

Le paquet *luadraw* version 2.0

Dessin 3d avec lua (et tikz)

P. Fradin

4 juillet 2025

Résumé

Le paquet *luadraw* définit l'environnement du même nom, celui-ci permet de créer des graphiques mathématiques en utilisant le langage Lua. Ces graphiques sont dessinés au final par tikz (et automatiquement sauvegardés), alors pourquoi les faire en Lua ? Parce que celui-ci apporte toute la puissance d'un langage de programmation simple, efficace, capable de faire des calculs, tout en utilisant les possibilités graphiques de tikz.

L'aide se présente en deux parties : le présent fichier relatif à la 3d, et le fichier [luadraw2d.pdf](#) relatif à la 2d.

Table des matières

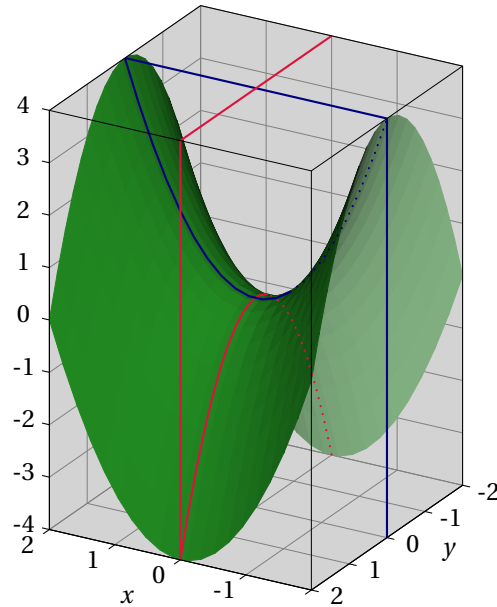
I Introduction	4	IV Solides à facettes	14
1) Prérequis	4	1) Définition d'un solide	14
2) Quelques rappels	4	2) Dessin d'un polyèdre : Dpoly	15
3) Création d'un graphe 3d	5	3) Fonctions de construction de polyèdres	16
II La classe <i>pt3d</i> (point 3d)	6	4) Dessin d'une liste de facettes : Dfacet et Dmixfacet	18
1) Représentation des points et vecteurs	6	5) Fonctions de construction de listes de facettes	20
2) Opérations sur les points 3d	6	6) Arêtes d'un solide	24
3) Méthodes de la classe <i>pt3d</i>	6	7) Méthodes et fonctions s'appliquant à des facettes ou polyèdres	25
4) Fonctions mathématiques	7	8) Découper un solide : cutpoly et cutfacet	26
III Méthodes graphiques élémentaires	7	9) Clipper des facettes avec un polyèdre convexe : clip3d	27
1) Dessin aux traits	7	V La méthode Dscene3d	28
1.1 Ligne polygonale : Dpolyline3d	7	1) Le principe, les limites	28
1.2 Angle droit : Dangle3d	7	2) Construction d'une scène 3d	28
1.3 Segment : Dseg3d	7	3) Méthodes pour ajouter un objet dans la scène 3d	29
1.4 Droite : Dline3d	7	3.1 Ajouter des facettes : g:addFacet et g:addPoly	30
1.5 Arc de cercle : Darc3d	8	3.2 Ajouter un plan : g:addPlane et g:addPlaneEq	30
1.6 Cercle : Dcircle3d	8	3.3 Ajouter une ligne polygonale : g:addPolyline	30
1.7 Chemin 3d : Dpath3d	8	3.4 Ajouter des axes : g:addAxes	31
1.8 Plan : Dplane	9	3.5 Ajouter une droite : g:addLine	31
1.9 Courbe paramétrique : Dparametric3d	10	3.6 Ajouter un angle "droit" : g:addAngle	31
1.10 Le repère : Dboxaxes3d	11	3.7 Ajouter un arc de cercle : g:addArc	31
2) Points et labels	11	3.8 Ajouter un cercle : g:addCircle	31
2.1 Points 3d : Ddots3d, Dballdots3d, Dcrossdots3d	11	3.9 Ajouter des points : g:addDots	32
2.2 Labels 3d : Dlabel3d	12	3.10 Ajouter des labels : g:addLabels	32
3) Solides de base (sans facette)	13		
3.1 Cylindre : Dcylinder	13		
3.2 Cône : Dcone	13		
3.3 Sphère : Dsphere	13		

3.11	Ajouter des cloisons séparatrices : g:addWall	33	3.3	g:Mtransform3d()	38
			3.4	g:MLtransform3d()	38
			3.5	g:Rotate3d()	39
			3.6	g:Scale3d()	39
			3.7	g:Setmatrix3d()	39
			3.8	g:Shift3d()	39
VI Transformations, calcul matriciel, et quelques fonctions mathématiques		37	4)	Fonctions mathématiques supplémentaires	39
1)	Transformations 3d	37	4.1	clippolyline3d()	39
1.1	Appliquer une fonction de transformation : ftransform3d	37	4.2	clipline3d()	39
1.2	Projections : proj3d, proj3dO, dproj3d	37	4.3	cutpolyline3d()	39
1.3	Projections sur les axes ou les plans liés aux axes	37	4.4	getbounds3d()	39
1.4	Symétries : sym3d, sym3dO, dsym3d	37	4.5	interDP()	39
1.5	Rotation : rotate3d	37	4.6	interPP()	39
1.6	Homothétie : scale3d	37	4.7	interDD()	40
1.7	Translation : shift3d	37	4.8	merge3d()	40
2)	Calcul matriciel	37	VII Exemples plus poussés		40
2.1	applymatrix3d et applyLmatrix3d .	38	1)	Le module <i>luadraw_polyhedrons</i>	40
2.2	composematrix3d	38	2)	La boîte de sucres	42
2.3	invmatrix3d	38	3)	Empilement de cubes	44
2.4	matrix3dof	38	4)	Illustration du théorème de Dandelin . . .	45
2.5	mtransform3d et mLtransform3d .	38	5)	Volume défini par une intégrale double . .	47
3)	Matrice associée au graphe 3d	38	6)	Volume défini sur autre chose qu'un pavé .	48
3.1	g:IDmatrix3d()	38			
3.2	g:Composematrix3d()	38			

Table des figures

1	Point col en $M(0,0,0)$ ($z = x^2 - y^2$)	4
2	Angles de vue	5
3	Dplane, exemple avec mode = 1	9
4	Une courbe et ses projections sur trois plans	10
5	Un tétraèdre et les centres de gravité de chaque face	12
6	Cylindres, cônes et sphères	14
7	Section d'un tétraèdre par un plan	16
8	Hyperbole : intersection cône - plan	17
9	Section de cône avec plusieurs vues	18
10	Exemple de courbes de niveaux sur une surface	20
11	Exemple de cône elliptique	21
12	Section d'un cylindre non circulaire	22
13	Exemple avec line2tube	22
14	Exemple avec rotcurve	23
15	Exemple avec rotline	24
16	Sphère inscrite dans un octaèdre avec projection du centre sur les faces	26
17	Cube coupé par un plan (cutpoly), avec <i>close=false</i> et avec <i>close=true</i>	27
18	Exemple avec clip3d : construction d'un dé à partir d'un cube et d'une sphère	28
19	Premier exemple avec Dscene3d : intersection de deux plans	29
20	Cylindre plein plongé dans de l'eau	32
21	Construction d'un icosaèdre	33
22	Exemple avec addWall (les deux facettes transparentes roses sont normalement invisibles)	34
23	Tore et lemniscate	35
24	Section de sphère sans Dscene3d()	36
25	Polyèdres du module <i>luadraw_polyhedrons</i>	42
26	Boite de morceaux de sucre	43
27	Empilement de cubes	45
28	Illustration du théorème de Dandelin	46
29	Volume correspondant à $\int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} f(x,y) dx dy$	47
30	Volume : $0 \leq x \leq 1$; $0 \leq y \leq x^2$; $0 \leq z \leq y^2$	48

FIGURE 1 – Point col en $M(0,0,0)$ ($z = x^2 - y^2$)



I Introduction

1) Prérequis

- Ce document présente l'utilisation du package *luadraw* avec l'option globale *3d* : `\usepackage[3d]{luadraw}`.
- Le paquet charge le module *luadraw_graph2d.lua* qui définit la classe *graph*, et fournit l'environnement *luadraw* qui permet de faire des graphiques en Lua. Tout ce qui est dit dans la documentation *LuaDraw2d.pdf* s'applique donc, et est supposé connu ici.
- L'option globale *3d* permet en plus le chargement du module *luadraw_graph3d.lua*. Celui-ci définit en plus la classe *graph3d* (qui s'appuie sur la classe *graph*) pour des dessins en 3d.

2) Quelques rappels

- Autre option globale du paquet : *noexec*. Lorsque cette option globale est mentionnée la valeur par défaut de l'option *exec* pour l'environnement *luadraw* sera *false* (et non plus *true*).
- Lorsqu'un graphique est terminé il est exporté au format *tikz*, donc ce paquet charge également le paquet *tikz* ainsi que les bibliothèques :
 - *patterns*
 - *plotmarks*
 - *arrows.meta*
 - *decorations.markings*
- Les graphiques sont créés dans un environnement *luadraw*, celui-ci appelle *luacode*, c'est donc du **langage Lua** qu'il faut utiliser dans cet environnement.
- Sauvegarde du fichier *.tkz* : le graphique est exporté au format *tikz* dans un fichier (avec l'extension *tkz*), par défaut celui-ci est sauvegardé dans le dossier courant. Mais il est possible d'imposer un chemin spécifique en définissant dans le document, la commande `\luadrawTkzDir`, par exemple : `\def\luadrawTkzDir{tikz/}`, ce qui permettra d'enregistrer les fichiers **.tkz* dans le sous-dossier *tikz* du dossier courant, à condition toutefois que ce sous-dossier existe!
- Les options de l'environnement sont :
 - *name = ...* : permet de donner un nom au fichier *tikz* produit, on donne un nom sans extension (celle-ci sera automatiquement ajoutée, c'est *.tkz*). Si cette option est omise, alors il y a un nom par défaut, qui est le nom du

fichier maître suivi d'un numéro.

- *exec = true/false* : permet d'exécuter ou non le code Lua compris dans l'environnement. Par défaut cette option vaut *true*, **SAUF** si l'option globale *noexec* a été mentionnée dans le préambule avec la déclaration du paquet. Lorsqu'un graphique complexe qui demande beaucoup de calculs est au point, il peut être intéressant de lui ajouter l'option *exec=false*, cela évitera les recalculs de ce même graphique pour les compilations à venir.
- *auto = true/false* : permet d'inclure ou non automatiquement le fichier *tikz* en lieu et place de l'environnement *luadraw* lorsque l'option *exec* est à *false*. Par défaut l'option *auto* vaut *true*.

3) Création d'un graphe 3d

```
\begin{luadraw}{ name=<filename>, exec=true/false, auto=true/false }
-- création d'un nouveau graphique en lui donnant un nom local
local g = graph3d:new{ window3d={x1,x2,y1,y2,z1,z2}, adjust2d=true/false, viewdir={30,60},
  ↳ window={x1,x2,y1,y2,xscale,yscale}, margin={left,right,top,bottom}, size={largeur,hauteur,ratio}, bg="color",
  ↳ border=true/false }
-- construction du graphique g
  instructions graphiques en langage Lua ...
-- affichage du graphique g et sauvegarde dans le fichier <filename>.tkz
g:Show()
-- ou bien sauvegarde uniquement dans le fichier <filename>.tkz
g:Save()
\end{luadraw}
```

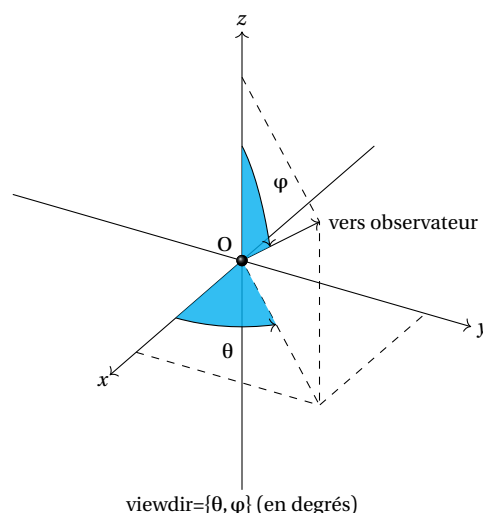
La création se fait dans un environnement *luadraw*, c'est à la première ligne à l'intérieur de l'environnement qu'est faite cette création en nommant le graphique :

```
1 local g = graph3d:new{ window3d={x1,x2,y1,y2,z1,z2}, adjust2d=true/false, viewdir={30,60},
  ↳ window={x1,x2,y1,y2,xscale,yscale}, margin={left,right,top,bottom}, size={largeur,hauteur,ratio}, bg="color",
  ↳ border=true/false }
```

La classe *graph3d* est définie dans le paquet *luadraw* grâce à l'option globale *3d*. On instancie cette classe en invoquant son constructeur et en donnant un nom (ici c'est *g*), on le fait en local de sorte que le graphique *g* ainsi créé, n'existera plus une fois sorti de l'environnement (sinon *g* resterait en mémoire jusqu'à la fin du document).

- Le paramètre (facultatif) *window3d* définit le pavé de \mathbf{R}^3 correspondant au graphique : c'est $[x_1, x_2] \times [y_1, y_2] \times [z_1, z_2]$. Par défaut c'est $[-5, 5] \times [-5, 5] \times [-5, 5]$.
- Le paramètre (facultatif) *adjust2d* indique si la fenêtre 2d qui va contenir la projection orthographique du dessin 3d, doit être déterminée automatiquement (*false* par défaut). Cette fenêtre 2d correspond à l'argument *window*.
- Le paramètre (facultatif) *viewdir* est une table qui définit les deux angles de vue (en degrés) pour la projection orthographique. Par défaut c'est la table {30,60}.

FIGURE 2 – Angles de vue



- Les autres paramètres sont ceux de la classe *graph*, ils ont été décrits dans le fichier *LuaDraw2d.pdf*.

Construction du graphique.

- L'objet instancié (g ici dans l'exemple) possède toutes les méthodes de la classe *graph*, plus des méthodes spécifiques à la 3d.
- La classe *graph3d* amène aussi un certain nombre de fonctions mathématiques propres à la 3d.

II La classe *pt3d* (point 3d)

1) Représentation des points et vecteurs

- L'espace usuel est \mathbf{R}^3 , les points et les vecteurs sont donc des triplets de réels (appelés points 3d). Quatre triplets portent un nom spécifique (variables prédéfinies), il s'agit de :
 - **Origin**, qui représente le triplet (0, 0, 0).
 - **vecI**, qui représente le triplet (1, 0, 0).
 - **vecJ**, qui représente le triplet (0, 1, 0).
 - **vecK**, qui représente le triplet (0, 0, 1).

À cela s'ajoute la variable **ID3d** qui est la table $\{Origin, vecI, vecJ, vecK\}$ représentant la matrice unité 3d. Par défaut c'est la matrice de transformation du graphe 3d.

- La classe *pt3d* (qui est automatiquement chargée) définit les triplets de réels, les opérations possibles, et un certain nombre de méthodes. Pour créer un point 3d, il y a trois méthodes :
 - Définition en cartésien : la fonction **M(x,y,z)** renvoie le triplet (x, y, z). On peut également obtenir ce triplet en faisant : $x*vecI+y*vecJ+z*vecK$.
 - Définition en cylindrique : la fonction **Mc(r,θ,z)** renvoie le triplet ($r \cos(\theta)$, $r \sin(\theta)$, z).
 - Définition en sphérique : la fonction **Ms(r,θ,φ)** renvoie le triplet ($r \cos(\theta) \sin(\varphi)$, $r \sin(\theta) \sin(\varphi)$, $r \cos(\varphi)$).

Accès aux composantes d'un point 3d : si une variable A désigne un point 3d, alors ses trois composantes sont A.x, A.y et A.z.

Pour tester si une variable A désigne un point 3d, on dispose de la fonction **isPoint3d()** qui renvoie un booléen.

Conversion : pour convertir un réel ou un complexe en point 3d, on dispose de la fonction **toPoint3d()**.

2) Opérations sur les points 3d

Ces opérations sont les opérations usuelles avec les symboles usuels :

- L'addition (+), la différence (-), l'opposé (-).
- Le produit par un scalaire, si k et un réel, $k*M(x,y,z)$ renvoie $M(kx,ky,kz)$.
- On peut diviser un point 3d par un scalaire, par exemple, si A et B sont deux points 3d, alors le milieu s'écrit simplement $(A + B)/2$.
- On peut tester l'égalité de deux points 3d avec le symbole =.

3) Méthodes de la classe *pt3d*

Celles-ci sont :

- **pt3d.abs(u)** : renvoie la norme euclidienne du point 3d u.
- **pt3d.N1(u)** : renvoie la norme 1 du point 3d u. Si $u = M(x, y, z)$, alors **pt3d.N1(u)** renvoie $|x| + |y| + |z|$.
- **pt3d.dot(u,v)** : renvoie le produit scalaire entre les vecteurs (points 3d) u et v.
- **pt3d.det(u,v,w)** : renvoie le déterminant entre les vecteurs (points 3d) u, v et w.
- **pt3d.prod(u,v)** : renvoie le produit vectoriel entre les vecteurs (points 3d) u et v.
- **pt3d.normalize(u)** : renvoie le vecteur (point 3d) u normalisé (renvoie nil si u est nul).
- **pt3d.round(u,nbDeci)** : renvoie un point 3d dont les composantes sont celles du point 3d u arrondies avec nbDeci décimales.

4) Fonctions mathématiques

Dans le fichier définissant la classe *pt3d*, quelques fonctions mathématiques sont introduites :

- **angle3d(u,v,epsilon)** : renvoie l'écart angulaire entre les vecteurs (points 3d) *u* et *v* supposés non nuls. L'argument (facultatif) *epsilon* vaut 0 par défaut, il indique à combien près se fait un certain test d'égalité sur un flottant.
- **isobar3d(L)** : renvoie l'isobarycentre des points 3d de la liste (table) *L* (les éléments de *L* qui ne sont pas des points 3d sont ignorés).
- **insert3d(L,A,epsilon)** : cette fonction insère le point 3d *A* dans la liste *L* qui doit être une **variable** (et qui sera donc modifiée). Le point *A* est inséré **sans doublon** et la fonction renvoie sa position (indice) dans la liste *L* après insertion. L'argument (facultatif) *epsilon* vaut 0 par défaut, il indique à combien près se font les comparaisons.

III Méthodes graphiques élémentaires

Toutes les méthodes graphiques 2d s'appliquent. À cela s'ajoute la possibilité de dessiner dans l'espace des lignes polygonales, des segments, droites, courbes, chemins, points, labels, plans, solides. Avec les solides vient également la notion de facettes que l'on ne trouvait pas en 2d.

Les méthodes graphiques 3d vont calculer automatiquement la projection sur le plan de l'écran, après avoir appliqué aux objets la matrice de transformation 3d associée au graphique (qui est l'identité par défaut), ce sont ensuite les méthodes graphiques 2d qui prendront le relais.

La méthode qui applique la matrice 3d et fait la projection sur l'écran (plan passant par l'origine et normal au vecteur unitaire dirigé vers l'observateur et défini par les angles de vue), est : **g:Proj3d(L)** où *L* est soit un point 3d, soit une liste de points 3d, soit une liste de listes de points 3d. Cette fonction renvoie des complexes (affixes des projetés sur l'écran).

1) Dessin aux traits

1.1 Ligne polygonale : Dpolyline3d

La méthode **g:Dpolyline3d(L,close,draw_options)** (où *g* désigne le graphique en cours de création), *L* est une ligne polygonale 3d (liste de listes de points 3d), *close* un argument facultatif qui vaut *true* ou *false* indiquant si la ligne doit être refermée ou non (*false* par défaut), et *draw_options* est une chaîne de caractères qui sera passée directement à l'instruction `\draw` dans l'export.

1.2 Angle droit : Dangle3d

La méthode **g:Dangle3d(B,A,C,r,draw_options)** dessine l'angle BAC avec un parallélogramme (deux côtés seulement sont dessinés), l'argument facultatif *r* précise la longueur d'un côté (0.25 par défaut). Le parallélogramme est dans le plan défini par les points *A*, *B* et *C*, ceux-ci ne doivent donc pas être alignés. L'argument *draw_options* est une chaîne (vide par défaut) qui sera passée telle quelle à l'instruction `\draw`.

1.3 Segment : Dseg3d

La méthode **g:Dseg3d(seg,scale,draw_options)** dessine le segment défini par l'argument *seg* qui doit être une liste de deux points 3d. L'argument facultatif *scale* (1 par défaut) est un nombre qui permet d'augmenter ou réduire la longueur du segment (la longueur naturelle est multipliée par *scale*). L'argument *draw_options* est une chaîne (vide par défaut) qui sera passée telle quelle à l'instruction `\draw`.

1.4 Droite : Dline3d

La méthode **g:Dline3d(d,draw_options)** trace la droite *d*, celle-ci est une liste du type $\{A,u\}$ où *A* représente un point de la droite (point 3d) et *u* un vecteur directeur (un point 3d non nul).

Variante : la méthode **g:Dline3d(A,B,draw_options)** trace la droite passant par les points *A* et *B* (deux points 3d). L'argument *draw_options* est une chaîne (vide par défaut) qui sera passée telle quelle à l'instruction `\draw`.

1.5 Arc de cercle : Darc3d

- La méthode **g:Darc3d(B,A,C,r,sens,normal,draw_options)** dessine un arc de cercle de centre A (point 3d), de rayon r , allant de B (point 3d) vers C (point 3d) dans le sens direct si l'argument *sens* vaut 1, le sens inverse sinon. Cet arc est tracé dans le plan contenant les trois points A , B et C , lorsque ces trois points sont alignés il faut préciser l'argument *normal* (point 3d non nul) qui représente un vecteur normal au plan. Ce plan est orienté par le produit vectoriel $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ ou bien par le vecteur *normal* si celui-ci est précisé. L'argument *draw_options* est une chaîne (vide par défaut) qui sera passée telle quelle à l'instruction `\draw`.
- La fonction **arc3d(B,A,C,r,sens,normal)** renvoie la liste des points de cet arc (ligne polygonale 3d).
- La fonction **arc3db(B,A,C,r,sens,normal)** renvoie cet arc sous forme d'un chemin 3d (voir Dpath3d) utilisant des courbes de Bézier.

1.6 Cercle : Dcircle3d

- La méthode **g:Dcircle3d(C,R,normal,draw_options)** trace le cercle de centre C (point 3d) et de rayon R , dans le plan contenant C et normal au vecteur défini par l'argument *normal* (point 3d non nul). L'argument *draw_options* est une chaîne (vide par défaut) qui sera passée telle quelle à l'instruction `\draw`.
- La fonction **circle3d(C,R,normal)** renvoie la liste des points de ce cercle (ligne polygonale 3d).
- La fonction **circle3db(C,R,normal)** renvoie ce cercle sous forme d'un chemin 3d (voir Dpath3d) utilisant des courbes de Bézier.

1.7 Chemin 3d : Dpath3d

La méthode **g:Dpath3d(chemin,draw_options)** fait le dessin du *chemin*. L'argument *draw_options* est une chaîne de caractères qui sera passée directement à l'instruction `\draw`. L'argument *chemin* est une liste de points 3d suivis d'instructions (chaînes) fonctionnant sur le même principe qu'en 2d. Les instructions sont :

- "*m*" pour moveto,
- "*l*" pour lineto,
- "*b*" pour bézier (il faut deux points de contrôles),
- "*c*" pour cercle (il faut un point du cercle, le centre et un vecteur normal),
- "*ca*" pour arc de cercle (il faut 3 points, un rayon, un sens et éventuellement un vecteur normal),
- "*cl*" pour close (ferme la composante courante).

