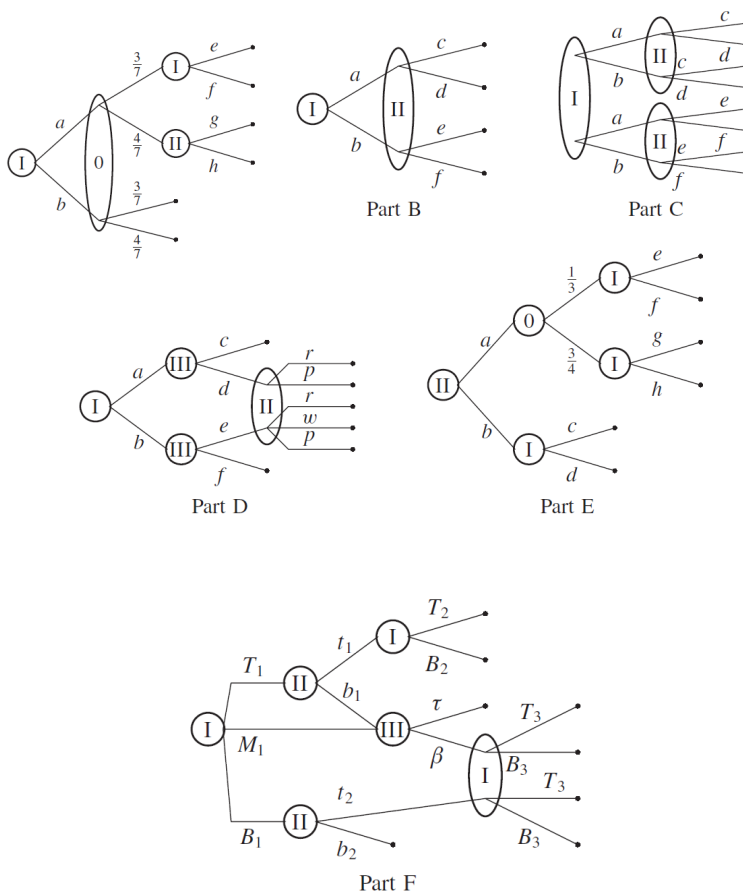


Instruções: Os workshops são resolvidos em grupo **durante a aula** com a ajuda dos colegas e do docente, mas cada aluno deve *escrever e entregar a lista separadamente*. Constitui **violações do código de ética** da disciplina:

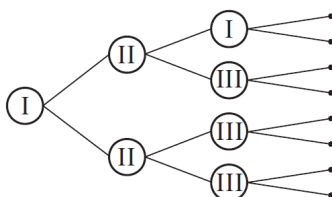
- Olhar as resoluções escritas dos colegas;
- Escrever na lista dos colegas ou trocar anotações de respostas;
- Trazer para a aula qualquer tipo de resoluções dos exercícios do workshop.

Workshop 5. Jogos dinâmicos de informação imperfeita

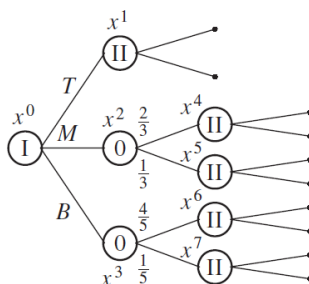
1. **(Todo grafo é igual, mas alguns grafos são mais iguais do que os outros)** Todos os grafos abaixo não podem representar um jogo em forma extensiva. Para cada um deles, explique o porquê.



2. **(Conjuntos de informação)** No “esboço” de jogo abaixo, desenhe os conjuntos de informação para cada situação descrita.

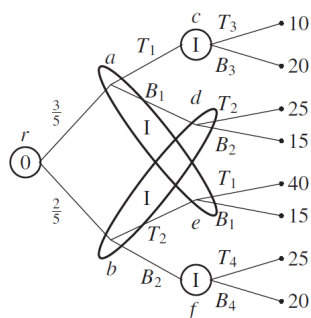


- (a) O jogador II não sabe o que o jogador I escolheu. O jogador III sabe o que o jogador I escolheu, mas se o jogador I moveu para baixo, III não sabe o que o jogador II escolheu.
- (b) Jogador II não sabe o que o jogador I escolheu, e o jogador III não sabe nem o que o jogador I nem o jogador II escolheu.
- (c) Em todos os seus momentos de decisão o jogador I não consegue lembrar se ele já fez ou não qualquer lance.
3. **(Conjuntos de informação II)** No “esboço” de jogo abaixo, desenhe os conjuntos de informação para cada situação descrita.
- (a) O jogador II, nos seus momentos de decisão, sabe o que o jogador I escolheu, mas não o resultado do movimento da sorte.
- (b) O jogador II, nos seus momentos de decisão, sabe o resultado da sorte (quando relevante). Ele sabe se o jogador I escolheu T, mas se I escolheu M ou B, ele não sabe qual foi escolhido.
- (c) O jogador II quando chamado a jogar não sabe tanto o movimento da sorte quanto a escolha do jogador I.



