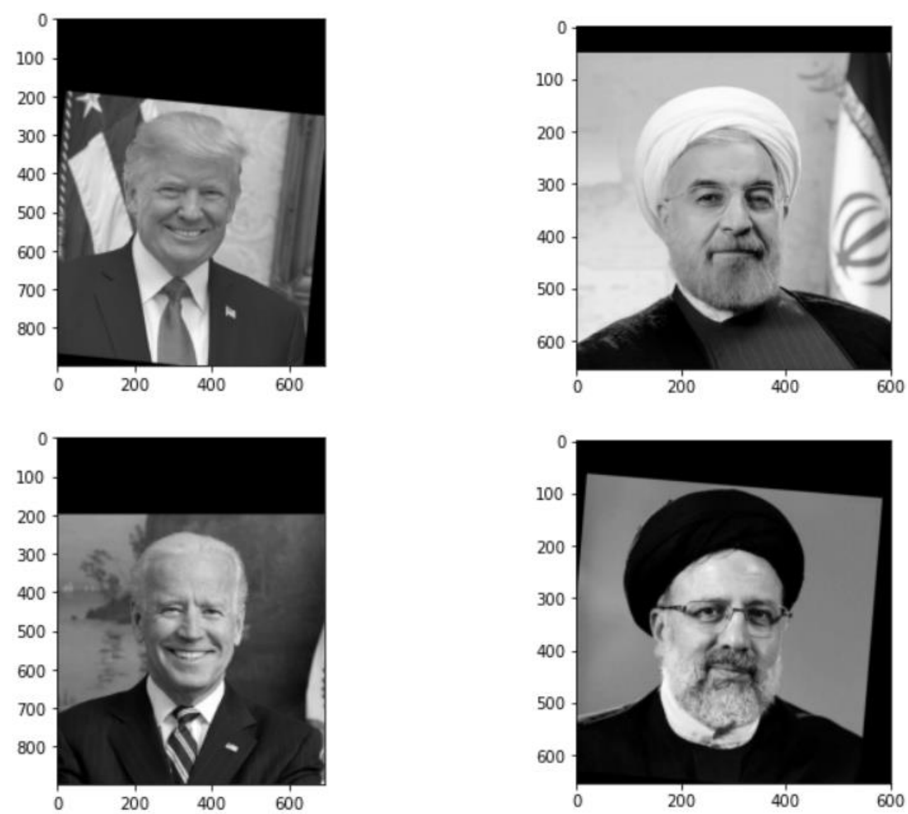
A)

با توجه به صورت سوال که گفته شده است، بر اساس دو نقطه تصاویر با هم align کنیم، با استفاده از plt.ginput() و matplotlib.use("TKAgg") تصاویر را نمایش داده و با استفاده از موس دو نقطه از تصویر انتخاب میکنیم.

کاری که ginput انجام میدهد این است که مختصات نقاط کلیک شده در تصویر را به کاربر برمیگرداند و با استفاده از این روش مختصات نقاطی که میخواهیم بر اساس آن ها تصاویر با هم align شوند را بدست میاوریم.

سپس برای align کردن تصاویر در ابتدا وسط نقاط انتخاب شده پیدا میکنیم و نقطه پیدا شده را به عنوان وسط تصویر قرار میدهیم. سپس تصویر را با توجه به نقطه وسط و سایز آن rescale میکنیم و همچنین تصویر را در صورت نیاز میچرخانیم تا دو نقطه باهم همراستا شوند. سپس برای تصاویر را باهم هم سایز کرده و دو تصویر باهم align میشوند.

نتایج بدست آمده به صورت زیر است:



