

Formas Normales para CFG

Alan Reyes-Figueroa

Teoría de la Computación

(Aula 16) 30.septiembre.2024

Eliminar variables sobrantes
Remover épsilon
Remover producciones unarias
Forma Normal de Chomsky

Forma Normal de Chomsky

- Una CFG está en la *Forma Normal de Chomsky* (CNF) si todas sus producciones (reglas) son de la forma:
 1. $A \rightarrow BC$ (lado derecho son 2 variables).
 2. $A \rightarrow a$ (lado derecho es 1 terminal).

- **Teorema:** Si L es una CFL, entonces $L - \{\epsilon\}$ posee una CFG en la Forma Normal de Chomsky.

Prueba del Teorema CNF

- **Paso 0:** Agregar nuevo estado inicial S_0 , y agregar $S_0 \rightarrow S$.
- **Paso 1:** “Limpiar” o reducir la gramática, así todo lado derecho o es un terminal o es 2 variables mínimo.
- **Paso 2:** Para cada lado derecho \neq terminal, hacer lado derecho de variables.
 - Para cada terminal a , crear una nueva variable X_a y una producción $X_a \rightarrow a$.
 - Reemplazar a por X_a en lados derechos de longitud > 2 .

Ejemplo: Paso 2

- Considere la producción $A \rightarrow BcDe$.
- Creamos variables X_c y X_e , con producciones $X_c \rightarrow c$ y $X_e \rightarrow e$.
 - **Nota:** creamos máximo una variable para cada símbolo terminal, y lo usamos en todo lugar donde sea necesario.
- Reemplazar $A \rightarrow BcDe$ por
$$A \rightarrow BX_cDX_e.$$

Prueba CNF

□ **Paso 3:** Dividir los lados derecho con longitud > 2 en producciones cuyos lados derecho sean 2 variables.

□ **Ejemplo:** $A \rightarrow BCDE$

se reemplaza por la secuencia

$A \rightarrow FE, F \rightarrow GD, \text{ y } G \rightarrow BC.$

□ F y G no pueden usarse en ningún otro lugar.

Ejemplo: Paso 3

- Recordemos que $A \rightarrow BCDE$ fue reemplazada por

$$A \rightarrow FE, \quad F \rightarrow GD, \quad \text{y} \quad G \rightarrow BC.$$

- En la nueva gramática:

$$A \Rightarrow FE \Rightarrow GDE \Rightarrow BCDE.$$

- **Importante:** Una vez elegido el reemplazo de A por FE , continuamos con GDE and $BCDE$.

- Ya que F y G sólo tienen una producción.

Algoritmo Conversión a CNF

- **Algoritmo:** (para convertir a CNF)
Input: G , una CFG. Output: G_1 una CNF.
- Hacer los siguientes pasos, en este orden:
 - 1. START:** Eliminar símbolo inicial con $S_0 \rightarrow S$.
 - 2. BIN:** Binarizar producciones:
 - 2a.) Remover símbolos terminales acompañados.
 - 2b.) Binarizar producciones con más de 2 variables.
 - 3. DEL- ϵ :** Eliminar producciones- ϵ .
 - 4. UNIT:** Eliminar producciones unarias.
 - 5. TERM:** Eliminar producciones/símbolos sin uso.

Prueba – Conversión a CNF

- Debemos probar que los pasos 1 a 5 anteriores producen una nueva gramática N cuyo lenguaje $L(N)$ es idéntico al language $L(G)$.
- La prueba típicamente se realiza mediante inducción sobre la longitud de las derivaciones.

Ejemplo – Conversión a CNF

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid e$$

Respuesta:

$$S_0 \rightarrow UA \mid VB \mid a \mid b \mid e$$

$$S \rightarrow UA \mid VB \mid a \mid b$$

$$U \rightarrow AS \mid a$$

$$V \rightarrow BS \mid b$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$