4. Sobre o “jogo” de um jogador em forma extensiva abaixo, responda as seguintes perguntas:

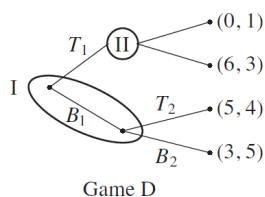
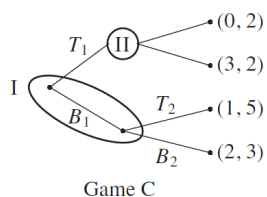
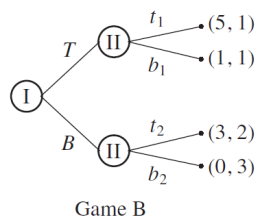
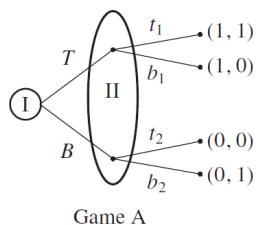
- (a) O que o jogador I sabe e o que ele não sabe em cada conjunto de informação?
- (b) Quantas estratégias o jogador I tem?
- (c) O que você recomendaria que o jogador I jogasse nesse jogo? (O número reportado em cada folha do grafo é o seu *payoff* naquele *outcome*.)



5. **(O ultimato em três)** Suponha que três jogadores dividem uma pizza da seguinte maneira: o jogador I propõe uma divisão, e então os jogadores II e III ao mesmo tempo aceitam ou não aceitam essa divisão. Se ambos II e III aceitam, a divisão é realizada. Caso contrário, ninguém fica com nada. Todos preferem mais pizza a menos pizza.

Descreva a situação como um jogo em forma extensiva de informação imperfeita: jogadores, o grafo, conjuntos informacionais, estratégias e *payoffs*. Ache todos os equilíbrios perfeitos em subjogos do jogo.

6. Encontre todos os equilíbrios perfeitos em subjogos de cada um dos jogos abaixo.



7. **(O dilema do professor e a cola)** Um professor (jogador 1) suspeita que um aluno (jogador 2) colou na prova. O professor anuncia que vai verificar a similaridade das provas, mas ele e o aluno sabem que esse processo é aleatório (muitas provas) e só vai identificar a cola com 50% de chance. O jogo continua na seguinte sucessão: o professor descobre se tem provas ou não e daí decide se acusa o aluno de cola ou desiste. O aluno (sem saber o resultado do processo) então decide se admite a cola ou se nega ter colado. Se o professor desiste, ambos ficam com *payoff* 0. Se o professor acusa e o aluno confessa, o professor fica com 2 por ter cumprido a sua obrigação profissional e o aluno é reprovado com *payoff* -2. Se o aluno não confessa, então se o professor não identificou a cola ele é cancelado nas redes sociais, recebendo *payoff* -4, enquanto o aluno tem utilidade 4, mas se ele identificou a cola, então o aluno é suspenso, com utilidade contrária entre os dois.

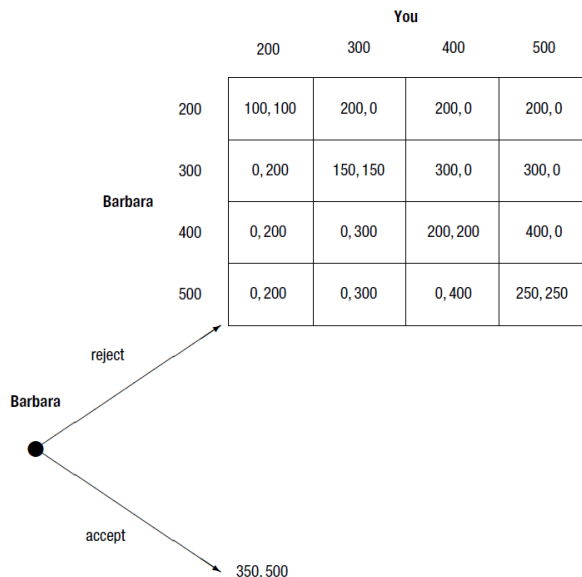
Descreva a situação como um jogo em forma extensiva de informação imperfeita: jogadores, o grafo, conjuntos informacionais, estratégias e *payoffs*. Ache então os equilíbrios de Nash perfeitos em subjogos do jogo.

