

Aula 9

ANA GONÇALVES

Universidade Federal de Minas Gerais

I. TUTORIAL 9

Temos a levitação magnética descrita pela EDO:

$$m\ddot{x} = mg - K\left(\frac{I}{x}\right)^2 \quad (1)$$

em que K é uma constante positiva, x é a distância entre a esfera e o eletroímã, I é a corrente no bobina, g é a aceleração da gravidade e m é a massa da esfera.

Linearizando a equação (1), obtemos a função de transferência

$$G(s) = \frac{\Delta X(s)}{\Delta I(s)} = -\frac{a}{s^2 - b} \quad (2)$$

onde

$$a = \frac{2g}{I_{ss}} e b = \frac{2g}{X_{ss}} \quad (3)$$

O diagrama abaixo foi simulado no Matlab. Os parâmetros foram configurados seguindo as instruções. As configurações iniciais dos integradores estão no regime estacionário, ou seja $X_0 = X_{ss}$ e $\dot{X}_{dot0} = 0$. Além disso a amplitude de entrada degrau é $st = 1e-6$ e simula-se com um "Stop Time" igual a 15.

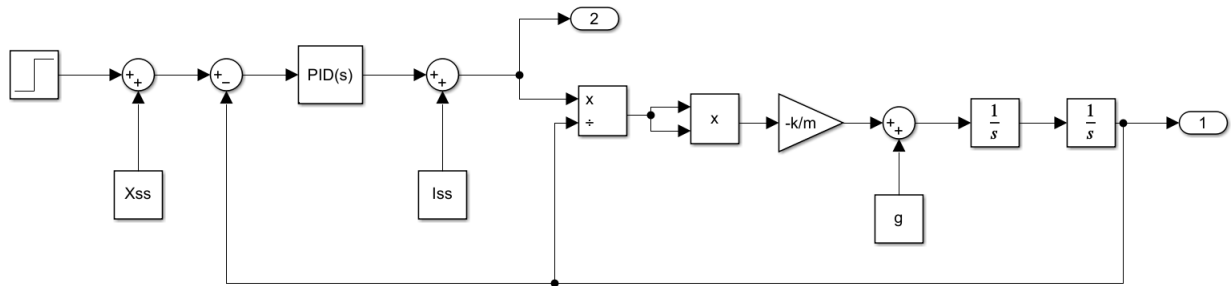


Figura 1: Simulação

Além disso, temos um script no Matlab

```
1 clc; clear; close all;
2
3 k = 3.2654e-5; % levitacao
4 g = 9.81; % cte gravitacional
5 m = 0.068; % massa esfera
6 Xss = 7.3e-3; % posicao repouso
7 Iss = 1; % corrente repouso
8 Kp = -500; % ganho proporcional
9 Ki = -9e3; % ganho integral
10 Kd = -20; % ganho derivativo
11 N = 1000;
12 st = 1e-6; % amplitude perturbacao entrada
```

```
13 T = 15;
14
15 sim('mod9a',T);
16 figure(1);
17 plot(tout, yout(:,1));
18 grid;
19 legend('X'); title('mod9a.slx');
20 xlabel('tempo (s)');
21
22 % plot(tout, yout(:,2));
23 % grid;
24 % legend('I'); title('mod9a.slx');
25 % xlabel('tempo (s)');
```

Os valores dos gráficos de I e X são demonstrados abaixo.

