

Teoría de Números 2024

Lista 04

30.agosto.2024

1. Resolver las congruencias

- a) $25x \equiv 15 \pmod{29}$,
- b) $16x \equiv 27 \pmod{41}$,
- c) $33x \equiv 8 \pmod{102}$,

2. Hallar todas las soluciones de la congruencia lineal $3x - 7y \equiv 11 \pmod{13}$.

3. Resolver la congruencia $17x \equiv 3 \pmod{210}$.

4. Hallar el inverso de 777 módulo 2024.

5. Muestre que las congruencias

$$x \equiv a \pmod{n} \quad \text{y} \quad x \equiv b \pmod{m},$$

admiten una solución simultánea si, y sólo si, $(m, n) \mid a - b$.

Si una solución simultánea (x, y) existe, muestre que esta es única módulo $[m, n]$.

6. Hallar todas las soluciones del sistema de congruencias

$$\begin{aligned} 3x + 4y &\equiv 5 \pmod{13}, \\ 2x + 5y &\equiv 7 \pmod{13}. \end{aligned}$$

7. Muestre que $1105 = 5 \cdot 13 \cdot 17$ es un número de Carmichael.

8. Una banda de 17 piratas robó un saco de monedas de oro. Cuando intentaron dividir la fortuna en partes iguales, quedaron 3 monedas. En la pelea que siguió sobre quién debería quedarse con las monedas adicionales, un pirata fue asesinado. La riqueza fue redistribuida, pero esta vez una división equitativa dejó 10 monedas. Nuevamente se desarrolló una discusión en la que otro pirata fue asesinado. Pero ahora la fortuna total fue distribuida equitativamente entre los sobrevivientes. ¿Cuál es el menor número de monedas que podrían haber robado?

9. Implemente en Python el Test de primalidad de Fermat (utilice $k = 10$ repeticiones del test). (Agregar el código de la función que ejecuta el test, sólo de la función, en su tarea impresa. Esta función no debería ser mayor a 15 ó 20 líneas de código).

Luego, evaluar en su test si los siguientes números son primos o no:

1317, 2709, 3257, 3911, 4279, 5497, 6311, 7223, 8431, 9203.

Compare con una tabla de primos para indicar si su test da la respuesta correcta (aquí la respuesta correcta se entiende que en el caso de n ser primo, el test responde que n es probablemente primo).

Una tabla de primos puede encontrarse en <https://primes.utm.edu/lists/small/10000.txt>.
