Universität Freiburg – Mathematisches Institut

# Wintersemester 2024/25 Ergänzungen des Modulhandbuchs

Version 17. Oktober 2024

# Inhaltsverzeichnis

Hinweise	4
Studienplanung	5 6
1a. Einführende Pflichtvorlesungen der verschiedenen Studiengänge	8
Analysis I (Michael Růžička)  Lineare Algebra I (Stefan Kebekus)  Numerik I (Sören Bartels)	9 11 13
Stochastik I (Angelika Rohde)	15 17 19
1b. Weiterführende vierstündige Vorlesungen	21
Algebra und Zahlentheorie (Wolfgang Soergel).  Algebraische Zahlentheorie (Abhishek Oswal)  Analysis III (Patrick Dondl).  Differentialgeometrie (Sebastian Goette).  Einführung in partielle Differentialgleichungen (Guofang Wang).  Einführung in Theorie und Numerik Partieller Differentialgleichungen (Sören Bartels)  Funktionentheorie (David Criens).  Mathematische Statistik (Ernst August v. Hammerstein).  Mengenlehre: Unabhängigkeitsbeweise (Maxwell Levine).  Semi-algebraische Geometrie (Annette Huber-Klawitter, Amador Martín Pizarro).  Theorie und Numerik for Partieller Differentialgleichungen – Nichtlineare Probleme (Sören Bartels, Patrick Dondl).  Wahrscheinlichkeitstheorie II (Stochastische Prozesse) (Peter Pfaffelhuber).  Wahrscheinlichkeitstheorie III (Stochastische Integration und Finanzmathematik) (Thorsten Schmidt).  Lesekurse "Wissenschaftliches Arbeiten" (Alle Dozent:inn:en der Mathematik).	244 26 28 30 32 34 36 38 40 42 44 46 48
1c. Weiterführende zweistündige Vorlesungen	50
Functions of Bounded Variation and Sets of Finite Perimeter (Xuwen Zhang)	51 53 55 57 59 61 63
Numerical Optimal Control (Moritz Diehl)	65

2a. Fachdidaktik	67
Einführung in die Fachdidaktik der Mathematik (Katharina Böcherer-Linder)	68
Didaktik der Funktionen und der Analysis (Katharina Böcherer-Linder)	70
Didaktik der Stochastik und der Algebra (Anika Dreher)	72
Fachdidaktikseminar: Medieneinsatz im Mathematikunterricht ( $J\ddot{u}rgen~Kury$ )	74
Fachdidaktikseminare der PH Freiburg (Dozent:inn:en der PH Freiburg)	76
${\bf Modul\ "Fachdidaktische\ Forschung":}\ ({\it Dozent:inn:en\ der\ PH\ Freiburg,\ Frank\ Reinhold})\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\$	78
2b. Tutoratsmodul	80
Lernen durch Lehren (Susanne Knies)	81
2c. Praktische Übungen	83
Praktische Übung zu Einführung in Theorie und Numerik Partieller Differentialgleichungen (Sören Bartels)	84
Praktische Übung zu Numerik (Sören Bartels)	86
3a. Proseminare	88
Gewöhnliche Differentialgleichungen und Anwendungen (Susanne Knies, Ludwig Striet)	89
Ein Streifzug durch die Mathematik (Angelika Rohde)	91
Proseminar zur Algebra (Wolfgang Soergel)	93
3b. Seminare	95
Knotentheorie (Ernst August v. Hammerstein)	96
Maschinelles Lernen und Stochastische Analysis (Thorsten Schmidt)	98
Machine-Learning Methods in the Approximation of PDEs (Sören Bartels)	100
Medical Data Science (Harald Binder)	102
$ \textbf{Minimalflächen} \ (\textit{Guofang Wang}) \ \dots $	104
Seminar zur algebraischen Topologie (Sebastian Goette)	106
Theorie der nicht-kommutativen Algebren (Annette Huber-Klawitter)	108

# Studienplanung

Liebe Studierende der Mathematik,

das Kommentierte Vorlesungsverzeichnis bietet Informationen über das Lehrangebot des Mathematischen Instituts im jeweiligen Semester. Welche Veranstaltungen Sie in Ihrem Studiengang absolvieren können und müssen sowie Informationen zum Studienverlauf entnehmen Sie am besten den Informationsseiten zu den einzelnen Studiengängen, die Sie unter https://www.math.uni-freiburg.de/nlehre/finden. Bitte beachten Sie, dass es für einen Studiengang unter Umständen verschiedenen Prüfungsordnungsversionen mit verschiedenen Anforderungen gibt.

Gerne können Sie bei Bedarf die Beratungsangebote des Mathematischen Instituts in Anspruch nehmen: Studienberatung durch den Studiengangkoordinator, Studienberatung der einzelnen Abteilungen sowie Beratung durch Dozentinnen und Dozenten (Sprechzeiten siehe auf den im Personenverzeichnis des Instituts verlinkten persönlichen Webseiten).

### Bitte beachten Sie:

- Die beiden Bachelor-Studiengänge sowie die Studiengänge Master of Education als Erweiterungsfach beginnen mit den Grundvorlesungen Analysis I und II und Lineare Algebra I und II, auf denen die meisten weiteren Mathematikveranstaltungen inhaltlich aufbauen. Varianten für den Studienverlauf, falls man im Zwei-Hauptfächer-Bachelor-Studiengang aufgrund der Fächerkombination nur mit einer der beiden Grundvorlesungen anfangen kann, finden sich auf der Informationsseite des Studiengangs.
- Als sogenannte Orientierungsleistung müssen bis zum Ende des 3. Fachsemesters im B.Sc.-Studiengang die beiden Klausuren zu Analysis I und zu Lineare Algebra I bestanden sein, im Zwei-Hauptfächer-Bachelor-Studiengang mindestens eine der beiden.
- Darüber hinaus gibt es keine Vorschriften an die Gestaltung des individuellen Studienverlaufs und abgesehen von der begrenzten Anzahl an Plätzen in jedem Seminar bzw. Proseminar – auch keine Zugangsvoraussetzungen an Veranstaltungen. Sie können selbst bestimmen, welche Veranstaltungen Sie wann absolvieren. Bei der Wahl sind aber unbedingt die inhaltlich erforderlichen Vorkenntnisse zu beachten!
- Im M.Sc.-Studiengang müssen Sie bei der Auswahl der Veranstaltungen beachten, dass Sie maximal zwei der vier mündlichen Prüfungen bei dem-/derselben Prüfer:in ablegen dürfen. Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls müssen Sie mit dem/der Prüfer:in absprechen; nicht alle denkbaren Kombinationen sind akzeptiert.
- Inwieweit der Stoff der von Ihnen absolvierten Veranstaltungen als Grundlage für Abschlussarbeiten ausreicht, muss rechtzeitig mit dem/der Betreue:rin der Arbeit abgesprochen werden.

# Sprache

Veranstaltungen mit dem Kürzel "D" werden auf Deutsch, Veranstaltungen mit dem Kürzel "E" werden auf Englisch angeboten. Übungsaufgaben zu englischen Vorlesungen können häufig auch auf Deutsch bearbeitet werden.

In Seminaren sind in der Regel Vorträge auf Deutsch und auf Englisch möglich; das Kürzel "D/E" weist auf diese Möglichkeit hin.

# Verwendbarkeit von Veranstaltungen und ECTS-Punkte

Pro Veranstaltung ist in der Rubrik "Verwendbarkeit" angegeben, in welchen Modulen aus welchen Studiengängen sie verwendet werden kann. Bei der Darstellung der Verwendbarkeiten werden die folgenden Studiengangkürzel verwendet:

2HfB21	Zwei-Hauptfächer-Bachelor-Studiengang
BSc21	Bachelor of Science in Mathematik, PO-Version von 2021
BScInfo19	Bachelor of Science in Informatik, PO-Version von 2019
BScPhys22	Bachelor of Science in Physik, PO-Version von 2022
MEd18	Master of Education in Mathematik
MEdual24	Masterstudiengang "Lehramt Gymnasien – dual"
MEH21	Master of Education, Mathematik als Erweiterungsfach mit 120 ECTS-Punkten
MEB21	Master of Education, Mathematik als Erweiterungsfach mit 90 ECTS-Punkten
MSc14	Master of Science in Mathematik
MScData24	Master of Science in Mathematics in Data and Technoloy

Grundsätzlich dürfen in einem Master-Studiengang keine Veranstaltungen absolviert werden, die in dem zugrundelie-

genden Bachelor-Studiengang bereits verwendet wurden. Bei Rückfragen wenden Sie sich bitte an die Studiengangkoordination.

### Bitte beachten Sie außerdem:

- Es ist erlaubt, höhere, typischerweise für den M.Sc.-Studiengang angebotene Vorlesungen in Bachelor- und Master-of-Education-Studiengängen zu verwenden. Aufgrund der geforderten Vorkenntnisse werden sie aber nur in Ausnahmefällen dafür in Frage kommen: Wenn eine Veranstaltung für ein Modul verwendbar ist, bedeutet dies nicht unbedingt, dass sie dafür auch geeignet sein muss. Umgekehrt sind Extremfälle nicht aufgeführt (bespielsweise eine Vorlesung wie "Differentialgeometrie II" als Vertiefungsmodul im M.Ed.), was wiederum nicht bedeutet, dass dies nicht möglich ist.
- Im B.Sc. Mathematik nach PO 2021 müssen über den Pflichtbereich hinaus mindestens drei 4-stündige Vorlesungen mit 2-stündigen Übungen (à 9 ECTS-Punkte) absolviert werden. Mindestens eine davon muss aus dem Bereich der Reinen Mathematik stammen. Welche der Vorlesungen zur Reinen Mathematik zählen, können Sie daran sehen, ob sie im M.Sc. Mathematik für das Modul "Reine Mathematik" zugelassen ist.

# Studien- und Prüfungsleistungen

Die Rubrik "Verwendbarkeit" wird zu Vorlesungsbeginn ergänzt werden um die Information, welche Prüfung- und Studienleistung bei der Verwendung in dem entsprechenden Modul bzw. Studienbereich gefordert werden. Diese Informationen stellen im prüfungs- und akkreditierungsrechtlichen Sinn eine Ergänzung der dar und werden von der Studienkommission Mathematik verabschiedet werden.

### Bitte beachten Sie:

- Abweichungen von der angegeben Prüfungsart sind zulässig, sofern aufgrund von Umständen, die der/die Prüfer:in nicht zu vertreten hat, die vorgesehen Prüfungsart nicht geeignet oder von unverhältnismäßigem Aufwand wäre. Entsprechendes gilt für Studienleistungen.
- Ist eine Veranstaltung als Wahlmodul in einem nicht aufgeführten Studiengang zugelassen, richten sich die Anforderungen nach
  - dem Wahlpflichtmodul des B.Sc.-Studiengangs, falls Prüfungsleistungen gefordert sind
  - dem Wahlmodul des M.Sc.-Studiengangs, falls ausschließlich Studienleistungen gefordert sind.

Falls die entsprechenden Module nicht angeboten werden, erkundigen Sie sich bitte bei der Studiengangkoordination der Mathematischen Instituts.

- Sofern als Studienleistung schriftlich zu bearbeitende Übungsaufgaben gefordert sind, handelt es sich in der Regel um wöchentlich zu bearbeitende Übungsaufgaben, bei einstündiger Übung auch um 14-täglich zu bearbeitende Übungsaufgaben. Je nach Beginn, Ende, Rhythmus und einzelnen Pausen können es zwischen 5 und 14 Übungsblätter sein. Die Anzahl der pro Übungsblatt erreichbaren Punkte kann verschieden sein.
- Bei Praktischen Übungen gilt dies analog für die Programmieraufgaben.

# Arbeitsgebiete für Abschlussarbeiten

Informationen zu Bachelor- und Master-Arbeiten im Fach Mathematik finden Sie hier:

https://www.math.uni-freiburg.de/nlehre/de/studiendekanat/faq/

Die folgende Liste gibt Ihnen einen Überblick, aus welchen Gebieten die Professorinnen, Professoren und Privatdozenten des Mathematischen Instituts typischerweise Themen für Examensarbeiten vergeben. Bitte vereinbaren Sie bei Interesse an einer Abschlussarbeit frühzeitig einen Gesprächstermin!

Prof. Dr. Sören Bartels	$\label{thm:eq:angewandte} Angewandte  \text{Mathematik},  \text{Partielle Differentialgleichungen und Numerik}$
Prof. Dr. Harald Binder	Medizinische Biometrie und Angewandte Statistik
JProf. Dr. David Criens	Stochastische Analysis, Wahrscheinlichkeitstheorie und Finanzmathematik
Prof. Dr. Moritz Diehl	Numerik, Optimierung, Optimale Steuerung
Prof. Dr. Patrick W. Dondl	Angewandte Mathematik, Variationsrechnung, Partielle Differentialgleichungen und Numerik
Prof. Dr. Sebastian Goette	Differentialgeometrie, Topologie und globale Analysis
Prof. Dr. Nadine Große	Differentialgeometrie und globale Analysis
Prof. Dr. Annette Huber-Klawitter	Algebraische Geometrie und Zahlentheorie
PD Dr. Markus Junker	Mathematische Logik, Modelltheorie
Prof. Dr. <b>Stefan Kebekus</b>	Algebra, Funktionentheorie, Komplexe und Algebraische Geometrie
Prof. Dr. Ernst Kuwert	Partielle Differentialgleichungen, Variationsrechnung
Prof. Dr. Eva Lütkebohmert-Holtz	Finanzmathematik, Risikomanagement und Regulierung
Prof. Dr. Amador Martín Pizarro	Mathematische Logik, insbesondere Modelltheorie
Prof. Dr. Heike Mildenberger	Mathematische Logik, darin insbesondere: Mengenlehre und unendliche Kombinatorik
JProf. Dr. Abhishek Oswal	Algebra
Prof. Dr. Peter Pfaffelhuber	Stochastik, Biomathematik
Prof. Dr. Angelika Rohde	Mathematische Statistik, Wahrscheinlichkeitstheorie
Prof. Dr. Michael Růžička	Angewandte Mathematik und Partielle Differentialgleichungen
JProf. Dr. <b>Diyora Salimova</b>	Angewandte Mathematik, Partielle Differentialgleichungen, Maschinelles Lernen und Numerik
Prof. Dr. Thorsten Schmidt	Finanzmathematik, Maschinelles Lernen
Prof. Dr. Wolfgang Soergel	Algebra und Darstellungstheorie
Prof. Dr. Guofang Wang	Partielle Differentialgleichungen, Variationsrechnung

Auf https://www.math.uni-freiburg.de/forschung/index.html sind die Arbeitsgebiete näher beschrieben.

# Angebote der EUCOR-Partnerhochschulen

Im Rahmen der EUCOR-Kooperation können Sie Veranstaltungen an den Partnerhochschulen *Universität Basel*, Karlsruher Institut für Technologie, Université Haute-Alsace in Mulhouse und der Université de Strasbourg besuchen. Das Verfahren ist auf dieser Informationsseite ausführlich erklärt.

