

# Algoritmo de Reducción de Brzozowski-McCluskey, Método de Arden

Alan Reyes-Figueroa

Teoría de la Computación

(Aula 06) 27.julio.2022

Equivalencia entre AFNs y  
expresiones regulares (Parte 2)

# Método de Reducción

Dado un AFN, construye una expresión regular que describe el lenguaje aceptado por el autómata.

**Idea base:** eliminar estados, 1 a la vez, a manera de reducir el AFN a un autómata de uno o dos estados sólo.

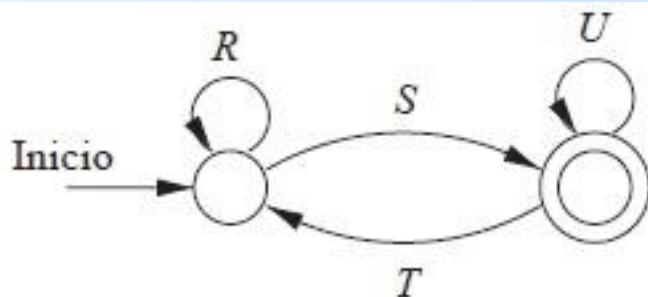


Figura 3.9. Un autómata genérico de dos estados.

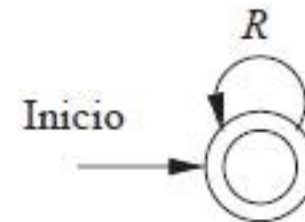
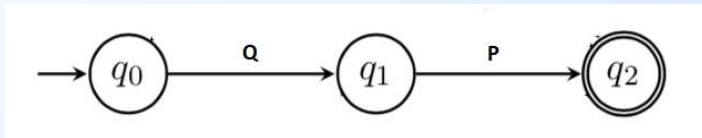


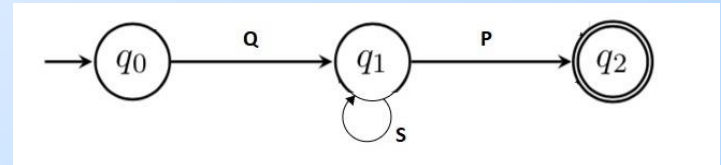
Figura 3.10. Autómata genérico de un estado.

# Método de Reducción

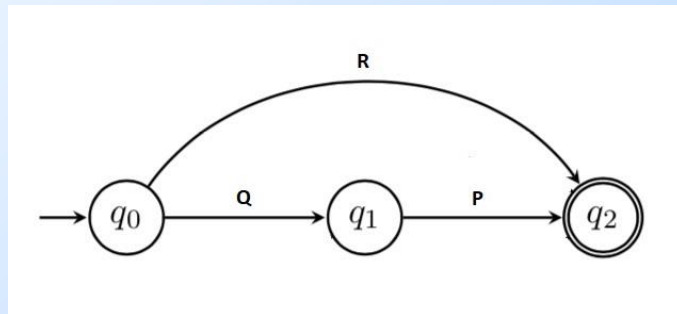
La siguiente figura muestra lo que ocurre al eliminar un estado  $s$ .



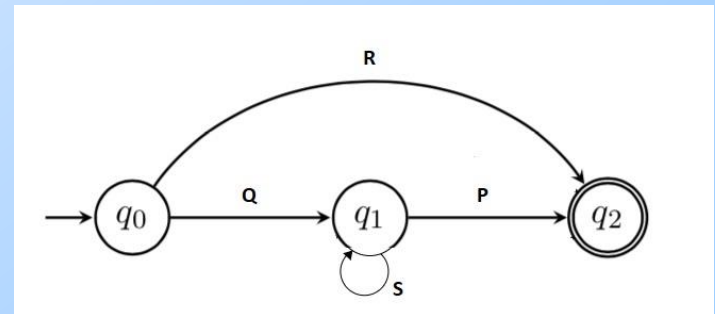
**$QP$**



**$QS^*P$**



**$R + QP$**



**$R + QS^*P$**

# Método de Reducción

La siguiente figura muestra lo que ocurre al eliminar un estado  $s$ .