Voici par exemple le code de la figure 2.

```

1 \begin{luadraw}{name=viewdir}
2 local g = graph3d:new{ size={8,8} }
3 local i = cpx.I
4 g:Linejoin("round")
5 local O, A = Origin, M(4,4,4)
6 local B, C, D, E = pxy(A), px(A), py(A), pz(A) --projeté de A sur le plan xOy et sur les axes
7 g:Dpolyline3d( {{O,A},{-5*vecI,5*vecI},{-5*vecJ,5*vecJ},{-5*vecK,5*vecK}}, "->") -- axes
8 g:Dpolyline3d( {{E,A,B,O},{C,B,D}}, "dashed")
9 g:Dpath3d( {C,O,B,2.5,1,"ca",0,"l","cl"}, "draw=none,fill=cyan,fill opacity=0.8") --secteur angulaire
10 g:Darc3d(C,O,B,2.5,1,"->") -- arc de cercle pour theta
11 g:Dpath3d( {E,O,A,2.5,1,"ca",0,"l","cl"}, "draw=none,fill=cyan,fill opacity=0.8") --secteur angulaire
12 g:Darc3d(E,O,A,2.5,1,"->") -- arc de cercle pour phi
13 g:Dballdots3d(O) -- le point origine sous forme d'une petite sphère
14 g:Labelsize("footnotesize")
15 g:Dlabel3d(
16     "$x$", 5.25*vecI,{}, "$y$", 5.25*vecJ,{}, "$z$", 5.25*vecK,{},
17     "vers observateur", A, {pos="E"},
18     "$O$", O, {pos="NW"},
19     "$\\theta$", (B+C)/2, {pos="N", dist=0.15},
20     "$\\varphi$", (A+E)/2, {pos="S", dist=0.25}
21 )
22 g:Dlabel("viewdir=\\{$\\theta$,\\varphi$\\} (en degrés)",-5*i,{pos="N"}) -- label 2d
23 g:Show()
24 \end{luadraw}

```


1.8 Plan : Dplane

La méthode **g:Dplane(P,V,L1,L2,mode,draw_options)** permet de dessiner les bords du plan $P = \{A, u\}$ où A est un point du plan et u un vecteur normal au plan (P est donc une table de deux points 3d). L'argument V doit être un vecteur non nul du plan P , L_1 et L_2 sont deux longueurs. La méthode construit un parallélogramme centré sur A , dont un côté est $L_1 \frac{V}{\|V\|}$ et l'autre $L_2 \frac{W}{\|W\|}$ où $W = u \wedge V$. L'argument *mode* indique les bords à tracer :

- mode = 1 : bas et gauche
- mode = 2 : bas et droite
- mode = 3 : haut et droite
- mode = 4 : haut et gauche
- mode = 5 : les 4 bords sont dessinés
- mode = -1 : haut, gauche et droite
- mode = -2 : haut, bas et gauche
- mode = -3 : bas, gauche et droite
- mode = -4 : haut, bas et droite

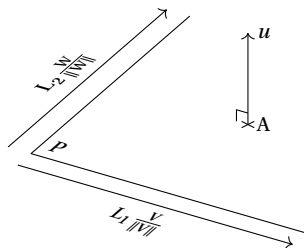
Par défaut le mode vaut 5.

```

1 \begin{luadraw}{name=Dplane}
2 local g = graph3d:new{size={8,8}}
3 local i = cpx.I
4 g:Linejoin("round"); g:Labelsize("footnotesize")
5 local A = Origin
6 local P = {A, vecK}
7 g:Dplane(P, vecJ, 6, 6, 1)
8 g:Dcrossdots3d({A,vecK},nil,0.75)
9 g:Dseg3d({A,A+2*vecK}, "->")
10 g:Dangle3d(-vecJ,A,vecK,0.25)
11 g:Dpolyline3d({M(3.5,-3,0),M(3.5,3,0)},{M(3,-3.5,0), M(-3,-3.5,0)}}, "->")
12 g:Dlabel3d("$A$",A,{pos="E"},
13   "$u$",2*vecK,{},
14   "$P$", M(3,-3,0),{pos="NE", dir={vecJ,-vecI}},
15   "$L_1\\frac{V}{\\|V\\|}$", M(3.5,0,0), {pos="S"},
16   "$L_2\\frac{W}{\\|W\\|}$", M(0,-3.5,0), {pos="N",dir={-vecI,-vecJ}}
17 )
18 g:Show()
19 \end{luadraw}

```

FIGURE 3 – Dplane, exemple avec mode = 1



1.9 Courbe paramétrique : Dparametric3d

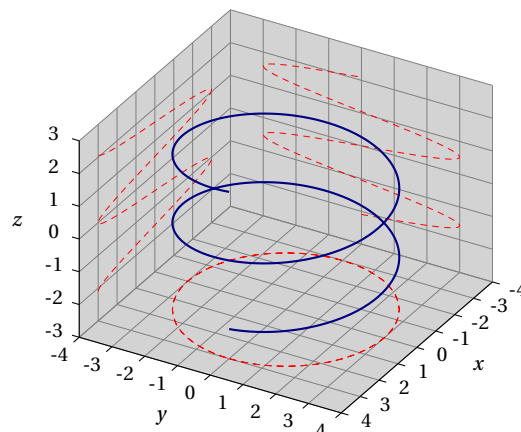
- La fonction **parametric3d(p,t1,t2,nbdots,discont,nbdiv)** fait le calcul des points de la courbe et renvoie une ligne polygonale 3d (pas de dessin).
 - L'argument p est le paramétrage, ce doit être une fonction d'une variable réelle t et à valeurs dans \mathbf{R}^3 (les images sont des points 3d), par exemple : `local p = function(t) return Mc(3,t,t/3) end`
 - Les arguments $t1$ et $t2$ sont obligatoires avec $t1 < t2$, ils forment les bornes de l'intervalle pour le paramètre.
 - L'argument $nbdots$ est facultatif, c'est le nombre de points (minimal) à calculer, il vaut 50 par défaut.
 - L'argument $discont$ est un booléen facultatif qui indique s'il y a des discontinuités ou non, c'est *false* par défaut.
 - L'argument $nbdiv$ est un entier positif qui vaut 5 par défaut et indique le nombre de fois que l'intervalle entre deux valeurs consécutives du paramètre peut être coupé en deux (dichotomie) lorsque les points correspondants sont trop éloignés.
- La méthode **g:Dparametric3d(p,args)** fait le calcul des points et le dessin de la courbe paramétrée par p . Le paramètre $args$ est une table à 5 champs :

```
{ t={t1,t2}, nbdots=50, discont=true/false, nbdiv=5, draw_options="" }
```

- Par défaut, le champ t est égal à $\{g:Xinf(),g:Xsup()\}$,
- le champ $nbdots$ vaut 50,
- le champ $discont$ vaut *false*,
- le champ $nbdiv$ vaut 5,
- le champ $draw_options$ est une chaîne vide (celle-ci sera transmise telle quelle à l'instruction `\draw`).

```
1 \begin{luadraw}{name=Dparametric3d}
2 local g = graph3d:new{window3d={-4,4,-4,4,-3,3}, window={-7.5,6.5,-7,6}, size={8,8}}
3 local pi = math.pi
4 g:Linejoin("round"); g:Labelsize("footnotesize")
5 local p = function(t) return Mc(3,t,t/3) end
6 local L = parametric3d(p,-2*pi,2*pi,25,false,2)
7 g:Dboxaxes3d({grid=true,gridcolor="gray",fillcolor="LightGray"})
8 g:Lineoptions("dashed","red",2)
9 -- projection sur le plan y=-4
10 g:Dpolyline3d(proj3d(L,{M(0,-4,0),vecJ}))
11 -- projection sur le plan x=-4
12 g:Dpolyline3d(proj3d(L,{M(-4,0,0),vecI}))
13 -- projection sur le plan z=-3
14 g:Dpolyline3d(proj3d(L,{M(0,0,-3),vecK}))
15 -- dessin de la courbe
16 g:Lineoptions("solid","Navy",8)
17 g:Dparametric3d(p,{t={-2*pi,2*pi}})
18 g:Show()
19 \end{luadraw}
```

FIGURE 4 – Une courbe et ses projections sur trois plans



1.10 Le repère : Dboxaxes3d

La méthode **g:Dboxaxes3d(args)** permet de dessiner les trois axes, avec un certain nombre d'options définies dans la table *args*. Ces options sont :

- **xaxe=true/false, yaxe=true/false et zaxe=true/false** : indique si les axes correspondant doivent être dessinés ou non (true par défaut).
- **drawbox=true/false** : indique si une boîte doit être dessinée avec les axes (false par défaut).
- **grid=true/false** : indique si une grille doit être dessinée (une pour x, une pour y et une pour z). Lorsque cette option vaut true, on peut utiliser aussi les options suivantes :
 - **gridwidth** (=1 par défaut) indique l'épaisseur de trait de la grille en dixième de point.
 - **gridcolor** ("black" par défaut) indique la couleur de la grille.
 - **fillcolor** ("" par défaut) permet de peindre ou non le fond des grilles.
- **xlimits={x1,x2}, ylimits={y1,y2}, zlimits={z1,z2}** : permet de définir les trois intervalles utilisés pour les longueurs des axes. Par défaut ce sont les valeurs fournies à l'argument **window3d** à la création du graphe.
- **xgradlimits={x1,x2}, ygradlimits={y1,y2}, zgradlimits={z1,z2}** : permet de définir les trois intervalles de graduation sur les axes. Par défaut ces options ont la valeur "auto", ce qui veut dire qu'elles prennent les mêmes valeurs que **xlimits**, **ylimits** et **zlimits**.
- **xstep, ystep, zstep** : indique le pas des graduations sur les axes (1 par défaut).
- **xyzticks** (0.2 par défaut) : indique la longueur des graduations.
- **labels** (true par défaut) : indique si la valeur des graduations doit être affichée ou non.
- **xlabelsep, ylabelsep, zlabelsep** : indique la distance entre les labels et les graduations (0.25 par défaut).
- **xlabelstyle, ylabelstyle, zlabelstyle** : indique le style des labels, c'est à dire la position par rapport au point d'ancrage. Par défaut c'est le style en cours qui s'applique.
- **xlegend** ("x\$" par défaut), **ylegend** ("y\$" par défaut), **zlegend** ("z\$" par défaut) : permet de définir une légende pour les axes.
- **xlegendsep, ylegendsep, zlegendsep** : indique la distance entre les legendes et les graduations (0.5 par défaut).

2) Points et labels

2.1 Points 3d : Ddots3d, Dballdots3d, Dcrossdots3d

Il y a trois possibilités de dessiner des points 3d. Pour les deux premières, l'argument *L* peut être soit un seul point 3d, soit une liste (une table) de points 3d, soit une liste de listes de points 3d :

- La méthode **g:Ddots3d(L, mark_options)**. Le principe est le même que dans la version 2d, les points sont dessinés dans la couleur courante du tracé de lignes avec le style courant. L'argument *mark_options* est une chaîne de caractères facultative qui sera passée telle quelle à l'instruction *\draw* (modifications locales).
- La méthode **g:Dballdots3d(L,color,scale)** dessine les points de *L* sous forme d'une sphère. L'argument facultatif *color* précise la couleur de la sphère ("black" par défaut), et l'argument facultatif *scale* permet de jouer sur la taille de la sphère (1 par défaut).
- La méthode **g:Dcrossdots3d(L,color,scale)** dessine les points de *L* sous forme d'une croix plane. L'argument *L* est une liste de la forme {point 3d, vecteur normal} ou { {point3d, vecteur normal}, {point3d, vecteur normal}, ...}. Pour chaque point 3d, le vecteur normal associé permet de déterminer le plan contenant la croix. L'argument facultatif *color* précise la couleur de la croix ("black" par défaut), et l'argument facultatif *scale* permet de jouer sur la taille de la croix (1 par défaut).

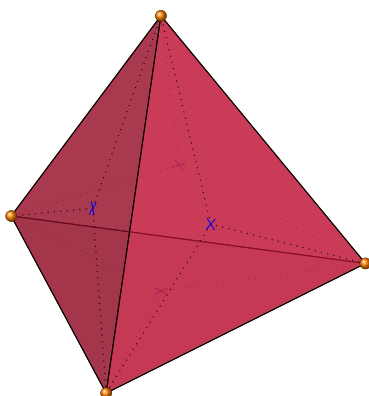
```
1 \begin{luadraw}{name=Ddots3d}
2 local g = graph3d:new{viewdir={15,60},size={8,8}}
3 g:Linejoin("round")
4 local A, B, C, D = 4*M(1,0,-0.5), 4*M(-1/2,math.sqrt(3)/2,-0.5), 4*M(-1/2,-math.sqrt(3)/2,-0.5), 4*M(0,0,1)
5 local u, v, w = B-A, C-A, D-A
6 -- centres de gravité faces cachées
7 for _, F in ipairs({{A,B,C},{B,C,D}}) do
8     local G, u = isobar3d(F), pt3d.prod(F[2]-F[1],F[3]-F[1])
9     g:Dcrossdots3d({G,u}, "blue",0.75)
10    g:Dpolyline3d({{F[1],G,F[2]},{G,F[3]}}, "dotted")
11 end
```

```

12 -- dessin du tétraèdre construit sur A, B, C et D
13 g:Dpoly(tetra(A,u,v,w),{mode=3,opacity=0.7,color="Crimson"})
14 -- centres de gravité faces visibles
15 for _, F in ipairs({{A,B,D},{A,C,D}}) do
16   local G, u = isobar3d(F), pt3d.prod(F[2]-F[1],F[3]-F[1])
17   g:Dcrossdots3d({G,u}, "blue",0.75)
18   g:Dpolyline3d({{F[1],G,F[2]},{G,F[3]}}, "dotted")
19 end
20 g:Dballdots3d({A,B,C,D}, "orange") --sommets
21 g:Show()
22 \end{luadraw}

```

FIGURE 5 – Un tétraèdre et les centres de gravité de chaque face



2.2 Labels 3d : Dlabel3d

La méthode pour placer un label dans l'espace est :

g:Dlabel3d(text1, anchor1, args1, text2, anchor2, args2, ...).

- Les arguments *text1*, *text2*,... sont des chaînes de caractères, ce sont les labels.
- Les arguments *anchor1*, *anchor2*,... sont des points 3d représentant les points d'ancrage des labels.
- Les arguments *args1*, *args2*,... permettent de définir localement les paramètres des labels, ce sont des tables à 4 champs :

```
{ pos=nil, dist=0, dir={dirX,dirY,dep}, node_options="" }
```

- Le champ *pos* indique la position du label dans le plan de l'écran par rapport au point d'ancrage, il peut valoir "N" pour nord, "NE" pour nord-est, "NW" pour nord-ouest, ou encore "S", "SE", "SW". Par défaut, il vaut *center*, et dans ce cas le label est centré sur le point d'ancrage.
- Le champ *dist* est une distance en cm (dans le plan de l'écran) qui vaut 0 par défaut, c'est la distance entre le label et son point d'ancrage lorsque *pos* n'est pas égal à *center*.
- *dir*=*{dirX,dirY,dep}* est la direction de l'écriture dans l'espace (*nil*, valeur par défaut, pour le sens par défaut). Les 3 valeurs *dirX*, *dirY* et *dep* sont trois points 3d représentant 3 vecteurs, les deux premiers indiquent le sens de l'écriture, le troisième un déplacement (translation) du label par rapport au point d'ancrage.
- L'argument *node_options* est une chaîne (vide par défaut) destinée à recevoir des options qui seront directement passées à tikz dans l'instruction *node[]*.
- Les labels sont dessinés dans la couleur courante du texte du document, mais on peut changer de couleur avec l'argument *node_options* en mettant par exemple : *node_options="color=blue"*.

Attention : les options choisies pour un label s'appliquent aussi aux labels suivants si elles sont inchangées.

3) Solides de base (sans facette)

3.1 Cylindre : Dcylinder

La méthode **g:Dcylinder(A,V,r,args)** dessine un cylindre circulaire.

- A est un point 3d représentant le centre d'une des faces circulaires.
- V est un point 3d, c'est un vecteur représentant l'axe du cylindre, le centre de la deuxième face circulaire est le point $A + V$.
- r est le rayon du cylindre.
- $args$ est une table à 5 champs pour définir les options de tracé. Ces options sont :
 - $mode=0$ ou 1 (0 par défaut). En mode 0 c'est un dessin en fil de fer, en mode 1 c'est un dessin en grille (comme s'il y avait des facettes).
 - $hiddenstyle$, définit le style de ligne pour les parties cachées (mettre "noline" pour ne pas les afficher). Par défaut cette option a la valeur de la variable globale *Hiddenlinestyle* qui est elle même initialisée avec la valeur "dotted".
 - $hiddencolor$, définit la couleur des lignes cachées (couleur courante par défaut).
 - $color=""$, lorsque cette option est une chaîne vide (valeur par défaut) il n'y a pas de remplissage, lorsque c'est une couleur (sous forme de chaîne) il y a un remplissage avec un gradient linéaire.
 - $opacity=1$, définit la transparence du dessin.

3.2 Cône : Dcone

La méthode **g:Dcone(A,V,r,args)** dessine un cône à base circulaire.

- A est un point 3d représentant le sommet du cône.
- V est un point 3d, c'est un vecteur représentant l'axe du cône, le centre de la face circulaire est le point $A + V$ (cette face est orthogonale à V).
- r est le rayon de la base circulaire.
- $args$ est une table à 5 champs pour définir les options de tracé. Ces options sont :
 - $mode=0$ ou 1 (0 par défaut). En mode 0 c'est un dessin en fil de fer, en mode 1 c'est un dessin en grille (comme s'il y avait des facettes).
 - $hiddenstyle$, définit le style de ligne pour les parties cachées (mettre "noline" pour ne pas les afficher). Par défaut cette option a la valeur de la variable globale *Hiddenlinestyle* qui est elle même initialisée avec la valeur "dotted".
 - $hiddencolor$, définit la couleur des lignes cachées (couleur courante par défaut).
 - $color=""$, lorsque cette option est une chaîne vide (valeur par défaut) il n'y a pas de remplissage, lorsque c'est une couleur (sous forme de chaîne) il y a un remplissage avec un gradient linéaire.
 - $opacity=1$, définit la transparence du dessin.

3.3 Sphère : Dsphere

La méthode **g:Dsphere(A,r,args)** dessine une sphère

- A est un point 3d représentant le centre de la sphère.
- r est le rayon de la sphère
- $args$ est une table à 5 champs pour définir les options de tracé. Ces options sont :
 - $mode=0$ ou 1 ou 2 (0 par défaut). En mode 0 on dessine le contour (cercle) et l'équateur, en mode 1 c'est le contour avec méridiens et fuseaux, en mode 2 c'est le contour uniquement.
 - $hiddenstyle$, définit le style de ligne pour les parties cachées (mettre "noline" pour ne pas les afficher). Par défaut cette option a la valeur de la variable globale *Hiddenlinestyle* qui est elle même initialisée avec la valeur "dotted".
 - $hiddencolor$, définit la couleur des lignes cachées (couleur courante par défaut).
 - $color=""$, lorsque cette option est une chaîne vide (valeur par défaut) il n'y a pas de remplissage, lorsque c'est une couleur (sous forme de chaîne) il y a un remplissage avec un gradient linéaire.
 - $opacity=1$, définit la transparence du dessin.

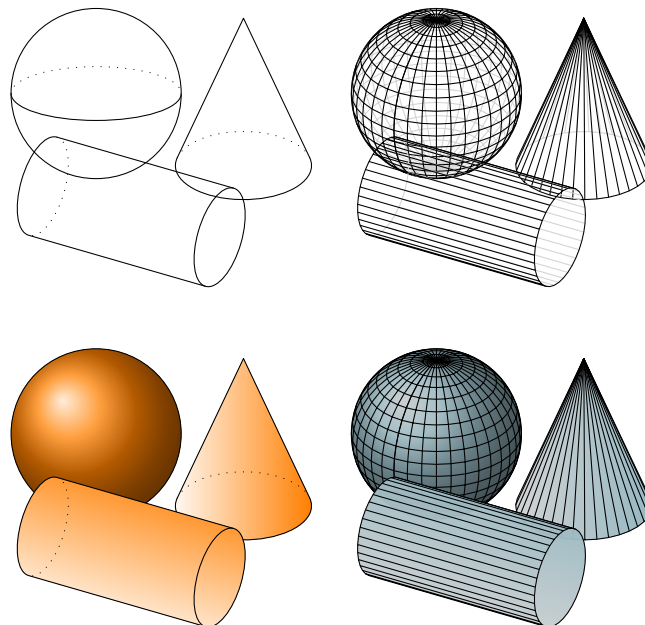
```
1 \begin{luadraw}{name=cylindre_cone_sphere}
2 local g = graph3d:new{ size={10,10} }
3 g:Linejoin("round")
4 local dessin = function(args)
```

```

5  g:Dsphere(M(-1,-2.5,1),2.5, args)
6  g:Dcone(M(-1,2.5,5),-5*vecK,2, args)
7  g:Dcylinder(M(3,-2,0),6*vecJ,1.5, args)
8  end
9  -- en haut à gauche, options par défaut
10 g:Saveattr(); g:Viewport(-5,0,0,5); g:Coordsystem(-5,5,-5,5,true); dessin(); g:Restoreattr()
11 -- en haut à droite
12 g:Saveattr(); g:Viewport(0,5,0,5); g:Coordsystem(-5,5,-5,5,true)
13 dessin({mode=1, hiddenstyle="solid", hiddencolor="LightGray"}); g:Restoreattr()
14 -- en bas à gauche
15 g:Saveattr(); g:Viewport(-5,0,-5,0); g:Coordsystem(-5,5,-5,5,true)
16 dessin({mode=2, color="orange"}); g:Restoreattr()
17 -- en bas à droite
18 g:Saveattr(); g:Viewport(0,5,-5,0); g:Coordsystem(-5,5,-5,5,true)
19 dessin({mode=1,opacity=0.8,hiddencolor="noline",color="LightBlue"}); g:Restoreattr()
20 g:Show()
21 \end{luadraw}

```

FIGURE 6 – Cylindres, cônes et sphères



IV Solides à facettes

1) Définition d'un solide

Il y a deux façons de définir un solide :

1. Sous forme d'une liste (table) de facettes. Une facette est elle-même une liste de points 3d (au moins 3) coplanaires et non alignés, qui sont les sommets. Les facettes sont supposées convexes et elles sont orientées par l'ordre d'apparition des sommets. C'est à dire, si A, B et C sont les trois premiers sommets d'une facette F, alors la facette est orientée avec le vecteur normal $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$. Si ce vecteur normal est dirigé vers l'observateur, alors la facette est considérée comme visible. Dans la définition d'un solide, les vecteurs normaux aux facettes doivent être dirigés vers l'**extérieur** du solide pour que l'orientation soit correcte.
2. Sous forme de **polyèdre**, c'est à dire une table à deux champs, un premier champ appelé *vertices* qui est la liste des sommets du polyèdre (points 3d), et un deuxième champ appelé *facets* qui la liste des facettes, mais ici, dans la définition des facettes, les sommets sont remplacés par leur indice dans la liste *vertices*. Les facettes sont orientées de la même façon que précédemment.