Insbesondere Basel und Straßburg bieten auf Master-Niveau interessante Ergänzungen unseres Vorlesungsprogramms. Anrechnungen sind im Rahmen der jeweiligen Prüfungsordnung möglich, vor allem im Wahl(pflicht)bereich des B.Sc.-und M.Sc.-Studiengangs. Bitte sprechen Sie mögliche Anrechnungen vorher mit der Studiengangkoordination ab!

Die Kosten für die Fahrt mit Zug, Bus und Straßenbahn können durch EUCOR bezuschusst werden.

# Basel

Institut: Das Departement Mathematik und Informatik der Universität Basel bietet acht Forschungsgruppen in Mathematik: Algebraische Geometrie, Zahlentheorie, Analysis, Numerik, Computational Mathematics, Wahrscheinlichkeitstheorie, Mathematical Physics und Statistical Science.

**Vorlesungsangebot:** Die Seiten mit dem Vorlesungsangebot im Bachelor und dem Vorlesungsangebot im Master scheinen am ehesten unserem Mathematik-Vorlesungsverzeichnis zu entsprechen. Das allgemeine Vorlesungsverzeichnis der Universität finden Sie hier: https://vorlesungsverzeichnis.unibas.ch/de/semester-planung

**Termine:** In Basel beginnt das Herbstsemester Mitte September und endet Ende Dezember, das Frühjahrssemester läuft von Mitte Februar bis Ende Mai.

**Anfahrt:** Die Universität Basel erreicht man am besten mit dem Zug: Die Bahnfahrt zum Badischen Bahnhof dauert im Nahverkehr etwa 45–60 Minuten, mit ICE 30 Minuten. Anschließend mit der Tram 6 Richtung *Allschwil Dorf* bis Haltestelle *Schifflände* (ca. 10 Minuten).

# Straßburg

Institut: In Straßburg gibt es ein großes *Institut de recherche mathématique avancée* (IRMA), das in sieben Équipes untergliedert ist: Analyse; Arithmétique et géométrie algébrique; Algèbre, représentations, topologie; Géométrie; Modélisation et contrôle; Probabilités und Statistique. Auf der Webseite des Instituts werden Seminare und Arbeitsgruppen (*groupes de travail*) angekündigt.

Vorlesungsangebot: Eine Teilnahme von Freiburger Studierenden an den Angeboten des zweiten Master-Jahres M2 ist hochwillkommen. Je nach Vorkenntnissen sind die Vorlesungen für unsere Studierende ab dem 3. Studienjahr geeignet. Vorlesungsprache ist a priori Französisch, bei entsprechender Nachfrage wird aber gerne ein Wechsel zu Englisch möglich, bitte im Vorfeld absprechen. In Straßburg wird im M2 jährlich ein anderes Schwerpunktthema angeboten, im Jahr 2023/24 ist es: Algèbre et Topologie.

Allgemeine Vorlesungsverzeichnisse gibt es in Frankreich typischerweise nicht.

**Termine:** In Frankreich läuft das 1<sup>er</sup> semestre von Anfang September bis Ende Dezember und das 2<sup>nd</sup> semestre von Ende Januar bis Mitte Mai. Eine genauere Terminplanung wird es erst im September geben. Die Stundenpläne sind flexibel, in der Regel kann auf die Bedürfnisse der Freiburger eingegangen werden.

**Anfahrt:** Die *Université de Strasbourg* erreicht man am schnellsten mit dem Auto (eine gute Stunde). Alternativ gibt es eine sehr günstige Verbindung mit Flixbus zur *Place de l'Étoile*. Die Bahnfahrt zum Hauptbahnhof in Straßburg dauert im Nahverkehr etwa 1h40, mit ICE 1h10. Anschließend mit der Straßenbahn Ligne C Richtung *Neuhof, Rodolphe Reuss* bis Haltestelle *Universités*.

Für weitere Informationen und organisatorische Hilfen stehen gerne zur Verfügung:

in Freiburg: Prof. Dr. Annette Huber-Klawitter

in Straßburg: Prof. Carlo Gasbarri, Koordinator des M2

oder die jeweiligen Kursverantwortlichen.



# Analysis I

Michael Růžička, Assistenz: Alexei Gazca

Vorlesung: Di, Mi, 8-10 Uhr, HS Rundbau, Albertstr. 21

Übung: 2-stündig, verschiedene Termine

# Inhalt:

Analysis I ist eine der beiden Grundvorlesungen des Mathematikstudiums. Es werden Konzepte behandelt, die auf dem Begriff des Grenzwerts beruhen. Die zentralen Themen sind: vollständige Induktion, reelle und komplexe Zahlen, Konvergenz von Folgen und Reihen, Vollständigkeit, Exponentialfunktion und trigonometrische Funktionen, Stetigkeit, Ableitung von Funktionen einer Variablen, Regelintegral.

# Literatur:

Wird in der Vorlesung bekanngegeben.

# Vorkenntnisse:

Notwendig: Oberstufenmathematik.

Der Besuch des Vorkurses wird empfohlen.

 $\mathbf{D}$ 

	• Analysis (2HfB21, BSc21, MEH21, MEB21) – 18 ECTS	• Analysis I – fachfremd (BScInfo19, BScPhys20) – 9 ECTS
PL: Mündliche Prüfung (Dauer ca. 30 Minuten) über Analysis I und II am Ende des Moduls. (Die bestandene Klausur zu Analysis I und die bestandene Übung zu Analysis II sind Zulassungsvoraussetzungen).	×	
SL: Bestehen der Abschlussklausur (Dauer 1 bis 3 Stunden).	×	×
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	×
SL: Regelmäßige Teilnahme am Tutorat (wie in der Prüfungsordnung definiert).	×	Х
	1	2

 $<sup>\</sup>textcircled{1}$  Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

# Lineare Algebra I

 $Stefan\ Kebekus,\ Assistenz:\ Marius\ Amann$ 

Vorlesung: Mo, Do, 8–10 Uhr, HS Rundbau, Albertstr. 21

Übung: 2-stündig, verschiedene Termine

### **Inhalt:**

Lineare Algebra I ist eine der beiden Einstiegsvorlesungen des Mathematikstudiums, die die Grundlage für weiteren Veranstaltungen bilden. Behandelt werden u.a: Grundbegriffe (insbesondere Grundbegriffe der Mengenlehre und Äquivalenzrelationen), Gruppen, Körper, Vektorräume über beliebigen Körpern, Basis und Dimension, lineare Abbildungen und darstellende Matrix, Matrizenkalkül, lineare Gleichungssysteme, Gauß-Algorithmus, Linearformen, Dualraum, Quotientenvektorräume und Homomorphiesatz, Determinante, Eigenwerte, Polynome, charakteristisches Polynom, Diagonalisierbarkeit, affine Räume. Ideen- und mathematikgeschichtliche Hintergründe der mathematischen Inhalte werden erläutert.

D

# Literatur:

Wird in der Vorlesung bekanntgegeben.

# Vorkenntnisse:

Notwendig: Oberstufenmathematik.

Der Besuch des Vorkurses wird empfohlen.

	• Lineare Algebra (2HfB21, BSc21, MEH21) – 18 ECTS	• Lineare Algebra (MEB21) – 15 ECTS	• Lineare Algebra I – fachfremd (BScInfo19, BScPhys20) – 9 ECTS
PL: Mündliche Prüfung (Dauer ca. 30 Minuten) über Lineare Algebra I und II am Ende des Moduls. (Die bestandene Klausur zu Lineare Algebra I und die bestandene Übung zu Lineare Algebra II sind Zulassungsvoraussetzungen).	×		
SL: Bestehen der Abschlussklausur (Dauer 1 bis 3 Stunden).	×	X	×
SL: Mindestens $50\%$ der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben und den Kurztests ("Quizzes") erreicht werden können.	×	X	×
	1	2	3

# Numerik I

Sören Bartels, Assistenz: Tatjana Schreiber

Vorlesung: Mi, 14–16 Uhr, HS Weismann-Haus, Albertstr. 21a

Übung: 2-stündig 14-täglich, verschiedene Termine

### Inhalt:

Die Numerik ist eine Teildisziplin der Mathematik, die sich mit der praktischen Lösung mathematischer Aufgaben beschäftigt. Dabei werden Probleme in der Regel nicht exakt sondern approximativ gelöst, wofür ein sinnvoller Kompromiss aus Genauigkeit und Rechenaufwand zu finden ist. Im ersten Teil des zweisemestrigen Kurses stehen Fragestellungen der Linearen Algebra wie das Lösen linearer Gleichungssysteme und die Bestimmung von Eigenwerten einer Matrix im Vordergrund. Der Besuch der begleitenden praktischen Übung wird empfohlen. Diese finden 14-täglich im Wechsel mit der Übung zur Vorlesung statt.

D

### Literatur:

- S. Bartels: Numerik 3x9. Springer, 2016.
- R. Plato: Numerische Mathematik kompakt. Vieweg, 2006.
- R. Schaback, H. Wendland: Numerische Mathematik. Springer, 2004.
- J. Stoer, R. Burlisch: Numerische Mathematik I, II. Springer, 2007, 2005.
- G. Hämmerlin, K.-H. Hoffmann: Numerische Mathematik. Springer, 1990.
- P. Deuflhard, A. Hohmann, F. Bornemann: Numerische Mathematik I, II. DeGruyter, 2003.

### Vorkenntnisse:

Notwendig: Lineare Algebra I

Nützlich: Lineare Algebra II und Analysis I (notwendig für Numerik II)

# Bemerkungen:

Begleitend zur Vorlesung wird eine Praktische Übung angeboten.

13

	<ul> <li>Numerik (BSc21) –</li> <li>4.5 ECTS</li> <li>Numerik (2HfB21, MEH21) –</li> <li>4.5 ECTS</li> </ul>	• Numerik I (MEB21) – 5 ECTS
PL: Klausur über Numerik I und II am Ende des Sommersemesters (Dauer: 1 bis 3 Stunden).	×	
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: max. 30 Minuten).		×
SL: Mindestens $50\%$ der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	Х	×
	1)	2

① Die Anforderungen an die Studienleistungen gelten separat für beide Semester des Moduls.

 $<sup>\</sup>textcircled{1}$  Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

# Stochastik I

Angelika Rohde, Assistenz: Johannes Brutsche

Vorlesung: Fr, 10-12 Uhr, HS Weismann-Haus, Albertstr. 21a

Übung: 2-stündig 14-täglich, verschiedene Termine

### Inhalt:

Stochastik ist, lax gesagt, die "Mathematik des Zufalls", über den sich – womöglich entgegen der ersten Anschauung – sehr viele präzise und gar nicht zufällige Aussagen formulieren und beweisen lassen. Ziel der Vorlesung ist, eine Einführung in die stochastische Modellbildung zu geben, einige grundlegende Begriffe und Ergebnisse der Stochastik zu erläutern und an Beispielen zu veranschaulichen. Sie ist darüber hinaus auch, speziell für Studierende im B.Sc. Mathematik, als motivierende Vorbereitung für die Vorlesung "Wahrscheinlichkeitstheorie" im Sommersemester gedacht. Behandelt werden unter anderem: Diskrete und stetige Zufallsvariablen, Wahrscheinlichkeitsräume und -maße, Kombinatorik, Erwartungswert, Varianz, Korrelation, erzeugende Funktionen, bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit, Schwaches Gesetz der großen Zahlen, Zentraler Grenzwertsatz.

D

Die Vorlesung Stochastik II im Sommersemester wird sich hauptsächlich statistischen Themen widmen. Bei Interesse an einer praktischen, computergestützen Umsetzung einzelner Vorlesungsinhalte wird (parallel oder nachfolgend) zusätzlich die Teilnahme an der regelmäßig angebotenen "Praktischen Übung Stochastik" empfohlen.

### Literatur:

- L. Dümbgen: Stochastik für Informatiker, Springer, 2003.
- H.-O. Georgii: Stochastik: Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik (5. Auflage), De Gruyter, 2015.
- N. Henze: Stochastik für Einsteiger, (13. Auflage), Springer Spektrum, 2021.
- N. Henze: Stochastik: Eine Einführung mit Grundzügen der Maßtheorie, Springer Spektrum, 2019.
- G. Kersting, A. Wakolbinger: *Elementare Stochastik* (2. Auflage), Birkhäuser, 2010.

### Vorkenntnisse:

Notwendig: Lineare Algebra I sowie Analysis I und II, wobei Lineare Algebra I gleichzeitig gehört werden kann.

	• Stochastik (2HfB21, MEH21) – 4.5 ECTS	• Stochastik I (BSc21, MEB21, MEdual24) – 5 ECTS
PL: Klausur über Stochastik I und II am Ende des Sommersemesters (Dauer: 2 bis 4 Stunden).	×	
PL: Klausur über Stochastik I am Ende des Wintersemesters (Dauer: 1 bis 2 Stunden).		×
SL: Mindestens $50\%$ der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	X	Х
	1	2

① Die Anforderungen an die Studienleistungen gelten separat für beide Semester des Moduls.

① Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

<sup>2</sup> Im dualen M.Ed.-Studiengang nur in der Fächerkombination mit Physik vorgesehen.

# Erweiterung der Analysis

Nadine Große, Assistenz: Jonah Reuß

Vorlesung: Mi, 8-10 Uhr, HS Weismann-Haus, Albertstr. 21a

Übung: 2-stündig, verschiedene Termine

# Inhalt:

Mehrfachintegration: Jordan-Inhalt im  $\mathbb{R}^n$ , Satz von Fubini, Transformationssatz, Divergenz und Rotation von Vektorfeldern, Pfad- und Oberflächenintegrale im  $\mathbb{R}^3$ , Satz von Gauß, Satz von Stokes.

D

Funktionentheorie: Einführung in die Theorie holomorpher Funktionen, Cauchy'scher Integralsatz, Cauchy'sche Integralformel und Anwendungen.

# Literatur:

- K. Königsberger: Analysis 2, 5. Auflage., Springer, 2004.
- $\bullet~$  W. Walter: Analysis 2, 5. Auflage, Springer, 2002.
- E. Freitag, R. Busam: Funktionentheorie I, 4. Auflage, Springer, 2006.
- R. Remmert, G. Schumacher: Funktionentheorie 1. 5. Auflage, Springer, 2002.

# Vorkenntnisse:

Notwendig: Analysis I und II, Lineare Algebra I und II

	• Erweiterung der Analysis (MEd18, MEH21, MEdual24) – 5 ECTS
PL: Klausur (Dauer: 1 bis 3 Stunden).	×
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	Х
	1

 $<sup>{\</sup>scriptsize \textcircled{1}}$  Im dualen M.Ed.-Studiengang nur in der Fächerkombination mit Informatik vorgesehen.

