

$$\begin{aligned}
SCP_i &= 1 - \frac{n_i}{N} * \frac{\binom{N-n_i}{k-1}}{\binom{N-1}{k-1}} - \frac{N-n_i}{N} * \frac{\binom{N-n_i-1}{k-1} + \binom{N-n_i-1}{k-2} \binom{n_i}{1}}{\binom{N-1}{k-1}} \\
&\stackrel{1}{=} 1 - \frac{n_i}{N} * \frac{\frac{(N-n_i)!}{(k-1)!(N-n_i-k+1)!}}{\frac{(N-1)!}{(k-1)!(N-k)!}} - \frac{N-n_i}{N} * \frac{\frac{(N-n_i-1)!}{(k-1)!(N-n_i-k)!} + \frac{n_i * (N-n_i-1)!}{(k-2)!(N-n_i-k+1)!}}{\frac{(N-1)!}{(k-1)!(N-k)!}} \\
&\stackrel{2}{=} 1 - \frac{n_i}{N} * \frac{(N-n_i)!}{(N-1)!} * \frac{(N-k)!}{(N-n_i-k+1)!} - \frac{N-n_i}{N} * \frac{\frac{(N-n_i-1)!}{(N-n_i-k)!} + \frac{(k-1)*n_i*(N-n_i-1)!}{(N-n_i-k+1)!}}{\frac{(N-1)!}{(N-k)!}} \\
&\stackrel{3}{=} 1 - \frac{n_i}{N} * \frac{(N-k)(N-k-1) \cdots (N-k-n_i+3)(N-k-n_i+2)}{(N-1)(N-2) \cdots (N-n_i+2)(N-n_i+1)} \\
&\quad - \frac{N-n_i}{N} * \left(\frac{(N-n_i-1)(N-n_i-2) \cdots (N-n_i-k+2)(N-n_i-k+1)}{(N-1)(N-2) \cdots (N-k+2)(N-k+1)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{(N-n_i-1)(N-n_i-2) \cdots (N-n_i-k+3)(N-n_i-k+2) * n_i * (k-1)}{(N-1)(N-2) \cdots (N-k+2)(N-k+1)} \right) \\
&\stackrel{4}{=} 1 - \frac{n_i(N-k)(N-k-1) \cdots (N-k-n_i+3)(N-k-n_i+2)}{N(N-1)(N-2) \cdots (N-n_i+2)(N-n_i+1)} \\
&\quad - \frac{(N-n_i)(N-n_i-1) \cdots (N-n_i-k+2)(N-2n_i-k+1+k n_i)}{N(N-1) \cdots (N-k+1)}
\end{aligned}$$

第一步：展开

第二步：消去 $(k-1)!$

第三步：根据组合公式进行化简

第四步：提取最后两个分式分子中的公因子