Par exemple, considérons les quatre points $A = M(-2, -2, 0)$, $B = M(3, 0, 0)$, $C = M(-2, 2, 0)$ et $D = M(0, 0, 4)$, alors on peut définir le tétraèdre construit sur ces quatre points :

- soit sous forme d'une liste de facettes : $T = \{\{A, B, D\}, \{B, C, D\}, \{C, A, D\}, \{A, C, B\}\}$ (attention à l'orientation),
- soit sous forme de polyèdre : $T = \{\text{vertices} = \{A, B, C, D\}, \text{facets} = \{\{1, 2, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{3, 1, 4\}, \{1, 3, 2\}\}\}$.

Fonctions de conversion entre les deux définitions

- La fonction **poly2facet(P)** où P est un polyèdre, renvoie ce solide sous forme d'une liste de facettes.
- La fonction **facet2poly(L, epsilon)** renvoie la liste de facettes L sous forme de polyèdre. L'argument facultatif *epsilon* vaut 10^{-8} par défaut, il précise à combien près sont faites les comparaisons entre points 3d.

2) Dessin d'un polyèdre : Dpoly

La fonction **g:Dpoly(P,options)** permet de représenter le polyèdre P (par l'algorithme naïf du peintre). L'argument *options* est une table contenant les options :

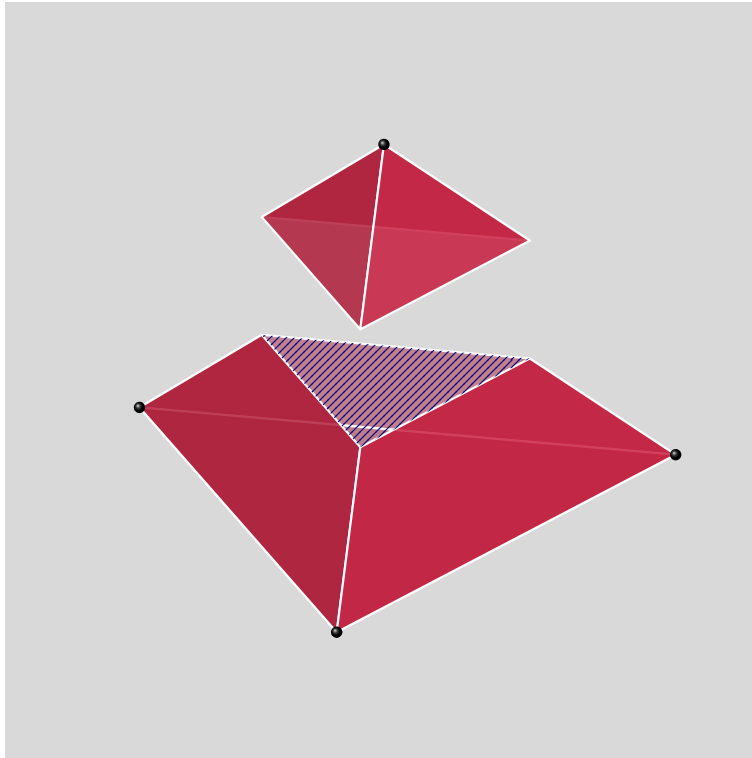
- **mode=0/1/2/3/4/5** : définit le mode de représentation.
 - *mode=0* : mode fil de fer, on dessine les arêtes visibles et cachées.
 - *mode=1* : on dessine les faces de couleur unie, ainsi que les arêtes visibles.
 - *mode=2* : on dessine les faces de couleur unie, les arêtes visibles, et les arêtes cachées.
 - *mode=3* : on dessine les faces de couleur nuancée en fonction de leur inclinaison, ainsi que les arêtes visibles. C'est le mode par défaut.
 - *mode=4* : on dessine les faces de couleur nuancée en fonction de leur inclinaison, les arêtes visibles et cachées.
 - *mode=5* : on dessine les faces de couleur nuancée en fonction de leur inclinaison, mais pas les arêtes.
- **contrast** : c'est un nombre qui vaut 1 par défaut. Ce nombre permet d'accentuer ou diminuer la nuance des couleurs des facettes dans les modes 3, 4 et 5.
- **edgestyle** : est une chaîne qui définit le style de ligne des arêtes. C'est le style courant par défaut.
- **edgecolor** : est une chaîne qui définit la couleur des arêtes. C'est la couleur courante des lignes par défaut.
- **hiddenstyle** : est une chaîne qui définit le style de ligne des arêtes cachées. Par défaut c'est la valeur contenue dans la variable globale *Hiddenlinestyle* (qui vaut elle-même "dotted" par défaut).
- **hiddencolor** : est une chaîne qui définit la couleur des arêtes cachées. C'est la couleur courante des lignes par défaut.
- **edgewidth** : épaisseur de trait des arêtes en dixième de point. C'est l'épaisseur courante par défaut.
- **opacity** : nombre entre 0 et 1 qui permet de mettre une transparence ou non sur les facettes. La valeur par défaut est 1, ce qui signifie pas de transparence.
- **backcull** : booléen qui vaut false par défaut. Lorsqu'il a la valeur true, les facettes considérées comme non visibles (vecteur normal non dirigé vers l'observateur) ne sont pas affichées. Cette option est intéressante pour les polyèdres convexes car elle permet de diminuer le nombre de facettes à dessiner.
- **color** : chaîne définissant la couleur de remplissage des facettes, c'est "white" par défaut.
- **twoside** : booléen qui vaut true par défaut, ce qui signifie qu'on distingue les deux côtés des facettes (intérieur et extérieur), les deux côtés n'auront pas exactement la même couleur.

```

1 \begin{luadraw}{name=tetra_coupe}
2 local g = graph3d:new{viewdir={10,60}, size={10,10}, bg="gray!30"}
3 g:Linejoin("round")
4 local A,B,C,D = M(-2,-4,-2),M(4,0,-2),M(-2,4,-2),M(0,0,2)
5 local T = tetra(A,B-A,C-A,D-A) -- tétraèdre de sommets A, B, C, D
6 local plan = {Origin, -vecK} -- plan de coupe
7 local T1, T2, section = cutpoly(T,plan) -- on coupe du tétraèdre
8 -- T1 est le polyèdre résultant dans le demi espace contenant -vecK
9 -- T2 est le polyèdre résultant dans l'autre demi espace
10 -- section est une facette (c'est la coupe)
11 g:Dpoly(T1,{color="Crimson", edgecolor="white", opacity=0.8, edgewidth=8})
12 g:Filloptions("bdiag", "Navy"); g:Dpolyline3d(section,true,"draw=none")
13 g:Dpoly(shift3d(T2,2*vecK), {color="Crimson", edgecolor="white", opacity=0.8, edgewidth=8})
14 g:Dballdots3d({A,B,C,D+2*vecK}) -- on a dessiné T2 translaté avec le vecteur 2*vecK
15 g:Show()
16 \end{luadraw}

```


FIGURE 7 – Section d'un tétraèdre par un plan



3) Fonctions de construction de polyèdres

Les fonctions suivantes renvoient un polyèdre, c'est à dire une table à deux champs, un premier champ appelé *vertices* qui est la liste des sommets du polyèdre (points 3d), et un deuxième champ appelé *facets* qui la liste des facettes, mais dans la définition des facettes, les sommets sont remplacés par leur indice dans la liste *vertices*.

- **tetra(S,v1,v2,v3)** renvoie le tétraèdre de sommets S (point 3d), $S + v1$, $S + v2$, $S + v3$. Les trois vecteurs $v1$, $v2$, $v3$ (points 3d) sont supposés dans le sens direct.
- **parallelep(A,v1,v2,v3)** renvoie le parallélépipède construit à partir du sommet A (point 3d) et de 3 vecteurs $v1$, $v2$, $v3$ (points 3d) supposés dans le sens direct.
- **prism(base,vector,open)** renvoie un prisme, l'argument *base* est une liste de points 3d (une des deux bases du prisme), *vector* est le vecteur de translation (point 3d) qui permet d'obtenir la seconde base. L'argument facultatif *open* est un booléen indiquant si le prisme est ouvert ou non (false par défaut). Dans le cas où il est ouvert, seules les facettes latérales sont renvoyées. La *base* doit être orientée par le *vector*.
- **pyramid(base,vertex,open)** renvoie une pyramide, l'argument *base* est une liste de points 3d, *vertex* est le sommet de la pyramide (point 3d). L'argument facultatif *open* est un booléen indiquant si la pyramide est ouverte ou non (false par défaut). Dans le cas où elle est ouverte, seules les facettes latérales sont renvoyées. La *base* doit être orientée par le sommet.
- **cylinder(A,V,R,nbfacet,open)** renvoie un cylindre de rayon R, d'axe {A,V} où A est un point 3d, centre d'une des bases circulaires et V vecteur 3d non nul et tel que le centre de la seconde base est le point $A + V$. L'argument facultatif *nbfacet* vaut 35 par défaut (nombre de facettes latérales). L'argument facultatif *open* est un booléen indiquant si le cylindre est ouvert ou non (false par défaut). Dans le cas où il est ouvert, seules les facettes latérales sont renvoyées.
- **cone(A,V,R,nbfacet,open)** renvoie un cône de sommet A (point 3d), d'axe {A,V}, de base circulaire le cercle de centre $A + V$ de rayon R (dans un plan orthogonal à V). L'argument facultatif *nbfacet* vaut 35 par défaut (nombre de facettes latérales). L'argument facultatif *open* est un booléen indiquant si le cône est ouvert ou non (false par défaut). Dans le cas où il est ouvert, seules les facettes latérales sont renvoyées.
- **sphere(A,R,nbu,nbv)** renvoie la sphère de centre A (point 3d) et de rayon R. L'argument facultatif *nbu* représente le nombre de fuseaux (36 par défaut) et l'argument facultatif *nbv* le nombre de parallèles (20 par défaut).

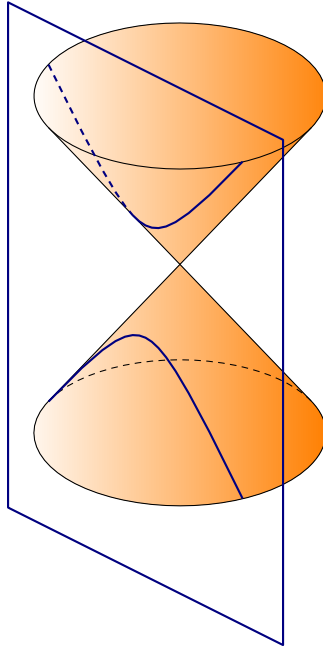
Remarque : nous avons déjà des primitives pour dessiner des cylindres, cônes, et sphères sans passer par des facettes. Un des intérêts de donner une définition de ces objets sous forme de polyèdres est que l'on va pouvoir faire certains calculs sur ces objets comme par exemple des sections planes.


```

1 \begin{luadraw}{name=hyperbole}
2 local g = graph3d:new{window={-6,6,-8,6}, viewdir={45,60}, size={10,10}}
3 g:Linejoin("round")
4 Hiddenlinestyle = "dashed"
5 local C1 = cone(Origin,4*vecK,3,35,true)
6 local C2 = cone(Origin, -4*vecK,3,35,true)
7 local P = {M(1,0,-1),vecI} -- plan de coupe
8 local I1 = g:Intersection3d(C1,P) -- intersection entre le cône C1 et le plan P
9 local I2 = g:Intersection3d(C2,P) -- intersection entre le cône C2 et le plan P
10 -- I1 et I2 sont de type Edges (arêtes)
11 g:Dcone(Origin,4*vecK,3,{color="orange"}); g:Dcone(Origin,-4*vecK,3,{color="orange"})
12 g:Lineoptions("solid","Navy",8)
13 g:Dedges(I1,{hidden=true}); g:Dedges(I2,{hidden=true}) -- dessin des arêtes I1 et I2
14 g:Dplane(P, vecK,12,8,5)
15 g:Show()
16 \end{luadraw}

```

FIGURE 8 – Hyperbole : intersection cône - plan



Dans cet exemple, les cônes C_1 et C_2 sont définis sous forme de polyèdres pour déterminer leur intersection avec le plan P , mais pas pour les dessiner. La méthode **`g:Intersection3d(C1,P)`** renvoie l'intersection du polyèdre C_1 avec le plan P sous la forme d'une table à deux champs, un champ nommé *visible* qui contient une ligne polygonale 3d représentant les "arêtes" (segments) visibles de l'intersection (c'est à dire qui sont sur une facette visible de C_1), et un autre champ nommé *hidden* qui contient une ligne polygonale 3d représentant les "arêtes" cachées de l'intersection (c'est à dire qui sont sur une facette non visible de C_1). La méthode **`g:Dedges`** permet de dessiner ce type d'objets.

```

1 \begin{luadraw}{name=several_views}
2 local g = graph3d:new{window3d={-3,3,-3,3,-3,3}, size={10,10}, margin={0,0,0,0}}
3 g:Linejoin("round"); g:Labelsize("footnotesize")
4 local y0, R = 1, 2.5
5 local C = cone(M(0,0,3),-6*vecK,R,35,true) -- cone ouvert
6 local P1 = {M(0,0,0),vecK+vecJ} -- 1er plan de coupe
7 local P2 = {M(0,y0,0),vecJ} -- 2ieme plan de coupe
8 local I, I2
9 local dessin = function() -- un dessin par vue
10     g:Dboxaxes3d({grid=true,gridcolor="gray",fillcolor="LightGray"})
11     I1 = g:Intersection3d(C,P1) -- intersection entre le cône C et les plans P1 et P2
12     I2 = g:Intersection3d(C,P2) -- I1 et I2 sont de type Edges
13     g:Dpolyline3d( {{M(0,-3,3),M(0,0,3),M(0,0,-3),M(3,0,-3)}, {M(0,0,-3),M(0,3,-3)}}, "red,line width=0.4pt" )

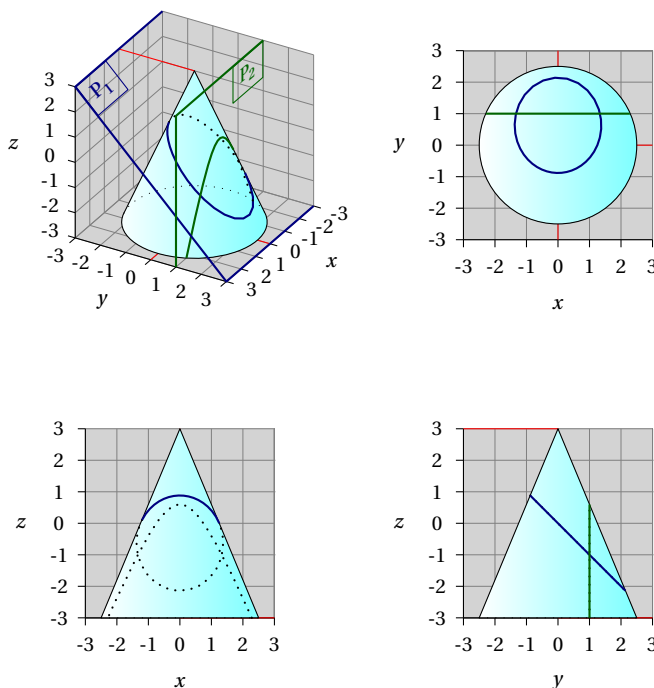
```

```

14 g:Dcone( M(0,0,3),-6*vecK,R, {color="cyan!50"})
15 g:Dedges(I1, {hidden=true,color="Navy", width=8})
16 g:Dedges(I2, {hidden=true,color="DarkGreen", width=8})
17 end
18 -- en haut à gauche, vue dans l'espace, on ajoute les plans au dessin
19 g:Saveattr(); g:Viewport(-5,0,0,5); g:Coordsystem(-7,6,-6,5,1); g:Setviewdir(30,60); dessin()
20 g:Dpolyline3d( {M(-3,-3,3),M(3,-3,3),M(3,3,-3),M(-3,3,-3)}, "Navy,line width=0.8pt")
21 g:Dpolyline3d( {M(-3,y0,3),M(3,y0,3),M(3,y0,-3)}, "DarkGreen,line width=0.8pt")
22 g:Dlabel3d( "$P_1$",M(3,-3,3),{pos="SE",dir={-vecI,-vecJ+vecK},node_options="Navy, draw"})
23 g:Dlabel3d( "$P_2$",M(-3,y0,3),{pos="SW",dir={-vecI,vecK},node_options="DarkGreen,draw"})
24 g:Restoreattr()
25 -- en haut à droite, projection sur le plan xOy
26 g:Saveattr(); g:Viewport(0,5,0,5); g:Coordsystem(-6,6,-6,5,1); g:Setviewdir("xOy"); dessin()
27 g:Restoreattr()
28 -- en bas à gauche, projection sur le plan xOz
29 g:Saveattr(); g:Viewport(-5,0,-5,0); g:Coordsystem(-6,6,-6,5,1); g:Setviewdir("xOz"); dessin()
30 g:Restoreattr()
31 -- en bas à droite, projection sur le plan yOz
32 g:Saveattr(); g:Viewport(0,5,-5,0); g:Coordsystem(-6,6,-6,5,1); g:Setviewdir("yOz"); dessin()
33 g:Restoreattr()
34 g:Show()
35 \end{luadraw}

```

FIGURE 9 – Section de cône avec plusieurs vues



4) Dessin d'une liste de facettes : Dfacet et Dmixfacet

Il y a deux méthodes possibles :

1. Pour un solide S sous forme d'une liste de facettes (avec points 3d), la méthode est :

g:Dfacet(S,options)

où S est la liste de facettes et *options* une table définissant les options. Celles-ci sont :

- **mode=0/1/2/3/4/5** : définit le mode de représentation.
 - *mode=0* : mode fil de fer, on dessine les arêtes seulement.
 - *mode=1* ou *2* : on dessine les faces de couleur unie, ainsi que les arêtes.
 - *mode=3* ou *4* : on dessine les faces de couleur nuancée en fonction de leur inclinaison, ainsi que les arêtes. Le mode par défaut est 3.
 - *mode=5* : on dessine les faces de couleur nuancée en fonction de leur inclinaison, mais pas les arêtes.

- **contrast** : c'est un nombre qui vaut 1 par défaut. Ce nombre permet d'accentuer ou diminuer la nuance des couleurs des facettes dans les modes 3, 4 et 5.
- **edgestyle** : est une chaîne qui définit le style de ligne des arêtes. C'est le style courant par défaut.
- **edgecolor** : est une chaîne qui définit la couleur des arêtes. C'est la couleur courante des lignes par défaut.
- **hiddenstyle** : est une chaîne qui définit le style de ligne des arêtes cachées. Par défaut c'est la valeur contenue dans la variable globale *Hiddenlinestyle* (qui vaut elle-même "dotted" par défaut).
- **hiddencolor** : est une chaîne qui définit la couleur des arêtes cachées. C'est la couleur courante des lignes par défaut.
- **edgewidth** : épaisseur de trait des arêtes en dixième de point. C'est l'épaisseur courante par défaut.
- **opacity** : nombre entre 0 et 1 qui permet de mettre une transparence ou non sur les facettes. La valeur par défaut est 1, ce qui signifie pas de transparence.
- **backcull** : booléen qui vaut false par défaut. Lorsqu'il a la valeur true, les facettes considérées comme non visibles (vecteur normal non dirigé vers l'observateur) ne sont pas affichées. Cette option est intéressante pour les polyèdres convexes car elle permet de diminuer le nombre de facettes à dessiner.
- **color** : chaîne définissant la couleur de remplissage des facettes, c'est "white" par défaut.
- **twoside** : booléen qui vaut true par défaut, ce qui signifie qu'on distingue les deux côtés des facettes (intérieur et extérieur), les deux côtés n'auront pas exactement la même couleur.

2. Pour plusieurs listes de facettes dans un même dessin, la méthode est :

g:Dmixfacet(S1,options1, S2,options2, ...)

où S1, S2, ... sont des listes de facettes, et *options1*, *options2*, ... sont les options correspondantes. Les options d'une liste de facettes s'appliquent aussi aux suivantes si elles ne sont pas changées. Ces options sont identiques à la méthode précédente.

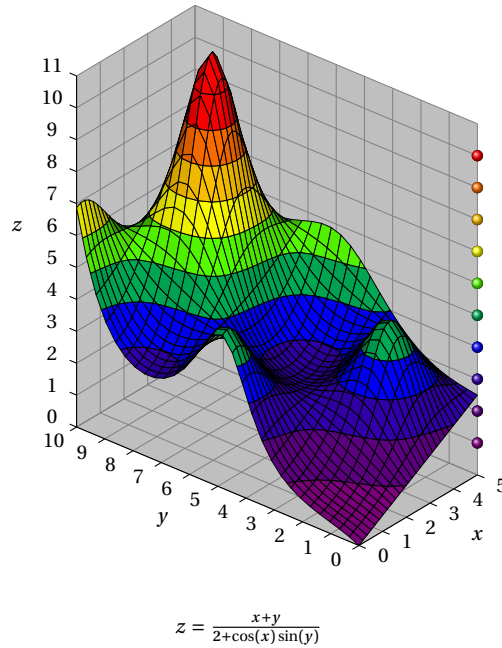
Cette méthode est utile pour dessiner plusieurs solides ensemble, à condition qu'il n'y ait pas d'intersections entre les objets, car celles-ci ne sont pas gérées ici.

```

1  \begin{luadraw}{name=courbes_niv}
2  local cos, sin = math.cos, math.sin, math.pi
3  local g = graph3d:new{window3d={0,5,0,10,0,11}, adjust2d=true, size={10,10}, viewdir={220,60}}
4  g:Linejoin("round"); g:Labelsize("footnotesize")
5  local S = surface(function(u,v) return M(u,v,(u+v)/(2+cos(u)*sin(v))) end,0,5,0,10,{30,30})
6  local rainbow = {Purple,Indigo,Blue,Green,Yellow,Orange,Red} -- palette de couleurs
7  local n = 10 -- nombre de niveaux
8  local Colors = getpalette(rainbow,n,true) -- liste de 10 couleurs au format table
9  local niv, S1 = {}
10 for k = 1, n do
11     S1, S = cutfacet(S,{M(0,0,k),-vecK}) -- section de S avec le plan z=k
12     insert(niv,{S1, {color=Colors[k],mode=4,edgewidth=0.5}}) -- S1 est la partie sous le plan et S au dessus
13 end
14 insert(niv,{S, {color=Colors[n+1]}}) -- insertion du dernier niveau
15 -- niv est une liste du type {facettes1, options1, facettes2, options2, ...}
16 g:Dboxaxes3d({grid=true, gridcolor="gray",fillcolor="lightgray"})
17 g:Dmixfacet(table.unpack(niv))
18 for k = 1, n do
19     g:Dballdots3d( M(5,0,k), rgb(Colors[k]))
20 end
21 g:Dlabel("$z=\frac{x+y}{2+\cos(x)\sin(y)}$", Z((g:Xinf()+g:Xsup())/2, g:Yinf()), {pos="N"})
22 g:Show()
23 \end{luadraw}

```

FIGURE 10 – Exemple de courbes de niveaux sur une surface



5) Fonctions de construction de listes de facettes

Les fonctions suivantes renvoient un solide sous forme d'une liste de facettes (avec points 3d).