# Basics in Applied Mathematics

Moritz Diehl, Patrick Dondl, Angelika Rohde, Assistenz: Ben Deitmar, Coffi Aristide Hounkpe

Vorlesung: Di, Do, 8–10 Uhr, HS II, Albertstr. 23b Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt

Praktische Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt

# Inhalt:

Diese Vorlesung bietet eine Einführung in die grundlegenden Konzepte, Begriffe, Definitionen und Ergebnisse der Stochastik, der Numerik und der Optimierung, begleitet von Programmierprojekten in Python. Der Kurs vertieft die vorhandenen Grundlagen in den drei Gebieten und bietet die Basis für die weiterführenden Vorlesungen dieser Gebiete.

 $\mathbf{E}$ 

# Literatur:

Ein Skript wird zur Verfügung gestellt.

# Vorkenntnisse:

Keine, die über die Zulassung zum Studiengang hinausgehen.

19

	• Basics in Applied Mathematics (MScData24) – 12 ECTS
SL: In jeden der drei Teile (Stochastik, Numerik, Optimierung) mindestens 50% der Punkte in den Übungen.	Х
SL: Erfolgreiche Bearbeitung der Programmieraufgaben.	×
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×

# 1b. Weiterführende vierstündige Vorlesungen

# Algebra und Zahlentheorie

Wolfgang Soergel, Assistenz: Damian Sercombe

Vorlesung: Di, Do, 10–12 Uhr, HS Weismann-Haus, Albertstr. 21a

Übung: 2-stündig, verschiedene Termine

# Inhalt:

Diese Vorlesung setzt die Lineare Algebra fort. Behandelt werden Gruppen, Ringe, Körper sowie Anwendungen in der Zahlentheorie und Geometrie. Höhepunkte der Vorlesung sind die Klassifikation endlicher Körper, die Unmöglichkeit der Winkeldreiteilung mit Zirkel und Lineal, die Nicht-Existenz von Lösungsformeln für allgemeine Gleichungen fünften Grades und das quadratische Reziprozitätsgesetz.

# Literatur:

• Michael Artin: Algebra, Birkhäuser 1998.

• Siegfried Bosch: Algebra (8. Auflage.), Springer Spektrum 2013.

• Serge Lang: Algebra (3. Auflage.), Springer 2002.

• Wolfgang Soergel: Skript Algebra und Zahlentheorie

# Vorkenntnisse:

Notwendig: Lineare Algebra I und II

D

	• Algebra und Zahlentheorie (2HfB21, MEH21) – 9 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 9 ECTS	• Einführung in die Algebra und Zahlentheorie (MEB21) – 5 ECTS	• Algebra und Zahlentheorie (MEdual24) – 9 ECTS	• Reine Mathematik (MSc14) – 11 ECTS	<ul> <li>Wahlmodul (MSc14) - 9 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MScData24) - 9 ECTS</li> </ul>
PL: Klausur (Dauer: 1 bis 3 Stunden).	×	х				
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: max. 30 Minuten).				×	X	
PL: Mündliche Prüfung über den ersten Teil der Veranstaltung bis Weihnachten (Dauer: max. 30 Minuten)			×			
SL: Bestehen der Abschlussklausur (Dauer 1 bis 3 Stunden).					X	X
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	X	X	×	×	X
	1	2	3	4	(5)	6

 $<sup>\ 2</sup>$  Zählt bei Bedarf als eines der drei Module 'Vorlesung mit Übung A' bis 'Vorlesung mit Übung C' und deckt dabei die Bedingung ab, dass eines zur Reinen Mathematik gehören muss.

 $<sup>\</sup>ensuremath{\mathfrak{I}}$ Es zählen nur die bis Weihnachten bearbeitbaren Übungsblätter.

# Algebraische Zahlentheorie

Abhishek Oswal, Assistenz: Andreas Demleitner Vorlesung: Di, Do, 12–14 Uhr, HS II, Albertstr. 23b Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt  $\mathbf{E}$ 

# Inhalt:

Kurze Beschreibung der Themen: Zahlkörper, Primzahlzerlegung in Dedekind-Ringen, Idealklassengruppen, Einheitengruppen, Dirichlet'scher Einheitensatz, lokale Körper, Bewertungen, Zerlegungs- und Trägheitsgruppen, Einführung in die Klassenkörpertheorie.

# Literatur:

Jürgen Neukirch: Algebraic Number Theory, Springer, 1999.

# Vorkenntnisse:

Notwendig: Algebra und Zahlentheorie

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 9 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 9 ECTS	<ul> <li>Mathematische Vertiefung (MEd18, MEH21) – 9 ECTS</li> <li>Reine Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 10.5 ECTS	<ul> <li>Wahlmodul (MSc14) – 9 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MScData24) – 9 ECTS</li> </ul>
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)		X	×		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)				×	
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×				X
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	×	X	×	X
	1	2	3	4	5

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

<sup>2</sup> Zählt bei Bedarf als eines der drei Module 'Vorlesung mit Übung A' bis 'Vorlesung mit Übung C' und deckt dabei die Bedingung ab, dass eines zur Reinen Mathematik gehören muss.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

# **Analysis III**

Patrick Dondl, Assistenz: Oliver Suchan

Vorlesung: Mo, 12–14 Uhr, HS Rundbau, Albertstr. 21, Mi, 10–12 Uhr, HS Weismann-Haus, Albertstr. 21a

 $\mathbf{D}$ 

Übung: 2-stündig, verschiedene Termine

# Inhalt:

Lebesgue-Maß und Maßtheorie, Lebesgue-Integral auf Maßräumen und Satz von Fubini, Fourier-Reihen und Fourier-Transformation, Hilbert-Räume. Differentialformen, ihre Integration und äußere Ableitung. Satz von Stokes und Satz von Gauß.

# Vorkenntnisse:

Notwendig: Analysis I und II, Lineare Algebra I

26

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 9 ECTS	<ul> <li>Analysis III (BSc21) – 9 ECTS</li> <li>Elective in Data (MScData24) – 9 ECTS</li> </ul>	• Mathematische Vertiefung (MEd18, MEH21) – 9 ECTS
PL: Klausur (Dauer: 1 bis 3 Stunden).		×	
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)			X
SL: Bestehen der Abschlussklausur (Dauer 1 bis 3 Stunden).	×		
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	×	X
	1	2	3

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

# Differentialgeometrie

Sebastian Goette, Assistenz: Mikhael Tëmkin Vorlesung: Mo, Mi, 14–16 Uhr, HS II, Albertstr. 23b Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt D

### Inhalt:

Die Differentialgeometrie, speziell die Riemannsche Geometrie, beschäftigt sich mit den geometrischen Eigenschaften gekrümmter Räume. Solche Räume treten auch in anderen Bereichen der Mathematik und Physik auf, beispielsweise in der geometrischen Analysis, der theoretischen Mechanik und der allgemeinen Relativitätstheorie.

Im ersten Teil der Vorlesung lernen wir Grundbegriffe der Differentialgeometrie (z. B. differenzierbare Mannigfaltigkeiten, Vektorbündel, Zusammenhänge und ihre Krümmung) und der Riemannschen Geometrie (Riemannscher Krümmungstensor, Geodätische, Jacobi-Felder etc.) kennen.

Im zweiten Teil betrachten wir das Zusammenspiel zwischen lokalen Eigenschaften Riemannscher Mannigfaltigkeiten wie der Krümmung und globalen topologischen und geometrischen Eigenschaften wie Kompaktheit, Fundamentalgruppe, Durchmesser, Volumenwachstum und Gestalt geodätischer Dreiecke.

### Literatur:

- J. Cheeger, D. G. Ebin, Comparison Theorems in Riemannian Geometry, North-Holland, Amsterdam 1975.
- S. Gallot, D. Hulin, J. Lafontaine, Riemannian Geometry, Springer, Berlin-Heidelberg-New York 1987.
- P. Petersen, Riemannian Geometry, Grad. Texts Math. 171, Springer, New York, 2006.

### Vorkenntnisse:

Notwendig: Analysis I–III, Lineare Algebra I und II Nützlich: Kurven und Flächen, Topologie

# Bemerkungen:

Im Sommersemester 2025 wird voraussichtlich eine Vorlesung über Differentialgeometrie II angeboten.

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 9 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 9 ECTS	<ul> <li>Mathematische Vertiefung (MEd18, MEH21) – 9 ECTS</li> <li>Reine Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 10.5 ECTS	<ul> <li>Wahlmodul (MSc14) - 9 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MScData24) - 9 ECTS</li> </ul>
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)		X	×		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)				×	
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×				×
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	×	×	×	×
	1	2	3	4	5

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

<sup>2</sup> Zählt bei Bedarf als eines der drei Module 'Vorlesung mit Übung A' bis 'Vorlesung mit Übung C' und deckt dabei die Bedingung ab, dass eines zur Reinen Mathematik gehören muss.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

# Einführung in partielle Differentialgleichungen

Guofang Wang, Assistenz: Christine Schmidt Vorlesung: Mo, Mi, 12–14 Uhr, HS II, Albertstr. 23b Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt D

### **Inhalt:**

Eine Vielzahl unterschiedlicher Probleme aus den Naturwissenschaften und der Geometrie führt auf partielle Differentialgleichungen. Mithin kann keine Rede von einer allumfassenden Theorie sein. Dennoch gibt es für lineare Gleichungen ein klares Bild, das sich an drei Prototypen orientiert: der Potentialgleichung  $-\Delta u = f$ , der Wärmeleitungsgleichung  $u_t - \Delta u = f$  und der Wellengleichung  $u_{tt} - \Delta u = f$ , die wir in der Vorlesung untersuchen werden.

# Literatur:

- E. DiBenedetto: Partial differential equations, Birkhäuser, 2010.
- L. C. Evans: Partial Differential Equations (Second Edition), Graduate Studies in Mathematics 19, AMS, 2010.
- Q. Han: A Basic Course in Partial Differential Equations, Graduate Studies in Mathematics 120, AMS, 2011.
- J. Jost: Partial Differential Equations (Third Edition), Springer, 2013.

# Vorkenntnisse:

Notwendig: Analysis III Nützlich: Funktionentheorie

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 9 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 9 ECTS	<ul> <li>Mathematische Vertiefung (MEd18, MEH21) – 9 ECTS</li> <li>Reine Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 10.5 ECTS	<ul> <li>Wahlmodul (MSc14) – 9 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MScData24) – 9 ECTS</li> </ul>
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)		X	х		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)				×	
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×				X
SL: Mindestens $50\%$ der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	X	X	X	×	Х
	1	2	3	4	5

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

<sup>2</sup> Zählt bei Bedarf als eines der drei Module 'Vorlesung mit Übung A' bis 'Vorlesung mit Übung C' und deckt dabei die Bedingung ab, dass eines zur Reinen Mathematik gehören muss.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

# Einführung in Theorie und Numerik Partieller Differentialgleichungen

 $\mathbf{E}$ 

Sören Bartels, Assistenz: Vera Jackisch

Vorlesung: Di, Do, 10-12 Uhr, SR 226, Hermann-Herder-Str. 10

Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt

### **Inhalt:**

Ziel dieses Kurses ist es, eine Einführung in die Theorie der linearen partiellen Differentialgleichungen und deren Finite-Differenzen- sowie Finite-Elemente-Approximationen. Finite-Elemente-Methoden zur Approximation partieller Differentialgleichungen haben einen hohen Reifegrad erreicht und sind ein unverzichtbares Werkzeug in Wissenschaft und Technik. Wir geben eine Einführung in die Konstruktion, Analyse und Implementierung von Finite-Elemente-Methoden für verschiedene Modellprobleme. Wir behandeln elementare Eigenschaften von linearen partiellen Differentialgleichungen zusammen mit deren grundlegender numerischer Approximation, dem funktionalanalytischen Ansatz für den strengen Nachweis der Existenz von Lösungen sowie die Konstruktion und Analyse grundlegender Finite-Elemente-Methoden.

# Literatur:

- S. Bartels: Numerical Approximation of Partial Differential Equations, Springer 2016.
- D. Braess: Finite Elemente, Springer 2007.
- S. Brenner, R. Scott: Finite Elements, Springer 2008.
- L. C. Evans: Partial Differential Equations, AMS 2010

# Vorkenntnisse:

Notwendig: Analysis I und II, Lineare Algebra I und II sowie höherdimensionale Integration (z.B. aus Analysis III oder aus Erweiterung der Analysis)

Nützlich: Numerik für Differentialgleichungem, Funktionalanalysis

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 9 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 9 ECTS	<ul> <li>Mathematische Vertiefung (MEd18, MEH21) – 9 ECTS</li> <li>Angewandte Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 10.5 ECTS	• Wahlmodul (MSc14) – 9 ECTS	<ul> <li>Advanced Lecture in Numerics (MScData24) - 9 ECTS</li> <li>Elective in Data (MScData24) - 9 ECTS</li> </ul>
PL: Klausur (Dauer: 1 bis 3 Stunden)		X				×
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)			×			
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)				×		
SL: Bestehen der (ein- bis dreistündigen) Abschlussklausur.	×				×	
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	×	Х	×	×	Х
	1	2	3	4	5	6

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

<sup>2</sup> Zählt bei Bedarf als eines der drei Module 'Vorlesung mit Übung A' bis 'Vorlesung mit Übung C'.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

① Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

# **Funktionentheorie**

David Criens, Assistenz: Eric Trébuchon

Vorlesung: Di, Mi, 16–18 Uhr, HS II, Albertstr. 23b Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt

# Inhalt:

Die Funktionentheorie beschäftigt sich mit Funktionen  $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ , die komplexe Zahlen auf komplexe Zahlen abbilden. Viele Konzepte der Analysis I lassen sich direkt auf diesen Fall übertragen, z. B. die Definition der Differenzierbarkeit. Man würde vielleicht erwarten, dass sich dadurch eine zur Analysis I analoge Theorie entwickelt, doch viel mehr ist wahr: Man erhält eine in vielerlei Hinsicht elegantere und einfachere Theorie. Beispielsweise impliziert die komplexe Differenzierbarkeit auf einer offenen Menge, dass eine Funktion sogar unendlich oft differenzierbar ist, und dies stimmt weiter mit Analytizität überein. Für reelle Funktionen sind alle diese Begriffe unterschiedlich. Doch auch einige neue Ideen sind notwendig: Für reelle Zahlen a,b integriert man für

D

$$\int_{a}^{b} f(x) dx$$

über die Elemente des Intervalls [a,b] bzw. [b,a]. Sind a,b jedoch komplexe Zahlen, ist nicht mehr so klar, wie man ein solches Integral auffassen soll. Man könnte z. B. in den komplexen Zahlen entlang der Strecke, die  $a,b \in \mathbb{C}$  verbindet, integrieren, oder aber entlang einer anderen Kurve, die von a nach b führt. Führt dies zu einem wohldefinierten Integralbegriff oder hängt ein solches Kurvenintegral von der Wahl der Kurve ab?