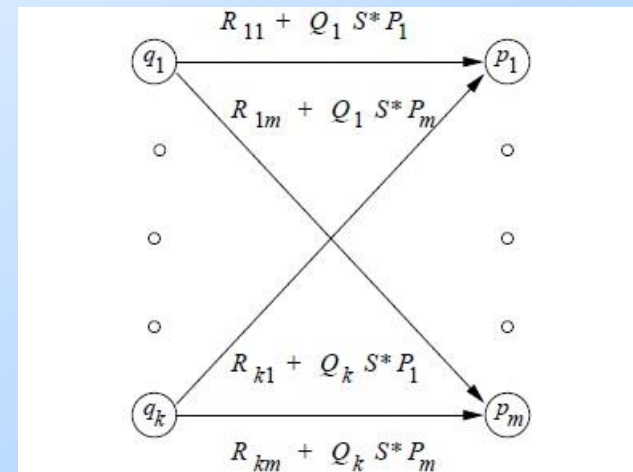
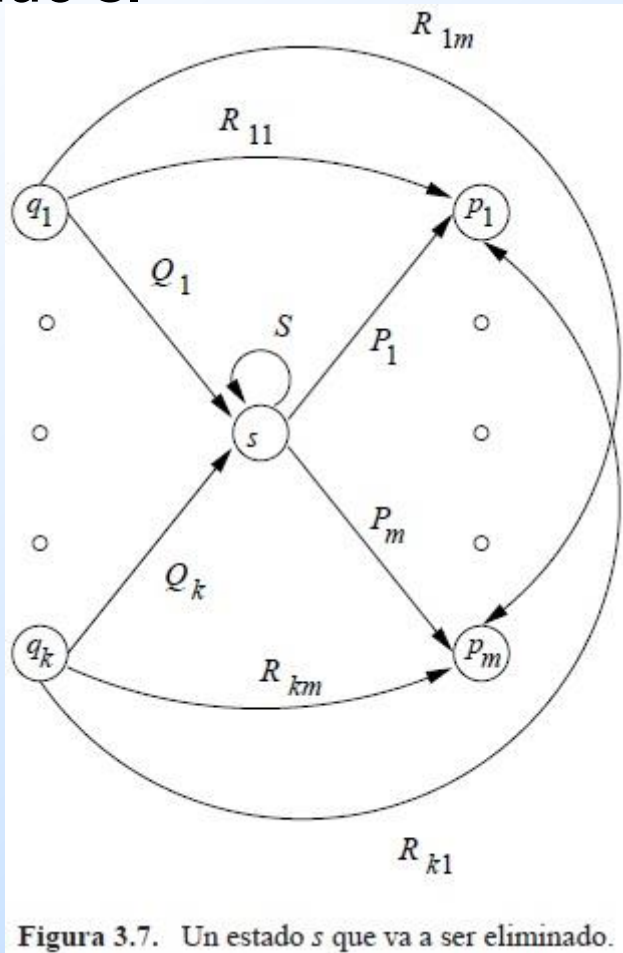
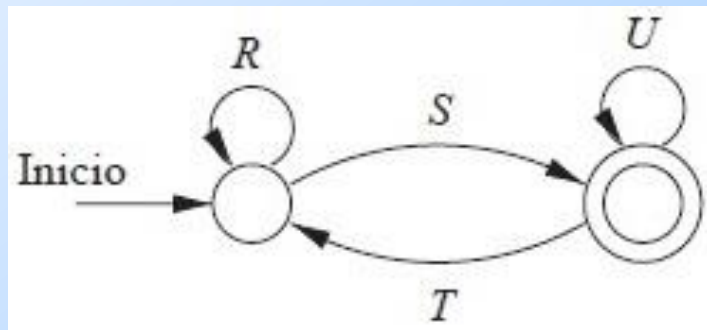


Figura 3.8. Resultado de eliminar el estado  $s$  de la Figura 3.7.

# Método de Reducción

**Paso 1:** Para cada estado de aceptación, aplicamos el proceso de reducción. Eliminamos todos los estados excepto  $q$  y el estado inicial  $q_0$ .