- **surface(f,u1,u2,v1,v2,grid)** : surface paramétrée par la fonction $f: (u, v) \mapsto f(u, v) \in \mathbb{R}^3$. L'intervalle pour le paramètre u est donné par $u1$ et $u2$. L'intervalle pour le paramètre v est donné par $v1$ et $v2$. Le paramètre facultatif *grid* vaut {25,25} par défaut, il définit le nombre de points à calculer pour le paramètre u suivi du nombre de points à calculer pour le paramètre v . Par exemple, voici le code de la figure 1 :

```

1 \begin{luadraw}{name=point_col}
2 local g = graph3d:new{window3d={-2,2,-2,2,-4,4}, window={-3.5,3,-5,5}, size={8,9,0}, viewdir={120,60}}
3 g:Linejoin("round")
4 local S = surface(function(u,v) return M(u,v,u^2-v^2) end, -2,2,-2,2,{20,20}) -- surface d'équation z=x^2-y^2
5 local P = facet2poly(S) -- conversion en polyèdre
6 local Tx = g:Intersection3d(P, {Origin,vecI}) --intersection de P avec le plan yOz
7 local Ty = g:Intersection3d(P, {Origin,vecJ}) --intersection de P avec le plan xOz
8 g:Dboxaxes3d({grid=true,gridcolor="gray",fillcolor="LightGray",drawbox=true})
9 g:Dfacet(S,{mode=5,color="ForestGreen"}) -- dessin de la surface
10 g:Dedges(Tx, {color="Crimson", hidden=true, width=8}) -- intersection avec yOz
11 g:Dedges(Ty, {color="Navy",hidden=true, width=8}) -- intersection avec xOz
12 g:Dpolyline3d( {M(2,0,4),M(-2,0,4),M(-2,0,-4)}, "Navy,line width=.8pt")
13 g:Dpolyline3d( {M(0,-2,4),M(0,2,4),M(0,2,-4)}, "Crimson,line width=.8pt")
14 g:Show()
15 \end{luadraw}

```

- **curve2cone(f,t1,t2,S,args)** : construit un cône de sommet S (point 3d) et de base la courbe paramétrée par $f: t \mapsto f(t) \in \mathbb{R}^3$ sur l'intervalle défini par $t1$ et $t2$. L'argument *args* est une table facultative pour définir les options, qui sont :
 - **nbdots** qui représente le nombre minimal de points de la courbe à calculer (15 par défaut).
 - **ratio** qui est un nombre représentant le rapport d'homothétie (de centre le sommet S) pour construire l'autre partie du cône. Par défaut *ratio* vaut 0 (pas de deuxième partie).
 - **nbddiv** qui est un entier positif indiquant le nombre de fois que l'intervalle entre deux valeurs consécutives du paramètre t peut être coupé en deux (dichotomie) lorsque les points correspondants sont trop éloignés. Par défaut *nbddiv* vaut 0.

Cette fonction renvoie une liste de facettes, suivie d'une ligne polygonale 3d qui représente les bords du cône.

```

1 \begin{luadraw}{name=curve2cone}
2 local cos, sin, pi = math.cos, math.sin, math.pi

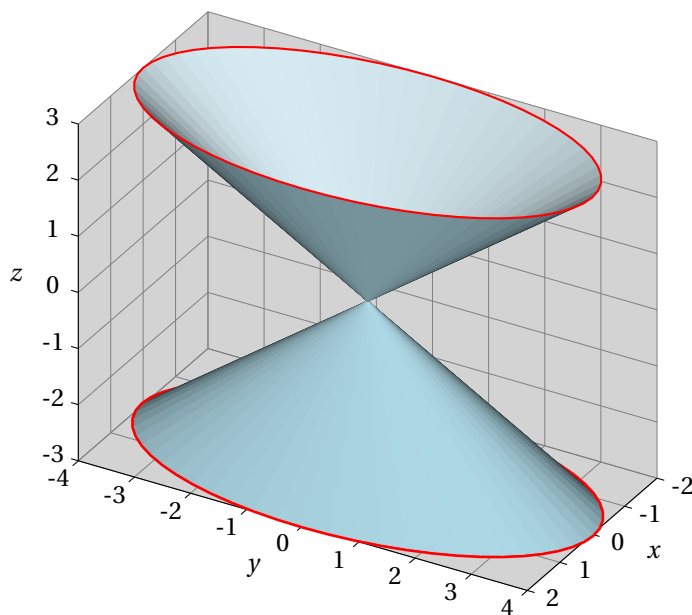
```

```

3 local g = graph3d:new{ window3d={-2,2,-4,4,-3,3},window={-5.5,5,-5,5},size={10,10}}
4 g:Linejoin("round")
5 local f = function(t) return M(2*cos(t),4*sin(t),-3) end -- ellipse dans le plan z=-3
6 local C, bord = curve2cone(f,-pi,pi,Origin,{nbdiv=2, ratio=-1})
7 g:Dboxaxes3d({grid=true,gridcolor="gray",fillcolor="LightGray"})
8 g:Dpolyline3d(bord[1],"red,line width=2.4pt") -- bord inférieur
9 g:Dfacet(C, {mode=5,color="LightBlue"}) -- cône
10 g:Dpolyline3d(bord[2],"red,line width=0.8pt") -- bord supérieur
11 g:Show()
12 \end{luadraw}

```

FIGURE 11 – Exemple de cône elliptique



- **curve2cylinder(f,t1,t2,V,args)** : construit un cylindre d'axe dirigé par le vecteur V (point 3d) et de base la courbe paramétrée par $f: t \mapsto f(t) \in \mathbb{R}^3$ sur l'intervalle défini par $t1$ et $t2$. La seconde base est la translatée de la première avec le vecteur V. L'argument *args* est une table facultative pour définir les options, qui sont :
 - **nbdots** qui représente le nombre minimal de points de la courbe à calculer (15 par défaut).
 - **nbdiv** qui est un entier positif indiquant le nombre de fois que l'intervalle entre deux valeurs consécutives du paramètre t peut être coupé en deux (dichotomie) lorsque les points correspondants sont trop éloignés. Par défaut *nbdiv* vaut 0.

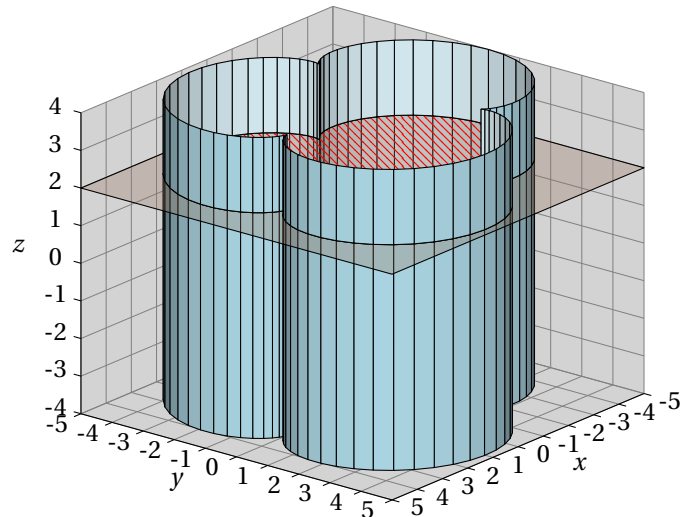
Cette fonction renvoie une liste de facettes, suivie d'une ligne polygonale 3d qui représente les bords du cylindre.

```

1 \begin{luadraw}{name=curve2cylinder}
2 local cos, sin, pi = math.cos, math.sin, math.pi
3 local g = graph3d:new{ window3d={-5,5,-5,5,-4,4},window={-9,8,-7,7},viewdir={39,70},size={10,10}}
4 g:Linejoin("round")
5 local f = function(t) return M(4*cos(t)-cos(4*t),4*sin(t)-sin(4*t),-4) end -- courbe dans le plan z=-3
6 local V = 8*vecK
7 local C = curve2cylinder(f,-pi,pi,V,{nbdots=25,nbdiv=2})
8 local plan = {M(0,0,2), -vecK} -- plan de coupe z=2
9 local C1, C2, section = cutfacet(C,plan)
10 g:Dboxaxes3d({grid=true,gridcolor="gray",fillcolor="LightGray"})
11 g:Dfacet(C1, {mode=3,color="LightBlue"}) -- partie sous le plan
12 g:Dfacet(g:Plane2facet(plan), {opacity=0.3,color="Chocolate"}) -- dessin du plan sous forme d'une facette
13 g:Filloptions("fdiag","red"); g:Dpolyline3d(section) -- dessin de la section
14 g:Dfacet(C2, {mode=3,color="LightBlue"}) -- partie du cylindre au dessus du plan
15 g:Show()
16 \end{luadraw}

```

FIGURE 12 – Section d'un cylindre non circulaire



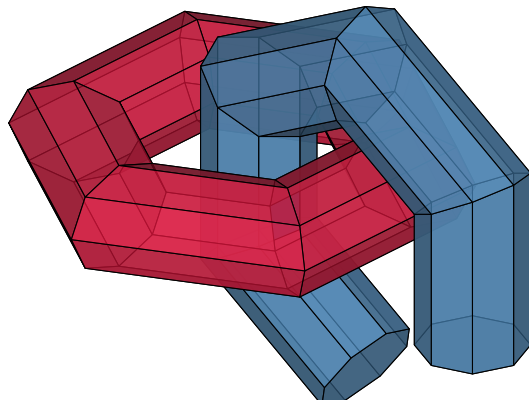
- **line2tube(L,r,args)** : construit (sous forme d'une liste de facettes) un tube centré sur L qui doit être une ligne polygonale 3d, l'argument *r* représente le rayon de ce tube. L'argument *args* est une table pour définir les options, qui sont :
 - **nbfacet** : nombre indiquant le nombre de facettes latérales du tube (3 par défaut).
 - **close** : booléen indiquant si la ligne polygonale L doit être refermée (false par défaut).
 - **hollow** : booléen indiquant si les deux extrémités du tube doivent être ouvertes ou non (false par défaut). Lorsque l'option **close** vaut true, l'option **hollow** prend automatiquement la valeur true.
 - **addwall** : nombre qui vaut 0 ou 1 (0 par défaut). Lorsque cette option vaut 1, la fonction renvoie, après la liste des facettes composant le tube, une liste de facettes séparatrices (murs) entre chaque "tronçon" du tube, ce qui peut être utile avec la méthode **g:Dscene3d** (uniquement).

```

1 \begin{luadraw}{name=line2tube}
2 local cos, sin, pi, i = math.cos, math.sin, math.pi, cpx.I
3 local g = graph3d:new{window={-5,8,-4.5,4.5}, viewdir={45,60}, margin={0,0,0,0}, size={10,10}}
4 g:Linejoin("round")
5 local L1 = map(toPoint3d,polyreg(0,3,6)) -- hexagone régulier dans le plan xOy, centre O de sommet M(3,0,0)
6 local L2 = shift3d(rotate3d(L1,90,{Origin,vecJ}),3*vecJ)
7 local T1 = line2tube(L1,1,{nbfacet=8,close=true}) -- tube 1 refermé
8 local T2 = line2tube(L2,1,{nbfacet=8}) -- tube 2 non refermé
9 g:Dmixfacet( T1, {color="Crimson",opacity=0.8}, T2, {color="SteelBlue"} )
10 g:Show()
11 \end{luadraw}

```

FIGURE 13 – Exemple avec line2tube



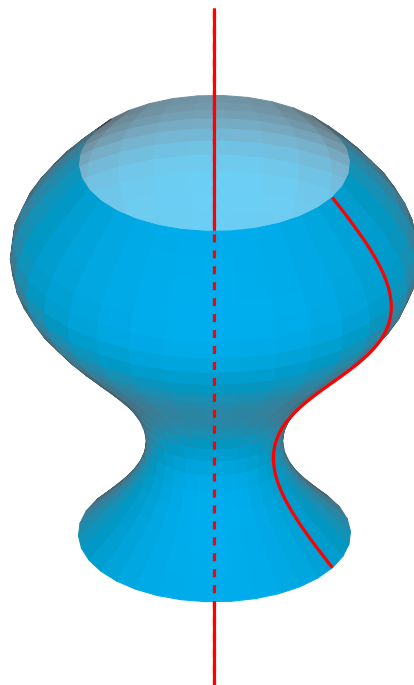
- **rotcurve(p,t1,t2,axe,angle1,angle2,args)** : construit sous forme d'une liste de facettes, la surface balayée par la courbe paramétrée par $p: t \mapsto p(t) \in \mathbf{R}^3$ sur l'intervalle défini par $t1$ et $t2$, en la faisant tourner autour de axe (qui est une table de la forme {point3d, vecteur 3d} représentant une droite orientée de l'espace), d'un angle allant de $angle1$ (en degrés) à $angle2$. L'argument $args$ est une table pour définir les options, qui sont :
 - **grid** : table constituée de deux nombres, le premier est le nombre de points calculés pour le paramètre t , et le second le nombre de points calculés pour le paramètre angulaire. Par défaut la valeur de **grid** est {25,25}.
 - **addwall** : nombre qui vaut 0 ou 1 ou 2 (0 par défaut). Lorsque cette option vaut 1, la fonction renvoie, après la liste des facettes composant la surface, une liste de facettes séparatrices (murs) entre chaque "couche" de facettes (une couche correspond à deux valeurs consécutives du paramètre t), et avec la valeur 2 c'est une liste de facettes séparatrices (murs) entre chaque "tranche" de rotation (une couche correspond à deux valeurs consécutives du paramètre angulaire, ceci est intéressant lorsque la courbe est dans un même plan que l'axe de rotation). Cette option peut être utile avec la méthode **g:Dscene3d** (uniquement).

```

1 \begin{luadraw}{name=rotcurve}
2 local cos, sin, pi, i = math.cos, math.sin, math.pi, cpx.I
3 local g = graph3d:new{viewdir={30,60},size={10,10}}
4 g:Linejoin("round")
5 local p = function(t) return M(0,sin(t)+2,t) end -- courbe dans le plan yOz
6 local axe = {Origin,vecK}
7 local S = rotcurve(p,pi,-pi,axe,0,360,{grid={25,35}})
8 local visible, hidden = g:Classifyfacet(S)
9 g:Dfacet(hidden, {mode=5,color="cyan"})
10 g:Dline3d(axe,"red,line width=1.2pt")
11 g:Dfacet(visible, {mode=5,color="cyan"})
12 g:Dline3d(axe,"red,line width=1.2pt,dashed")
13 g:Dparametric3d(p,{t={-pi,pi}},draw_options="red,line width=1.2pt")
14 g:Show()
15 \end{luadraw}

```

FIGURE 14 – Exemple avec rotcurve



Remarque : si l'orientation de la surface ne semble pas bonne, il suffit d'échanger les paramètres $t1$ et $t2$, ou bien $angle1$ et $angle2$.

- **rotline(L,axe,angle1,angle2,args)** : construit sous forme d'une liste de facettes, la surface balayée par la liste de points 3d L en la faisant tourner autour de axe (qui est une table de la forme {point3d, vecteur 3d} représentant une droite orientée de l'espace), d'un angle allant de $angle1$ (en degrés) à $angle2$. L'argument $args$ est une table pour définir les options, qui sont :

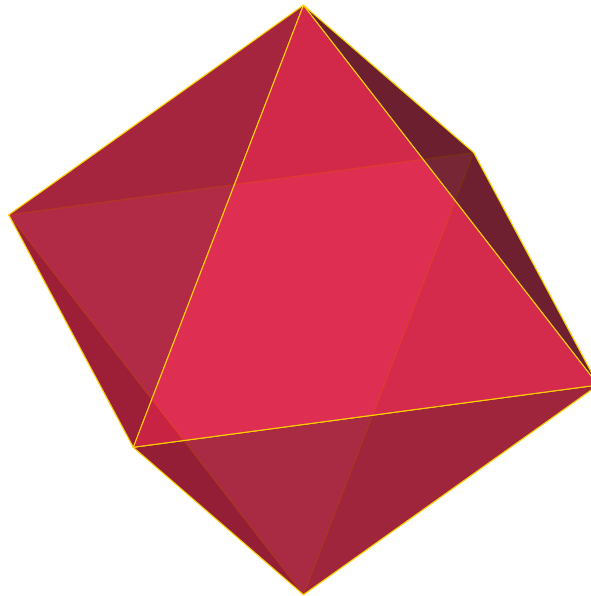
- `nbdots` : qui est le nombre de points calculés pour le paramètre angulaire. Par défaut la valeur de `nbdots` est 25.
- `close` : booléen qui indique si L doit être refermée (false par défaut).
- `addwall` : nombre qui vaut 0 ou 1 ou 2 (0 par défaut). Lorsque cette option vaut 1, la fonction renvoie, après la liste des facettes composant la surface, une liste de facettes séparatrices (murs) entre chaque "couche" de facettes (une couche correspond à deux points consécutifs dans la liste L), et avec la valeur 2 c'est une liste de facettes séparatrices (murs) entre chaque "tranche" de rotation (une couche correspond à deux valeurs consécutives du paramètre angulaire, ceci est intéressant lorsque la courbe est dans un même plan que l'axe de rotation). Cette option peut être utile avec la méthode **g:Dscene3d** (uniquement).

```

1 \begin{luadraw}{name=rotline}
2 local g = graph3d:new{window={-4,4,-4,4},size={10,10}}
3 g:Linejoin("round")
4 local L = {M(0,0,4),M(0,4,0),M(0,0,-4)} -- liste de points dans le plan yOz
5 local axe = {Origin,vecK}
6 local S = rotline(L,axe,0,360,{nbdots=5}) -- le point 1 et le point 5 sont confondus
7 g:Dfacet(S,{color="Crimson",edgecolor="Gold",opacity=0.8})
8 g:Show()
9 \end{luadraw}

```

FIGURE 15 – Exemple avec rotline



6) Arêtes d'un solide

Un objet de type "edge" est une table à deux champs, un champ nommé *visible* qui contient une ligne polygonale 3d correspondant aux arêtes visibles, et un autre champ nommé *hidden* qui contient une ligne polygonale 3d correspondant aux arêtes cachées.

- La méthode **g:Edges(P)** où P est un polyèdre, renvoie les arêtes de P sous forme d'un objet de type "edge". Une arête de P est visible lorsqu'elle appartient à au moins une face visible.
- La méthode **g:Intersection3d(P,plane)** où P est un polyèdre ou bien une liste de facettes, renvoie sous forme d'objet de type "edge" l'intersection entre P et le plan représenté par *plane* (c'est une table de la forme {A,u} où A est un point du plan et u un vecteur normal, ce sont donc deux points 3d).
- La méthode **g:Dedges(edges,options)** permet de dessiner *edges* qui doit être un objet de type "edge". L'argument *options* est une table définissant les options, celles-ci sont :
 - `hidden` : booléen qui indique si les arêtes cachées doivent être dessinées (false par défaut).
 - `visible` : booléen qui indique si les arêtes visibles doivent être dessinées (true par défaut).

- **hiddenstyle** : chaîne de caractères définissant le style de ligne des arêtes cachées, par défaut cette option contient la valeur de la variable globale *Hiddenlinestyle* (qui vaut "dotted" par défaut).
- **hiddencolor** : chaîne de caractères définissant la couleur des arêtes cachées, par défaut cette option contient la même couleur que l'option **color**.
- **style** : chaîne de caractères définissant le style de ligne des arêtes visibles, par défaut cette option contient le style courant du dessin de lignes.
- **color** : chaîne de caractères définissant la couleur des arêtes visibles, par défaut cette option contient la couleur courante de dessin de lignes.
- **width** : nombre représentant l'épaisseur de trait des arêtes (en dixième de point), par défaut cette variable contient l'épaisseur courante du dessin de lignes.
- **Complément** :
 - La fonction **facetedges(F)** où F est une liste de facettes ou bien un polyèdre, renvoie une liste de segments 3d représentant toutes les arêtes de F. Le résultat n'est pas un objet de type "edge", et il se dessine avec la méthode **g:Dpolyline3d**.
 - La fonction **facetvertices(F)** où F est une liste de facettes ou bien un polyèdre, renvoie la liste de tous les sommets de F (points 3d).

7) Méthodes et fonctions s'appliquant à des facettes ou polyèdres

- La méthode **g:Isvisible(F)** où F désigne **une** facette (liste d'au moins 3 points 3d coplanaires et non alignés), renvoie true si la facette F est visible (vecteur normal dirigé vers l'observateur). Si A, B et C sont les trois premiers points de F, le vecteur normal est calculé en faisant le produit vectoriel $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$.
- La méthode **g:Classifyfacet(F)** où F est une liste de facettes ou bien un polyèdre, renvoie **deux** listes de facettes, la première est la liste des facettes visibles, et la suivante, la liste des facettes non visibles.
- La méthode **g:Sortfacet(F,backcull)** où F est une liste de facettes, renvoie cette liste de facettes triées de la plus éloignée à la plus proche de l'observateur. L'argument facultatif *backcull* est un booléen qui vaut false par défaut, lorsqu'il a la valeur true, les facettes non visibles sont exclues du résultat (seules les facettes visibles sont alors renvoyées après avoir été triées). Le calcul de l'éloignement d'une facette se fait sur son centre de gravité. La technique dite du "peintre" consiste à afficher les facettes de la plus éloignée à la plus proche, donc dans l'ordre de la liste renvoyée par cette fonction (le résultat affiché n'est cependant pas toujours correct en fonction de la taille et de la forme des facettes).
- La méthode **g:Sortpolyfacet(P,backcull)** où P est un polyèdre, renvoie la liste des facettes de P (facettes avec points 3d) triées de la plus éloignée à la plus proche de l'observateur. L'argument facultatif *backcull* est un booléen qui vaut false par défaut, lorsqu'il a la valeur true, les facettes non visibles sont exclues du résultat comme pour la méthode précédente. Ces deux méthodes de tris sont utilisées par les méthodes de dessin de polyèdres ou facettes (*Dpoly*, *Dfacet* et *Dmixfacet*).
- La fonction **border(P)** où P est un polyèdre ou une liste de facette, renvoie une ligne polygonale 3d qui correspond aux arêtes appartenant à une seule facette de P (ces arêtes sont mises "bout à bout" pour former une ligne polygonale).
- La fonction **getfacet(P,list)** où P est un polyèdre, renvoie la liste des facettes de P (avec points 3d) dont le numéro figure dans la table *list*. Si l'argument *list* n'est pas précisé, c'est la liste de toutes les facettes de P qui est renvoyée (dans ce cas c'est la même chose que **poly2facet(P)**).
- La fonction **facet2plane(L)** où L est soit une facette, soit une liste de facettes, renvoie soit le plan contenant la facette, soit la liste des plans contenant chacune des facettes de L. Un plan est une table du type {A,u} où A est un point du plan et u un vecteur normal au plan (donc deux points 3d).

```

1 \begin{luadraw}{name=sphere_octaedre}
2 require "luadraw_polyhedrons"
3 local g = graph3d:new{ window3d={-3,3,-3,3,-3,3}, size={10,10}}
4 g:Linejoin("round")
5 local P = Octaedre(Origin,M(0,0,3)) -- polyèdre défini dans le module luadraw_polyhedrons
6 P = rotate3d(P,-10,{Origin,vecK}) -- rotate3d sur un polyèdre renvoie un polyèdre
7 local V, H = g:Classifyfacet(P) -- V pour facettes visibles, H pour hidden
8 local S = map(function(p) return {proj3d(Origin,p),p[2]} end, facet2plane(V) )
9 -- S contient la liste de : {projeté, vecteur normal} (projetés de Origin sur les faces visibles)
10 local R = pt3d.abs(S[1][1]) -- rayon de la sphère

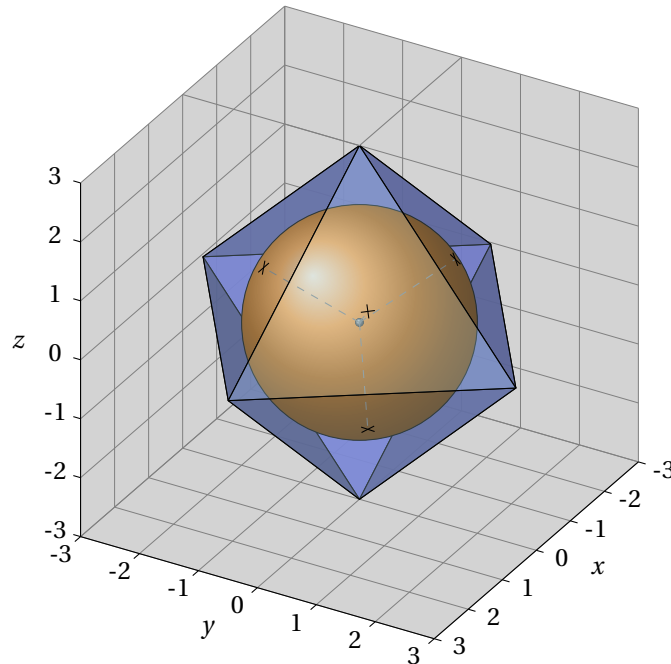
```

```

11 g:Dboxaxes3d({grid=true, gridcolor="gray", fillcolor="LightGray"})
12 g:Dfacet(H, {color="blue",opacity=0.9}) -- dessin des facettes non visibles
13 g:Dsphere(Origin,R,{mode=2,color="orange"}) -- dessin de la sphère
14 g:Dballdots3d(Origin,"gray",0.75) -- centre de la sphère
15 for _,D in ipairs(S) do -- segments reliant l'origine aux projetés
16     g:Dpolyline3d( {Origin,D[1]}, "dashed,gray")
17 end
18 g:Dfacet(V,{opacity=0.4, color="LightBlue"}) -- facettes visibles de l'octaèdre
19 g:Dcrossdots3d(S,nil,0.75) -- dessin des projetés sur les faces
20 g:Dpolyline3d( {M(0,-3,3), M(0,0,3), M(-3,0,3)}, "gray")
21 g:Show()
22 \end{luadraw}

```

FIGURE 16 – Sphère inscrite dans un octaèdre avec projection du centre sur les faces



8) Découper un solide : cutpoly et cutfacet

- La fonction **cutpoly(P,plane,close)** permet de découper le polyèdre P avec le plan $plane$ (table du type $\{A,n\}$ où A est un point du plan et n un vecteur normal au plan). La fonction renvoie 3 choses : la partie située dans le demi-espace contenant le vecteur n (sous forme d'un polyèdre), suivie de la partie située dans l'autre demi-espace (toujours sous forme d'un polyèdre), suivie de la section sous forme d'une facette orientée par $-n$. Lorsque l'argument facultatif *close* vaut true, la section est ajoutée aux deux polyèdres résultants, ce qui a pour effet de les refermer (false par défaut).