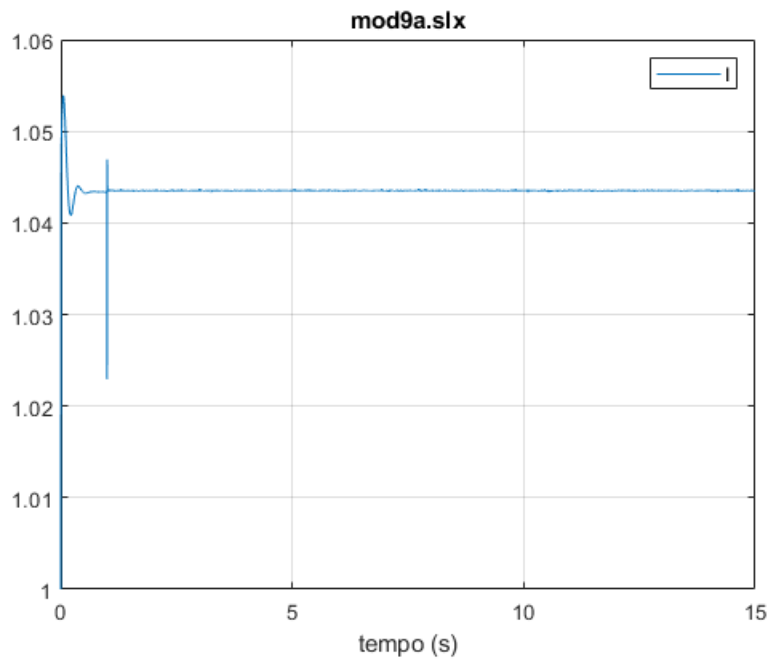


Figura 2: Gráfico - I

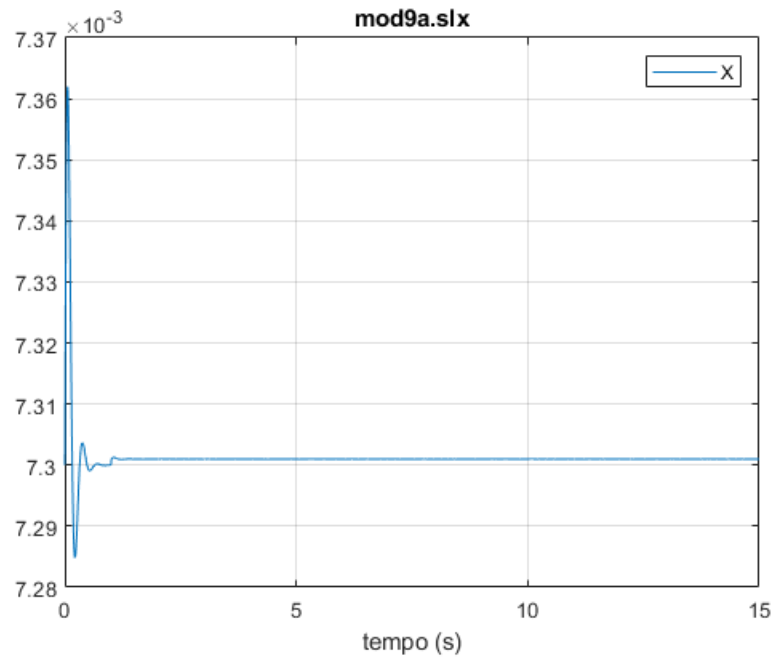


Figura 3: Gráfico - X

Observa-se que o sistema é instável, uma vez que ao sofrer uma perturbação, não faz com que o objetado levitado magneticamente retorne à posição almejada, mesmo que mantida uma corrente constante no controlador. Após isso, substitui-se o sistema não-linear pela aproximação linear dada pela função de transferência.

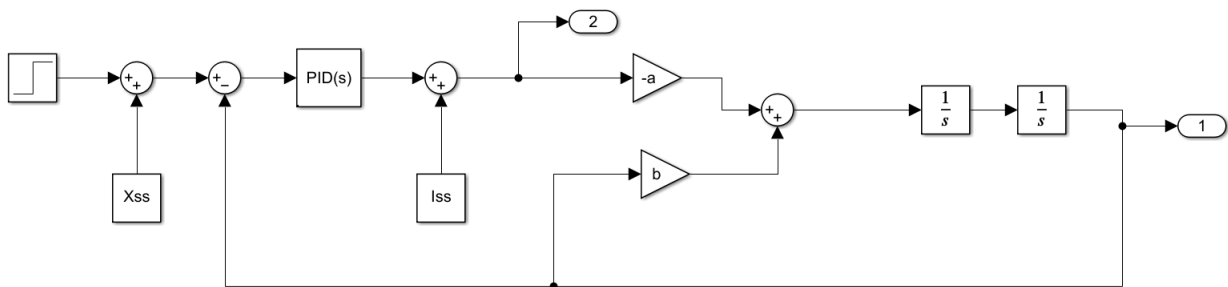


Figura 4: Simulação

Usamos também um script do Matlab fornecido pelo professor com algumas modificações para variáveis das simulações.

```

1 clc; clear; close all;
2
3 k = 3.2654e-5; % levitacao
4 g = 9.81; % cte gravitacional
5 m = 0.068; % massa esfera
6 Xss = 7.3e-3; % posicao repouso
7 Iss = 1; % corrente repouso
8 Kp = -1000; % ganho proporcional