### Vorkenntnisse:

Notwendig: Analysis I+II, Lineare Algebra I

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 9 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 9 ECTS	• Mathematische Vertiefung (MEd18, MEH21) – 9 ECTS	• Reine Mathematik (MSc14) – 11 ECTS	<ul> <li>Wahlmodul (MSc14) - 9 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MScData24) - 9 ECTS</li> </ul>
PL: Klausur (Dauer: 1 bis 3 Stunden)		×			
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)			×	X	
SL: Bestehen der (ein- bis dreistündigen) Abschlussklausur.	×			X	×
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	×	×	X	×
	1	2	3	4	5

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

② Zählt bei Bedarf als eines der drei Module 'Vorlesung mit Übung A' bis 'Vorlesung mit Übung C' und deckt dabei die Bedingung ab, dass eines zur Reinen Mathematik gehören muss.

# Mathematische Statistik

Ernst August v. Hammerstein, Assistenz: Sebastian Stroppel Vorlesung: Mo, Mi, 14–16 Uhr, SR 404, Ernst-Zermelo-Str. 1 Übung (2-stündig): Di, 16–18 Uhr, SR 127, Ernst-Zermelo-Str. 1

 $\mathbf{E}$ 

### Inhalt:

Die Vorlesung "Mathematische Statistik" baut auf Grundkenntnissen aus der Vorlesung "Wahrscheinlichkeitstheorie" auf. Das grundlegende Problem der Statistik ist, anhand einer Stichprobe von Beobachtungen möglichst präzise Aussagen über den datengenerierenden Prozess bzw. die den Daten zugrundeliegenden Verteilungen zu machen. Hierzu werden in der Vorlesung die wichtigsten Methoden aus der statistischen Entscheidungstheorie wie Test- und Schätzverfahren eingeführt.

Stichworte hierzu sind u.a. Bayes-Schätzer und -Tests, Neyman-Pearson-Testtheorie, Maximum-Likelihood-Schätzer, UMVU-Schätzer, exponentielle Familien, lineare Modelle. Weitere Themen sind Ordnungsprinzipien zur Reduktion der Komplexität der Modelle (Suffizienz und Invarianz).

Statistische Methoden und Verfahren kommen nicht nur in den Naturwissenschaften und der Medizin, sondern in nahezu allen Bereichen zum Einsatz, in denen Daten erhoben und analysiert werden, so z. B. auch in den Wirtschaftswissenschaften (Ökonometrie) und Sozialwissenschaften (dort vor allem in der Psychologie). Im Rahmen dieser Vorlesung wird der Schwerpunkt aber weniger auf Anwendungen, sondern – wie der Name schon sagt – mehr auf der mathematisch fundierten Begründung der Verfahren liegen.

### Literatur:

- C. Czado, T. Schmidt: *Mathematische Statistik*, Springer, 2011.
- E.L. Lehmann, J.P. Romano: Testing Statistical Hypotheses (Fourth Edition), Springer, 2022.
- E.L. Lehmann, G. Casella: Theory of Point Estimation, Second Edition, Springer, 1998.
- L. Rüschendorf: Mathematische Statistik, Springer Spektrum, 2014.
- M. J. Schervish: *Theory of Statistics*, Springer, 1995.
- J. Shao: *Mathematical Statistics*, Springer, 2003.
- H. Witting: Mathematische Statistik I, Teubner, 1985.

# Vorkenntnisse:

Notwendig: Wahrscheinlichkeitstheorie (insbesondere Maßtheorie sowie bedingte Wahrscheinlichkeiten und Erwartungen)

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 9 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 9 ECTS	<ul> <li>Angewandte Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> <li>Advanced Lecture in Stochastics (MScData24) – 11 ECTS</li> <li>Elective in Data (MScData24) – 11 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 10.5 ECTS	• Wahlmodul (MSc14) – 9 ECTS
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)		×	×		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)				×	
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×				X
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	×	Х	×	×
	1	2	3	4	5

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

<sup>2</sup> Zählt bei Bedarf als eines der drei Module 'Vorlesung mit Übung A' bis 'Vorlesung mit Übung C'.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

# Mengenlehre: Unabhängigkeitsbeweise

Maxwell Levine, Assistenz: Hannes Jakob

Vorlesung: Di, Do, 12–14 Uhr, SR 404, Ernst-Zermelo-Str. 1

Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt

#### Inhalt:

How does one prove that something cannot be proved? More precisely, how does one prove that a particular statement does not follow from a particular collection of axioms?

 $\mathbf{E}$ 

These questions are often asked with respect to the axioms most commonly used by mathematicians: the axioms of Zermelo-Fraenkel set theory, or ZFC for short. In this course, we will develop the conceptual tools needed to understand independence proofs with respect to ZFC. On the way we will develop the theory of ordinal and cardinal numbers, the basics of inner model theory, and the method of forcing. In particular, we will show that Cantor's continuum hypothesis, the statement that  $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ , is independent of ZFC.

#### Literatur:

- Thomas Jech: Set Theory. The Third Millenium Edition, Springer, 2001.
- Kenneth Kunen: Set Theory: An Introduction to Independence Proofs. North-Holland Pub. Co, 1980.

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Mathematische Logik

38

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 9 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 9 ECTS	<ul> <li>Mathematische Vertiefung (MEd18, MEH21) – 9 ECTS</li> <li>Reine Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 10.5 ECTS	<ul> <li>Wahlmodul (MSc14) - 9 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MScData24) - 9 ECTS</li> </ul>
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)		X	×		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)				×	
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×				×
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	×	×	×	×
	1	2	3	4	(5)

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

<sup>2</sup> Zählt bei Bedarf als eines der drei Module 'Vorlesung mit Übung A' bis 'Vorlesung mit Übung C' und deckt dabei die Bedingung ab, dass eines zur Reinen Mathematik gehören muss.

① Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

# Semi-algebraische Geometrie

 $Annette\ Huber-Klawitter,\ Amador\ Mart\'in\ Pizarro,\ Assistenz:\ Christoph\ Brackenhofer$ 

Vorlesung: Di, Do, 10–12 Uhr, HS II, Albertstr. 23b

Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt

#### Inhalt:

In der semi-algebraischen Geometrie geht es um Eigenschaften von Teilmengen von  $\mathbb{R}^n$ , die durch Ungleichungen der Form

D

$$f(x_1,\ldots,x_n)\geq 0$$

für Polynome  $f \in \mathbf{R}[X_1, \dots, X_n]$  definiert werden.

Die Theorie hat sehr unterschiedliche Gesichter. Einerseits kann sie als eine Version von algebraischer Geometrie über  ${\bf R}$  (oder noch allgemeiner über sogenannten reell abgeschlossenen Körpern) gesehen werden. Andererseits sind die Eigenschaften dieser Körper ein zentrales Hilfsmittel für den modelltheoretischen Beweis des Satzes von Tarski-Seidenberg der Quantorenelimination in reell abgeschlossenen Körpern. Geometrisch wird dieser als Projektionssatz interpretiert.

Aus diesem Satz folgt leicht ein Beweis des Hilbert'schen 17. Problems, welches 1926 von Artin bewiesen wurde.

Ist jedes reelle Polynom  $P \in \mathbf{R}[x_1, \dots, x_n]$ , welches an jedem n-Tupel aus  $\mathbf{R}^n$  einen nicht-negativen Wert annnimmt, eine Summe von Quadraten rationaler Funktionen (d.h. Quotienten von Polynomen)?

In der Vorlesung wollen wir beide Aspekte kennenlernen. Nötige Hilfsmittel aus der kommutativen Algebra oder Modelltheorie werden entsprechend den Vorkenntnissen der Hörer:innen besprochen.

#### Literatur:

- A. Prestel: Vorlesungsskript Reelle Algebra.
- L. van den Dries: *Tame topology and o-minimal structures*, London Mathematical Society Lecture Note Series, Cambridge University Press, 1998.
- Jacek Bochnak, Michel Coste & Marie-Françoise Roy: Real Algebra, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete 36, Springer Verlag, 1998.

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Algebra und Zahlentheorie

Nützlich: Kommutative Algebra und Einführung in die algebraische Geometrie, Modelltheorie

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 9 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 9 ECTS	<ul> <li>Mathematische Vertiefung (MEd18, MEH21) – 9 ECTS</li> <li>Reine Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 10.5 ECTS	<ul> <li>Wahlmodul (MSc14) - 9 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MScData24) - 9 ECTS</li> </ul>
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)		X	×		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)				×	
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×				×
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	×	×	×	×
	1	2	3	4	5

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

② Zählt bei Bedarf als eines der drei Module 'Vorlesung mit Übung A' bis 'Vorlesung mit Übung C' und deckt dabei die Bedingung ab, dass eines zur Reinen Mathematik gehören muss.

① Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

# $\begin{tabular}{ll} Theorie~und~Numerik~for~Partieller~Differentialgleichungen-Nichtlineare\\ Probleme \end{tabular}$

Sören Bartels, Patrick Dondl Vorlesung: 4-stündig als Lesekurs, Termine nach Vereinbarung Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt Ε

#### Inhalt:

Die Vorlesung behandelt die Entwicklung und Analyse von numerischen Methoden für die Approximation bestimmter nichtlinearer partieller Differentialgleichungen. Zu den betrachteten Modellproblemen gehören harmonische Abbildungen in Sphären, total-variable regulierte Minimierungsprobleme und nichtlineare Krümmungsmodelle. Für jedes der Probleme wird eine geeignete Finite-Elemente-Diskretisierung entwickelt, ihre Konvergenz wird analysiert und iterative Lösungsverfahren werden entwickelt. Die Vorlesung wird durch theoretische und praktische Übungen ergänzt, in denen die Ergebnisse vertieft und experimentell überprüft werden.

#### Literatur:

- S. Bartels: Numerical methods for nonlinear partial differential equations, Springer, 2015.
- $\bullet\,$  M. Dobrowolski: Angewandte Funktionalanalysis, Springer, 2010.
- L.C. Evans: Partial Differential Equations, 2nd Edition, 2010.

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Einführung in Theorie und Numerik partieller Differetialgleichungen oder Einführung in partielle Differentialgleichungen

#### Bemerkungen:

Die Vorlesung findet in Form eines Lesekurses statt.

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 9 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 9 ECTS	<ul> <li>Angewandte Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> <li>Advanced Lecture in Numerics (MScData24) – 11 ECTS</li> <li>Elective in Data (MScData24) – 11 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 10.5 ECTS	• Wahlmodul (MSc14) – 9 ECTS
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)		×	Х		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)				×	
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×				X
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	×	×	×	X
	1	2	3	4	<b>⑤</b>

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

<sup>2</sup> Zählt bei Bedarf als eines der drei Module 'Vorlesung mit Übung A' bis 'Vorlesung mit Übung C'.

① Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

# Wahrscheinlichkeitstheorie II (Stochastische Prozesse)

Peter Pfaffelhuber, Assistenz: Samuel Adeosun Vorlesung: Mo, 10–12 Uhr, HS II, Albertstr. 23b

Übung (2-stündig): Mi, 12–14 Uhr, SR 127, Ernst-Zermelo-Str. 1

Vorlesung (4-stündig): asynchrone Videos

#### Inhalt:

Ein stochastischer Prozess  $(X_t)_{t\in I}$  ist nichts weiter als eine Familie von Zufallsvariablen, wobei etwa  $I=[0,\infty)$  eine kontinuierliche Zeitmenge ist. Einfache Beispiele sind Irrfahrten, Markov-Ketten, die Brown'sche Bewegung oder davon abgeleitete Prozesse. Letztere spielen vor allem in der Modellierung von finanzmathematischen oder naturwissenschaftlichen Fragestellungen eine große Rolle. Wir werden zunächst Martingale behandeln, die in allgemeiner Form faire Spiele beschreiben. Nach der Konstruktion des Poisson-Prozesses und der Brown'sche Bewegung konstruieren, werden wir uns auf Eigenschaften der Brown'schen Bewegung konzentriieren. Infinitesimale Charakteristiken eines Markov-Prozesses werden durch Generatoren beschrieben, was eine Verbindung zur Theorie von partiellen Differentialgleichungen ermöglicht. Abschließend kommt mit dem Ergodensatz fur stationäre stochastische Prozesse eine Verallgemeinerung des Gesetzes der großen Zahlen zur Sprache. Weiter werden Einblicke in ein paar Anwendungsgebiete, etwa Biomathematik oder zufällige Graphen gegeben.

 $\mathbf{E}$ 

#### Literatur:

• O. Kallenberg: Foundations of Modern Probability (Third Edition), Springer, 2021.

• A. Klenke: Wahrscheinlichkeitstheorie (4. Auflage), Springer, 2020.

• D. Williams: *Probability with Martingales*, Cambridge University Press, 1991.

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Wahrscheinlichkeitstheorie I

#### Bemerkungen:

Die Vorlesung schließt direkt an die Vorlesung Wahrscheinlichkeitstheorie aus dem Sommersemester 2024 an. Im Sommersemester 2025 wird diese Veranstaltung durch die Vorlesung Wahrscheinlichkeitstheorie III (Stochastische Analysis) fortgeführt.

44

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 9 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 9 ECTS	<ul> <li>Angewandte Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> <li>Advanced Lecture in Stochastics (MScData24) – 11 ECTS</li> <li>Elective in Data (MScData24) – 11 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 10.5 ECTS	• Wahlmodul (MSc14) – 9 ECTS
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)		X	×		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)				X	
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×				X
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	×	Х	×	×
	1	2	3	4	5

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

<sup>2</sup> Zählt bei Bedarf als eines der drei Module 'Vorlesung mit Übung A' bis 'Vorlesung mit Übung C'.

① Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

# Wahrscheinlichkeitstheorie III (Stochastische Integration und Finanzmathematik)

 $\mathbf{E}$ 

Thorsten Schmidt, Assistenz: Moritz Ritter

Vorlesung: Mo, Mi, 12–14 Uhr, SR 404, Ernst-Zermelo-Str. 1

Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt

#### Inhalt:

Diese Vorlesung bildet den Höhepunkt unserer Reihe zur Wahrscheinlichkeitstheorie und erreicht das ultimative Ziel dieser Reihe: Die Kombination von stochastischer Analysis und Finanzmathematik, ein Gebiet, das seit den 1990er Jahren eine erstaunliche Fülle von faszinierenden Ergebnissen hervorgebracht hat. Der Kern ist sicherlich die Anwendung der Semi-Martingale-Theorie auf die Finanzmärkte, die in dem fundamentalen Theorem der Preisbildung von Vermögenswerten kummulieren. Dieses Ergebnis wird überall auf den Finanzmärkten verwendet. Danach befassen wir uns mit modernen Formen der stochastischen Analysis, die neuronale SDEs, Signaturmethoden, Unsicherheits- und Terminstrukturmodelle. Die Vorlesung schließt mit einer Untersuchung der neuesten Anwendungen von maschinellem Lernen auf den Finanzmärkten und dem wechselseitigen Einfluss der stochastischen Analyse auf maschinelles Lernen ab.

#### Literatur:

Relevante Literatur wird in der Vorlesung bekannt gegeben.