Remarque : lorsque le polyèdre P n'est pas convexe, le résultat de la section n'est pas toujours correct.

```

1 \begin{luadraw}{name=cutpoly}
2 local g = graph3d:new{window3d={-3,3,-3,3,-3,3}, window={-4,4,-3,3},size={10,10}}
3 g:Linejoin("round")
4 local P = parallelep(M(-1,-1,-1),2*vecI,2*vecJ,2*vecK)
5 local A, B, C = M(0,-1,1), M(0,1,1), M(1,-1,0)
6 local plane = {A, pt3d.prod(B-A,C-A)}
7 local P1 = cutpoly(P,plane)
8 local P2 = cutpoly(P,plane,true)
9 g:Lineoptions(nil,"Gold",8)
10 g:Dpoly( shift3d(P1,-2*vecJ), {color="Crimson",mode=4} )
11 g:Dpoly( shift3d(P2,2*vecJ), {color="Crimson",mode=4} )
12 g:Dlabel3d(
13     "close=false", M(2,-2,-1), {dir={vecJ,vecK}},
14     "close=true", M(2,2,-1), {}
15 )

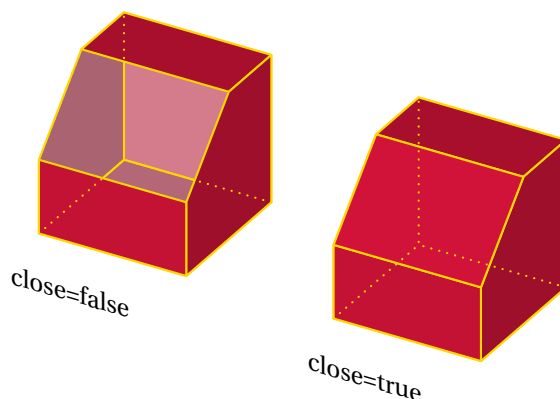
```

```

16 g:Show()
17 \end{luadraw}

```

FIGURE 17 – Cube coupé par un plan (cutpoly), avec *close=false* et avec *close=true*



- La fonction **cutfacet(F,plane,close)** fait la même chose que la fonction précédente sauf que F est une liste de facettes (pas un polyèdre), et que cette fonction renvoie des listes de facettes et non pas des polyèdres. Cette fonction a été utilisée dans l'exemple des courbes de niveau à la figure 10.

9) Clipper des facettes avec un polyèdre convexe : clip3d

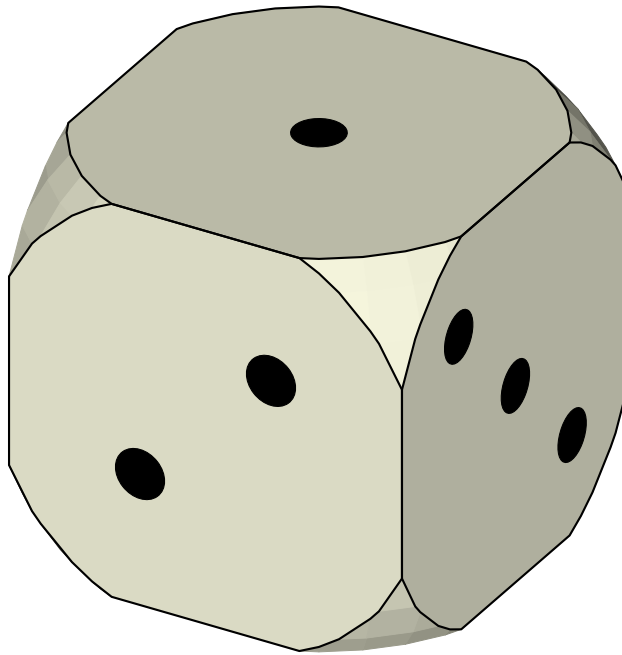
La fonction **clip3d(S,P,exterior)** clippe le solide S (liste de facettes ou bien polyèdre) avec le solide convexe P (liste de facettes ou bien polyèdre) et renvoie la liste de facettes qui en résulte. L'argument facultatif *exterior* est un booléen qui vaut false par défaut, dans ce cas c'est la partie de S qui est intérieure à P qui est renvoyée, sinon c'est la partie de S extérieure à P qui est renvoyée.

Remarque : le résultat n'est pas toujours satisfaisant pour la partie extérieure.

```

1 \begin{luadraw}{name=clip3d}
2 local g = graph3d:new{window={-3,3,-3,3},size={10,10}}
3 g:Linejoin("round")
4 local S = sphere(Origin,3)
5 local C = parallelep(M(-2,-2,-2),4*vecI,4*vecJ,4*vecK)
6 local C1 = clip3d(S,C) -- sphère clippée par le cube
7 local C2 = clip3d(C,S) -- cube clippé par la sphère
8 local V = g:Classifyfacet(C2) -- facettes visibles de C2
9 g:Dfacet( concat(C1,C2), {color="Beige",mode=5,backcull=true} ) -- que les faces visibles
10 g:Dpolyline3d(V,true,"line width=0.8pt") -- contour des faces visibles de C2
11 local A, B, C, D = M(2,-2,-2), M(2,2,2), M(-2,2,-2), M(0,0,2) -- dessin des points noirs
12 g:Filloptions("full","black")
13 g:Dcircle3d( D,0.25,vecK); g:Dcircle3d( (2*A+B)/3,0.25,vecI)
14 g:Dcircle3d( (A+2*B)/3,0.25,vecI); g:Dcircle3d( (3*B+C)/4,0.25,vecJ)
15 g:Dcircle3d( (B+C)/2,0.25,vecJ); g:Dcircle3d( (B+3*C)/4,0.25,vecJ)
16 g:Show()
17 \end{luadraw}

```



V La méthode Dscene3d

1) Le principe, les limites

Le défaut majeur des méthodes **g:Dpoly**, **g:Dfacet** et **g:Dmixfacet** est de ne pas gérer les intersections éventuelles entre facettes de différents solides, sans compter que parfois, même pour un polyèdre convexe simple, l'algorithme du peintre ne donne pas toujours le bon résultat (car le tri de facettes se fait uniquement sur leur centre de gravité). D'autre part, ces méthodes permettent de dessiner uniquement des facettes.

Le principe de la méthode **g:Dscene3d()** est de classer les objets 3d à dessiner (facettes, lignes polygonales, points, labels,...) dans un arbre (qui représente la scène). À chaque nœud de l'arbre il y a un objet 3d, appelons-le A, et deux descendants, l'un des descendants va contenir les objets 3d qui sont devant l'objet A (c'est à dire plus près de l'observateur que A), et l'autre descendant va contenir les objets 3d qui sont derrière l'objet A (c'est à dire plus loin de l'observateur que A).

En particulier, pour classer une facette B par rapport à une facette A qui est déjà dans l'arbre, on procède ainsi : on découpe la facette B avec le plan contenant la facette A, ce qui donne en général deux "demi" facettes, une qui sera devant A (celle dans le demi-espace "contenant" l'observateur), et l'autre qui sera donc derrière A.

Cette méthode est efficace mais comporte des limites car elle peut entraîner une explosion du nombre de facettes dans l'arbre augmentant ainsi sa taille de manière exponentielle, ce qui peut rendre rédhibitoire l'utilisation de cette méthode lorsqu'il y a beaucoup de facettes (temps de calcul long¹, taille trop importante du fichier tkz, temps de dessin par tikz trop long). Par contre, elle est très efficace lorsqu'il y a peu de facettes, et donc peu d'intersections de facettes (objets convexes avec peu de facettes). De plus, il est possible de dessiner sous la scène 3d et au-dessus, c'est à dire avant l'utilisation de la méthode **g:Dscene3d**, et après son utilisation.

Cette méthode doit donc être réservée à des scènes très simples. Pour des scènes 3d complexes le format vectoriel n'est pas adapté, mieux vaud se tourner alors vers des d'autres outils comme povray ou blender ou webgl ...

2) Construction d'une scène 3d

La méthode **g:Dscene3d(...)** permet cette construction. Elle prend en argument les objets 3d qui vont constituer cette scène les uns après les autres. Ces objets 3d sont eux-mêmes fabriqués à partir de méthodes dédiées qui vont être détaillées plus loin. Dans la version actuelle, ces objets 3d peuvent être :

- des polyèdres,

1. Lua est un langage interprété donc l'exécution est en général plus longue qu'avec un langage compilé.

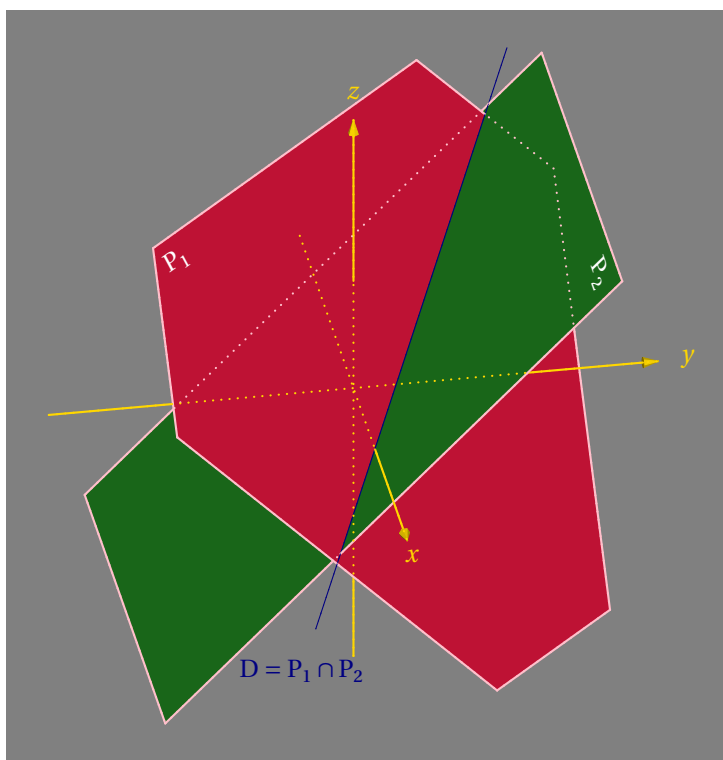
- des listes de facettes (avec point3d),
- des lignes polygonales 3d,
- des points 3d,
- des labels,
- des axes,
- des plans, des droites,
- des angles,
- des cercles, des arcs de cercle.

```

1 \begin{luadraw}{name=intersection_plans}
2 local g = graph3d:new{viewdir={-10,60}, window={-5,5.5,-5.5,5.5},bg="gray", size={10,10}}
3 g:Linejoin("round")
4 local P1 = planeEqn(1,1,1,-2) -- plan d'équation x+y+z-2=0
5 local P2 = {Origin, vecK-vecJ} -- plan passant par O et normal à (1,1,1)
6 local D = interPP(P1,P2) -- droite d'intersection entre P1 et P2 (D = {A,u})
7 local posD = D[1]+1.85*D[2] -- pour placer le label
8 Hiddenlines = true; Hiddenlinestyle = "dotted" -- affichage des lignes cachées en pointillées
9 g:Dscene3d(
10   g:addPlane(P1, {color="Crimson",edge=true,edgecolor="Pink",edgewidth=8}), -- ajout du plan P1
11   g:addPlane(P2, {color="ForestGreen",edge=true,edgecolor="Pink",edgewidth=8}), -- ajout du plan P2
12   g:addLine(D, {color="Navy",edgewidth=12}), -- ajout de la droite D
13   g:addAxes(Origin, {arrows=1, color="Gold",width=8}), -- ajout des axes fléchés
14   g:addLabel( -- ajout de labels, ceux-ci auraient pu être ajoutés par dessus la scène
15     "$D=P_1 \cap P_2$",posD,{color="Navy"},
16     "$P_2$", M(3,0,0)+3.5*M(0,1,1),{color="white",dir={vecI,vecJ+vecK}},
17     "$P_1$",M(2,0,0)+1.8*M(-1,-1,2), {dir={M(-1,1,0),M(-1,-1,2),1.125*M(1,-1,0)}}
18   )
19 )
20 g:Show()
21 \end{luadraw}

```

FIGURE 19 – Premier exemple avec Dscene3d : intersection de deux plans



3) Méthodes pour ajouter un objet dans la scène 3d

Ces méthodes sont à utiliser comme argument de la méthode **g:Dscene3d(...)** comme dans l'exemple ci-dessus.

3.1 Ajouter des facettes : `g:addFacet` et `g:addPoly`

La méthode `g:addFacet(list,options)` où *list* est une facette ou bien une liste de facettes (avec points 3d), permet d'ajouter ces facettes à la scène.

La méthode `g:addPoly(list,options)` permet d'ajouter le polyèdre P à la scène.

Dans les deux cas, l'argument facultatif *options* est une table à 11 champs, ces options (avec leur valeur par défaut) sont :

- `color="white"` : définit la couleur de remplissage des facettes, cette couleur sera nuancée en fonction de l'inclinaison de celles-ci. Par défaut, le bord des facettes n'est pas dessiné (seulement le remplissage).
- `opacity=1` : nombre entre 0 et 1 pour définir l'opacité des facettes (1 signifie pas de transparence).
- `backcull=false` : booléen qui indique si les facettes non visibles doivent être exclues de la scène. Par défaut elles sont présentes.
- `contrast=1` : valeur numérique permettant d'accentuer ou diminuer de contraste de couleur entre les facettes. Avec la valeur 0 toutes les facettes ont la même couleur.
- `twoside=true` : booléen qui indique si on distingue la face interne de la face externe des facettes. La couleur de la face interne est un peu plus claire que celle de l'externe.
- `edge=true` : booléen qui indique si les arêtes doivent être ajoutées à la scène.
- `edgecolor="black"` : indique la couleur des arêtes lorsqu'elles sont dessinées.
- `edgewidth=6` : indique l'épaisseur de trait (en dixième de point) des arêtes.
- `hidden=Hiddenlines` : booléen qui indique si les arêtes cachées doivent être représentées. *Hiddenlines* est une variable globale qui vaut false par défaut.
- `hiddenstyle=Hiddenlinestyle` : chaîne définissant le style de ligne des arêtes cachées. *Hiddenlinestyle* est une variable globale qui vaut "dotted" par défaut.
- `matrix=ID3d` : matrice 3d de transformation des facettes, par défaut celle-ci est la matrice 3d de l'identité, c'est à dire la table $\{M(0,0,0), \text{vecI}, \text{vecJ}, \text{vecK}\}$.

3.2 Ajouter un plan : `g:addPlane` et `g:addPlaneEq`

La méthode `g:addPlane(P,options)` permet d'ajouter le plan P à la scène 3d, ce plan est défini sous la forme d'une table $\{A,u\}$ où A est un point du plan (point 3d) et *u* un vecteur normal au plan (point 3d non nul). Cette fonction détermine l'intersection entre ce plan et le parallélépipède donné par l'argument *window3d* (lui-même défini à la création du graphe), ce qui donne une facette, c'est celle-ci qui est ajoutée à la scène. Cette méthode utilise `g:addFacet`.

La méthode `g:addPlaneEq(coef,options)` où *coef* est une table constituée de quatre réels $\{a,b,c,d\}$, permet d'ajouter à la scène le plan d'équation $ax + by + cz + d = 0$ (cette méthode utilise la précédente).

Dans les deux cas, l'argument facultatif *options* est une table à 12 champs, ces options sont celles de la méthode `g:addFacet`, plus l'option `scale=1` : ce nombre est un rapport d'homothétie, on applique à la facette l'homothétie de centre le centre de gravité de la facette et de rapport *scale*. Cela permet de jouer sur la taille du plan dans sa représentation.

3.3 Ajouter une ligne polygonale : `g:addPolyline`

La méthode `g:addPolyline(L,options)` où L est une liste de points 3d, ou une liste de listes de points 3d, permet d'ajouter L à la scène. L'argument facultatif *options* est une table à 9 champs, ces options (avec leur valeur par défaut) sont :

- `style="solid"` : pour définir le style de ligne.
- `color="black"` : couleur de la ligne.
- `width=4` : épaisseur de la ligne en dixième de point.
- `opacity=1` : opacité du tracé de ligne (1 signifie pas de transparence).
- `hidden=Hiddenlines` : booléen qui indique si les parties cachées de la ligne doivent être représentées. *Hiddenlines* est une variable globale qui vaut false par défaut.
- `hiddenstyle=Hiddenlinestyle` : chaîne définissant le style de ligne des parties cachées. *Hiddenlinestyle* est une variable globale qui vaut "dotted" par défaut.
- `arrows=0` : cette option peut valoir 0 (aucune flèche ajoutée à la ligne), 1 (une flèche ajoutée en fin de ligne), ou 2 (une flèche en début et en fin de ligne). Les flèches sont des petits cônes.
- `arrowscale=1` : permet de réduire ou augmenter la taille des flèches.

- `matrix=ID3d` : matrice 3d de transformation (de la ligne), par défaut celle-ci est la matrice 3d de l'identité, c'est à dire la table $\{M(0,0,0), \text{vecI}, \text{vecJ}, \text{vecK}\}$.

3.4 Ajouter des axes : `g:addAxes`

La méthode `g:addAxes(O,options)` permet d'ajouter les axes : (O, vecI) , (O, vecJ) et (O, vecK) à la scène 3d, où l'argument `O` est un point 3d. Les options sont celles de la méthode `g:addPolyline`, plus l'option `legend=true` qui permet d'ajouter automatiquement le nom de chaque axe (x , y et z) à l'extrémité. Ces axes ne sont pas gradués.

3.5 Ajouter une droite : `g:addLine`

La méthode `g:addLine(d,options)` permet d'ajouter la droite d à la scène, cette droite d est une table de la forme $\{A,u\}$ où A est un point de la droite (point 3d) et u un vecteur directeur (point 3d non nul). L'argument facultatif `options` est une table à 10 champs, ces options sont celles de la méthode `g:addPolyline`, plus l'option `scale=1` : ce nombre est un rapport d'homothétie, on applique à la facette l'homothétie de centre le milieu du segment représentant la droite, et de rapport `scale`. Cela permet de jouer sur la taille du segment dans sa représentation, ce segment est la droite clippée par le polyèdre donné par l'argument `window3d` (lui-même défini à la création du graphe), ce qui donne une segment (éventuellement vide).

3.6 Ajouter un angle "droit" : `g:addAngle`

La méthode `g:addAngle(B,A,C,r,options)` permet d'ajouter l'angle \widehat{BAC} sous forme d'un parallélogramme de côté r (r vaut 0.25 par défaut), seuls deux côtés sont représentés. les arguments `B`, `A` et `C` sont des points 3d. Les options sont celles de la méthode `g:addPolyline`.

3.7 Ajouter un arc de cercle : `g:addArc`

La méthode `g:addArc(B,A,C,r,sens,normal,options)` permet d'ajouter l'arc de cercle de centre `A` (point 3d), de rayon `r`, allant de `B` vers `C` (points 3d) dans le sens direct si `sens` vaut 1 (indirect sinon). L'arc est tracé dans le plan passant par `A` et orthogonal au vecteur `normal` (point 3d non nul), c'est ce même vecteur qui oriente le plan. Les options sont celles de la méthode `g:addPolyline`.