```

```

9 Ki = -10e3; % ganho integral
10 Kd = -30; % ganho derivativo
11 N = 1000;
12 a = 2*g/Iss;
13 b = 2*g/Xss;
14 st=5e-6; % amplitude do degrau de entrada
15
16
17 [t1,x,y1]=sim('mod9a'); % simula sistema nao-linear
18 [t2,x,y2]=sim('mod9b'); % simula sistema linear
19 subplot(2,1,1)
20 plot(t1,y1(:,1)) % grafico da posicao da esfera
21 hold on
22 plot(t2,y2(:,1),'r')
23 axis([0 3 0 1e-2])
24 title('Posicao da esfera')
25 subplot(2,1,2)
26 plot(t1,y1(:,2)) % grafico da corrente de entrada
27 hold on
28 plot(t2,y2(:,2),'r')
29 axis([0 3 0 1.5])
30 title('Corrente de entrada')
31
32 y1=y1(:,1); % vamos comparar apenas a posicao das esferas
33 y2=y2(:,1);
34 y2=interp1(t2,y2,t1); % interpolacao
35
36 y1=y1(end/6:end);
37 y2=y2(end/6:end);
38 EQM=sqrt(norm(y1-y2,2)/length(y1)) % erro quadratico medio
39 EQM/mean(abs(y1)) % percentual do erro quadratico

```

Os gráficos fornecidos são disponibilizados abaixo.

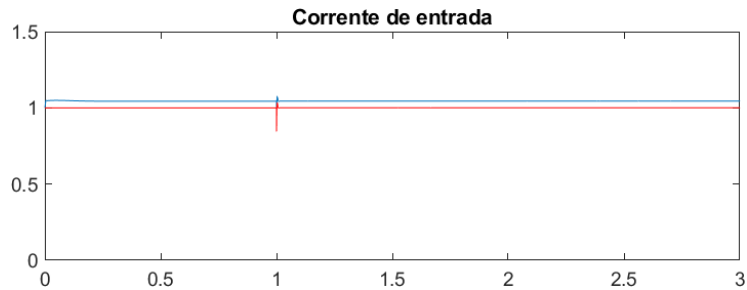


Figura 5: Gráfico - Corrente de entrada

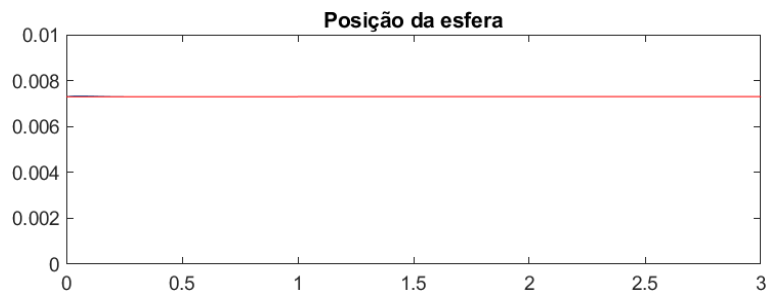
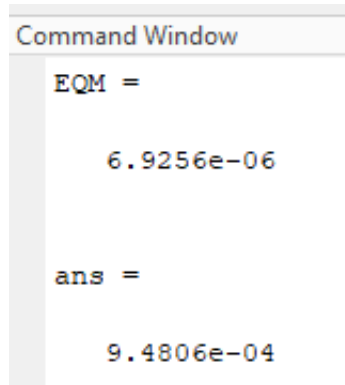


Figura 6: Gráfico - Posição da esfera

Além disso, na Command Window aparece alguns resultados.



```
Command Window
EQM =
    6.9256e-06

ans =
    9.4806e-04
```

Figura 7: *Command Window*

Variando-se a amplitude do degrau de entrada, obtém-se que o erro entre 15% e 20% é obtido quando ela assume valores entre, aproximadamente, $1e-4$ e $5.9e-5$