

Propiedades de los Lenguajes Libres de Contexto

Alan Reyes-Figueroa
Teoría de la Computación

(Aula 20) 16.octubre.2023

Lema de Bombeo para
Lenguajes Libres de Contexto

Lema de Bombeo para CFL

Para todo lenguaje libre de contexto L , existe un entero $n \geq 1$, tal que para toda cadena $s \in L$ de longitud $\geq n$ podemos escribir

$$s = uvwxy,$$

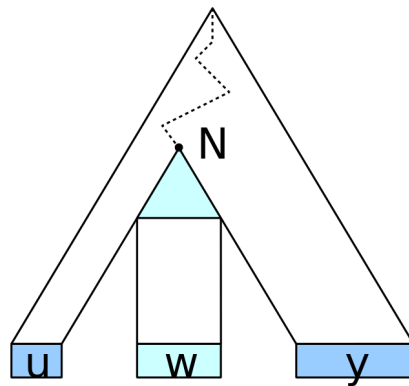
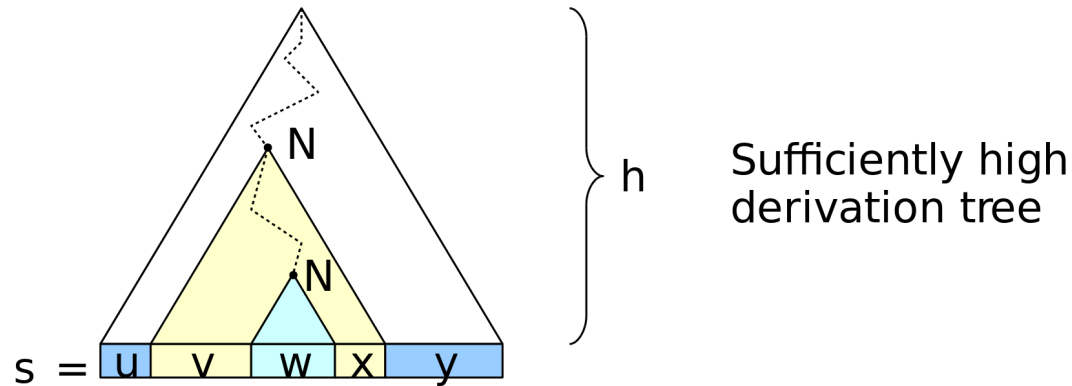
donde:

1. $|vwx| \leq n$.
2. $|vx| \geq 1$.
3. Para todo $i \geq 0$, $uv^iwx^iy \in L$.

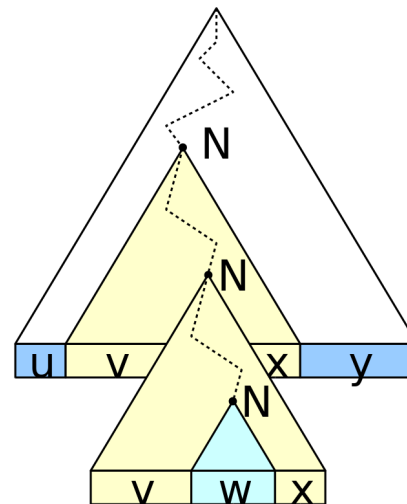
Prueba de Lema de Bombeo

1. Tomamos h = una altura en el árbol de derivación suficientemente grande.
2. Idea de la prueba:
Si w es una cadena suficientemente larga, su árbol de derivación con respect a una gramática en la Forma Normal de Chomsky debe contener algún símbolo no-terminal dos veces.
3. Repitiendo esta parte de la derivación $\Rightarrow \dots \Rightarrow$ obtenemos una derivación para uv^iwx^iy .

Prueba de Lema de Bombeo



Generating uv^0wx^0y



Generating uv^2wx^2y

Ejemplo: Lema de Bombeo

Vamos a mostrar que $L = \{0^m 1^m 2^m : m \geq 1\}$ no es un lenguaje libre del contexto.

- ◆ Suponga que sí es. Entonces existe $n \geq 1$ para L que cumple el lema de bombeo.
- ◆ Tome $s = 0^n 1^n 2^n \in L$. Podemos escribir $s = uvwxy$, donde $|vwx| \leq n$, $|vx| \geq 1$.
- ◆ Esto implica que: vwx posee a lo sumo dos símbolos distintos.

Ejemplo: Lema de Bombeo

◆ Hay 5 casos:

1. $vwx = 0^k$, para algún $k \leq n$.
2. $vwx = 0^j 1^k$, para algunos j, k con $j+k \leq n$.
3. $vwx = 1^k$, para algún $k \leq n$.
4. $vwx = 1^j 2^k$, para algunos j, k con $j+k \leq n$.
5. $vwx = 2^k$, para algún $k \leq n$.

◆ Se puede mostrar que en cualquiera de los cinco casos anteriores, la cadena $t = uv^2wx^2y$ no es de la forma $0^m 1^m 2^m$, y por lo tanto $t \notin L$.