3.8 Ajouter un cercle : `g:addCircle`

La méthode `g:addCircle(A,r,normal,options)` permet d'ajouter le cercle de centre `A` (point 3d) et de rayon `r` dans le plan passant par `A` et orthogonal au vecteur `normal` (point 3d non nul). Les options sont celles de la méthode `g:addPolyline`.

```

1 \begin{luadraw}{name=cylindres_imbriques}
2 local g = graph3d:new{window={-5,5,-6,5}, viewdir={30,75},size={10,10},margin={0,0,0,0}}
3 g:Linejoin("round")
4 local R, r, A, B = 3, 1.5
5 local C1 = cylinder(M(0,0,-5),5*vecK,R) -- pour modéliser l'eau
6 local C2 = cylinder(Origin,2*vecK,R,35,true) -- partie du contenant au dessus de l'eau (cylindre ouvert)
7 local C3 = cylinder(M(0,0,-3),7*vecK,r) -- petit cylindre plongé dans l'eau
8 -- sous la scène 3d
9 g:Lineoptions(nil,"gray",12)
10 g:Dcylinder(M(0,0,-5),7*vecK,R,{hiddenstyle="noline"}) -- contour du contenant (grand cylindre)
11 -- scène 3d
12 g:Dscene3d(
13     g:addPoly(C1,{contrast=0.125,color="cyan",opacity=0.5}), -- eau
14     g:addPoly(C2,{contrast=0.125,color="WhiteSmoke", opacity=0.5}), -- partie du contenant au-dessus de l'eau
15     g:addPoly(C3,{contrast=0.25,color="Salmon",backcull=true}), -- petit cylindre dans l'eau
16     g:addCircle(M(0,0,2),R,vecK,{color="gray"}), -- bord supérieur du contenant
17     g:addCircle(M(0,0,-5),R,vecK,{color="gray"}), -- bord inférieur du contenant
18     g:addCircle(Origin,R-0.025,vecK, {width=2,color="cyan"}) -- bord supérieur eau
19 )
20 -- par dessus la scène 3d
21 g:Lineoptions(nil,"black",8); A = 4*vecK; B = A+r*g:ScreenX()
22 g:Dpolyline3d( {A,B}, "<->"); g:Dlabel3d("$3\\$,cm", (A+B)/2, {pos="N",dist=0.25})
23 A = Origin+(r+1)*g:ScreenX(); B = A-3*vecK

```

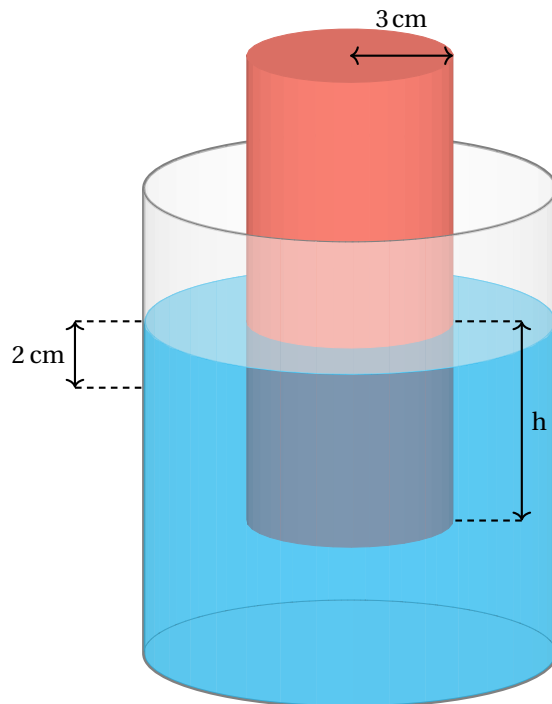


```

24 g:Dpolyline3d( {A,B}, "<->"); g:Dlabel3d("h", (A+B)/2, {pos="E"})
25 g:Lineoptions("dashed")
26 g:Dpolyline3d({{A,A-g:ScreenX()}, {B,B-g:ScreenX()}})
27 A = Origin-(R+1)*g:ScreenX(); B = A-vecK
28 g:Dpolyline3d({{A,A+g:ScreenX()}, {B,B+g:ScreenX()}})
29 g:LineStyle("solid")
30 g:Dpolyline3d( {A,B}, "<->"); g:Dlabel3d("$2$\", (A+B)/2, {pos="W"})
31 g:Show()
32 \end{luadraw}

```

FIGURE 20 – Cylindre plein plongé dans de l'eau



Remarques :

- La méthode **g:ScreenX()** renvoie le vecteur de l'espace (point 3d) correspondant au vecteur d'axe 1 dans le plan de l'écran, et la méthode **g:ScreenY()** renvoie le vecteur de l'espace (point 3d) correspondant au vecteur d'axe i dans le plan de l'écran.
- Pour le petit cylindre (C3) on utilise l'option **backcull=true** pour diminuer le nombre de facettes, par contre, on ne le fait pas pour les deux autres cylindres (C1 et C2) car ils sont transparents.

3.9 Ajouter des points : g:addDots

La méthode **g:addDots(dots,options)** permet d'ajouter des points 3d à la scène. L'argument *dots* est soit un point 3d, soit une liste de points 3d. L'argument facultatif *options* est une table à quatre champs, ces options sont :

- **style="ball"** : chaîne définissant le style de points, ce sont tous les styles de points 2d, plus le style "ball" (sphère) qui est le style par défaut.
- **color="black"** : chaîne définissant la couleur des points.
- **scale=1** : nombre permettant de jouer sur la taille des points.
- **matrix=ID3d** : matrice 3d de transformation, par défaut celle-ci est la matrice 3d de l'identité, c'est à dire la table $\{M(0,0,0), \text{vecI}, \text{vecJ}, \text{vecK}\}$.

3.10 Ajouter des labels : g:addLabels

La méthode **g:addLabel(text1,anchor1,options1, text2,anchor2,options2, ...)** permet d'ajouter les labels *text1*, *text2*, etc. Les arguments (obligatoires) *anchor1*, *anchor2*, etc, sont des points 3d représentant les points d'ancrage des labels. Les arguments (obligatoires) *options1*, *options2*, etc, sont des tables à 7 champs. Ces options sont :

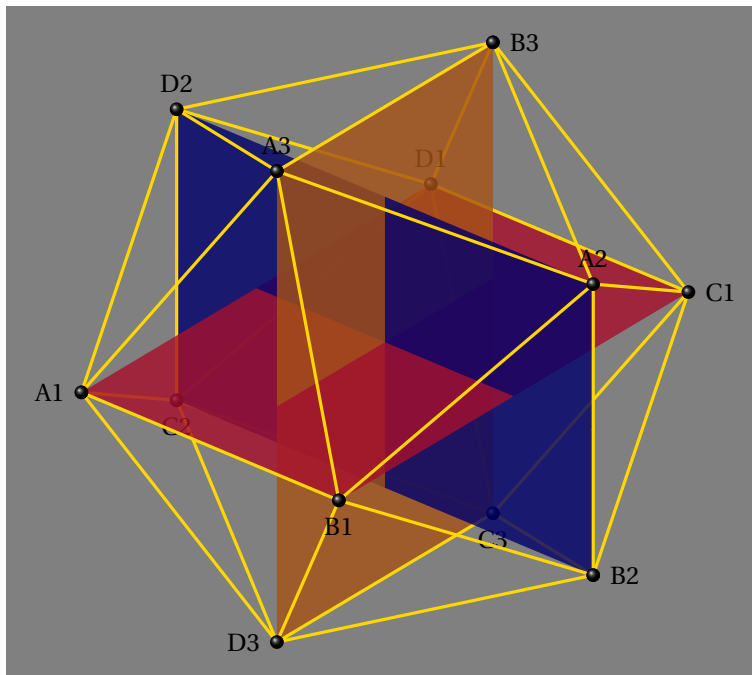
- **color** : chaîne définissant la couleur du label, initialisée à la couleur en cours des labels.
- **style** : chaîne définissant le style de label (comme en 2d : "N", "NW", "W", ...), initialisée au style en cours des labels.
- **dist=0** : exprime la distance entre le label et son point d'ancrage (dans le plan de l'écran).
- **size** : chaîne définissant la taille du label, initialisée à la taille en cours des labels.
- **dir={}** : table définissant le sens de l'écriture dans l'espace (sens usuel par défaut). En général, $dir=\{dirX, dirY, dep\}$, et les 3 valeurs $dirX$, $dirY$ et dep sont trois points 3d représentant 3 vecteurs, les deux premiers indiquent le sens de l'écriture, le troisième un déplacement (translation) du label par rapport au point d'ancrage.
- **showdot=false** : booléen qui indique si un point (2d) doit être dessiné au point d'ancrage.
- **matrix=ID3d** : matrice 3d de transformation, par défaut celle-ci est la matrice 3d de l'identité, c'est à dire la table $\{M(0,0,0), vecI, vecJ, vecK\}$.

```

1 \begin{luadraw}{name=icosaedre}
2 local g = graph3d:new{window={-2.25,2.25,-2,2}, viewdir={40,60},bg="gray",size={10,10},margin={0,0,0,0}}
3 g:Linejoin("round")
4 local phi = (1+math.sqrt(5))/2 -- nombre d'or
5 local A1, B1, C1, D1 = M(phi,-1,0), M(phi,1,0), M(-phi,1,0), M(-phi,-1,0) -- dans le plan z=0
6 local A2, B2, C2, D2 = M(0,phi,1), M(0,phi,-1), M(0,-phi,-1), M(0,-phi,1) -- dans le plan x=0
7 local A3, B3, C3, D3 = M(1,0,phi), M(-1,0,phi), M(-1,0,-phi), M(1,0,-phi) -- dans le plan y=0
8 local ico = {
9     {A1,B1,A3}, {B1,A1,D3}, {D1,C1,C3}, {C1,D1,B3},
10    {B2,A2,B1}, {A2,B2,C1}, {D2,C2,A1}, {C2,D2,D1},
11    {B3,A3,A2}, {A3,B3,D2}, {D3,C3,B2}, {C3,D3,C2},
12    {A1,A3,D2}, {B1,A2,A3}, {A2,C1,B3}, {D1,D2,B3},
13    {B2,B1,D3}, {A1,C2,D3}, {B2,C3,C1}, {C2,D1,C3} }
14 g:Dscene3d(
15     g:addFacet({A2,B2,C2,D2},{color="Navy",twoside=false,opacity=0.8}),
16     g:addFacet({A1,B1,C1,D1},{color="Crimson",twoside=false,opacity=0.8}),
17     g:addFacet({A3,B3,C3,D3},{color="Chocolate",twoside=false,opacity=0.8}),
18     g:addPolyline(facetedges(ico), {color="Gold",width=12}), -- dessin des arêtes uniquement
19     g:addDots({A1,B1,C1,D1,A2,B2,C2,D2,A3,B3,C3,D3}, {color="black",scale=1.2}),
20     g:addLabel("A1",A1,{style="W",dist=0.1}, "B1",B1,{style="S"}, "C2",C2,{}, "C3",C3,{}, "A3",A3,{style="N"},
21     "D1",D1,{}, "A2",A2,{}, "D2",D2,{}, "B3",B3,{style="E"}, "C1",C1,{}, "B2",B2,{}, "D3",D3,{style="W"})
22 )
23 g:Show()
24 \end{luadraw}

```

FIGURE 21 – Construction d'un icosaèdre



3.11 Ajouter des cloisons séparatrices : g:addWall

Les cloisons séparatrices sont des objets 3d qui sont insérés en tout premier dans l'arbre représentant la scène. Ces objets ne sont pas dessinés (donc invisibles), leur rôle est de partitionner l'espace car une facette qui est d'un côté d'une

cloison séparatrice ne peut pas être découpée par le plan d'une facette qui est de l'autre côté de la cloison. Cela permet dans certains cas de diminuer significativement le nombre de découpage de facettes (ou lignes polygonales) lors de la construction de la scène. Une cloison séparatrice peut être un plan entier (donc une table de deux points 3d la forme $\{A,n\}$, c'est à dire un point et un vecteur normal), ou bien seulement une facette.

La syntaxe est : **g:addWall(C,options)** où C est soit un plan, soit une liste de plans, soit une facette, soit une liste de facettes. L'argument *options* est une table. La seule option disponible est

- **matrix=ID3d** : matrice 3d de transformation, par défaut celle-ci est la matrice 3d de l'identité, c'est à dire la table $\{M(0,0,0),\text{vecI},\text{vecJ},\text{vecK}\}$.

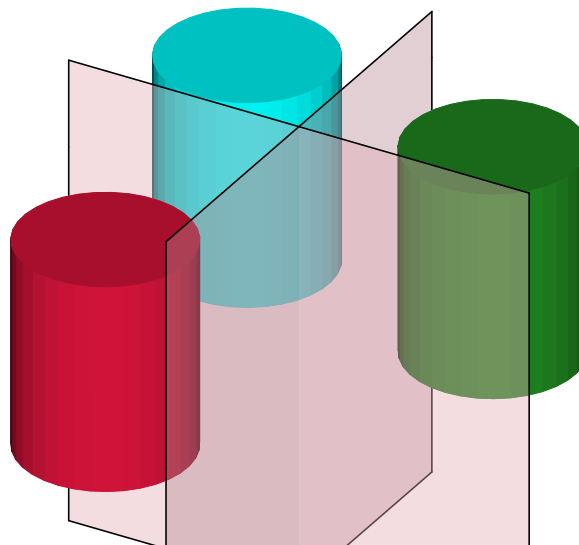
Dans l'exemple suivant les deux cloisons séparatrices ont été dessinées afin de les visualiser, mais normalement elles sont invisibles :

```

1 \begin{luadraw}{name=addWall}
2 local g = graph3d:new{size={10,10},window={-8,8,-4,8}, margin={0,0,0,0}}
3 g:Linejoin("round")
4 local C = cylinder(M(0,0,-1),5*vecK,2)
5 g:Dscene3d(
6   g:addWall( {{0Origin,vecI}, {0Origin,vecJ}}),
7   g:addPoly( shift3d(C,M(-3,-3,1)), {color="Cyan"} ),
8   g:addPoly( shift3d(C,M(-3,3,0.5)), {color="ForestGreen"} ),
9   g:addPoly( shift3d(C,M(3,-3,-0.5)), {color="Crimson"} )
10 )
11 g:Show()
12 \end{luadraw}

```

FIGURE 22 – Exemple avec addWall (les deux facettes transparentes roses sont normalement invisibles)



Remarques sur cet exemple :

- avec les deux cloisons séparatrices, il n'y a aucune facette découpée, et la scène en contient exactement 111 (37 par cylindre).
- sans les cloisons séparatrices, il y a 117 découpages (inutiles) de facettes, ce qui porte leur nombre à 228 dans la scène.
- avec les deux cloisons séparatrices, et l'option **backcull=true** pour chaque cylindre, il n'y a aucune facette découpée, et la scène en contient 57 seulement.

Voici un autre exemple bien plus probant où l'utilisation de cloisons séparatrices est indispensable pour avoir un dessin de taille raisonnable. Il s'agit de l'obtention d'une lemniscate comme intersection d'un tore avec un certain plan. Le tore étant non convexe le nombre de découpage inutile de facettes peut être très important.

```

1 \begin{luadraw}{name=torus}
2 local g = graph3d:new{size={10,10}, margin={0,0,0,0}}
3 g:Linejoin("round")
4 local cos, sin, pi = math.cos, math.sin, math.pi
5 local R, r = 2.5, 1
6 local x0 = R-r

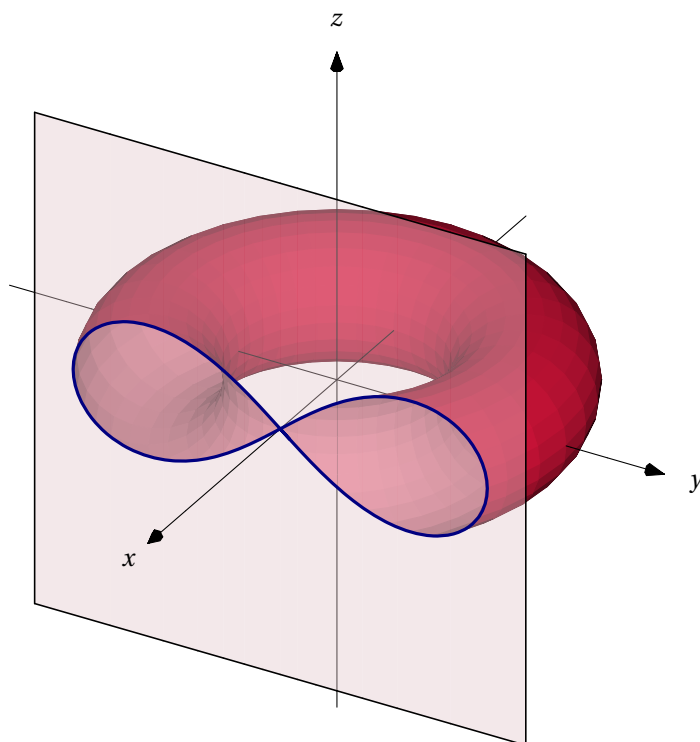
```

```

7 local f = function(t) return M(0,R+r*cos(t),r*sin(t)) end
8 local plan = {M(x0,0,0),-vecI} -- plan dont la section avec le tore donne la lemniscate
9 local C, wall = rotcurve(f,-pi,pi,{Origin,vecK},360,0,{grid={25,37},addwall=2})
10 local C1 = cutfacet(C,plan) -- partie du tore dans le demi espace contenant -vecI
11 g:Dscene3d(
12     g:addWall(plan), g:addWall(wall), -- ajout de cloisons séparatrices
13     g:addFacet( C1, {color="Crimson", backcull=false}),
14     g:addPlane(plan, {color="Pink",opacity=0.4,edge=true}), -- plan de coupe
15     g:addAxes( Origin, {arrows=1})
16 )
17 -- équation cartésienne du tore :  $(x^2+y^2+z^2+R^2-r^2)^2-4*R^2*(x^2+y^2) = 0$ 
18 -- la lemniscate a donc pour équation  $(x^2+y^2+z^2+R^2-r^2)^2-4*R^2*(x^2+y^2)=0$  (courbe implicite)
19 local h = function(y,z) return (x0^2+y^2+z^2+R^2-r^2)^2-4*R^2*(x0^2+y^2) end
20 local I = implicit(h,-4,4,-3,3,{50,50}) -- ligne polygonale 2d (liste de listes de complexes)
21 local lemniscate = map(function(z) return M(x0,z.re,z.im) end, I[1]) -- conversion en coordonnées spatiales
22 g:Dpolyline3d(lemniscate,"Navy,line width=1.2pt")
23 g:Show()
24 \end{luadraw}

```

FIGURE 23 – Tore et lemniscate



Remarques sur cet exemple :

- Avec les cloisons séparatrices on a 30 facettes qui sont coupées et un fichier tkz de 140 Ko environ.
- Sans les cloisons séparatrices on a 2068 découpages de facettes (!) et un fichier tkz de 550 Ko environ.
- On aurait pu utiliser la section de coupe qui est renvoyée par la fonction `cutfacet`, mais le résultat n'est pas très satisfaisant (cela vient du fait que le tore est non convexe).
- Si on n'avait pas voulu les axes traversant le tore et le plan de coupe, on aurait pu faire le dessin avec la méthode `g:Dfacet`, en remplaçant l'instruction `g:Dscene3d(...)` par :

```

1 g:Dfacet(C1, {mode=5,color="Crimson"} )
2 g:Dfacet( g:Plane2facet(plan,0.75), {color="Pink",opacity=0.4})

```

On obtient exactement la même chose mais sans les axes (et sans découpage de facettes bien sûr).

Pour conclure cette partie : on utilise la méthode `g:Dscene3d()` lorsqu'il n'est pas possible de faire autrement, par exemple lorsqu'il y a des intersections (peu nombreuses) qui ne peuvent pas être traitées "à la main". Mais ce n'est pas le cas de toutes les intersections! Dans l'exemple suivant, on représente une section de sphère par un plan mais sans passer par la méthode

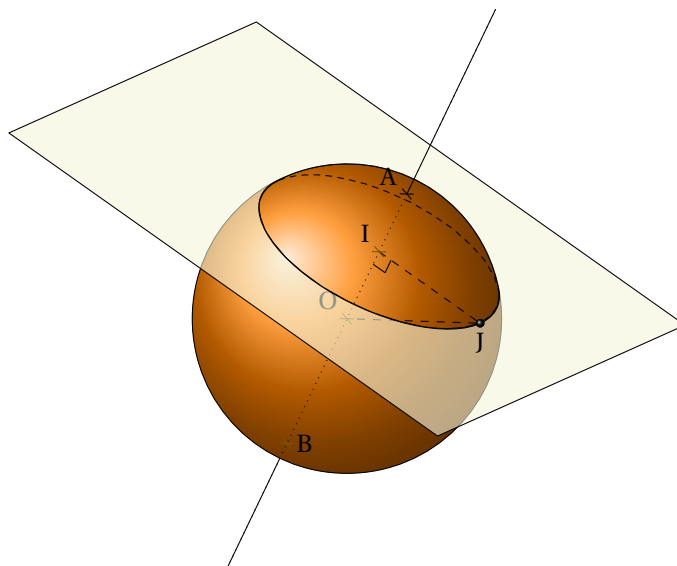
g:Dscene3d() car celle-ci obligerait à dessiner une sphère à facettes ce qui n'est pas très joli. L'astuce ici, consiste à dessiner la sphère avec la méthode **g:Dsphere()**, puis dessiner par dessus le plan sous forme d'une facette préalablement trouée, le trou correspondant au contour (chemin 3d) de la partie de la sphère située au-dessus du plan :

```

1 \begin{luadraw}{name=section_sphere}
2 local g = graph3d:new{ window3d={-4,4,-4,4,-4,4}, window={-5.5,5.5,-4,5}, viewdir={30,75}, size={10,10}}
3 g:Linejoin("round")
4 local O, R = Origin, 2.5 -- center et rayon
5 local S, P = sphere(O,R), {M(0,0,1.5),vecK+vecJ/2} -- la sphère et le plan de coupe
6 local w, n = pt3d.normalize(P[2]), g.Normal -- vecteurs unitaires normaux à P pour w et à l'écran pour n
7 local C = g:Intersection3d(S,P) -- C est une liste d'arêtes
8 local I = proj3d(O,P) -- centre du petit cercle (intersection entre le plan et la sphère)
9 local N = I-O
10 local r = math.sqrt(R^2-pt3d.abs(N)^2) -- rayon du petit cercle
11 local J = I+r*pt3d.normalize(vecJ-vecK/2) -- un point sur le petit cercle
12 local a = R/pt3d.abs(N)
13 local A, B = O+a*N, O-a*N -- points d'intersection de l'axe (O,I) avec la sphère
14 local c1, alpha = Orange, 0.5
15 local coul = {c1[1]*alpha, c1[2]*alpha,c1[3]*alpha} -- pour simuler la transparence
16 g:Dhline( g:Proj3d({B,-N})) -- demi-droite (le point B est non visible)
17 g:Dsphere(O,R,{mode=2,color="orange"})
18 g:Dline3d(A,B,"dotted") -- droite (A,B) en pointillés
19 g:Dedges(C, {hidden=true,hiddenstyle="dashed"}) -- dessin de l'intersection
20 g:Dpolyline3d({I,J,O},"dashed")
21 g:Dangle3d(O,I,J) -- angle droit
22 g:Dcrossdots3d({{B,N},{I,N},{O,N}},rgb(coul),0.75) -- points dans la sphère
23 g:Dlabel3d("$O$", O, {pos="NW"})
24 local L = C.visible[1] -- partie visible de l'intersection (arc de cercle)
25 A1 = L[1]; A2 = L[#L] -- extrémités de L
26 local F = g:Plane2facet(P) -- plan converti en facette
27 -- plan troué sous forme de chemin 3d, le trou est le contour de la partie de la sphère au-dessus du plan
28 insert(F,{ "l","c1",A1,"m",I,A2,r,-1,w,"ca",Origin,A1,R,-1,n,"ca"})
29 g:Dpath3d( F,"fill=Beige,fill opacity=0.6") -- dessin du plan troué
30 g:Dhline( g:Proj3d({A,N})) -- demi-droite, partie supérieure de l'axe (AB)
31 g:Dcrossdots3d({A,N},"black",0.75); g:Dballdots3d(J,"black",0.75)
32 g:Dlabel3d("$A$", A, {pos="NW"}, "$I$", I, {}, "$B$", B, {pos="E"}, "$J$", J, {pos="S"})
33 g:Show()
34 \end{luadraw}

```

FIGURE 24 – Section de sphère sans Dscene3d()



VI Transformations, calcul matriciel, et quelques fonctions mathématiques

1) Transformations 3d

Dans les fonctions qui suivent :

- l'argument L est soit un point 3d, soit un polyèdre, soit une liste de points 3d (facette) soit une liste de listes de points 3d (liste de facettes),
- une droite d est une liste de deux points 3d $\{A,u\}$: un point de la droite (A) et un vecteur directeur (u),
- un plan P est une liste de deux points 3d $\{A,n\}$: un point du plan (A) et un vecteur normal au plan (n).