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Wahrscheinlichkeitstheorie II (Stochastische Prozesse)

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 9 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 9 ECTS	<ul> <li>Angewandte Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> <li>Advanced Lecture in Stochastics (MScData24) – 11 ECTS</li> <li>Elective in Data (MScData24) – 11 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 10.5 ECTS	• Wahlmodul (MSc14) – 9 ECTS
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)		X	×		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)				X	
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×				X
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	×	Х	×	×
	1	2	3	4	5

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

<sup>2</sup> Zählt bei Bedarf als eines der drei Module 'Vorlesung mit Übung A' bis 'Vorlesung mit Übung C'.

① Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

# Lesekurse "Wissenschaftliches Arbeiten"

Alle Dozent:inn:en der Mathematik Termine nach Vereinbarung D/E

#### Inhalt:

In einem Lesekurs wird der Stoff einer vierstündigen Vorlesung im betreuten Selbststudium erarbeitet. In seltenen Fällen kann dies im Rahmen einer Veranstaltung stattfinden; üblicherweise werden die Lesekurse aber nicht im Vorlesungsverzeichnis angekündigt. Bei Interesse nehmen Sie vor Vorlesungsbeginn Kontakt mit einer Professorin/einem Professor bzw. einer Privatdozentin/einem Privatdozenten auf; in der Regel wird es sich um die Betreuerin/den Betreuer der Master-Arbeit handeln, da der Lesekurs im Idealfall als Vorbereitung auf die Master-Arbeit dient (im M.Sc. wie im M.Ed.).

Der Inhalt des Lesekurses, die näheren Umstände sowie die Konkretisierung der zu erbringenden Studienleistungen werden zu Beginn der Vorlesungszeit von der Betreuerin/dem Betreuer festgelegt. Die Arbeitsbelastung sollte der einer vierstündigen Vorlesung mit Übungen entsprechen.

	<ul> <li>Wissenschaftliches Arbeiten (MEd18, MEH21) – 9 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 11 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 10.5 ECTS	• Wahlmodul (MSc14) – 9 ECTS
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)	×		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)		Х	
SL: Selbständige Lektüre der von dem Betreuer/der Betreuerin vorgegebenen Skripte, Artikel oder Buchkapitel und ggf. Bearbeitung von begleitenden Übungsaufgaben. Regelmäßiger Bericht über den Fortschritt des Selbststudiums mit der Formulierung von Fragen zu nicht verstandenen Punkten. Bis zu zweimaliges Vortragen vor der Arbeitsgruppe über den bisher erarbeiten Stoff, ggf. im Rahmen eines Seminars, Projekt- oder Oberseminars. Falls das Wissenschaftliche Arbeiten im Rahmen einer Lehrveranstaltung (z.B. Seminar oder Projektseminar) stattfindet: regelmäßige Teilnahme an dieser Veranstaltung.	X	X	X
	1	2	3

<sup>2</sup> Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

<sup>2</sup> Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

# 1c. Weiterführende zweistündige Vorlesungen

## Functions of Bounded Variation and Sets of Finite Perimeter

Xuwen Zhang E

Vorlesung: Mo, 14–16 Uhr, SR 127, Ernst-Zermelo-Str. 1

Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt

#### **Inhalt:**

We will study functions of bounded variation, which are functions whose weak first partial derivatives are Radon measures. This is essentially the weakest definition of a function to be differentiable in the measure-theoretic sense. After discussing the basic properties of them, we move on to the study of sets of finite perimeter, which are Lebesgue measurable sets in the Euclidean space whose indicator functions are BV functions. Sets of finite perimeter are fundamental in the modern Calculus of Variations as they generalize in a natural measure-theoretic way the notion of sets with regular boundaries and possess nice compactness, thus appearing in many Geometric Variational problems. If time permits, we will discuss the (capillary) sessile drop problem as one important application.

#### Literatur:

- Evans, Lawrence C. and Gariepy, Ronald F. Measure theory and fine properties of functions. CRC Press, Boca Raton, FL, 2015.
- Maggi, Francesco. Sets of finite perimeter and geometric variational problems: an introduction to Geometric Measure Theory. No. 135. Cambridge University Press, 2012.

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Grundkenntnisse in Maßtheorien und Analysis.

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 6 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 6 ECTS	<ul> <li>Reine Mathematik (MSc14) –</li> <li>5.5 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 5.5 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 5.25 ECTS	<ul> <li>Wahlmodul (MSc14) - 6 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MScData24) - 6 ECTS</li> </ul>
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)		X			
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: 30 Minuten)			×		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)				×	
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×				×
SL: Mindestens $50\%$ der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	X	×	×	×
	1	2	3	4	5

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

<sup>2</sup> Die Prüfungen werden von Prof. Wang abgenommen.

 $<sup>\</sup>textcircled{4}$  Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

# Futures and Options

Eva Lütkebohmert-Holtz, Assistenz: Hongyi Shen Vorlesung: Mo, 10–12 Uhr, HS 3042, KG III Übung: Di, 8–10 Uhr, HS 1015, KG I  $\mathbf{E}$ 

#### **Inhalt:**

Dieser Kurs bietet eine Einführung in die Finanzmärkte und -produkte. Neben Futures und Standard-Put- und Call-Optionen europäischer und amerikanischer Art werden auch zinssensitive Instrumente wie z.B. Swaps behandelt. Für die Bewertung von Finanzderivaten führen wir zunächst Finanzmodelle in diskreter Zeit ein, wie das Cox-Ross-Rubinstein-Modell vor und erläutern die Grundprinzipien der risikoneutralen Bewertung. Schließlich diskutieren wir das berühmte Black-Scholes-Modell, das ein zeitkontinuierliches Modell für die Optionsbewertung darstellt.

#### Literatur:

- D. M. Chance, R. Brooks: An Introduction to Derivatives and Risk Management (10th edition), Cengage, 2016.
- J. C. Hull: Options, Futures, and other Derivatives (11th global edition), Pearson, 2021.
- S. E. Shreve: Stochastic Calculus for Finance I: The Binomial Asset Pricing Model, Springer, 2004.
- R. A. Strong: Derivatives. An Introduction (Second edition), South-Western, 2004.

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Stochastik I

#### Bemerkungen:

Diese Veranstaltung wird für das erste Jahr des Finance profile des M.Sc. Economics angeboten, sowie für Studierende im B.Sc.Mathematik, M.Sc. Mathematik, M.Sc. Mathematics in Data and Technology und M.Sc. Volkswirtschaftslehre. In der Spezialisierung in Finanzmathematik im M.Sc. Mathematik kann die Veranstaltung auch als wirtschaftswissenschaftliches Spezialisierungsmodul gelten. Studierenden im B.Sc. Mathematik mit Interesse an der Spezialisierung in Finanzmathematik wird daher empfohlen, die Veranstaltung für den M.Sc. aufzuheben.

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 6 ECTS	<ul> <li>Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21)</li> <li>6 ECTS</li> <li>Elective in Data (MScData24)</li> <li>6 ECTS</li> </ul>	• Mathematische Ergänzung (MEd18) – 3 ECTS	<ul> <li>Angewandte Mathematik (MSc14) –</li> <li>5.5 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 5.5 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 5.25 ECTS	• Wahlmodul (MSc14) – 6 ECTS
PL: Klausur (Dauer: 1 bis 3 Stunden).		×				
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: 30 Minuten)				×		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)					X	
SL: Bestehen der Abschlussklausur (Dauer 1 bis 3 Stunden).	×		X	X	×	X
	1	2	3	4	5	6

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

③ Die Anforderungen übersteigen die für das Modul vergebene ECTS-Punktzahl. (Es gibt andere Wahlmöglichkeitenl, die der ECTS-Punktzahl des Moduls entsprechen.)

 $<sup>\</sup>textcircled{6}$  Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

⑤ Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

# Lie-Gruppen und symmetrische Räume

Maximilian Stegemeyer

D

Vorlesung: Do, 14–16 Uhr, SR 404, Ernst-Zermelo-Str. 1

Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt

#### **Inhalt:**

In der Geometrie und Topologie spielen Lie-Gruppen und Wirkungen von Lie-Gruppen eine zentrale Rolle. Mit ihnen lassen sich kontinuierliche Symmetrien beschreiben, eins der wichtigsten Konzepte der Mathematik und der Physik. Das Ausnutzen von Symmetrien, z.B. bei der Beschreibung homogener Räume erleichtert bei vielen konkreten Problemen die Lösung und gibt oft einen tieferen Einblick in die untersuchten Strukturen. Zudem ist die Geometrie und Topologie von Lie-Gruppen und homogenen Räumen selbst von großem Interesse.

In dieser Vorlesung werden wir zunächst die grundlegende Theorie von Lie-Gruppen und Lie-Algebren einführen, insbesondere mit Einblicken in die Strukturtheorie von Lie-Algebren. Im zweiten Teil werden wir dann homogene Räume betrachten mit einem besonderen Fokus auf Riemannsche symmetrische Räume. Letztere sind eine wichtige Beispielklasse Riemannscher Mannigfaltigkeiten. Ein besonderer Fokus wird neben den Lie-theoretischen Aspekten immer auch auf den homogenen Riemannschen Metriken der jeweiligen Räume liegen.

#### Literatur:

- S. Helgason. Differential geometry and symmetric spaces. American Mathematical Soc., 2001.
- J.M. Lee: Smooth manifolds. Springer New York, 2012.
- B. O'Neill: Semi-Riemannian geometry with applications to relativity. Academic press, 1983.
- W. Ziller: Lie Groups. Representation Theory and Symmetric Spaces. Lecture Notes, 2010.

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Differentialgeometrie I

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 6 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 6 ECTS	<ul> <li>Reine Mathematik (MSc14) –</li> <li>5.5 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 5.5 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 5.25 ECTS	<ul> <li>Wahlmodul (MSc14) - 6 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MScData24) - 6 ECTS</li> </ul>
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)		X			
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: 30 Minuten)			×		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)				×	
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×				×
SL: Mindestens $50\%$ der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	X	×	×	×
	1	2	3	4	5

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

<sup>2</sup> Die Prüfungen werden von Prof. Große abgenommen.

 $<sup>\ \, \</sup>oplus \,$  Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

## Markov-Ketten

David Criens, Assistenz: Dario Kieffer

Vorlesung: Do, 12–14 Uhr, SR 226, Hermann-Herder-Str. 10

Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt

#### Inhalt:

Die Klasse der Markov-Ketten ist eine wichtige Klasse von (zeitdiskreten) stochastischen Prozessen, die häufig verwendet werden, um zum Beispiel die Ausbreitung von Infektionen, Warteschlangensysteme oder Wechsel von Wirtschaftsszenarien zu modellieren. Ihr Hauptmerkmal ist die Markov-Eigenschaft, was in etwa bedeutet, dass die Zukunft von der Vergangenheit nur durch den aktuellen Zustand abhängt. In dieser Vorlesung wird die mathematischen Grundlagen der Theorie der Markov-Ketten vorgestellt. Insbesondere diskutieren wir über Pfadeigenschaften, wie Rekurrenz, Transienz, Zustandsklassifikationen sowie die Konvergenz zu einem Gleichgewicht. Wir untersuchen auch Erweiterungen auf kontinuierliche Zeit. Auf dem Weg dorthin diskutieren wir Anwendungen in der Biologie, in Warteschlangensystemen und im Ressourcenmanagement. Wenn es die Zeit erlaubt, werfen wir auch einen Blick auf Markov-Ketten mit zufälligen Übergangswahrscheinlichkeiten, sogenannten Irrfahrten in zufälliger Umgebung, ein verbreitetes Modell für Zufällige Medien.

 $\mathbf{E}$ 

#### Literatur:

J. R. Norris: Markov Chains, Cambridge University Press, 1997

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Stochastik I

Nützlich: Analysis III, Wahrscheinlichkeitstheorie I

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 6 ECTS	<ul> <li>Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21)</li> <li>6 ECTS</li> <li>Elective in Data (MScData24)</li> <li>6 ECTS</li> </ul>	• Mathematische Ergänzung (MEd18) – 3 ECTS	<ul> <li>Angewandte Mathematik (MSc14) –</li> <li>5.5 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 5.5 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 5.25 ECTS	• Wahlmodul (MSc14) – 6 ECTS
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)		×				
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: 30 Minuten)				X		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)					×	
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×		X			x
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	×	×	×	×	X
	1	2	3	4	\$	6

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

③ Die Anforderungen übersteigen die für das Modul vergebene ECTS-Punktzahl. (Es gibt andere Wahlmöglichkeitenl, die der ECTS-Punktzahl des Moduls entsprechen.)

 $<sup>\ \, \</sup>textcircled{\$}$  Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

<sup>©</sup> Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

## Maßtheorie

Peter Pfaffelhuber, Assistenz: Samuel Adeosun

Tutorat: 2-stündig: Mi, 10-12 Uhr, HS II, Albertstr. 23b

Vorlesung (2-stündig): asynchrone Videos

#### Inhalt:

Die Maßtheorie ist die Grundlage der fortgeschrittenen Wahrscheinlichkeitstheorie. In diesem Kurs bauen wir auf den Kenntnissen der Analysis auf und liefern alle notwendigen Ergebnisse für spätere Kurse in Statistik, probabilistischem maschinellem Lernen und stochastischen Prozessen. Der Kurs beinhaltet Mengensysteme, Konstruktionen von Maßen über äußere Maße, das Integral und Produktmaße.

#### Literatur:

- H. Bauer. Measure and Integration Theory. deGruyter, 2001.
- V. Bogatchev. Measure Theory. Springer, 2007.
- O. Kallenberg. Foundations of Modern Probability Theory. Springer, 2021.

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Grundlagenvorlesung in Analysis und Verständnis mathematischer Beweise.

## Bemerkungen:

Dies ist ein Selbstlernkurs, für den (korrigierte) Übungsblätter angeboten werden.

Ε

# $\label{thm:condition} \mbox{Verwendbarkeit, Studien- und Prüfungsleistungen:}$

	• Elective in Data (MScData24) – 6 ECTS
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)	×
SL: Mindestens $50\%$ der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×

# Mathematische Physik

Wolfgang Soergel D

Vorlesung: Di, 16–18 Uhr, SR 403, Ernst-Zermelo-Str. 1

#### Inhalt:

Einführung in die klassische Mechanik vom Standpunkt der Mathematik. Wir beginnen mit der mathematischen Modellierung von Raum und Zeit. Anschließend diskutieren wir die Newton'schen Bewegungsgleichungen, physikalische Systeme mit Zwangsbedingungen, das d'Alembert'sche Prinzip, den Hamilton'schen Formalismus und seine Herleitung aus den Newton'schen Bewegungsgleichungen und Anwendungen des Hamilton'schen Formalismus.

#### Literatur:

V. Arnold: Mathematical Methods of Classical Mechanics Abraham-Marsden: Foundations of Mechanics

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Analysis III

	<ul> <li>Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) - 3 ECTS</li> <li>Wahlmodul (BSc21) - 3 ECTS</li> <li>Mathematische Ergänzung (MEd18) - 3 ECTS</li> </ul>	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) – 6 ECTS
PL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.		×
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×	

Studierende im B.Sc. Mathematik können einen Vortrag übernehmen, dann zählt die Veranstaltung als Seminar.

