UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

Revisão de Estatísitca e Matemática para Econometria

Autor: Paulo Ferreira Naibert

Porto Alegre
30/06/2020
Revisão: 30 de junho de 2020

Sums of Values

(Greene, 2012, p. 977, A.2.7)

$$\mathbf{1}_N'\mathbf{1}_N = N \quad ; \qquad \mathbf{1}_N\mathbf{1}_N' = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{N\times N}$$

Defining $\boldsymbol{x}$ with dimension $1 \times N$:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{x}'\mathbf{1}_N = \mathbf{1}_N'\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}'\mathbf{1}_N)' = \sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$\mathbf{1}_N\boldsymbol{x}' = \begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_N \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1 & \dots & x_N \end{bmatrix}_{N\times N} \quad ; \qquad \boldsymbol{x}\mathbf{1}_N' = \begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_N & \dots & x_N \end{bmatrix}_{N\times N}$$

$$E(\boldsymbol{x}) = \overline{\boldsymbol{x}} = N^{-1}\sum_{i=1}^{N} x_i = N^{-1}\boldsymbol{x}'\mathbf{1}_N$$

Important Idempotent Matrices

(Greene, 2012, p. 978, A.28)
Centering Matrix

$$M^0 = I_N - \mathbf{1}_N(\mathbf{1}_N'\mathbf{1}_N)^{-1}\mathbf{1}_N' = I_N - N^{-1}\mathbf{1}_N\mathbf{1}_N'$$

A Matriz M^0 é **idempotente** e **simétrica**.

Idempotência: $AA = A$
Simetria: $A' = A$

$$M^0\boldsymbol{x} = (I_N - N^{-1}\mathbf{1}_N\mathbf{1}_N')\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x} - N^{-1}\mathbf{1}_N(\mathbf{1}_N'\boldsymbol{x}) = \mathbf{1}_N\overline{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{x}} \\ \vdots \\ \overline{\boldsymbol{x}} \end{bmatrix}$$

$$M^0\mathbf{1} = (I_N - N^{-1}\mathbf{1}_N\mathbf{1}_N')\mathbf{1}_N = \mathbf{1}_N - N^{-1}\mathbf{1}_N(\mathbf{1}_N'\mathbf{1}_N) = \mathbf{0}_N$$

Referências

GREENE, WILLIAM H. 2012. *Econometric Analysis*. 7 edn. Boston: Prentice Hall.