Le résultat renvoyé est de même type que L .

1.1 Appliquer une fonction de transformation : **ftransform3d**

La fonction **ftransform3d(L,f)** renvoie l'image de L par la fonction f , celle-ci doit être une fonction de \mathbf{R}^3 vers \mathbf{R}^3 .

1.2 Projections : **proj3d**, **proj3dO**, **dproj3d**

- La fonction **proj3d(L,P)** renvoie l'image de L par la projection orthogonale sur le plan P .
- La fonction **proj3dO(L,P,v)** renvoie l'image de L par la projection sur le plan P parallèlement à la direction du vecteur v (point 3d non nul).
- La fonction **dproj3d(L,d)** renvoie l'image de L par la projection sur la droite d .

1.3 Projections sur les axes ou les plans liés aux axes

- La fonction **pxy(L)** renvoie l'image de L par la projection orthogonale sur le plan xOy .
- La fonction **pyz(L)** renvoie l'image de L par la projection orthogonale sur le plan yOz .
- La fonction **pxz(L)** renvoie l'image de L par la projection orthogonale sur le plan xOz .
- La fonction **px(L)** renvoie l'image de L par la projection orthogonale sur l'axe Ox .
- La fonction **py(L)** renvoie l'image de L par la projection orthogonale sur l'axe Oy .
- La fonction **pz(L)** renvoie l'image de L par la projection orthogonale sur l'axe Oz .

1.4 Symétries : **sym3d**, **sym3dO**, **dsym3d**

- La fonction **sym3d(L,P)** renvoie l'image de L par la symétrie orthogonale par rapport au plan P .
- La fonction **sym3dO(L,P,v)** renvoie l'image de L par la symétrie par rapport au plan P et parallèlement à la direction du vecteur v (point 3d non nul).
- La fonction **dsym3d(L,d)** renvoie l'image de L par la symétrie orthogonale par rapport la droite d .

1.5 Rotation : **rotate3d**

La fonction **rotate3d(L,angle,d)** renvoie l'image de L par la rotation d'axe d (orientée par le vecteur directeur qui est $d[2]$), et de $angle$ degrés.

1.6 Homothétie : **scale3d**

La fonction **scale3d(L,k,center)** renvoie l'image de L par l'homothétie de centre le point 3d $center$, et de rapport k . L'argument $center$ est facultatif et vaut $M(0,0,0)$ par défaut (origine).

1.7 Translation : **shift3d**

La fonction **shift3d(L,v)** renvoie l'image de L par la translation de vecteur v (point 3d).

2) Calcul matriciel

Si f est une application affine de l'espace \mathbf{R}^3 , on appellera matrice de f la liste (table) :

```
1 { f(Origin), Lf(vecI), Lf(vecJ), Lf(vecK) }
```

où Lf désigne la partie linéaire de f (on a $Lf(vecI) = f(vecI) - f(Origin)$, etc). La matrice identité est notée ID_{3d} dans le paquet *luadraw*, elle correspond simplement à la liste `{Origin,vecI,vecJ,vecK}` .

2.1 applymatrix3d et applyLmatrix3d

- La fonction **applymatrix3d(A,M)** applique la matrice M au point 3d A et renvoie le résultat (ce qui revient à calculer $f(A)$ si M est la matrice de f). Si A n'est pas un point 3d, la fonction renvoie A .
- La fonction **applyLmatrix3d(A,M)** applique la partie linéaire la matrice M au point 3d A et renvoie le résultat (ce qui revient à calculer $Lf(A)$ si M est la matrice de f). Si A n'est pas un point 3d, la fonction renvoie A .

2.2 composematrix3d

La fonction **composematrix3d(M1,M2)** effectue le produit matriciel $M1 \times M2$ et renvoie le résultat.

2.3 invmatrix3d

La fonction **invmatrix3d(M)** calcule et renvoie l'inverse de la matrice M lorsque cela est possible.

2.4 matrix3dof

La fonction **matrix3dof(f)** calcule et renvoie la matrice de f (qui doit être une application affine de l'espace \mathbf{R}^3).

2.5 mtransform3d et mLtransform3d

- La fonction **mtransform3d(L,M)** applique la matrice M à la liste L et renvoie le résultat. L doit être une liste de points 3d (une facette) ou une liste de listes de points 3d (liste de facettes).
- La fonction **mLtransform3d(L,M)** applique la partie linéaire la matrice M à la liste L et renvoie le résultat. L doit être une liste de points 3d (une facette) ou une liste de listes de points 3d (liste de facettes).

3) Matrice associée au graphe 3d

Lorsque l'on crée un graphe dans l'environnement *luadraw*, par exemple :

```
1 local g = graph3d:new{size={10,10}}
```

l'objet g créé possède une matrice 3d de transformation qui est initialement l'identité. Toutes les méthodes graphiques appliquent automatiquement la matrice 3d de transformation du graphe. Une réserve cependant : les méthodes *Dcylinder*, *Dcone* et *Dsphere* ne donnent le bon résultat qu'avec la matrice de transformation égale à l'identité. Pour manipuler cette matrice, on dispose des méthodes qui suivent.

3.1 g:IDmatrix3d()

La méthode **g:IDmatrix3d()** réaffecte l'identité à la matrice 3d du graphe g .

3.2 g:Composematrix3d()

La méthode **g:Composematrix3d(M)** multiplie la matrice 3d du graphe g par la matrice M (avec M à droite) et le résultat est affecté à la matrice 3d du graphe. L'argument M doit donc être une matrice 3d.

3.3 g:Mtransform3d()

La méthode **g:Mtransform3d(L)** applique la matrice du graphe 3d de g à L et renvoie le résultat, l'argument L doit être une liste de points 3d (une facette) ou une liste de listes de points 3d (liste de facettes).

3.4 g:MLtransform3d()

La méthode **g:MLtransform3d(L)** applique la partie linéaire de la matrice 3d du graphe g à L et renvoie le résultat. L'argument L doit être une liste de points 3d (une facette) ou une liste de listes de points 3d (liste de facettes).

3.5 g:Rotate3d()

La méthode **g:Rotate3d(*angle*,*axe*)** modifie la matrice 3d de transformation du graphe *g* en la composant avec la matrice de la rotation d'angle *angle* (en degrés) et d'axe *axe*.

3.6 g:Scale3d()

La méthode **g:Scale3d(*factor*,*center*)** modifie la matrice 3d de transformation du graphe *g* en la composant avec la matrice de l'homothétie de rapport *factor* et de centre *center*. L'argument *center* est un point 3d qui vaut *Origin* par défaut.

3.7 g:Setmatrix3d()

La méthode **g:Setmatrix3d(*M*)** permet d'affecter la matrice *M* à la matrice 3d de transformation du graphe *g*.

3.8 g:Shift3d()

La méthode **g:Shift3d(*v*)** modifie la matrice 3d de transformation du graphe *g* en la composant avec la matrice de la translation de vecteur *v* qui doit être un point 3d.

4) Fonctions mathématiques supplémentaires

4.1 clippolyline3d()

La fonction **clippolyline3d(*L*,*poly*,*exterior*)** clippe la ligne polygonale 3d *L* avec le polyèdre **convexe** *poly*, si l'argument facultatif *exterior* vaut true, alors c'est la partie extérieure au polyèdre qui est renvoyée (false par défaut). *L* est une liste de points 3d ou une liste de listes de points 3d.

4.2 clipline3d()

La fonction **clipline3d(*line*,*poly*)** clippe la droite *line* avec le polyèdre **convexe** *poly*, la fonction renvoie la partie de la droite intérieure au polyèdre. L'argument *line* est une table de la forme {*A*,*u*} où *A* est un point de la droite et *u* un vecteur directeur (deux points 3d).

4.3 cutpolyline3d()

La fonction **cutpolyline3d(*L*,*plane*,*close*)** coupe la ligne polygonale 3d *L* avec le plan *plane*, si l'argument facultatif *close* vaut true, alors la ligne est refermée (false par défaut). *L* est une liste de points 3d ou une liste de listes de points 3d, *plane* est une table de la forme {*A*,*n*} où *A* est un point du plan et *n* un vecteur normal (deux points 3d).

Le fonction renvoie trois choses :

- la partie de *L* qui est dans le demi-espace contenant le vecteur *n*,
- suivie de la partie de *L* qui est dans l'autre demi-espace,
- suivie de la liste des points d'intersection.

4.4 getbounds3d()

La fonction **getbounds3d(*L*)** renvoie les limites xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax de la ligne polygonale 3d *L* (liste de points 3d ou une liste de listes de points 3d).

4.5 interDP()

La fonction **interDP(*d*,*P*)** calcule et renvoie (si elle existe) l'intersection entre la droite *d* et le plan *P*.

4.6 interPP()

La fonction **interPP(*P1*,*P2*)** calcule et renvoie (si elle existe) l'intersection entre les plans *P*₁ et *P*₂.

4.7 interDD()

La fonction **interDD(D1,D2,epsilon)** calcule et renvoie (si elle existe) l'intersection entre les droites D_1 et D_2 . L'argument *epsilon* vaut 10^{-10} par défaut (sert à tester si un certain flottant est nul).

4.8 merge3d()

La fonction **merge3d(L)** recolle si c'est possible, les composantes connexes de L qui doit être une liste de listes de points 3d, la fonction renvoie le résultat.

VII Exemples plus poussés

1) Le module *luadraw_polyhedrons*

Ce module est encore à l'état d'ébauche et est appelé à s'étoffer par la suite. Comme son nom l'indique, il contient la définition de polyèdres. Voici les solides actuellement contenus dans ce module :

- **Tétraèdre** : la fonction **Tetraedre(C,S,all)** permet la construction d'un tétraèdre régulier de centre C (point 3d) et dont un sommet est S (point 3d). L'argument facultatif *all* vaut false par défaut. Lorsqu'il a la valeur true la fonction renvoie quatre choses :
 - le solide en tant que polyèdre,
 - suivi de la liste des sommets,
 - suivi de la liste des arêtes (avec points 3d),
 - suivi de la liste des facettes.

Avec la valeur false, la fonction ne renvoie que le polyèdre.

- **Tétraèdre tronqué** : la fonction **TetraedreTrq(C,S,all)** permet la construction d'un tétraèdre tronqué de centre C (point 3d) et dont un sommet est S (point 3d). L'argument facultatif *all* vaut false par défaut. Lorsqu'il a la valeur true la fonction renvoie cinq choses :
 - le solide en tant que polyèdre,
 - suivi de la liste des sommets,
 - suivi de la liste des arêtes (avec points 3d),
 - suivi de la liste des facettes de type 1,
 - suivi de la liste des facettes de type 2.

Avec la valeur false, la fonction ne renvoie que le polyèdre.

- **Octaèdre** : la fonction **Octaedre(C,S,all)** permet la construction d'un octaèdre de centre C (point 3d) et dont un sommet est S (point 3d). L'argument facultatif *all* vaut false par défaut. Lorsqu'il a la valeur true la fonction renvoie quatre choses :
 - le solide en tant que polyèdre,
 - suivi de la liste des sommets,
 - suivi de la liste des arêtes (avec points 3d),
 - suivi de la liste des facettes.

Avec la valeur false, la fonction ne renvoie que le polyèdre.

- **Octahémiocataèdre** : la fonction **Octahemiocataedre(C,S,all)** permet la construction d'un octahémiocataèdre de centre C (point 3d) et dont un sommet est S (point 3d). L'argument facultatif *all* vaut false par défaut. Lorsqu'il a la valeur true la fonction renvoie cinq choses :
 - le solide en tant que polyèdre,
 - suivi de la liste des sommets,
 - suivi de la liste des arêtes (avec points 3d),
 - suivi de la liste des facettes de type 1,
 - suivi de la liste des facettes de type 2.

Avec la valeur false, la fonction ne renvoie que le polyèdre.

- **Petit dodécaèdre étoilé** : la fonction **PtDodecaedreEt(C,S,all)** permet la construction d'un petit dodécaèdre de centre C (point 3d) et dont un sommet est S (point 3d). L'argument facultatif *all* vaut false par défaut. Lorsqu'il a la valeur true la fonction renvoie quatre choses :

- le solide en tant que polyèdre,
- suivi de la liste des sommets,
- suivi de la liste des arêtes (avec points 3d),
- suivi de la liste des facettes.

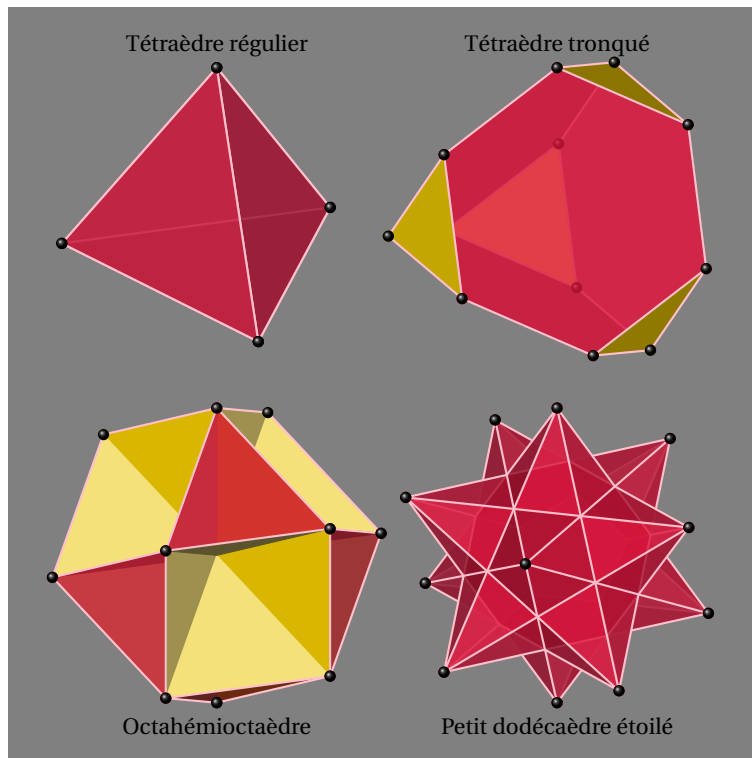
Avec la valeur false, la fonction ne renvoie que le polyèdre.

```

1 \begin{luadraw}{name=polyhedrons}
2 local i = cpx.I
3 require 'luadraw_polyhedrons' -- chargement du module
4 local g = graph3d:new{bg="gray", size={10,10}}
5 g:Linejoin("round"); g:Labelsize("small")
6 -- en haut à gauche
7 g:Saveattr(); g:Viewport(-5,0,0,5); g:Coordsystem(-5,5,-5,5,true)
8 local T = Tetraedre(Origin,M(0,0,5)) -- que le polyèdre
9 g:Dpoly(T,{color="Crimson", edgecolor="Pink", edgewidth=8,opacity=0.8})
10 g:Dballdots3d(T.vertices)
11 g:Dlabel("Tétraèdre régulier",5*i,{})
12 g:Restoreattr()
13 -- en haut à droite
14 g:Saveattr()
15 g:Viewport(0,5,0,5); g:Coordsystem(-5,5,-5,5,true)
16 local T,S,A,F1,F2 = TetraedreTrq(Origin,M(0,0,5),true) -- sortie complète, affichage dans une scène 3d
17 g:Dscene3d(
18     g:addFacet(F1, {color="Crimson",opacity=0.8}),
19     g:addFacet(F2, {color="Gold"}),
20     g:addPolyline(A, {color="Pink", width=8}),
21     g:addDots(S) )
22 g:Dlabel("Tétraèdre tronqué",5*i,{})
23 g:Restoreattr()
24 -- en bas à gauche
25 g:Saveattr(); g:Viewport(-5,0,-5,0); g:Coordsystem(-5,5,-5,5,true)
26 local T,S,A,F1,F2 = Octahemioctaedre(Origin,M(0,0,5),true)
27 g:Dscene3d(
28     g:addFacet(F1, {color="Crimson",opacity=0.8}),
29     g:addFacet(F2, {color="Gold"}),
30     g:addPolyline(A, {color="Pink", width=8}),
31     g:addDots(S) )
32 g:Dlabel("Octaémioctaèdre",-5*i,{})
33 g:Restoreattr()
34 -- en bas à droite
35 g:Saveattr(); g:Viewport(0,5,-5,0); g:Coordsystem(-5,5,-5,5,true)
36 local T,S,A,F1 = PtDodecaedreEt(Origin,M(0,0,5),true)
37 g:Dscene3d(
38     g:addFacet(F1, {color="Crimson",opacity=0.8}),
39     g:addPolyline(A, {color="Pink", width=8}),
40     g:addDots(S) )
41 g:Dlabel("Petit dodécaèdre étoilé",-5*i,{})
42 g:Restoreattr()
43 g:Show()
44 \end{luadraw}

```

FIGURE 25 – Polyèdres du module *luadraw_polyhedrons*



2) La boîte de sucres

Le problème² est de dessiner des sucres dans une boîte. Il faut pouvoir positionner le nombre que l'on veut de morceaux, et où on veut dans la boîte³ sans avoir à réécrire tout le code. Autre contrainte : pour alléger au maximum la figure, seules les facettes réellement vues doivent être affichées. Dans le code proposé ci-dessous on garde les angles de vues par défaut, et :

- les sucres sont des cubes de côté 1 (on modifie ensuite la matrice 3d du graphe pour les "allonger"),
- chaque morceau est repéré par les coordonnées (x, y, z) du coin supérieur droit de la face avant, avec x entier 1 et Lg , y entier entre 1 et lg et z entier entre 1 et ht .
- pour mémoriser les positions des morceaux on utilise une matrice *positions* à trois dimensions, une pour x , une pour y et une pour z , avec la convention que *positions*[x][y][z] vaut 1 s'il y a un sucre à la position (x, y, z) , et 0 sinon.
- pour chaque morceau il y a au plus trois faces visibles : celles du dessus, celle de droite et celle de devant⁴, mais on ne dessine la face du dessus que s'il n'y a pas un autre morceau de sucre au-dessus, on ne dessine la face du droite que s'il n'y a pas un autre morceau à droite, et on ne dessine la face de devant que s'il n'y a pas un autre morceau devant. On construit ainsi la liste des facettes réellement vues.
- Dans l'affichage de la scène, il faut **mettre la boîte en premier**, sinon les facettes de celle-ci vont être découpées par les plans des facettes des morceaux de sucre. Les facettes des morceaux de sucre ne peuvent pas être découpées par la boîte car ils sont tous dedans.

```

1 \begin{luadraw}{name=boite_sucres}
2 local g = graph3d:new{window={-9,8,-10,4},size={10,10}}
3 local Lg, lg, ht = 5, 4, 3 -- longueur, largeur, hauteur (taille de la boîte)
4 local positions = {} -- matrice de dimension 3 initialisée avec des 0
5 for L = 1, Lg do
6   local X = {}
7   for l = 1, lg do
8     local Y = {}
9     for h = 1, ht do table.insert(Y,0) end
10    table.insert(X,Y)
11  end
12  table.insert(positions,X)
13 end

```

2. Problème posé dans un forum, l'objectif étant d'en faire des exercices de comptage pour des élèves.

3. Un morceau doit reposer soit sur le fond de la boîte, soit sur un autre morceau

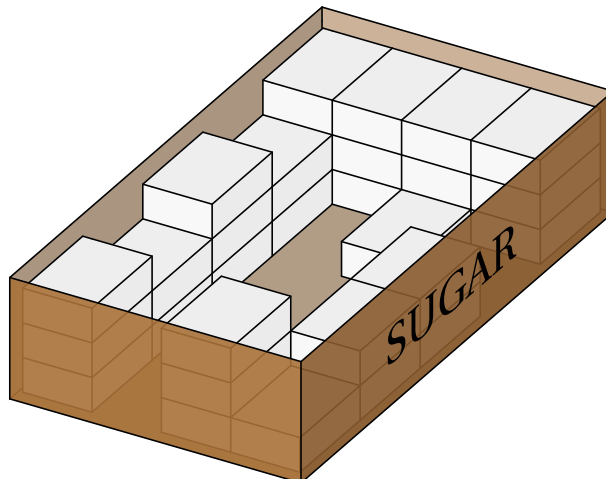
4. À condition de ne pas changer les angles de vue!

```

14 local facetList = function() -- renvoie la liste des facettes à dessiner (attention à l'orientation)
15     local facet = {}
16     for x = 1, Lg do -- parcours de la matrice positions
17         for y = 1, lg do
18             for z = 1, ht do
19                 if positions[x][y][z] == 1 then -- il y a un sucre en (x,y,z)
20                     if (z == ht) or (positions[x][y][z+1] == 0) then -- pas de sucre au-dessus donc face du dessus
21                         -- visible
22                         table.insert(facet, {M(x,y,z),M(x-1,y,z),M(x-1,y-1,z),M(x,y-1,z)}) -- insertion face du dessus
23                     end
24                     if (y == lg) or (positions[x][y+1][z] == 0) then -- pas de sucre à droite donc face de droite
25                         -- visible
26                         table.insert(facet, {M(x,y,z),M(x,y,z-1),M(x-1,y,z-1),M(x-1,y,z)}) -- insertion face de droite
27                     end
28                     if (x == Lg) or (positions[x+1][y][z] == 0) then -- pas de sucre devant donc face de devant visible
29                         table.insert(facet, {M(x,y,z),M(x,y-1,z),M(x,y-1,z-1),M(x,y,z-1)}) -- insertion face de devant
30                     end
31                 end
32             end
33         end
34     end
35     return facet
36 end
37 -- création de la boîte (parallélépipède)
38 local O = Origin -0.1*M(1,1,1) -- pour ne pas que la boîte soit collée aux sucres
39 local boite = parallelep(O, (Lg+0.2)*vecI, (lg+0.2)*vecJ, (ht+0.5)*vecK)
40 table.remove(boite.facets,2) -- on retire le dessus de la boîte, c'est la facette numéro 2
41 -- on positionne des sucres
42 for y = 1, 4 do for z = 1, 3 do positions[1][y][z] = 1 end end
43 for x = 2, 5 do for z = 1, 2 do positions[x][1][z] = 1 end end
44 for z = 1, 3 do positions[5][3][z] = 1 end
45 for z = 1, 2 do positions[4][4][z] = 1 end
46 for z = 1, 2 do positions[3][4][z] = 1 end
47 positions[5][1][3] = 1; positions[3][1][3] = 1; positions[5][4][1] = 1; positions[2][3][1] = 1
48 g:Setmatrix3d({Origin,3*vecI,2*vecJ,vecK}) -- dilatation sur Ox et Oy pour "allonger" les cubes ...
49 g:Dscene3d( -- dessin
50     g:addPoly(boite,{color="brown",edge=true,opacity=0.9}),
51     g:addFacet(facetList(), {backcull=true,contrast=0.25,edge=true}) )
52 g:Labelsize("huge"); g:Dlabel3d( "SUGAR", M(Lg/2+0.1,lg+0.1,ht/2+0.1), {dir={-vecI,vecK}})
53 g:Show()
54 \end{luadraw}

```

FIGURE 26 – Boîte de morceaux de sucre



3) Empilement de cubes

On peut modifier l'exemple précédent pour dessiner un empilement de cubes positionnés au hasard, avec 4 vues. On va positionner les cubes en en mettant un nombre aléatoire par colonne en commençant par le bas. On va faire 4 vues de l'empilement en ajoutant les axes pour se repérer entre ces différentes vues. Cela change un peu la recherche des facettes potentiellement visibles, il y a 5 cas par cube et non plus seulement 3 (devant, derrière, gauche, droite et dessus, on ne fait pas de vues de dessous). Pour plus de lisibilité de l'empilement, on utilise trois couleurs pour peindre les faces des cubes (deux faces opposées ont la même couleur).