# Numerische Approximation stochastischer Differentialgleichungen

 $\mathbf{E}$ 

Diyora Salimova, Assistenz: Ilkhom Mukhammadiev

Vorlesung: Di, Fr, 12–14 Uhr, SR 226, Hermann-Herder-Str. 10

Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt

Praktische Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt

#### Inhalt:

Ziel dieses Kurses ist es, die Studierenden in die Lage zu versetzen, Simulationen und deren mathematische Analyse für stochastische Modelle aus Anwendungen wie der Finanzmathematik und der Physik durchzuführen. Zu diesem Zweck vermittelt der Kurs ein solides Wissen über stochastische Differentialgleichungen (SDEs) und deren Lösungen. Darüber hinaus werden verschiedene numerische Methoden für SDEs, ihre zugrunde liegenden Ideen, Konvergenzeigenschaften und Implementierungsprobleme untersucht.

#### Literatur:

- P. E. Kloeden and E. Platen: Numerical Solution of Stochastic Differential Equations. Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- Bernt Oksendal: Stochastic Differential Equations, Springer, 2010.

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Stochastik, Maßtheorie, Numerik und MATLAB-Programmierung.

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 6 ECTS	<ul> <li>Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21)</li> <li>6 ECTS</li> <li>Elective in Data (MScData24)</li> <li>6 ECTS</li> </ul>	• Mathematische Ergänzung (MEd18) – 3 ECTS	<ul> <li>Angewandte Mathematik (MSc14) –</li> <li>5.5 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 5.5 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 5.25 ECTS	• Wahlmodul (MSc14) – 6 ECTS
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)		Х				
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: 30 Minuten)				X		
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)					×	
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×		X			X
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	X	×	×	×	×
	1	2	3	4	(5)	6

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

③ Die Anforderungen übersteigen die für das Modul vergebene ECTS-Punktzahl. (Es gibt andere Wahlmöglichkeitenl, die der ECTS-Punktzahl des Moduls entsprechen.)

 $<sup>\ \, \</sup>textcircled{\$}$  Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

<sup>©</sup> Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.

# Numerical Optimal Control

Moritz Diehl, Assistenz: Florian Messerer

Übung / flipped classroom: Di, 14–16 Uhr, HS II, Albertstr. 23b

#### Inhalt:

Ziel des Kurses ist es, eine Einführung in numerische Methoden zu geben für die Lösung optimaler Kontrollprobleme in Wissenschaft und Technik. Der Schwerpunkt liegt sowohl auf zeitdiskreter als auch auf zeitkontinuierlicher optimaler Steuerung in kontinuierlichen Zustandsräumen. Der Kurs richtet sich an ein gemischtes Publikum von Studenten der Mathematik, Ingenieurwesen und Informatik.

Der Kurs deckt die folgenden Themen ab:

- Einführung in dynamische Systeme und Optimierung
- Newtonverfahren und numerische Optimierung
- Algorithmische Differenzierung
- Zeitdiskrete Optimale Steuerung
- Dynamische Programmierung
- Optimale Steuerung in kontinuierlicher Zeit
- Numerische Simulationsmethoden
- Hamilton-Jacobi-Bellmann-Gleichung
- Pontryagin und der indirekte Ansatz
- Direkte Optimale Steuerung
- Echtzeit-Optimierung für modellprädiktive Steuerung

Die Vorlesung wird von intensiven wöchentlichen Computerübungen begleitet, die sowohl in in MATLAB und Python (6 ECTS) absolviert werden können. Es wird außerdem ein optionales Projekt (3 ECTS) angeboten. Dieses besteht in der Formulierung und Implementierung eines selbstgewählten optimalen Kontrollproblems und einer numerischen Lösungsmethode, die in einem Projektbericht dokumentiert und abschließend präsentiert wrird.

#### Literatur:

- M. Diehl, S. Gros: Numerical Optimal Control, lecture notes.
- J.B. Rawlings, D.Q. Mayne, M. Diehl: *Model Predictive Control*, 2nd Edition, Nobhill Publishing, 2017.
- $\bullet \quad \text{J. Betts: } \textit{Practical Methods for Optimal Control and Estimation Using Nonlinear Programming}, \text{SIAM, 2010}.$

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Analysis I und II, Lineare Algebra I und II Nützlich: Numerik I, Gewöhnliche Differentialgleichungen, Numerische Optimierung

#### Bemerkungen:

Zusammen mit dem optionalen Programmierprojekt wird die Veranstaltung wie eine 9-ECTS-Vorlesung angerechnet.

 $\mathbf{E}$ 

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 6 ECTS	• Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) - 6 ECTS	• Mathematische Ergänzung (MEd18) – 3 ECTS	<ul> <li>Angewandte Mathematik (MSc14) –</li> <li>5.5 ECTS</li> <li>Mathematik (MSc14) – 5.5 ECTS</li> </ul>	• Vertiefungsmodul (MSc14) – 5.25 ECTS	• Wahlmodul (MSc14) – 6 ECTS	• Elective in Data (MScData24) – 6 ECTS
PL: Mündliche Prüfung (Dauer: ca. 30 Minuten)		Х					Х
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: 30 Minuten)				×			
PL: Mündliche Prüfung über alle Teile des Moduls (Dauer: ca. 45 Minuten)					×		
SL: Bestehen eines mündlichen Abschlusstests.	×		X			×	
SL: Mindestens 50% der Punkte, die insgesamt in den für die Übung ausgegebenen Übungsaufgaben ereicht werden können.	×	×	×	×	×	X	×
	1	2	3	4	\$	6	7

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

<sup>2 4 5 6</sup> Mit einem zusätzlich zu absolvierenden Programmierprojekts zählt die Veranstaltung wie eine 4-stündige Vorlesung mit Übungen zu 9 ECTS (bzw. 11/10.5 in den mündlich geprüfen Modulen des M.Sc. Mathematik).

<sup>2</sup> Zählt in der 9-ECTS-Punkte-Variante bei Bedarf als eines der drei Module 'Vorlesung mit Übung A' bis 'Vorlesung mit Übung C'.

③ Die Anforderungen übersteigen die für das Modul vergebene ECTS-Punktzahl. (Es gibt andere Wahlmöglichkeitenl, die der ECTS-Punktzahl des Moduls entsprechen.)

 $<sup>\</sup>textcircled{6}$  Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

<sup>©</sup> Die Zusammensetzung des Vertiefungsmoduls muss mit dem Prüfer/der Prüferin abgesprochen werden. Nicht alle Kombinationen sind zulässig.



# Einführung in die Fachdidaktik der Mathematik

Katharina Böcherer-Linder

Vorlesung mit Übung: Mo, 10–12 Uhr, SR 226, Hermann-Herder-Str. 10

Tutorat (2-stündig zur Wahl): 8–10 Uhr, Fr, 14–16 Uhr, SR 127, Ernst-Zermelo-Str. 1

#### **Inhalt:**

Mathematikdidaktische Prinzipien sowie deren lerntheoretische Grundlagen und Möglichkeiten unterrichtlicher Umsetzung (auch z.B. mit Hilfe digitaler Medien).

Theoretische Konzepte zu zentralen mathematischen Denkhandlungen wie Begriffsbilden, Modellieren, Problemlösen und Argumentieren.

Mathematikdidaktische Konstrukte: Verstehenshürden, Präkonzepte, Grundvorstellungen, spezifische Schwierigkeiten zu ausgewählten mathematischen Inhalten.

Konzepte für den Umgang mit Heterogenität unter Berücksichtigung fachspezifischer Besonderheiten (z.B. Rechenschwäche oder mathematische Hochbegabung).

Stufen begrifflicher Strenge und Formalisierungen sowie deren altersgemäße Umsetzung.

#### Vorkenntnisse:

Erforderliche Vorkenntnisse sind die Grundvorlesungen in Mathematik (Analysis, Lineare Algebra).

Die Veranstaltung "Einführung in die Mathematikdidaktik" wird deswegen frühestens ab dem 4. Fachsemester empfohlen.

#### Bemerkungen:

Die Veranstaltung ist Pflicht in der Lehramtsoption des Zwei-Hauptfächer-Bachelor-Studiengangs. Sie setzt sich zusammen aus Vorlesungsanteilen und Anteilen mit Übungs- und Seminarcharakter. Die drei Lehrformen lassen sich dabei nicht völlig klar voneinander trennen. Der Besuch des "Didaktischen Seminars" (etwa zweiwöchentlich, Dienstag abends, 19:30 Uhr) wird erwartet!

	• (Einführung in) Fachdidaktik Mathematik (2HfB21, MEH21, MEB21, MEGual24) - 5 ECTS
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	×
SL: Erfolgreiche schriftliche Bearbeitung von mindestens zwei Dritteln der Übungsaufgaben.	×
SL: Bestehen der Abschlussklausur (Dauer 1 bis 3 Stunden).	Х

# Didaktik der Funktionen und der Analysis

Katharina Böcherer-Linder D

Seminar: Do, 9–12 Uhr, SR 404, Ernst-Zermelo-Str. 1

#### Inhalt:

Exemplarische Umsetzungen der theoretischen Konzepte zu zentralen mathematischen Denkhandlungen wie Begriffsbilden, Modellieren, Problemlösen und Argumentieren für die Inhaltsbereiche Funktionen und Analysis.

Verstehenshürden, Präkonzepte, Grundvorstellungen, spezifische Schwierigkeiten zu den Inhaltsbereichen Funktionen und Analysis.

Grundlegende Möglichkeiten und Grenzen von Medien, insbesondere von computergestützten mathematischen Werkzeugen und deren Anwendung für die Inhaltsbereiche Funktionen und Analysis. Analyse Individueller mathematischer Lernprozesse und Fehler sowie Entwicklung individueller Fördermaßnahmen zu den Inhaltsbereichen Funktionen und Analysis.

#### Literatur:

- R. Dankwerts, D. Vogel: Analysis verständlich unterrichten. Heidelberg: Spektrum, 2006.
- G. Greefrath, R. Oldenburg, H.-S. Siller, V. Ulm, H.-G. Weigand: *Didaktik der Analysis. Aspekte und Grund-vorstellungen zentraler Begriffe*. Berlin, Heidelberg: Springer 2016.

#### Vorkenntnisse:

Einführung in die Fachdidaktik der Mathematik sowie Kenntnisse aus Analysis und Numerik.

#### Bemerkungen:

Die beiden Teile können in verschiedenen Semestern absolviert werden, haben aber eine gemeinsame Abschlussklausur, die jedes Semester angeboten und nach Absolvieren beider Teile geschrieben wird.

	• Fachdidaktik der mathematischen Teilgebiete (MEd18, MEH21, MEB21) – 3 ECTS
PL: Klausur über beide Modulteile.	Х
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	Х
SL: Seminarvortrag mit praktischem und theoretischem Teil.	Х
SL: Wöchentliche Lektüre und gegebenenfalls Hausübung.	Х
	1

 $<sup>\</sup>textcircled{1}$  Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

# Didaktik der Stochastik und der Algebra

Anika Dreher D

Seminar: Fr, 9–12 Uhr, SR 226, Hermann-Herder-Str. 10

#### Inhalt:

Exemplarische Umsetzungen der theoretischen Konzepte zu zentralen mathematischen Denkhandlungen wie Begriffsbilden, Modellieren, Problemlösen und Argumentieren für die Inhaltsbereiche Stochastik und Algebra.

Verstehenshürden, Präkonzepte, Grundvorstellungen, spezifische Schwierigkeiten zu den Inhaltsbereichen Stochastik und Algebra.

Grundlegende Möglichkeiten und Grenzen von Medien, insbesondere von computergestützten mathematischen Werkzeugen und deren Anwendung für die Inhaltsbereiche Stochastik und Algebra.

Analyse Individueller mathematischer Lernprozesse und Fehler sowie Entwicklung individueller Fördermaßnahmen zu den Inhaltsbereichen Stochastik und Algebra.

#### Literatur:

- G. Malle: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg 1993.
- A. Eichler, M. Vogel: Leitidee Daten und Zufall. Von konkreten Beispielen zur Didaktik der Stochastik. Wiesbaden: Vieweg 2009.

#### Vorkenntnisse:

Einführung in die Fachdidaktik der Mathematik sowie Kenntisse aus Stochastik und Algebra.

#### Bemerkungen:

Die beiden Teile können in verschiedenen Semestern absolviert werden, haben aber eine gemeinsame Abschlussklausur, die jedes Semester angeboten und nach Absolvieren beider Teile geschrieben wird.

	• Fachdidaktik der mathematischen Teilgebiete (MEd18, MEH21, MEB21) – 3 ECTS
PL: Klausur über beide Modulteile.	×
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	X
SL: Seminarvortrag mit praktischem und theoretischem Teil.	×
SL: Wöchentliche Lektüre und gegebenenfalls Hausübung.	×
	1

 $<sup>\</sup>textcircled{1}$  Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.

#### Fachdidaktikseminar: Medieneinsatz im Mathematikunterricht

Jürgen Kury D

Seminar: Mi, 15–18 Uhr, SR 127, Ernst-Zermelo-Str. 1

#### Inhalt:

Der Einsatz von Unterrichtsmedien im Mathematikunterricht gewinnt sowohl auf der Ebene der Unterrichtsplanung wie auch der der Unterrichtsrealisierung an Bedeutung. Vor dem Hintergrund konstruktivistischer Lerntheorien zeigt sich, dass der reflektierte Einsatz unter anderem von Computerprogrammen die mathematische Begriffsbildung nachhaltig unterstützen kann. So erlaubt beispielsweise das Experimentieren mit Computerprogrammen mathematische Strukturen zu entdecken, ohne dass dies von einzelnen Routineoperationen (wie z. B. Termumformung) überdeckt würde. Es ergeben sich daraus tiefgreifende Konsequenzen für den Mathematikunterricht. Von daher setzt sich dieses Seminar zum Ziel, den Studierenden die notwendigen Entscheidungs- und Handlungskompetenzen zu vermitteln, um zukünftige Mathematiklehrer auf ihre berufliche Tätigkeit vorzubereiten. Ausgehend von ersten Überlegungen zur Unterrichtsplanung werden anschließend Computer und Tablets hinsichtlich ihres jeweiligen didaktischen Potentials untersucht und während eines Unterrichtsbesuchs mit Lernenden erprobt.

Die dabei exemplarisch vorgestellten Systeme sind:

- dynamische Geometrie Software: Geogebra
- Tabellenkalkulation: Excel
- Apps für Smartphones und Tablets

Die Studierenden sollen Unterrichtssequenzen ausarbeiten, die dann mit Schülern erprobt und reflektiert werden (soweit dies möglich sein wird).