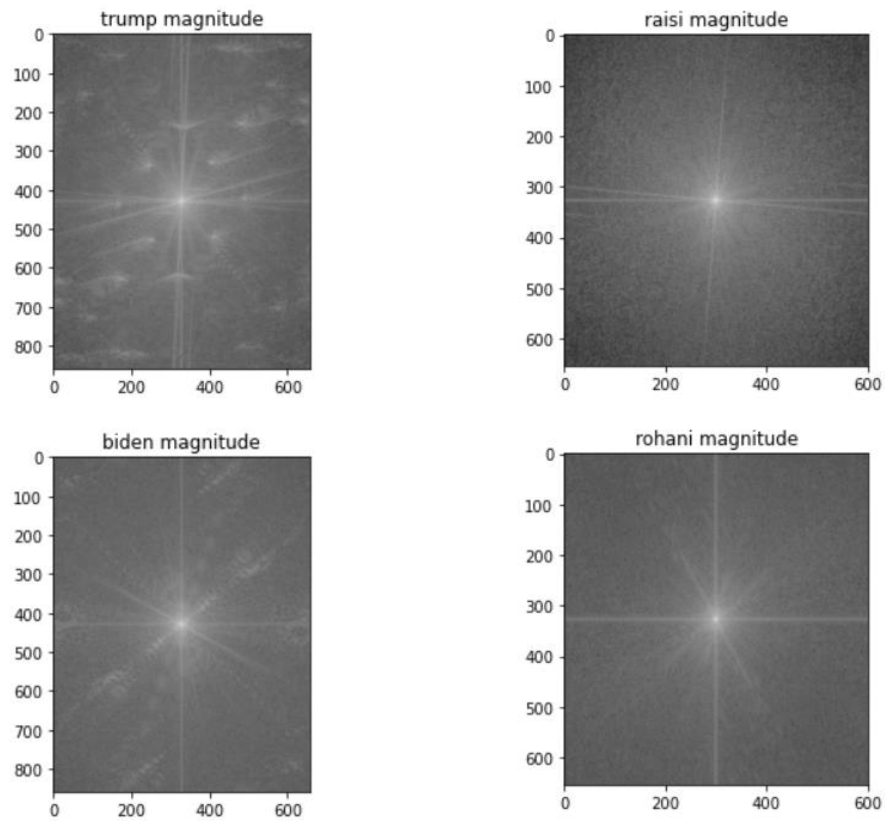
B)

با استفاده از کد زیر و توابع موجود در numpy، magnitude و phase تصاویر را بدست میاوریم:

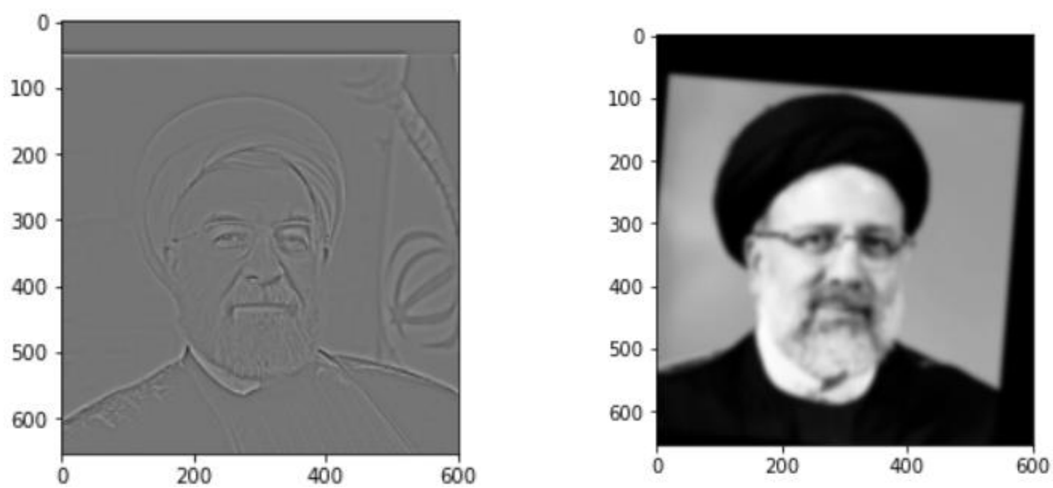
```python
def fourier_transform(image):
    res = np.fft.fft2(image)
    fshift = np.fft.fftshift(res)
    return fshift

def phase_magnitude(image):
    fshift = fourier_transform(image)
    phase = np.angle(fshift)
    magnitude = 20*np.log(np.abs(fshift))
    return phase,magnitude
```

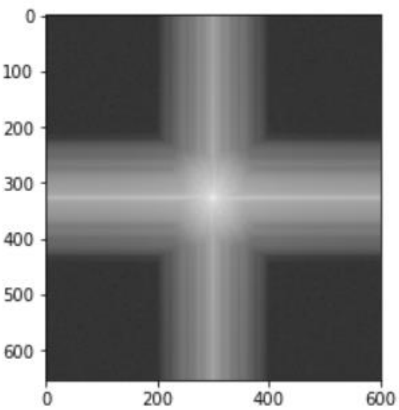
نتایج بدست آمده برابر زیر است:

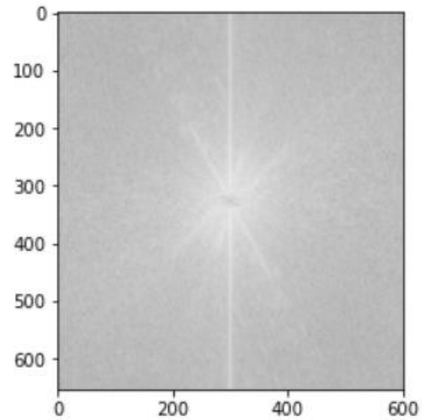
```python
low_pass = scipy.ndimage.filters.gaussian_filter(image1, sigma)
high_pass = image2 - scipy.ndimage.filters.gaussian_filter(image2, sigma)
if show_plt == True:
    plt.imshow(low_pass,cmap="Greys_r")
    plt.show()
    plt.imshow(np.log(np.abs(np.fft.fftshift(np.fft.fft2(low_pass)))),cmap="gray")
    plt.show()
    plt.imshow(high_pass,cmap="Greys_r")
    plt.show()
    plt.imshow(np.log(np.abs(np.fft.fftshift(np.fft.fft2(high_pass)))),cmap="gray")
    plt.show()
return low_pass + high_pass
```



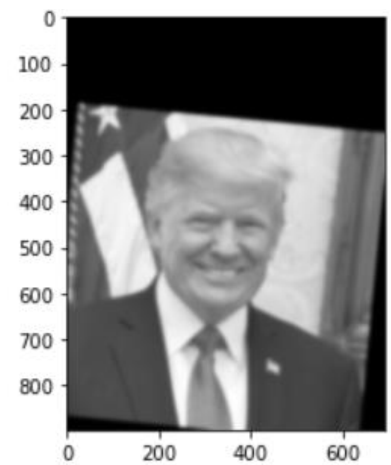
با توجه به صورت سوال فیلتر پایین گذر بر روی عکس اول و بالا گذر بر روی عکس دوم اعمال شده که نتایج زیر را حاصل میشود:

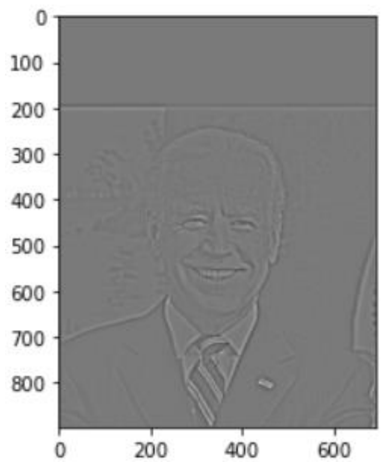


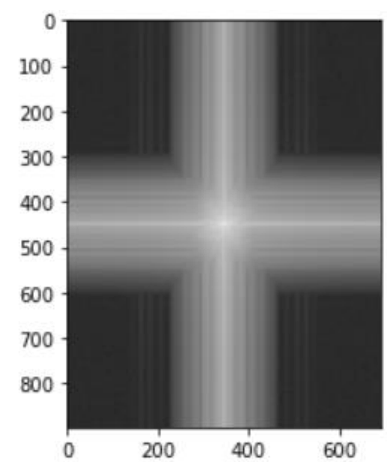

0
100
200
300
400
500
600
0
200
400
600

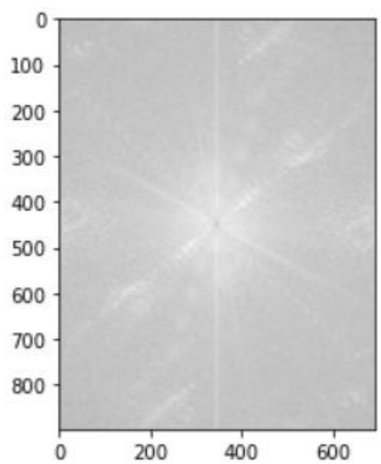

0
100
200
300
400
500
600
0
200
400
600

تصویر دوم:


0
100
200
300
400
500
600
700
800
0
200
400
600

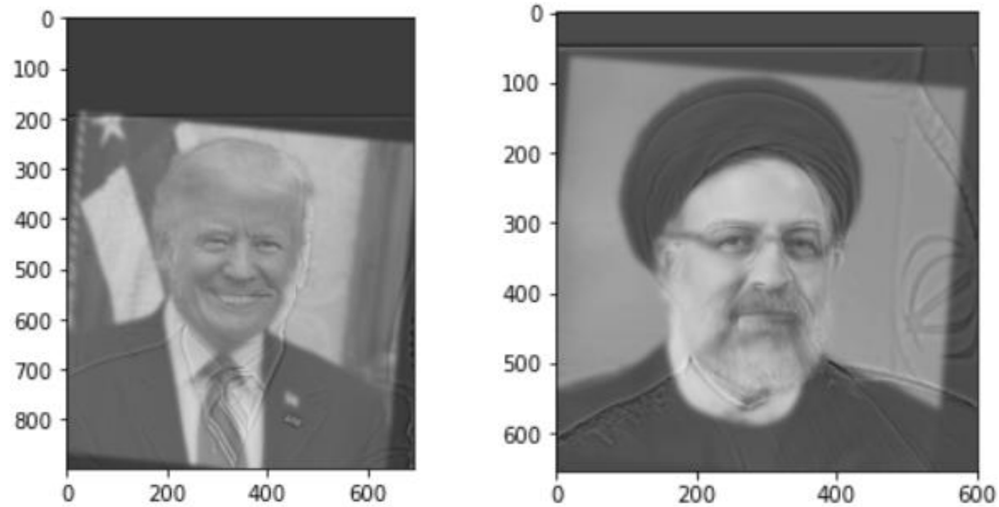

0
100
200
300
400
500
600
700
800
0
200
400
600


0
100
200
300
400
500
600
700
800
0
200
400
600


0
100
200
300
400
500
600
700
800
0
200
400
600

C)

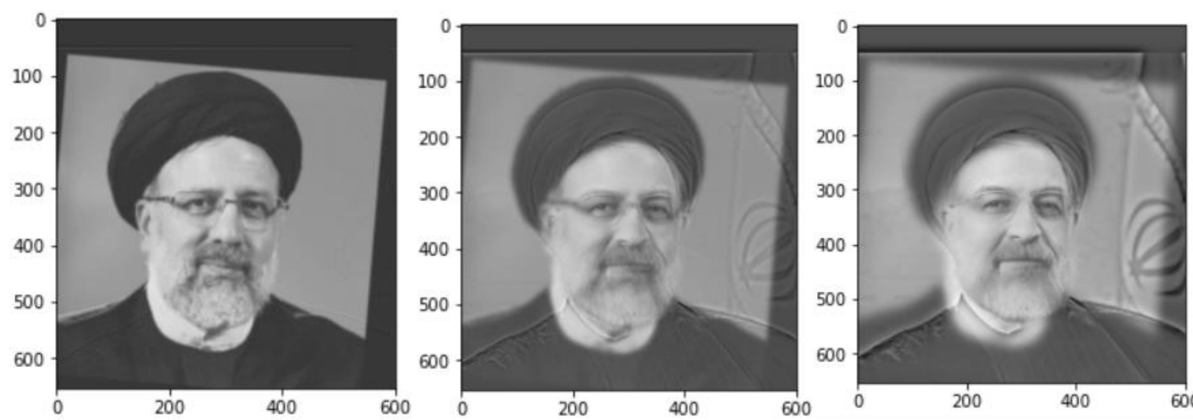
در این قسمت دو تصویر را بر روی هم انداخته و نمایش میدهیم.