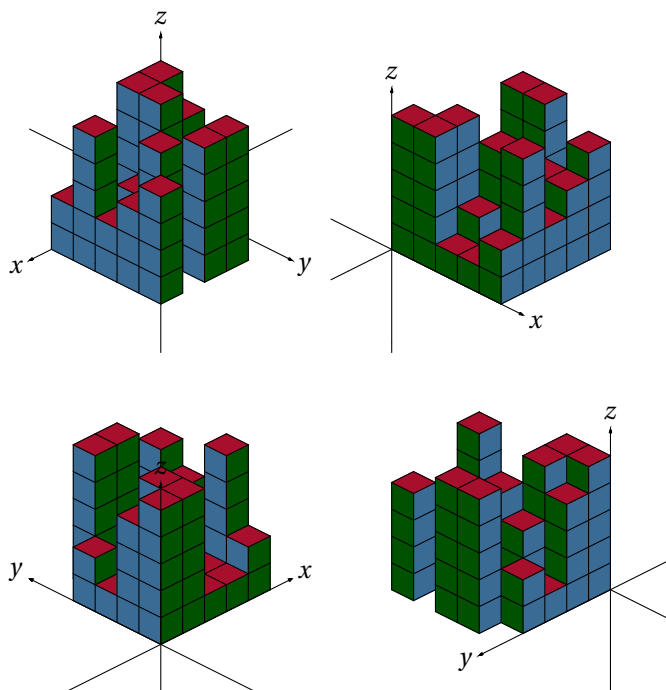
```
1 \begin{luadraw}{name=cubes_empiles}
2 local g = graph3d:new{window3d={-6,6,-6,6,-6,6},size={10,10}}
3 local Lg, lg, ht, a = 5, 5, 5, 2 -- longueur, largeur, hauteur de l'espace à remplir, taille d'un cube
4 local positions = {} -- matrice de dimension 3 initialisée avec des 0
5 for L = 1, Lg do
6     local X = {}
7     for l = 1, lg do
8         local Y = {}
9         for h = 1, ht do table.insert(Y,0) end
10        table.insert(X,Y)
11    end
12    table.insert(positions,X)
13 end
14 for x = 1, Lg do -- positionnement aléatoire de cubes
15     for y = 1, lg do
16         local nb = math.random(0,ht) -- on met nb cubes dans la colonne (x,y,*) en partant du bas
17         for z = 1, nb do positions[x][y][z] = 1 end
18     end
19 end
20 local dessus,gauche,devant = {},{},{} -- pour mémoriser les facettes
21 for x = 1, Lg do -- parcours de la matrice positions pour déterminer les facettes à dessiner
22     for y = 1, lg do
23         for z = 1, ht do
24             if positions[x][y][z] == 1 then -- il y a un cube en (x,y,z)
25                 if (z == ht) or (positions[x][y][z+1] == 0) then -- pas de cube au-dessus donc face visible
26                     table.insert(dessus,{M(x,y,z),M(x-1,y,z),M(x-1,y-1,z),M(x,y-1,z)}) -- insertion face du dessus
27                 end
28                 if (y == lg) or (positions[x][y+1][z] == 0) then -- pas de cube à droite donc face visible
29                     table.insert(gauche,{M(x,y,z),M(x,y,z-1),M(x-1,y,z-1),M(x-1,y,z)}) -- insertion face droite
30                 end
31                 if (y == 1) or (positions[x][y-1][z] == 0) then -- pas de cube à gauche donc face visible
32                     table.insert(gauche,{M(x,y-1,z),M(x-1,y-1,z),M(x-1,y-1,z-1),M(x,y-1,z-1)}) -- insertion face gauche
33                 end
34                 if (x == Lg) or (positions[x+1][y][z] == 0) then -- pas de cube devant donc face visible
35                     table.insert(devant,{M(x,y,z),M(x,y-1,z),M(x,y-1,z-1),M(x,y,z-1)}) -- insertion face avant
36                 end
37                 if (x == 1) or (positions[x-1][y][z] == 0) then -- pas de cube derrière donc face de derrière visible
38                     table.insert(devant,{M(x-1,y,z),M(x-1,y,z-1),M(x-1,y-1,z-1),M(x-1,y-1,z)}) -- insertion face
39                     -- arrière
40                 end
41             end
42         end
43     end
44 end
45 g:Setmatrix3d({M(-a*Lg/2,-a*lg/2,-a*ht/2),a*vecI,a*vecJ,a*vecK}) -- pour centrer la figure et avoir des cubes de côté a
46 local dessin = function()
47     g:Dscene3d(
48         g:addFacet(dessus, {backcull=true,color="Crimson"}), g:addFacet(gauche, {backcull=true,color="DarkGreen"}),
49         g:addFacet(devant, {backcull=true,color="SteelBlue"}),
50         g:addPolyline(facetedges(concat(dessus,gauche,devant))), -- dessin des arêtes
51         g:addAxes(Origin,{arrows=1})
52     end
53 g:Saveattr(); g:Viewport(-5,0,0,5); g:Coordsystem(-11,11,-11,11); g:Setviewdir(45,60) -- en haut à gauche
54 dessin(); g:Restoreattr()
55 g:Saveattr(); g:Viewport(0,5,0,5);g:Coordsystem(-11,11,-11,11); g:Setviewdir(-45,60) -- en haut à droite
```

```

55 dessin(); g:Restoreattr()
56 g:Saveattr(); g:Viewport(-5,0,-5,0);g:Coordsystem(-11,11,-11,11); g:Setviewdir(-135,60) -- en bas à gauche
57 dessin(); g:Restoreattr()
58 g:Saveattr(); g:Viewport(0,5,-5,0);g:Coordsystem(-11,11,-11,11); g:Setviewdir(135,60) -- en bas à droite
59 dessin(); g:Restoreattr()
60 g:Show()
61 \end{luadraw}

```

FIGURE 27 – Empilement de cubes



4) Illustration du théorème de Dandelin

```

1 \begin{luadraw}{name=Dandelin}
2 local g = graph3d:new{window3d={-5,5,-5,5}, window={-5,5,-5,6}, bg="lightgray",viewdir={-10,85}}
3 g:Linejoin("round"); g:Linewidth(8)
4 local sqrt = math.sqrt
5 local sqr = function(x) return x*x end
6 local L, a = 4.5, 2
7 local R = (a+5)*L/sqrt(100+L^2) --grosse sphère centre=M(0,0,a) rayon=R
8 local S2 = sphere(M(0,0,a),R,45,45)
9 local k = 0.35 --rapport d'homothétie
10 local b, r = (a+5)*k-5, k*R -- petite sphère centre=M(0,0,b) rayon=r
11 local S1 = sphere(M(0,0,b),r,45,45)
12 local c = (b+k*a)/(1+k) --deuxieme centre d'homothétie
13 local z = a+sqr(R)/(c-a) --image de c par l'inversion par rapport à la grosse sphère
14 local M1 = M(0,sqr(sqr(R)-sqr(z-a)),z)--point de la grosse sphère et du plan tangent
15 local N = M1-M(0,0,a) -- vecteur normal au plan tangent
16 local plan = {M(0,0,c),-N} -- plan tangent
17 local z2 = a+sqr(R)/(-5-a) --image du sommet par l'inversion par rapport à la grosse sphère
18 local z1 = b+sqr(r)/(-5-b) -- image du sommet par l'inversion par rapport à la petite sphère
19 local P2 = M(sqrt(R^2-(z2-a)^2),0,z2)
20 local P1 = M(sqrt(r^2-(z1-b)^2),0,z1)
21 local S = M(0,0,-5)
22 local P = interDP({P1,P2-P1},plan)
23 local C = cone(M(0,0,-5),10*vecK,L,45,true)
24 local ellips = g:Intersection3d(C,plan)
25 local plan1 = {M(0,0,z1),vecK}
26 local plan2 = {M(0,0,z2),vecK}
27 local L1, L2 = g:Intersection3d(S1,plan1), g:Intersection3d(S2,plan2)
28 local F1, F2 = proj3d(M(0,0,b), plan), proj3d(M(0,0,a), plan) --foyers

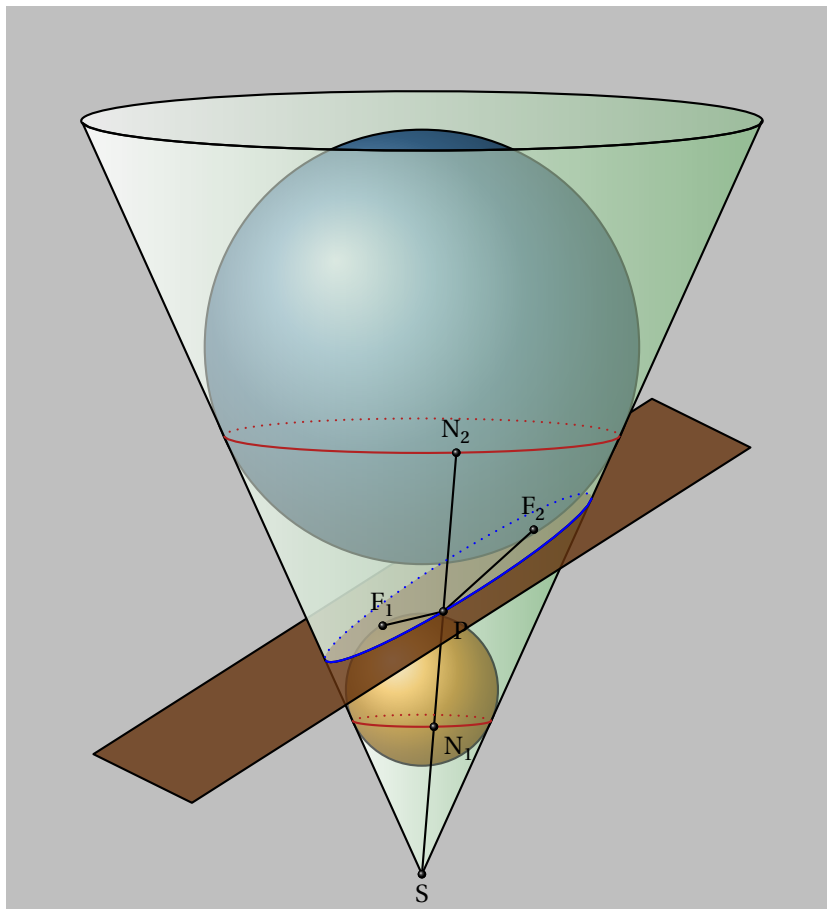
```

```

29 local s1, s2 = g:Proj3d(M(0,0,a)), g:Proj3d(M(0,0,b))
30 local V, H = g:Classifyfacet(C) -- on sépare facettes visibles et les autres
31 local V1, V2 = cutfacet(V,plan)
32 local H1, H2 = cutfacet(H,plan)
33 -- Dessin
34 g:Dpolyline3d( border(H2),"left color=white, right color=DarkSeaGreen, draw=none" ) -- faces non visibles sous le plan,
    ↳ remplissage seulement
35 g:Dsphere( M(0,0,b), r, {mode=2,color="Orange"}) -- petite sphère
36 g:Dpolyline3d( border(V2),"left color=white, right color=DarkSeaGreen, fill opacity=0.4" ) -- faces visibles sous le
    ↳ plan
37 g:Dpolyline3d({S,P}) -- segment [S,P] qui est sous le plan en partie
38 g:Dfacet( g:Plane2facet(plan,0.75), {color="Chocolate", opacity=0.8}) -- le plan
39 g:Dpolyline3d( border(H1),"left color=white, right color=DarkSeaGreen,draw=none,fill opacity=0.7" ) -- contour faces
    ↳ non visibles au dessus du plan, remplissage seulement
40 g:Dsphere( M(0,0,a),R, {mode=2,color="SteelBlue"}) -- grosse sphère
41 g:Dpolyline3d( border(V1),"left color=white, right color=DarkSeaGreen, fill opacity=0.6" ) -- contour faces visibles au
    ↳ dessus du plan
42 g:Dcircle3d(M(0,0,5),L,vecK) -- ouverture du cône
43 g:Dpolyline3d({{P,F1},{F2,P,P2}})
44 g:Dedges(L1,{hidden=true,color="FireBrick"})
45 g:Dedges(L2,{hidden=true,color="FireBrick"})
46 g:Dedges(ellips,{hidden=true, color="blue"})
47 g:Dballdots3d({F1,F2,S,P1,P,P2},nil,0.75)
48 g:Dlabel3d(
49   "$F_1$",F1,{pos="N"}, "$F_2$",F2,{}, "$N_2$",P2,{}, "$S$",S,{pos="S"}, "$N_1$",P1,{pos="SE"}, "$P$",P,{pos="SE"} )
50 g:Show()
51 \end{luadraw}

```

FIGURE 28 – Illustration du théorème de Dandelin



On veut dessiner un cône avec une section par un plan et deux sphères à l'intérieur de ce cône (et tangentes au plan), mais sans dessiner de sphères ni de cônes à facettes. Le point de départ est néanmoins la création de ces solides à facettes, les sphères $S1$ et $S2$ (lignes 11 et 8 du listing) ainsi que le cône C en ligne 23. Le principe du dessin est le suivant :

1. On sépare les facettes du cône en deux catégories : les facettes visibles (tournées vers l'observateur) et les autres (variables V et H ligne 30), ce qui correspond en fait à l'avant du cône et l'arrière du cône.

2. On découpe les deux listes de facettes avec le plan (lignes 31 et 32). Ainsi, $V1$ correspond aux facettes avant situées au-dessus du plan et $V2$ correspond aux facettes avant situées sous le plan (même chose avec $H1$ et $H2$ pour l'arrière).
3. On dessine alors le contour de $H2$ avec un remplissage (seulement) en gradient (ligne 34).
4. On dessine la petite sphère (en orange, ligne 35).
5. On dessine le contour de $V2$ avec un remplissage en gradient et transparence pour voir la petite sphère (ligne 36).
6. On dessine le segment $[S, P]$ (ligne 37) puis le plan sous forme de facette transparente (ligne 38).
7. On dessine le contour de $H1$ avec un remplissage en gradient (ligne 39). C'est la partie arrière au dessus du plan.
8. On dessine la grande sphère (ligne 40).
9. On dessine enfin le contour de $V1$ avec un remplissage en gradient (ligne 41) et transparence pour voir la sphère (c'est la partie avant du cône au dessus du plan), puis l'ouverture du cône (ligne 42).
10. On dessine les intersections entre le cône et les sphères (lignes 44 et 45) ainsi qu'entre le cône et le plan (ligne 46).

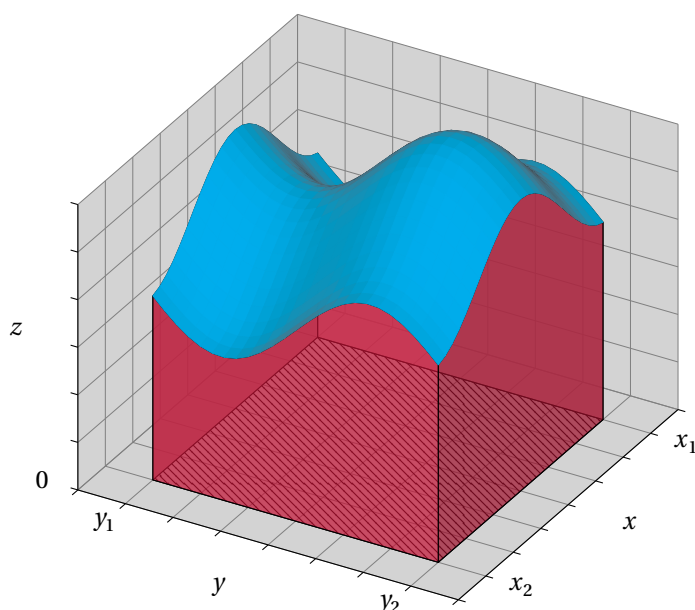
5) Volume défini par une intégrale double

```

1 \begin{luadraw}{name=volume_integrale}
2 local i, pi, sin, cos = cpx.I, math.pi, math.sin, math.cos
3 local g = graph3d:new{window3d={-4,4,-4,4,0,6},adjust2d=true,margin={0,0,0,0},size={10,10}}
4 g:Linejoin("round")
5 local x1, x2, y1, y2 = -3,3,-3,3 -- bornes
6 local f = function(x,y) return cos(x)+sin(y)+5 end -- fonction à intégrer
7 local p = function(u,v) return M(u,v,f(u,v)) end -- paramétrage surface z=f(x,y)
8 local Fx1 = concat({pxy(p(x1,y2)), pxy(p(x1,y1))}, parametric3d(function(t) return p(x1,t) end,y1,y2,25,false,0)[1])
9 local Fx2 = concat({pxy(p(x2,y1)), pxy(p(x2,y2))}, parametric3d(function(t) return p(x2,t) end,y2,y1,25,false,0)[1])
10 local Fy1 = concat({pxy(p(x1,y1)), pxy(p(x2,y1))}, parametric3d(function(t) return p(t,y1) end,x2,x1,25,false,0)[1])
11 local Fy2 = concat({pxy(p(x2,y2)), pxy(p(x1,y2))}, parametric3d(function(t) return p(t,y2) end,x1,x2,25,false,0)[1])
12 g:Dboxaxes3d({grid=true, gridcolor="gray",fillcolor="LightGray",labels=false})
13 g:Filloptions("fdiag","black"); g:Dpolyline3d( {M(x1,y1,0),M(x1,y2,0),M(x2,y2,0),M(x2,y1,0)} ) -- dessous
14 g:Dfacet( {Fx1,Fx2,Fy1,Fy2},{mode=4,opacity=0.7,color="Crimson"} )
15 g:Dfacet(surface(p,x1,x2,y1,y2), {mode=5,color="cyan"})
16 g:Dlabel3d("$x_1$", M(x1,4.75,0),{},{}, "$x_2$", M(x2,4.75,0),{},{}, "$y_1$", M(4.75,y1,0),{},{}, "$y_2$", M(4.75,y2,0),{},{},
17   "$0$",M(4,-4.75,0),{},{})
18 \end{luadraw}

```

FIGURE 29 – Volume correspondant à $\int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} f(x,y) dx dy$



Ici le solide représenté a des faces latérales ($Fx1$, $Fx2$, $Fy1$ et $Fy2$) présentant un côté qui est une courbe paramétrée. On prend donc les points de cette courbe paramétrée (sa première composante connexe) et on lui ajoute les projetés des deux extrémités sur le plan xOy . Il faut faire attention au sens de parcours pour que les faces soient bien orientées (normale vers l'extérieur), cette normale étant calculée à partir des trois premiers points de la face, il vaut mieux commencer la face par les deux projetés sur le plan pour être sûr de l'orientation. On dessine en premier le dessous, puis les faces latérales, et on termine par la surface.

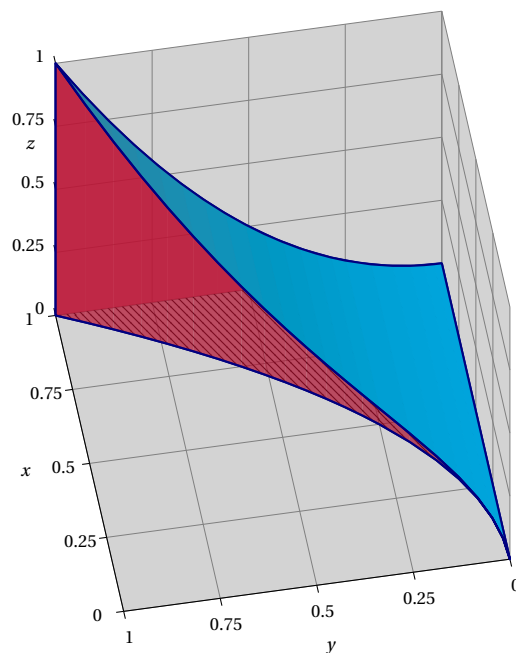
6) Volume défini sur autre chose qu'un pavé

```

1 \begin{luadraw}{name=volume2}
2 local i = cpx.I
3 local g = graph3d:new{window3d={0,1,0,1,0,1}, margin={0,0,0,0},adjust2d=true,viewdir={170,40}, size={10,10}}
4 g:Linejoin("round"); g:Labelsize("scriptsize")
5 local f = function(t) return M(t,t^2,0) end
6 local h = function(t) return M(1,t,t^2) end
7 local C = parametric3d(f,0,1,8)[1] -- courbe  $y=x^2$  dans le plan  $z=0$  (première composante connexe)
8 local D = parametric3d(h,1,0,8)[1] -- courbe  $z=y^2$  dans le plan  $x=1$ , en sens inverse
9 local dessous = concat({M(1,0,0)},C) -- forme la face du dessous
10 local arriere = concat({M(1,1,0)},D) -- forme la face arrière
11 local avant, dessus, A, B = {}, {}, nil, C[1]
12 for k = 2, #C do --on construit les faces avant et de dessus facette par facette, en partant des points de C
13     A = B; B = C[k]
14     table.insert(avant, {B,A,M(A.x,A.y,A.y^2),M(B.x,B.y,B.y^2)})
15     table.insert(dessus, {M(B.x,B.y,B.y^2),M(A.x,A.y,A.y^2),M(1,A.y,A.y^2),M(1,B.y,B.y^2)})
16 end
17 g:Dboxaxes3d({grid=true, gridcolor="gray",fillcolor="LightGray", drawbox=false,
18     xstep=0.25,ystep=0.25,zstep=0.25, zlabelstyle="W",zlabelsep=0})
19 g:Lineoptions(nil,"Navy",8)
20 g:Dpolyline3d(arriere,close,"fill=Crimson, fill opacity=0.6") -- face arrière (plane)
21 g:Filloptions("fdiag","black"); g:Dpolyline3d(dessous,close) -- dessous
22 g:Dmixfacet(avant,{color="Crimson",opacity=0.7,mode=5}, dessus,{color="cyan",opacity=1})
23 g:Filloptions("none"); g:Dpolyline3d(concat(border(avant),border(dessus)))
24 g:Show()
25 \end{luadraw}

```

FIGURE 30 – Volume : $0 \leq x \leq 1$; $0 \leq y \leq x^2$; $0 \leq z \leq y^2$



Dans cet exemple, la surface a pour équation $z = y^2$ (cylindre parabolique), mais nous ne sommes plus sur un pavé. La face avant n'est pas plane, on construit celle-ci à la manière d'un cylindre (ligne 14) avec des facettes verticales qui

s'appuient sur la courbe C en bas, et sur la courbe $t \mapsto M(t, t^2, t^4)$ en haut.

De même, la face du dessus (la surface) est construite à la manière d'un cylindre horizontal qui s'appuie sur les courbes D et $t \mapsto M(t, t^2, t^4)$.

On pourrait ne pas construire à la main la surface (appelée *dessus* dans le code), et dessiner à la place la surface suivante (après la face avant) :

```
1 g:Dfacet( surface(function(u,v) return M(u,v*u^2,v^2*u^4) end, 0,1,0,1), {mode=5, color="cyan"})
```

mais elle comporte bien plus de facettes (25×25) que la construction sous forme de cylindre (21 facettes), ce qui est moins intéressant.