#### Vorkenntnisse:

Nützlich: Grundvorlesungen in Mathematik

	• Fachdidaktische Entwicklung (MEd18, MEH21, MEB21) – 4 ECTS
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	×
SL: Aktive mündliche Beteiligung und Ausarbeitung und Präsentation einer Unterrichtssequenz.	X

## Fachdidaktikseminare der PH Freiburg

Dozent:inn:en der PH Freiburg

#### D

#### Inhalt:

Für das Modul "Fachdidaktische Entwicklung" können auch geeignete Veranstaltungen an der PH Freiburg absolviert werden, sofern dort Studienplätze zur Verfügung stehen. Ob Veranstaltungen geeignet sind, sprechen Sie bitte vorab mit Frau Böcherer-Linder ab; ob Studienplätze zur Verfügung stehen, müssen Sie bei Interessen an einer Veranstaltung von den Dozent:inn:en erfragen.

#### Vorkenntnisse:

Für das Modul "Fachdidaktische Entwicklung" können auch geeignete Veranstaltungen an der PH Freiburg absolviert werden, sofern dort Studienplätze zur Verfügung stehen. Ob Veranstaltungen geeignet sind, sprechen Sie bitte vorab mit Frau Böcherer-Linder ab; ob Studienplätze zur Verfügung stehen, müssen Sie bei Interessen an einer Veranstaltung von den Dozent:inn:en erfragen.

#### Bemerkungen:

Für das Modul "Fachdidaktische Entwicklung" können auch geeignete Veranstaltungen an der PH Freiburg absolviert werden, sofern dort Studienplätze zur Verfügung stehen. Ob Veranstaltungen geeignet sind, sprechen Sie bitte vorab mit Frau Böcherer-Linder ab; ob Studienplätze zur Verfügung stehen, müssen Sie bei Interessen an einer Veranstaltung von den Dozent:inn:en erfragen.

# $\label{thm:condition} \mbox{Verwendbarkeit, Studien- und Prüfungsleistungen:}$

	• Fachdidaktische Entwicklung (MEd18, MEH21, MEB21) – 4 ECTS
SL: Die Anforderungen werden von der Pädagogischen Hochschule festgelegt und im dortigen Modulhandbuch oder in der Veranstaltung bekannt gegeben.	X

## Modul "Fachdidaktische Forschung":

Dozent:inn:en der PH Freiburg, Frank Reinhold

Τ

Teil 1: Seminar 'Fachdidaktische Entwicklungsforschung zu ausgewählten Schwerpunkten': Mo, 14–16 Uhr, Raum noch nicht bekannt, PH Freiburg

Teil 2: Seminar 'Methoden der mathematikdidaktischen Forschung ': Mo, 16–19 Uhr, Raum noch nicht bekannt, PH Freiburg

Teil 3: Begleitseminar zur Masterarbeit 'Entwicklung und Optimierung eines fachdidaktischen Forschungsprojekts'

#### Inhalt:

Die drei zusammengehörigen Veranstaltungen des Moduls bereiten auf das Anfertigen einer empirischen Masterarbeit in der Mathematikdidaktik vor. Das Angebot wird von allen Professor:innen der PH mit mathematikdidaktischen Forschungsprojekten der Sekundarstufe 1 und 2 gemeinsam konzipiert und von einem dieser Forschenden durchgeführt. Im Anschluss besteht das Angebot, bei einem/einer dieser Personen eine fachdidaktische Masterarbeit anzufertigen – meist eingebunden in größere laufende Forschungsprojekte.

In der ersten Veranstaltung des Moduls findet eine Einführung in Strategien empirischer fachdidaktischer Forschung statt (Forschungsfragen, Forschungsstände, Forschungsdesigns). Studierende vertiefen ihre Fähigkeiten der wissenschaftlichen Recherche und der Bewertung fachdidaktischer Forschung. In der zweiten Veranstaltung (im letzten Semesterdrittel) werden die Studierenden durch konkrete Arbeit mit bestehenden Daten (Interviews, Schülerprodukte, Experimentaldaten) in zentrale qualitative und quantitative Forschungsmethoden eingeführt. Die dritte Veranstaltung ist ein Begleitseminar zur Masterarbeit.

Die Haupziele des Moduls sind die Fähigkeit zur Rezeption mathematikdidaktischer Forschung zur Klärung praxisrelevanter Fragen sowie die Planung einer empirischen mathematikdidaktischen Masterarbeit. Es wird abgehalten werden als Mischung aus Seminar, Erarbeitung von Forschungsthemen in Gruppenarbeit sowie aktivem Arbeiten mit Forschungsdaten. Literatur wird abhängig von den angebotenen Forschungsthemen innerhalb der jeweiligen Veranstaltungen angegeben werden. Die Teile können auch in verschiedenen Semestern besucht werden, zum Beispiel Teil 1 im zweiten Mastersemester und Teil 2 in der Kompaktphase des dritten Mastersemesters nach dem Praxissemester.

#### Bemerkungen:

Dreiteiliges Modul für die Studierenden im M.Ed., die eine fachdidaktische Master-Arbeit in Mathematik schreiben möchten. Teilnahme nur nach persönlicher Anmeldung bis Ende der Vorlesungszeit des Vorsemesters in der Abteilung für Didaktik. Die Aufnahmekapazitäten sind beschränkt.

Voranmeldung: Wer neu an diesem Modul teilnehmen möchte, meldet sich bitte bis zum 30.09.2024 per E-Mail bei didaktik@math.uni-freiburg.de und bei Ralf Erens.

	• Fachdidaktische Forschung (MEd18, MEH21, MEB21) – 4 ECTS
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	×
SL: In allen drei Teilen des Moduls: Bearbeitung von Aufgaben nach Maßgabe der Lehrenden im Umfang von insgesamt etwa 60 Stunden.	×



## Lernen durch Lehren

Susanne Knies D

#### Inhalt:

Was macht ein gutes Tutorat aus? Im ersten Workshop wird diese Frage diskutiert und es werden Tipps und Anregungen mitgegeben. Im zweiten Workshop werden die Erfahrungen ausgetauscht.

## Bemerkungen:

Voraussetzung für die Teilnahme ist eine Tutoratsstelle zu einer Vorlesung des Mathematischen Instituts im laufenden Semester (mindestens eine zweistündige oder zwei einstündige Übungsgruppen über das ganze Semester).

Kann im M.Sc.-Studiengang Mathematik zweimal verwendet werden.

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 3 ECTS	<ul> <li>Wahlmodul (BSc21) – 3 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MScData24) – 3 ECTS</li> </ul>	• Wahlmodul (MSc14) – 3 ECTS
SL: Teilnahme an beiden Terminen des Tutoratsworkshops. Regelmäßige Teilnahme an der Tutorenbesprechung; Zwei gegenseitige Tutoratsbesuche mit einem (oder mehreren) anderen Modulteilnehmern.	X	×	X
	1	2	3

 $<sup>\</sup>textcircled{1}$  2 3 Voraussetzung für die Teilnahme ist eine Tutoratsstelle zu einer Vorlesung des Mathematischen Instituts im laufenden Semester (mindestens eine zweistündige oder zwei einstündige Übungsgruppen über das ganze Semester)

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

<sup>3</sup> Das Modul kann im M.Sc.-Studiengang zweimal absolviert werden (in verschiedenen Semestern, aber u.U. in Tutoraten zur gleichen Vorlesung).

# 2c. Praktische Übungen

# Praktische Übung zu Einführung in Theorie und Numerik Partieller Differentialgleichungen

Sören Bartels, Assistenz: Vera Jackisch

Praktische Übung: 2-stündig, Termin wird noch festgelegt

#### Inhalt:

Die Praktische Übung begleitet die gleichnamige Vorlesung mit Programmieraufgaben zum Vorlesungsstoff.

#### Vorkenntnisse:

Siehe bei der Vorlesung – zusätzlich: Programmierkenntnisse.

 $\mathbf{E}$ 

# $\label{thm:condition} \mbox{Verwendbarkeit, Studien- und Prüfungsleistungen:}$

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 3 ECTS	<ul> <li>Wahlmodul (BSc21) – 3 ECTS</li> <li>Mathematische Ergänzung (MEd18) – 3 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MSc14) – 3 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MSc24) – 3 ECTS</li> <li>SECTS</li> </ul>
SL: Erreichen von mindestens $50\%$ der Punkte, die insgesamt durch die Bearbeitung der für die Übung ausgegebenen Computeraufgaben erreicht werden können.	×	×
	1	2

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

# Praktische Übung zu Numerik

Sören Bartels, Assistenz: Tatjana Schreiber

Praktische Übung: 2-stündig 14-täglich, verschiedene Termine

## Inhalt:

In den begleitenden praktischen Übungen zur Vorlesung Numerik I werden die in der Vorlesung entwickelten und analysierten Algorithmen praktisch umgesetzt und experimentell getestet. Die Implementierung erfolgt in den Programmiersprachen Matlab, C++ und Python. Elementare Programmierkenntnisse werden dabei vorausgesetzt.

D

#### Vorkenntnisse:

Siehe bei der Vorlesung  $Numerik\ I$  (die gleichzeitig gehört werden oder schon absolviert sein soll). Zusätzlich: Elementare Programmiervorkenntnisse zum Beispiel aus dem Kurs  $Einführung\ in\ die\ Programmierung\ für\ Studierende\ der\ Naturwissenschaften.$ 

86

	<ul> <li>Praktische Übung (2HfB21, MEH21, MEB21) – 3 ECTS</li> <li>Mathematische Ergänzung (MEd18) – 3 ECTS</li> </ul>	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 3 ECTS	• Numerik (BSc21) – 12 ECTS
SL: Erreichen von mindestens 50% der Punkte, die insgesamt durch die Bearbeitung der für die Übung ausgegebenen Computeraufgaben erreicht werden können.	×	×	X
	1	2	3

 $<sup>\</sup>textcircled{1}$  2 3 Die Anforderungen an die Studienleistungen gelten separat für beide Semester des Moduls bzw. der Veranstaltung!

<sup>2</sup> Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

<sup>3</sup> Die Veranstaltung deckt nur einen Teil des Moduls ab; die ECTS-Punkte werden erst für das vollständige Modul verbucht.



# Gewöhnliche Differentialgleichungen und Anwendungen

Susanne Knies, Ludwig Striet

Seminar: Do, 12–14 Uhr, SR 125, Ernst-Zermelo-Str. 1 Vorbesprechung 15.07., 13 Uhr, SR 403, Ernst-Zermelo-Str. 1 D

#### Inhalt:

Zahlreiche dynamische Prozesse in den Naturwissenschaften können durch Gewöhnliche Differentialgleichungen modelliert werden. In diesem Proseminar beschäftigen wir uns mit expliziten Lösungsmethoden für Differentialgleichungen sowie den Anwendungssituationen (Reaktionskinetik, Räuber-Beute Modelle, Mathematisches Pendel, unterschiedliche Wachstumprozesse, . . . ) die durch sie beschrieben werden.

#### Literatur:

Vortragsthemen und Literatur finden Sie auf der Webseite!

#### Vorkenntnisse:

Analysis I und II, Lineare Algebra I und II

# $\label{thm:condition} \mbox{Verwendbarkeit, Studien- und Prüfungsleistungen:}$

	• Proseminar (2HfB21, BSc21, MEH21, MEB21) – 3 ECTS
PL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.	×
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	×

## Ein Streifzug durch die Mathematik

Angelika Rohde, Assistenz: Johannes Brutsche

Seminar: Mi, 12–14 Uhr, SR 125, Ernst-Zermelo-Str. 1

Voranmeldung:

bei Frau Lippek im Sekretariat der Abteilung für Stochastik (Raum 245) Vorbesprechung 16.07., 10: 15 Uhr, Raum 232, Ernst-Zermelo-Str. 1

#### Inhalt:

Paul Erdős erzählte gerne von dem BUCH, in dem Gott die perfekten Beweise für mathematische Sätze aufbewahrt, dem berühmten Zitat von G. H. Hardy entsprechend, dass es für hässliche Mathematik keinen dauerhaften Platz gibt' ([1], Vorwort). Im Versuch einer Bestapproximation an dieses BUCH haben Aigner und Ziegler in ihrem gleichnamigen Werk eine große Anzahl von Sätzen mit eleganten, raffinierten und teils überraschenden Beweisen zusammengetragen. In diesem Proseminar soll eine Auswahl dieser Resultate vorgestellt werden. Das Spektrum der Themen erstreckt sich dabei über ganz verschiedenen Gebiete der Mathematik, von Zahlentheorie, Geometrie, Analysis und Kombinatorik bis hin zu Graphentheorie und umfasst namhafte Resultate, wie das Lemma von Littlewood und Offord, das Dinitz-Problem, Hilberts drittes Problem (seiner 23 beim Internationalen Mathematikerkongress in Paris 1900 vorgestellten Probleme), die Borsuk-Vermutung und viele mehr.

D

#### Literatur:

[1] Martin Aigner, Günter M. Ziegler: Das BUCH der Beweise (5. Auflage), Springer, 2018.

#### Vorkenntnisse:

Lineare Algebra I und II, Analysis I und II

91

	• Proseminar (2HfB21, BSc21, MEH21, MEB21) – 3 ECTS
PL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.	×
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	×

# Proseminar zur Algebra

Wolfgang Soergel, Assistenz: Damian Sercombe Seminar: Di, 14–16 Uhr, SR 127, Ernst-Zermelo-Str. 1

Voranmeldung:

bis 14.07. per E-Mail an Wolfgang Soergel

#### Inhalt:

In diesem Proseminar sollen Themen besprochen werden, die ich aus verschiedenen Lehrbüchern und Skripten zu Grundvorlesungen in Linearer Algebra zusammensuche, die aber nicht zum Standardstoff gehören. Die Vorträge bauen dabei nur wenig aufeinander auf.

#### Vorkenntnisse:

Lineare Algebra I und II, Analysis I und II.

D

	• Proseminar (2HfB21, BSc21, MEH21, MEB21) – 3 ECTS
PL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.	Х
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	Х



#### Knotentheorie

Ernst August v. Hammerstein

Seminar

geplant als Blockseminar nach dem Praxissemester, entweder mit wöchentlichen Terminen ab Januar 2025 oder als Blockseminar zum/nach Ende der Vorlesungszeit.

Voranmeldung:

bis spätestens 18.07.2024 per Mail an Ernst August v. Hammerstein Vorbesprechung 19.07., 16 Uhr, Raum 232, Ernst-Zermelo-Str. 1

#### **Inhalt:**

Einen Knoten kann man mathematisch relativ einfach definieren als eine geschlossene Kurve im dreidimenionalen Raum  $\mathbb{R}^3$ . Aus dem täglichen Leben kennt man sicherlich bereits verschiedene Knotenarten, z. B. Kreuzknoten, Chirurgenknoten, Seemannsknoten u.a.m. Ziel der mathematischen Knotentheorie ist, charakteristische Größen zur Beschreibung und Klassifizierung von Knoten zu finden und damit evtl. auch entscheiden zu können, ob zwei Knoten äquivalent sind, d. h. durch bestimmte Operationen ineinander überführt werden können.

Mit Seilen, Schnüren oder Drähten kann man Knoten sowie einzelne Verknüfungen und Verschlingungen gut veranschaulichen, so dass angehende Lehrerinnen und Lehrer nicht nur in diesem Seminar, sondern vielleicht auch später einmal im Unterricht die Möglichkeit haben, das eine oder andere Resultat ganz praktisch darzustellen.