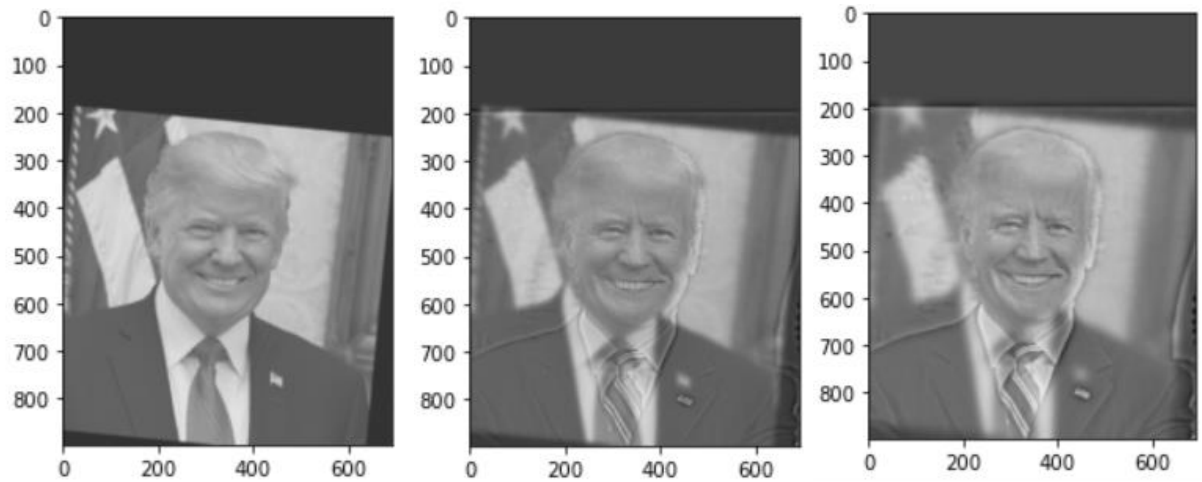


D)

در این قسمت 10 مقدار cutoff_value انتخاب شده که مقداراولین و پنجم و 10 امین آن به صورت زیر نمایش داده شده است.

(بقیه مقادیر را در فایل کد موجود است.)





سوال 6

A)

فرض کنید f یک تابع زوج و g یک تابع فرد باشد. سپس (این هنوز برای توابع تناوبی صادق است) اکنون می‌توانیم یک تغییر متغیر اعمال کنیم: حالا اجازه دهید $f*g(-t)$ را در نظر بگیریم. اگر جایگزینی را اعمال کنیم: $\mu = -\tau$ سپس $d\mu = -d\tau$ (به یاد بیاورید که f زوج است و تغییر $-\infty$ و ∞) = - $f*g\ (t)$ بنابراین $f*g$ یک تابع فرد است.

B)

زمانی اتفاق می افتد که یک سیگنال با کمتر از دو برابر بالاترین فرکانس موجود در سیگنال نمونه برداری شود.

باعث میشود فاصله کوتاه تر شود و همچنین باعث تغییر جهت خطوط میشود.

C)

خیر به شرط زیر

در صورتی که مرکز تصویر بالا و چپ باشد و به انتهای ستون و ردیف آن صفر اضافه کنیم و در صورتی که مرکز تصویر در وسط عکس باشد و در هر 4 طرف تصویر صفر اضافه کنیم مشکلی پیش نمیاید.

D)

E)

در فضای پیوسته می توان نشان داد که چرخش یک تصویر f(x,y) با رادیان θ CCW (در جهت پادساعت) روی صفحه xy، CSFT (تبدیل فوریه فضای پیوسته) F(Ω1) مربوطه را نیز می چرخاند.

Ω2,) توسط θ رادیان CCW: چرخش CCW توسط θ روی صفحه xy را می توان با تبدیل زیر توصیف کرد:
x′=xcos(θ)−ysin(θ)y′=xsin(θ)+ycos(θ)

که x,y مختصات اصلی و x′,y مختصات چرخانده شده (جدید) هستند.

یک چرخش معکوس مربوط به θ، (یا CCW با -θ) تبدیل زیر را دارد:

x=+x′cos(θ)+y′sin(θ)y=−x′sin(θ)+y′cos(θ)

با توجه به تصویر اصلی f(x,y)، آن را CCW با θ می چرخانیم تا تصویر چرخانده شده gr(x,y) را بدست آوریم،

سپس موارد زیر برقرار می شود: gr(x,y)=f(xcos(θ)+ysin(θ),-xsin(θ)+ycos(θ)) توجه داشته باشید که در معادله (3)، آرگومان های تابع اصلی f(٠،٠) با رابطه چرخش معکوس به مختصات y،x از gr(٠،٠) توصیف می شوند. CSFT

تصویر چرخانده شده gr(x,y) برابر است با: Gr(Ω1,Ω2)=∬∞−∞gr(x,y)e−j(Ω1x+Ω2y)dxdy
=∬f(xcos(θ)+ysin(θ),−xsin(θ)+ycos(θ))e−j(Ω1x+Ω2y)=∬f(x′,y′)e−j[Ω1(x′cos(θ)−y′sin(θ))+Ω2(x′sin(θ)+y′cos(θ))]dx′dy′=∬f(x′,y′)e−j[(Ω1cos(θ)+Ω2sin(θ))x′+(-Ω1sin(θ)+Ω2cos(θ))y′]dx′dy′=F(Ω1cos(θ)+Ω2sin(θ)،-Ω1sin(θ) +Ω2cos(θ))(4)(5)(6)(7)

در صورت دوران عکس دامنه فرکانس نیز دوران پیدا میکند.