|  |  |
| --- | --- |
| Piotr Grzelak207549  Bartosz Makowski 213565 | Rok akademicki 2016/2017  sobota,14:45 |

**TEORIA PODEJMOWANIA DECYZJI – LABORATORIUM**

Zadanie 4 - wariant 2

**Opis rozwiązania**

Celem zadania było zaimplementowanie algorytmu ścieżki krytycznej w celu wyznaczenia najkrótszego czasu trwania danego przedsięwzięcia. Należało przy tym wyznaczyć rezerwy czasowe dla poszczególnych czynności.

Przedsięwzięcie składające się z wielu czynności można reprezentować za pomocą skierowanego grafu ważonego gdzie wierzchołki oznaczają poszczególne etapy przedsięwzięcia, a krawędzie czynności jakie muszą zostać wykonane. Waga krawędzi reprezentuje czas potrzebny na wykonanie czynności. Etapom przedsięwzięcia przypisane są numery porządkowe zgodne z porządkiem topologicznym w grafie opisującym przedsięwzięcie. Dwa wierzchołki, odpowiednio o najniższym i najwyższym numerze oznaczają początek i koniec procesu.

Oznacza to, że krawędź reprezentująca czynności zwrócona jest od wierzchołka o mniejszym numerze do wierzchołka o numerze większym. Z każdym wierzchołkiem-zdarzeniem grafu związane są dwa atrybuty: - najwcześniejszy czas zaistnienia zdarzenia oraz - najpóźniejszy czas zaistnienia zdarzenia.   
W związku z tym dla każdej czynności można wyznaczyć pewne rezerwy czasu w realizacji przedsięwzięcia. Mamy:

* zapas całkowity - rezerwa czasu, która może zostać zużyta na daną czynność bez wpłynięcia na termin zakończenia przedsięwzięcia. Dla czynności
* zapas swobodny - rezerwa czasu, która może być zużyta na daną czynność bez wpływu na wielkość zapasów innych czynności wchodzących w skład danego ciągu czynności. Dla czynności
* zapas warunkowy - rezerwa czasu, która może być wykorzystana bez wpływu na wielkość zapasów poprzednich czynności w danym ciągu. Dla czynności
* zapas niezależny - rezerwa czasu, która może być wykorzystana bez wpływu na zapas jakiejkolwiek innej czynności. Dla czynności

Ścieżka krytyczna to taka ścieżka w grafie procesu, dla której zapasy czasu są równe 0. Jest to zarazem najdłuższa ścieżka prowadząca od wierzchołka początkowego do końcowego. Jej długość wyznacza najkrótszy możliwy czas trwania przedsięwzięcia. Algorytm ścieżki krytycznej prezentuje następujący pseudokod:

Dla danego grafu i wierzchołka startowego o numerze i wierzchołka końcowego o numerze wykonaj:

1. Ustaw
2. Niech oznacza zbiór numerów wierzchołków . Dla każdego w porządku niemalejącym, oblicz ze wzoru: gdzie oznacza numer wierzchołka, z którego wychodzą krawędzie wchodzące do wierzchołka
3. Ustaw
4. Dla każdego w porządku nierosnącym, oblicz ze wzoru: gdzie oznacza numer wierzchołka, do którego wchodzą krawędzie wychodzące z wierzchołka
5. Niech oznacza długość ścieżki krytycznej, ustaw
6. Niech oznacza listę wierzchołków wchodzących w skład ścieżki krytycznej. Dla każdego wierzchołka sprawdź czy , jeśli tak to dodaj do
7. Dla każdej czynności oblicz , , ,

**Wyniki**

W ramach zadania rozwiązano następujący problem:

W poniższej tabeli mamy dane czasy trwania poszczególnych czynności wchodzących w skład pewnego przedsięwzięcia. Określić najkrótszy możliwy czas realizacji przedsięwzięcia:

|  |  |
| --- | --- |
| **Czynności i - j** | **Droga** |
| 1 - 2 | 8 |
| 1 - 3 | 3 |
| 1 - 4 | 5 |
| 2 - 5 | 6 |
| 2 - 6 | 20 |
| 3 - 4 | 6 |
| 3 - 7 | 15 |
| 3 - 8 | 5 |
| 4 - 5 | 6 |
| 4 - 8 | 30 |
| 5 - 6 | 21 |
| 6 - 8 | 17 |
| 7 - 8 | 30 |
| 7 - 9 | 25 |
| 8 - 9 | 4 |
| 9 - 10 | 6 |
| 9 - 11 | 10 |
| 9 - 12 | 15 |
| 10 - 12 | 12 |
| 11 - 12 | 11 |

Wyniki działania programu były następujące:

* Minimalny czas trwania przedsięwzięcia (długość ścieżki krytycznej): 78
* Ścieżka krytyczna: 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 12

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Czynność, i - j** | **Zapas całkowity** | **Zapas swobodny** | **Zapas warunkowy** | **Zapas niezależny** |
| 1 - 2 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 - 3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 - 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 2 - 5 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2 - 6 | 8 | 8 | 7 | 7 |
| 3 - 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 - 7 | 5 | 0 | 5 | 0 |
| 3 - 8 | 45 | 45 | 45 | 45 |
| 4 - 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 - 8 | 14 | 14 | 14 | 14 |
| 5 - 6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 - 8 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 - 8 | 5 | 5 | 0 | 0 |
| 7 - 9 | 14 | 14 | 9 | 9 |
| 8 - 9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 - 10 | 3 | 0 | 3 | 0 |
| 9 - 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 - 12 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 10 - 12 | 3 | 3 | 0 | 0 |
| 11 - 12 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**Wnioski**

1. Czynności wchodzące w skład ścieżki krytycznej nie mają żadnych zapasów czasu. Oznacza to, że dłuższy czas wykonywania czynności krytycznej powoduje wydłużenie czasu przedsięwzięcia.
2. Dla krawędzi (czynności) pomiędzy węzłami krytycznymi, wszystkie rodzaje rezerw czasowych są sobie równe. Wynika to z faktu, że dla węzłów krytycznych atrybuty i są sobie równe.   
   W tej sytuacji wzory opisujące poszczególne rodzaje rezerw czasowych są sobie równoważne.
3. Dla krawędzi (czynności) prowadzącej od węzła niekrytycznego do krytycznego, rezerwy całkowita i swobodna są sobie równe. Taką samą wartość mają też rezerwy warunkowa i niezależna. Przyczyną jest znowu fakt, że dla węzłów krytycznych atrybuty i są sobie równe.
4. Dla krawędzi (czynności) prowadzącej od węzła krytycznego do węzła niekrytycznego rezerwy całkowita i warunkowa mają taką samą wartość. Równe są też rezerwy warunkowa i niezależna. Spowodowane jest to również równością atrybutów i dla węzłów krytycznych.
5. Algorytm ścieżki krytycznej wykorzystuje fakt, że numeracja zdarzeń jest zgodna z porządkiem topologicznym grafu przedsięwzięcia. Upraszcza to implementację algorytmu.