#### Literatur:

- C.C. Adams: The Knot Book: An elementary introduction to the mathematical theory of knots, Revised reprint, AMS, 2004.
  - Eine pdf-Datei des zuerst beim W.H. Freeman-Verlag erschienenen Buches findet man unter https://www.math.cuhk.edu.hk/course\_builder/1920/math4900e/Adams--The%20Knot%20Book.pdf.
- G. Burde, H. Zieschang: *Knots* (Second Revides and Extended Edition), de Gruyter, 2003.
- W.B.R. Lickorish: An Introduction to Knot Theory, Springer, 1997.
- C. Livingston: *Knot Theory*. Mathematical Association of America, 1993.

#### Vorkenntnisse:

Grundvorlesungen, evtl. auch ein wenig Topologie

#### Bemerkungen:

Restplätze können als Proseminarplätze vergeben werden.

D

	• Mathematische Ergänzung (MEd18) – 3 ECTS	• Proseminar (2HfB21, BSc21, MEH21, MEB21) – 3 ECTS	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 3 ECTS
PL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.		X	
SL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.	×		×
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	×	×	×
	1	2	3

③ Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

## Maschinelles Lernen und Stochastische Analysis

 $Thorsten\ Schmidt,\ Assistenz:\ Moritz\ Ritter$ 

Seminar: Fr, 10–12 Uhr, SR 125, Ernst-Zermelo-Str. 1

Voranmeldung:

per E-Mail an Thorsten Schmidt

Vorbesprechung 18.10.

#### Inhalt:

Dieses Seminar wird sich auf theoretische Ergebnisse des maschinellen Lernens konzentrieren, einschließlich moderner universeller Approximationssätze, der Näherung von Filtermethoden durch Transformationen, der Anwendung von Methoden des maschinellen Lernens in Finanzmärkten und möglicherweise anderen verwandten Themen. Darüber hinaus werden wir Themen der stochastischen Analyse behandeln, wie die fraktionale Itô-Kalkulation, Unsicherheit, Filterung und optimalen Transport. Sie sind auch eingeladen, Themen vorzuschlagen.

D/E

#### Vorkenntnisse:

Das Seminar richtet sich an Studierende, die mindestens Stochastik und Maschinelles Lernen oder Wahrscheinlichkeitstheorie II gehört haben.

#### Bemerkungen:

Bei Interesse und vorhandenen Vorkenntnissen kann ein Seminar auch als Proseminar eingesetzt werden.

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 6 ECTS	<ul> <li>Mathematisches Seminar (MSc14, BSc21) – 6 ECTS</li> <li>Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) – 6 ECTS</li> <li>Mathematisches Seminar (MScData24) – 6 ECTS</li> <li>Elective in Data (MScData24) – 6 ECTS</li> </ul>	• Mathematische Ergänzung (MEd18) – 3 ECTS	• Wahlmodul (MSc14) – 6 ECTS
PL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.		×		
SL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.	X		×	X
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	X	×	×	×
	1	2	3	4

① Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

③ Die Anforderungen übersteigen die für das Modul vergebene ECTS-Punktzahl. (Es gibt andere Wahlmöglichkeitenl, die der ECTS-Punktzahl des Moduls entsprechen.)

# Machine-Learning Methods in the Approximation of PDEs

Sören Bartels, Assistenz: Tatjana Schreiber

D/E

Seminar

geplant als Blockseminar

Voranmeldung:

per E-Mail an Sören Bartels

Vorbesprechung 08.07., 12: 30 Uhr, Büro 209, Hermann-Herder-Str. 10

#### Inhalt:

In jüngster Zeit wurden Methoden des maschinellen Lernens zur Annäherung von Lösungen von partiellen Differentialgleichungen verwendet. Während sie in einigen Fällen zu zu Vorteilen gegenüber klassischen Ansätzen führen, ist ihre generelle Überlegenheit noch weitgehend offen. In diesem Seminar werden wir die wichtigsten Konzepte und jüngsten Entwicklungen besprechen.

#### Literatur:

- B. Bohn, J. Garcke, M. Griebel: Algorithmic Mathematics in Machine Learning, SIAM, 2024.
- P. C. Petersen: Neural Network Theory, Lecture Notes, 2022.

#### Vorkenntnisse:

Einführung in Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen

#### Bemerkungen:

Bei Interesse und vorhandenen Vorkenntnissen kann ein Seminar auch als Proseminar eingesetzt werden.

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 6 ECTS	<ul> <li>Mathematisches Seminar (MSc14, BSc21) – 6 ECTS</li> <li>Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) – 6 ECTS</li> <li>Mathematisches Seminar (MScData24) – 6 ECTS</li> <li>Elective in Data (MScData24) – 6 ECTS</li> </ul>	• Mathematische Ergänzung (MEd18) – 3 ECTS	• Wahlmodul (MSc14) – 6 ECTS
PL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.		×		
SL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.	×		X	X
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	×	×	X	X
	1	2	3	4

 $<sup>{\</sup>mathfrak D}$  Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

③ Die Anforderungen übersteigen die für das Modul vergebene ECTS-Punktzahl. (Es gibt andere Wahlmöglichkeitenl, die der ECTS-Punktzahl des Moduls entsprechen.)

#### Medical Data Science

Harald Binder D/E

Seminar: Mi, 10–11: 30 Uhr, HS Medizinische Biometrie, 1. OG, Stefan-Meier-Str. 26

Voranmeldung:

per E-Mail an Olga Sieber

Vorbesprechung 17.07., HS Medizinische Biometrie, 1. OG, Stefan-Meier-Str. 26

#### Inhalt:

Zur Beantwortung komplexer biomedizinischer Fragestellungen aus großen Datenmengen ist oft ein breites Spektrum an Analysewerkzeugen notwendig, z.B. Deep-Learning- oder allgemeiner Machine-Learning-Techniken, was häufig unter dem Begriff "Medical Data Science" zusammengefasst wird. Statistische Ansätze spielen eine wesentliche Rolle als Basis dafür. Eine Auswahl von Ansätzen soll in den Seminarvorträgen vorgestellt werden, die sich an kürzlich erschienenen Originalarbeiten orientieren. Die genaue thematische Ausrichtung wird noch festgelegt.

#### Literatur:

Hinweise auf einführende Literatur werden in der Vorbesprechung gegeben.

#### Vorkenntnisse:

Gute Kenntnisse in Wahrscheinlichkeitstheorie und Mathematischer Statistik.

#### Bemerkungen:

Das Seminar kann als Vorbereitung für eine Bachelor- oder Masterarbeit dienen.

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 6 ECTS	<ul> <li>Mathematisches Seminar (MSc14, BSc21) – 6 ECTS</li> <li>Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) – 6 ECTS</li> <li>Mathematisches Seminar (MScData24) – 6 ECTS</li> <li>Elective in Data (MScData24) – 6 ECTS</li> </ul>	• Mathematische Ergänzung (MEd18) – 3 ECTS	• Wahlmodul (MSc14) – 6 ECTS
PL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.		×		
SL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.	X		X	X
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	×	×	X	X
	1	2	3	4

 $<sup>{\</sup>mathfrak D}$  Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

③ Die Anforderungen übersteigen die für das Modul vergebene ECTS-Punktzahl. (Es gibt andere Wahlmöglichkeitenl, die der ECTS-Punktzahl des Moduls entsprechen.)

#### Minimalflächen

Guofang Wang, Assistenz: Xuwen Zhang

Seminar: Mi, 16–18 Uhr, SR 125, Ernst-Zermelo-Str. 1

Vorbesprechung 17.07., 16 Uhr

#### Inhalt:

Minimalflächen sind Flächen im Raum mit "minimalem" Flächeninhalt und lassen sich mithilfe holomorpher Funktionen beschreiben. Sie treten u.a. bei der Untersuchung von Seifenhäuten und der Konstruktion stabiler Objekte (z.B. in der Architektur) in Erscheinung. Bei der Untersuchung von Minimalflächen kommen elegante Methoden aus verschiedenen mathematischen Gebieten wie der Funktionentheorie, der Variationsrechnung, der Differentialgeometrie und der partiellen Differentialgleichung zur Anwendung.

D/E

#### Literatur:

- R. Osserman: A survey of minimal surfaces, Van Nostrand 1969.
- J.-H. Eschenburg, J. Jost: Differentialgeometrie und Minimalflächen, Springer 2007.
- E. Kuwert: Einführung in die Theorie der Minimalflächen, Skript 1998.
- W. H. Meeks III, J. Pérez: A survey on classical minimal surface theory.
- T. Colding, W. P. Minicozzi: Minimal Surfaces, New York University 1999.

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Analysis III oder Mehrfachintegrale, und Funktionentheorie

Nützlich: Elementare Differentialgeometrie

#### Bemerkungen:

Bei Interesse und vorhandenen Vorkenntnissen kann ein Seminar auch als Proseminar eingesetzt werden.

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 6 ECTS	<ul> <li>Mathematisches Seminar (MSc14, BSc21) – 6 ECTS</li> <li>Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) – 6 ECTS</li> </ul>	• Mathematische Ergänzung (MEd18) – 3 ECTS	<ul> <li>Wahlmodul (MSc14) – 6 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MScData24) – 6 ECTS</li> </ul>
PL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.		×		
SL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.	×		×	×
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	×	Х	X	×
	1	2	3	4

 $<sup>{\</sup>mathfrak D}$  Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

③ Die Anforderungen übersteigen die für das Modul vergebene ECTS-Punktzahl. (Es gibt andere Wahlmöglichkeitenl, die der ECTS-Punktzahl des Moduls entsprechen.)

## Seminar zur algebraischen Topologie

Sebastian Goette, Assistenz: Mikhael Tëmkin

Seminar: Di, 14–16 Uhr, SR 125, Ernst-Zermelo-Str. 1

Vorbesprechung 16.07., SR 125, Ernst-Zermelo-Str. 1

#### Inhalt:

Wir besprechen fortgeschrittene Themen der algebraischen Topologie. Je nach Interesse der Teilnehmer könnten wir eines der folgenden Themen bearbeiten - wenn Sie andere Themenvroschläge haben, wenden Sie sich bitte an den Dozenten.

- Die Steenrod-Algebra. Eine Zusatzstruktur auf der Kohomologie modulo p ermöglicht feinere Aussagen zur Existenz stetiger Abbildungen, etwa zur Existenz linear unabhängiger Vektorfelder auf Sphären. Die Wu-Formeln stellen einen Zusammenhang zu charakteristischen Klassen von Mannigfaltigkeiten her.
- Strukturierte Spektren. Um multiplikative (Ko-) Homologiefunktoren durch Spektren darstellen zu können, braucht man eine abgeschlossene monoidale Kategorie von Spektren, beispielsweise symmetrische oder orthogonale Spektren. In diesem Zusammenhang lernen wir auch Modellstrukturen besser kennen.
- K-Theorie und Indextheorie. Elliptische Differentialoperatoren auf kompakten Mannigfaltigkeiten sind Fredholm-Operatoren. Ihr Index lässt sich mit dem Satz von Atiyah-Singer topologische berechnen. Wir beweisen diesen Satz mit (überwiegend) topologischen Methoden und geben einige geometrische Anwendungen.

#### Vorkenntnisse:

Algebraische Topologie I und II

#### Bemerkungen:

TeilnehmerInnen übernehmen einen, bei Interesse auch mehrere Vorträge. Für die restliche Zeit setzen wir die Veranstaltung als Lesekurs oder Spezialvorlesung fort.

Bei Interesse kann das Seminar auf Englisch stattfinden. Bei Interesse und vorhandenen Vorkenntnissen kann ein Seminar auch als Proseminar eingesetzt werden.

D/E

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 6 ECTS	<ul> <li>Mathematisches Seminar (MSc14, BSc21) – 6 ECTS</li> <li>Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) – 6 ECTS</li> </ul>	• Mathematische Ergänzung (MEd18) – 3 ECTS	<ul> <li>Wahlmodul (MSc14) – 6 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MScData24) – 6 ECTS</li> </ul>
PL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.		×		
SL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.	×		X	×
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	×	Х	×	×
	1	2	3	4

 $<sup>{\</sup>mathfrak D}$  Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

③ Die Anforderungen übersteigen die für das Modul vergebene ECTS-Punktzahl. (Es gibt andere Wahlmöglichkeitenl, die der ECTS-Punktzahl des Moduls entsprechen.)

## Theorie der nicht-kommutativen Algebren

Annette Huber-Klawitter, Assistenz: Xier Ren

Seminar: Fr, 8-10 Uhr, SR 404, Ernst-Zermelo-Str. 1

Voranmeldung:

per E-Mail an Ludmilla Frei oder persönlich in Raum 421 Vorbesprechung 15.07., 11 Uhr, SR 318, Ernst-Zermelo-Str. 1

#### **Inhalt:**

In this seminar, we are going to study finite dimensional (unital, possibly non-commutative) algebras over a (commutative) field k. Prototypes are the rings of square matrices over k, finite field extensions, or the algebra  $k^n$  with diagonal multiplication.

D/E

We will concentrate on path algebras of finite quivers (German: Köcher). Modules over them are equivalently described as representations of the quiver. Many algebraic properties can be directly understood from properties of the quiver.

#### Literatur:

- Frank Anderson, Kent Fuller: Rings and Categories of Modules, GTM 13, Springer, 1992
- Ralf Schiffler: Quiver Representations, CMS Books in Mathematics, Springer, 2014
- Alexander Kirillov Jr.: Quiver Representations, GSM 174, AMS, 2016

#### Vorkenntnisse:

Notwendig: Lineare Algebra

Nützlich: Algebra und Zahlentheorie, kommutative Algebra

#### Bemerkungen:

Die Verständigung mit dem Assistenten erfolgt auf Englisch. Vorträge können auf Deutsch oder Englisch gehalten werden.

Bei Interesse und vorhandenen Vorkenntnissen kann ein Seminar auch als Proseminar eingesetzt werden.

	• Wahlmodul im Optionsbereich (2HfB21) – 6 ECTS	<ul> <li>Mathematisches Seminar (MSc14, BSc21) – 6 ECTS</li> <li>Wahlpflichtmodul Mathematik (BSc21) – 6 ECTS</li> </ul>	• Mathematische Ergänzung (MEd18) – 3 ECTS	<ul> <li>Wahlmodul (MSc14) – 6 ECTS</li> <li>Wahlmodul (MScData24) – 6 ECTS</li> </ul>
PL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.		×		
SL: Etwa 45- bis 90-minütiger Vortrag.	×		×	×
SL: Regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung (wie in der Prüfungsordnung definiert).	×	Х	X	×
	1	2	3	4

 $<sup>{\</sup>mathfrak D}$  Verwendbar bei Wahl der Option "Individuelle Studiengestaltung".

③ Die Anforderungen übersteigen die für das Modul vergebene ECTS-Punktzahl. (Es gibt andere Wahlmöglichkeitenl, die der ECTS-Punktzahl des Moduls entsprechen.)