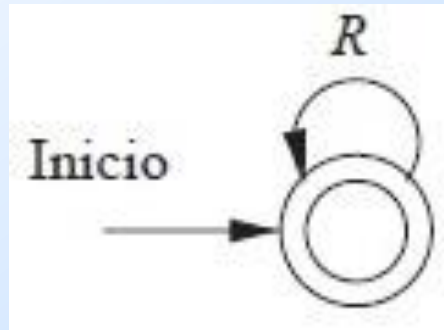
**Paso 2a:** Si  $q \neq q_0$ , llegaremos a un autómata de dos estados como



Cuya expresión regular es  $(R + SU^*T)^*SU^*$ .

# Método de Reducción

**Paso 2b:** Si  $q = q_0$ , llegaremos a un autómata de un solo estado como

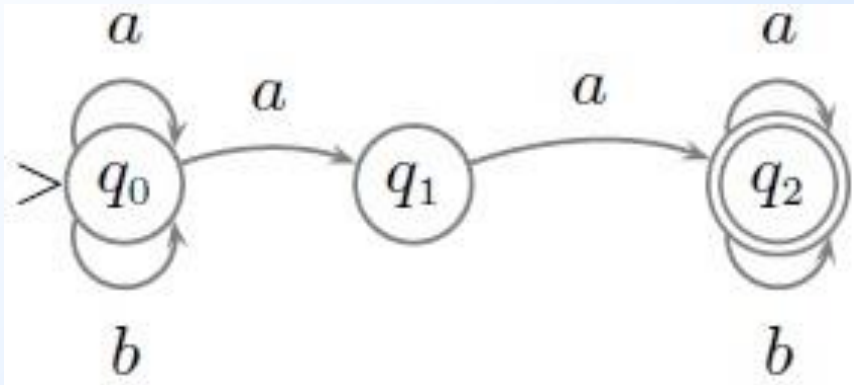


Cuya expresión regular es  $R^*$ .

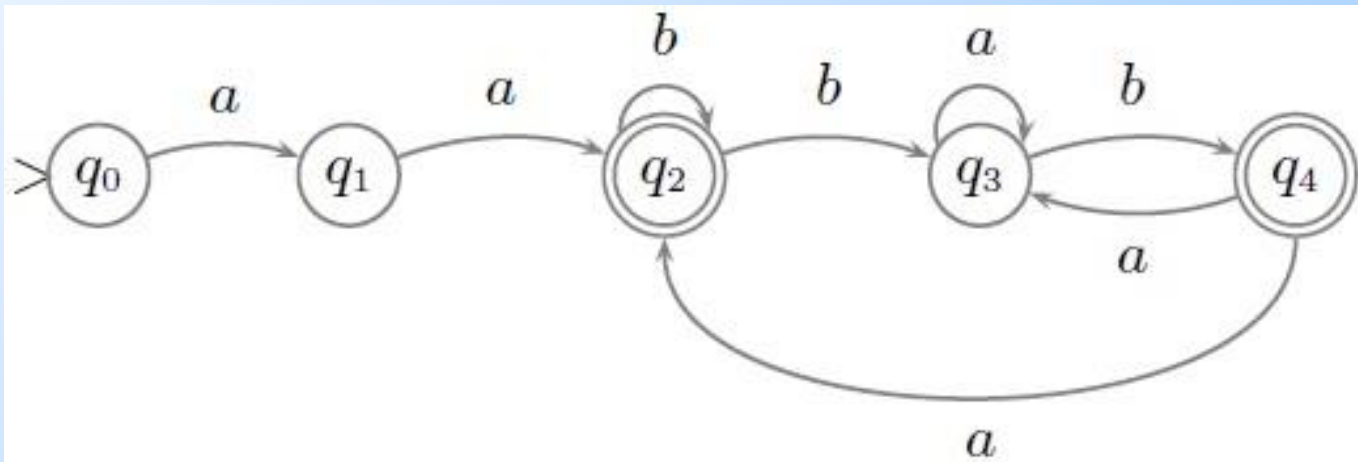
**Paso 3:** Finalmente, la expresión regular de todo el autómata es la suma (unión) de todas las expresiones obtenidas al reducir para cada estado de aceptación  $q$ .

