

$$a_i^{\textcircled{k}} b_{\textcircled{k}j} = \sum_k a_{ik} b_{kj}$$

$a_{ik} b_{kj}$ ó $a_i^k b_j^k$ no es suma.

$$x_{ij} = \Gamma_{ij}^1 x_1 + \Gamma_{ij}^2 x_2 + h_{ij} N$$

$$= \sum_{k=1}^2 \Gamma_{ij}^k x_k + h_{ij} N$$

(1)
 $i,j=1,2$

$$\Rightarrow \boxed{x_{ij} = \Gamma_{ij}^k x_k + h_{ij} N}$$

$i,j=1,2$

$$A = (a_{ij})_{n \times n} \quad B = (b_{ij})_{n \times n} \quad C = AB = (c_{ij})$$

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj}$$

$$\Rightarrow \boxed{c_{ij} = a_i^k b_{kj}}$$

delta de
Kronecker

↓

Si A y B son inversas $\Rightarrow C = AB = I_{n \times n} \Rightarrow c_{ij} = \delta_{ij} = \begin{cases} 1; & i=j \\ 0; & i \neq j \end{cases}$

$$\Rightarrow a_i^k b_{kj} = \delta_{ij}$$

En el caso G y G^{-1} :

$$\boxed{g_{ik} g^{kj} = \delta_{ij}}$$

$$g^{lp} g_{lk} \Gamma_{ij}^k = \sum_l \sum_k g^{lp} g_{lk} \Gamma_{ij}^k$$

$$(3) \quad \Gamma_{ij}^k = g^{lk} \langle x_{ij}, x_l \rangle = \sum_l g^{lk} \langle x_{ij}, x_l \rangle$$

$$(4) \quad \begin{aligned} \partial_k x_{ij} - \partial_j x_{ik} + \partial_i x_{jk} &= 2 \langle x_{ik}, x_j \rangle & k \leftarrow j \\ \partial_j x_{il} - \partial_l x_{ij} + \partial_i x_{lj} &= 2 \langle x_{ij}, x_l \rangle & j \leftarrow l \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Gamma_{ij}^k = \frac{1}{2} g^{lk} (\partial_i x_{jl} + \partial_j x_{il} - \partial_l x_{ij})}$$