8. **(Crenças em jogos dinâmicos)** Já vimos em jogos estáticos a importância de crenças dos agentes sobre a racionalidade dos outros jogadores, o tema de estudo da *teoria dos jogos epistemológica*. Jogos dinâmicos trazem ainda mais dificuldades para esse estudo, que são exemplificadas no jogo abaixo.¹

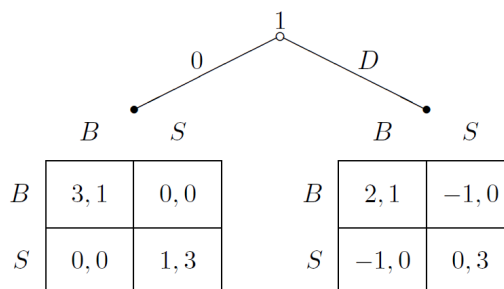
No jogo acima, um colega de sala pediu para você e Bárbara ajudarem ele a se mudar. Mas na verdade ele só precisa de um, então ele pretende fazer um leilão no dia da mudança e contratar quem oferecer o menor preço (se empatar, ele tira na moeda). Interessantemente, Bárbara recebe uma ligação na véspera do dia da mudança oferecendo a ela um trabalho de motorista por 350 reais, mas exatamente no momento em que o colega tem que se mudar.

- (a) Quais estratégias não são racionalizáveis no subjogo em que Bárbara rejeita o trabalho de motorista (i.e., no leilão de primeiro preço)? Qual é a dificuldade em que você se encontra caso descubra que Bárbara rejeitou aquele trabalho?
- (b) Imagine que você considera que Bárbara fez um erro (talvez “tremeu as mãos”) rejeitando o trabalho de motorista. O que você deveria fazer nesse caso? (Podemos chamar esse tipo de crença epistemológica de *crença na racionalidade futura* de Bárbara.)
- (c) Agora considere que você acredita que Bárbara foi inteiramente proposital ao rejeitar o trabalho de motorista. O que isso diz sobre as crenças delas? O que você deveria fazer nesse caso? (Podemos chamar esse tipo de crença epistemológica de *crença inabalável na racionalidade* de Bárbara.)

¹Aqui fazemos um leve abuso de notação utilizando uma mistura de forma extensiva e forma normal. Como toda forma normal pode ser representada em uma forma extensiva (com a aplicação adequada de conjuntos informacionais), isso não nos traz nenhuma novidade conceitual, é apenas um auxílio visual.



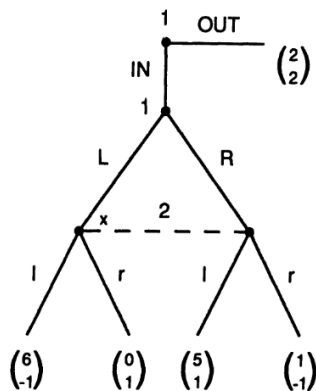
9. **(Queimando dinheiro)** Uma classe interessante de jogos primeiro estudada por Van Damme (não o ator) em 1984 é a de *burning money games*. Considere uma versão da clássica batalha dos sexos abaixo, em que antes de jogarem o jogo estático usual o homem pode decidir queimar um real. Queimar um real faz exatamente o que o nome diz: a utilidade do homem (mas não da mulher) diminui em 1 não importa o que ocorrer, como na figura abaixo.



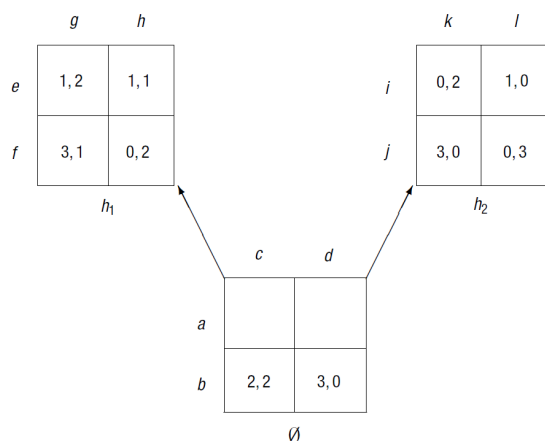
Monte o jogo em forma normal. Qual é o único perfil de estratégias que sobrevive a eliminação iterada de estratégias fracamente dominadas? Interprete o resultado com base no item (c) da questão anterior.

10. **(Equilíbrio perfeito em subjogos e ameaças críveis)** Considere o jogo abaixo, em que o jogador 1 decide se participa ou não de um jogo em forma normal com o jogador 2.

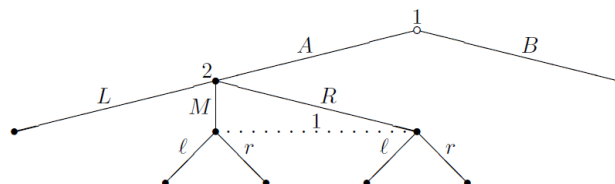
Qual é o único equilíbrio perfeito em subjogos do jogo acima? Existe algum equilíbrio de Nash que envolve o jogador 2 jogando r com probabilidade 1? Ele envolve algum tipo de ameaça não crível?



