|  |  |
| --- | --- |
| Piotr Grzelak207549  Bartosz Makowski 213565 | Rok akademicki 2016/2017  sobota,14:45 |

**TEORIA PODEJMOWANIA DECYZJI – LABORATORIUM**

Zadanie 3 - wariant 1

**Opis rozwiązania**

Celem zadania było rozwiązanie problemu znajdowania najkrótszych ścieżek z jednym źródłem w grafie ważonym.

Graf to para postaci gdzie jest zbiorem elementów zwanych wierzchołkami, a jest zbiorem par postaci zwanych krawędziami. Jeśli każda krawędź ma dodatkowo przypisaną pewną liczbę rzeczywistą to mówimy, że graf jest grafem ważonym.

Do rozwiązania postawionego problemu zastosowano algorytm Dijkstry. W celu reprezentacji ścieżek, z każdym wierzchołkiem grafu związane zostaną dwa atrybuty: - numer wierzchołka poprzedzającego dany na ścieżce oraz - długość ścieżki z wierzchołka startowego do danego. Działanie algorytmu Dijkstry ilustruje poniższy pseudokod:

Dla danego grafu i wierzchołka startowego wykonaj:

1. dla każdego wierzchołka ustaw: oraz
2. ustaw
3. <- kolejka priorytetowa (typu min) wierzchołków, uporządkowanych wg wartości ; dodaj do kolejki wszystkie wierzchołki grafu
4. Dopóki kolejka jest niepusta wykonuj:
5. Pobierz i usuń z jej pierwszy element
6. Dla każdego sąsiada wierzchołka wykonaj:
7. jeśli gdzie oznacza wagę krawędzi między i to:

10. zaktualizuj pozycję w

W programie jako reprezentację grafów przyjęto macierz sąsiedztwa. Jest to macierz kwadratowa posiadająca tyle wierszy i kolumn ile jest wierzchołków w grafie. Element przechowuje wagę krawędzi między wierzchołkiem i, a j. W przypadku gdy połączenie nie istnieje przyjmowana jest wartość 0. Przyjęto, że nie istnieje krawędź wychodząca i wchodząca do tego samego wierzchołka stąd elementy na głównej przekątnej macierzy sąsiedztwa też mają wartość 0.

**Wyniki**

W ramach zadania rozwiązano następujący problem:

W okresie intensywnych prac polowych 8 dużych gospodarstw potrzebuje niezbędnego sprzętu rolniczego zgromadzonego w wypożyczalni oznaczonej numerem 1. Możliwe połączenia drogowe pomiędzy wypożyczalnią, a poszczególnymi gospodarstwami rolnymi są podane w poniższej tabeli, przy czym odległości wyrażono   
w km. Znajdź najkrótsze drogi prowadzące od wypożyczalni 1 do wszystkich gospodarstw rolnych.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Gospodarstwo | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 0 | 37 | 45 | 93 | 108 | 205 | 49 | 58 | 102 |
| 2 |  | 0 | 108 | 193 | 115 | 41 | 78 | 89 | 40 |
| 3 |  |  | 0 | 28 | 73 | 121 | 155 | 103 | 115 |
| 4 |  |  |  | 0 | 93 | 54 | 77 | 93 | 130 |
| 5 |  |  |  |  | 0 | 78 | 29 | 45 | 101 |
| 6 |  |  |  |  |  | 0 | 118 | 128 | 39 |
| 7 |  |  |  |  |  |  | 0 | 21 | 99 |
| 8 |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 87 |
| 9 |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |

Otrzymano następujące rezultaty:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Gospodarstwo** | **Droga** | **Długość drogi** |
| 2 | 1, 2 | 37 |
| 3 | 1, 3 | 45 |
| 4 | 1, 3, 4 | 73 |
| 5 | 1, 7, 5 | 78 |
| 6 | 1, 2, 6 | 78 |
| 7 | 1, 7 | 49 |
| 8 | 1, 8 | 58 |
| 9 | 1, 2, 9 | 77 |

**Wnioski**

1. Reprezentacja grafów w postaci macierzy sąsiedztwa posiada wysoką złożoność pamięciową. Wynosi ona gdzie jest liczbą wierzchołków grafu. Ponadto w przypadku grafów rzadkich mamy do czynienia z bardzo dużą redundancją, zdecydowana większość elementów macierzy ma wartość 0. Dla dużych i rzadkich grafów jest więc ona nieefektywna. Jednakże w przypadku małych grafów (np. takich jak ten rozpatrywany w zadaniu) wspomniane wyżej wady nie mają większego znaczenia w porównaniu z zaletą tej reprezentacji jaką jest prostota w zrozumieniu i implementacji.
2. W przypadku grafu nieskierowanego macierz sąsiedztwa jest symetryczna względem głównej przekątnej. Można wykorzystać ten fakt w celu zmniejszenia ilości pamięci wymaganej przez macierzową reprezentację grafu. Wystarczy zapamiętywać tylko elementy powyżej lub poniżej głównej przekątnej.
3. Algorytm Dijkstry można uznać za algorytm zachłanny. W każdym kroku stara się wybierać ten z wierzchołków grafu, który jest najbliżej wierzchołka startowego (wskazuje na to zastosowanie kolejki priorytetowej typu min) i powiększać ścieżkę o jego najbliższego sąsiada. Oznacza to, że algorytm dokonuje najlepiej rokującego w danym kroku wyboru.