# Ejemplos

1)



2)



# Lema de Arden

## **Lema (Lema de Arden)**

Si  $A$  y  $B$  son lenguajes sobre un alfabeto  $\Sigma$ , y  $\varepsilon$  no está en  $A$ , entonces la ecuación  $\mathbf{X = AX + B}$ , tiene como única solución el lenguaje  $X = A^*B$ .

## **Ejemplos**

1) La ecuación  $X = aX + b^*ab$  tiene solución

$$\mathbf{X = a^*b^*ab}$$

2) La ecuación  $X = a^2X + b^+X + ab$  tiene solución

$$\mathbf{X = (a^2 + b^+)^*ab}$$

3) La ecuación  $X = ab^2X + aX + a^*b + b^*a$  tiene solución

$$\mathbf{X = (ab^2 + a)^*(a^*b + b^*a)}$$



# Algoritmo de Arden

El lema de Arden proporciona otro mecanismo para convertir un AFN en una expresión regular.

Sea  $M = (K, \Sigma, q_0, F, \Delta)$  un AFN. Observe que  $M$  posee un único estado inicial  $q_0$ .

Para cada estado  $q_i \in K$ , sea  $M_i = (K, \Sigma, q_i, F, \Delta)$  el autómata que coincide con  $M$  pero con estado inicial  $q_i$ . Denotamos por  $A_i$  el lenguaje aceptado por  $M_i$ .

Cada  $A_i$  puede escribirse como

$$A_i = \left\{ \begin{array}{ll} \bigcup_{a \in \Sigma} \{aA_j : q_j \in \Delta(q_i, a)\}, & \text{si } q_i \notin F \\ \bigcup_{a \in \Sigma} \{aA_j : q_j \in \Delta(q_i, a)\} + \varepsilon, & \text{si } q_i \in F \end{array} \right\}$$

# Algoritmo de Arden

Si  $Q = \{q_0, q_1, q_2, \dots, q_n\}$ , las igualdades anteriores conforman un sistema de ecuaciones "lineales"

$$\begin{array}{rcl} A_0 & = & c_{00}A_0 + c_{01}A_1 + \dots + c_{0n}A_n \\ A_1 & = & c_{10}A_0 + c_{11}A_1 + \dots + c_{1n}A_n \\ \vdots & & \vdots \\ A_n & = & c_{n0}A_0 + c_{n1}A_1 + \dots + c_{nn}A_n \end{array}$$

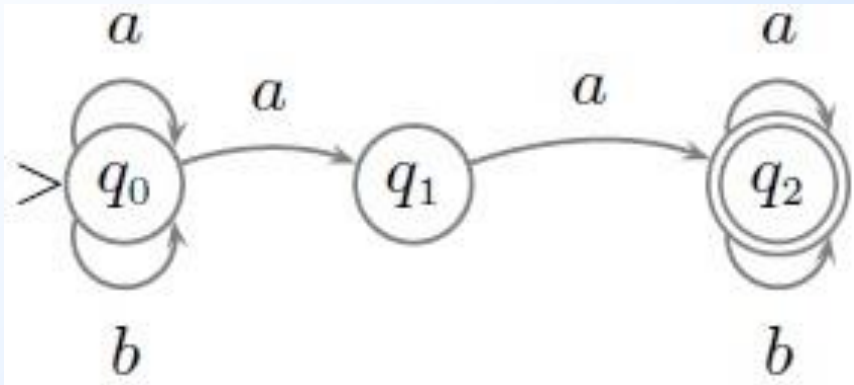
donde cada  $c_{ij}$  o es  $\emptyset$  ó es un símbolo de  $\Sigma$ .

El término  $\varepsilon$  se añade a una ecuación sólo si el estado correspondientes  $A_i$  es un estado de aceptación.

Basta aplicar sucesivamente el Lema de Arden para resolver este sistema (siempre hay solución y es única).

# Ejemplos

1)



2)

