|  |  |
| --- | --- |
| Piotr Grzelak207549  Bartosz Makowski 213565 | Rok akademicki 2016/2017  sobota,14:45 |

**TEORIA PODEJMOWANIA DECYZJI – LABORATORIUM**

Zadanie 2 - wariant 2

**Opis rozwiązania**

Gra o sumie zerowej jest grą, w której wygrana jednego gracza oznacza jednakową przegraną drugiego gracza. Można ją zilustrować w postaci macierzy **A**, tzw. macierzy wypłat. Wiersze macierzy odpowiadają strategiom jakie może wybrać gracz pierwszy, a kolumny strategiom gracza drugiego. Element **aij** macierzy wypłat oznacza wygraną gracza pierwszego i zarazem przegraną gracza drugiego przy zastosowaniu przez gracza pierwszego strategii i oraz strategii j przez gracza drugiego. Ujemna wartość elementu reprezentuje za to sytuację przegranej gracza pierwszego.

Dla każdego z graczy możemy zdefiniować wektor **x**o tylu elementach ile strategii posiada gracz, gdzie i-ty element oznacza częstość stosowania przez gracza strategii i. Elementy wektora oznaczają częstości stosowania w partii przez gracza jego strategii.

Dla **x** musi zachodzić: oraz gdzie N oznacza liczbę strategii gracza.

Jeśli i-ty element **x** jest równy 1, a pozostałe równe są 0 mówimy, że **x** reprezentuje strategię czystą. W przeciwnym wypadku mamy do czynienia ze strategią mieszaną.

Z twierdzenia o minimaksie wynika, że każda gra ma rozwiązanie tzn. istnieje dokładnie jedna liczba oznaczająca wartość gry oraz optymalne strategie graczy, takie że:

* Jeśli gracz pierwszy gra swoją optymalną strategię, to jego oczekiwana wygrana będzie nie mniejsza od niezależnie od strategii gracza drugiego
* Jeśli gracz drugi gra swoją optymalną strategię to oczekiwana wygrana pierwszego będzie nie większa od niezależnie od strategii pierwszego.

Grę można rozwiązać przekształcając ją do dwóch zadań programowania liniowego, po jednym dla każdego gracza. Jeśli macierz gry zawiera elementy ujemne należy sprowadzić ją do postaci macierzy gdzie wszystkie elementy są nieujemne np. dodając do wszystkich elementów pierwotnej macierzy wartość bezwzględną elementu najmniejszego (nazwijmy go dalej ).

Zadanie programowania liniowego dla gracza pierwszego:

Zadanie programowania liniowego dla gracza drugiego:

Gdzie oznacza liczbę strategii gracza pierwszego, a liczbę strategii gracza drugiego.

Rozwiązując oba zadania otrzymujemy:

gdzie jest szukaną wartością gry (jeśli do elementów macierzy wypłat dodawano wcześniej liczbę to należy ją teraz odjąć od ).

Szukane strategie optymalne graczy mają postać wektorów: dla gracza pierwszego i dla gracza drugiego.

**Wyniki**

W ramach zadania należało rozwiązać następującą grę:

Dana jest gra dwuosobowa o sumie zero, w której każdy gracz może wybrać liczbę ze zbioru {1, 2, 3}. Gracz mający mniejszą liczbę wygrywa 2 punkty, z wyjątkiem przypadku, gdy jego liczba jest mniejsza   
o dokładnie jeden; wtedy przegrywa 4 punkty. Jeśli liczby wybrane przez obu graczy są równe, nikt nie wygrywa.

Macierz wypłat dla tej gry przedstawia się następująco:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Nr strategii | **1** | **2** | **3** |
| **1** | 0 | -4 | 2 |
| **2** | 4 | 0 | -4 |
| **3** | -2 | 4 | 0 |

Otrzymano wartość gry i następujące strategie dla graczy:

* gracz pierwszy:
* gracz drugi:

**Wnioski**

1. Wyznaczone dla graczy strategie nie są czyste. Oznacza to, że gra nie posiada punktu siodłowego.
2. Gracze stosując swoje optymalne strategie powinni doprowadzić do sytuacji remisowej, w której żadna ze stron nie poniesie straty, ale też nic nie zyska.
3. Otrzymana wartość gry może wynikać niejako z jej symetrii. Każdy z graczy ma do dyspozycji te same strategie i każdy może wygrać/przegrać w tym samym przypadku.