11. Encontre os equilíbrios de Nash e perfeito em subjogos do jogo dinâmico abaixo.

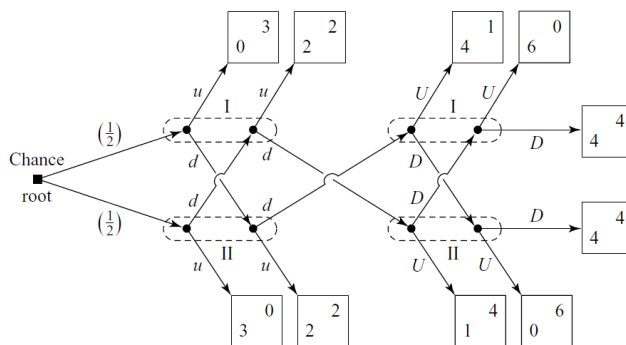


12. **(Estratégias mistas e comportamentais)** Uma estratégia mista é uma distribuição de probabilidade sobre as estratégias (completas) do jogador. Em jogos em forma extensiva, uma forma bem mais tratável de considerar que os jogadores agem aleatoriamente são estratégias comportamentais, que a cada momento que o jogador é chamado a jogar, ele tem uma distribuição de probabilidade sobre as ações possíveis naquele conjunto de informação. Sempre que o jogo tiver *memória perfeita* (em inglês, *perfect recall*), ou seja, os jogadores nunca “perdem informação”, já foi há muito provado que estratégias mistas e comportamentais são equivalentes. (Para um exemplo de jogo sem memória perfeita, ver a questão 15, entre outras nessa lista.)

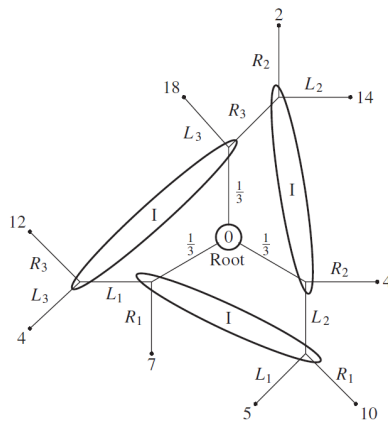


No jogo acima, ache a estratégia comportamental do jogador 1 que é equivalente à estratégia mista em que joga (B, r) com probabilidade 0.4, (B, l) com probabilidade 0.1 e (A, l) com probabilidade 0.5.

13. Escreva o jogo abaixo em forma normal e ache os equilíbrios de Nash. Quais deles são perfeitos em subjogos?

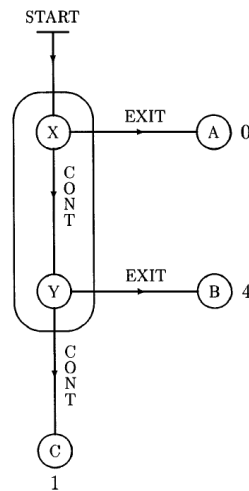


14. No “jogo” abaixo (de um jogador), descreva o que o jogador I sabe (e não sabe) em cada um de seus conjuntos de informação, e determine a sua estratégia ótima.



15. **(O paradoxo do motorista distraído)** Esse problema famoso (do *absent-minded driver*, em inglês) foi introduzido por Piccione e Rubinstein em 1997, tendo sido criado como um exemplo dos problemas que surgem em *jogos sem memória perfeita*. Nesse problema bem simples, um motorista está voltando para casa, e precisa virar à esquerda na segunda saída. Se ele sair na primeira, entra em um bairro ruim e tem um *payoff* horrível de 0. Sair na segunda é o melhor, mas continuar em frente também chega em casa, apesar de ser um caminho muito mais longo, dando portanto *payoff* 1. (Ver o grafo abaixo.)

O problema é que o motorista é distraído: ao se deparar com uma saída e sendo distraído, ele não consegue se lembrar se já passou por uma saída antes (isto é, se é a primeira ou a segunda), como no conjunto de informação da figura abaixo.



- (a) Imagine que o motorista está no bar planejando a sua volta à casa, e sabendo (talvez pelo alto grau de embriaguez) que é distraído, decide seguir sempre em frente. Quando ele estiver no carro e encontrar uma saída, ele deve seguir com o plano (sabendo o que tinha planejado)? Isso gera algum paradoxo?
- (b) E se o motorista planejar (no bar) uma estratégia comportamental para voltar para casa? É possível fazer melhor que a estratégia pura (da questão a)? Isso resolve o paradoxo?