

Aula 10

ANA GONÇALVES

Universidade Federal de Minas Gerais

I. TUTORIAL 10

A figura abaixo representa um diagrama de blocos para um motor DC. Nosso objetivo é encontrar a função de transferência de $T_d(s)$ e $V_a(s)$ para $\omega(s)$.

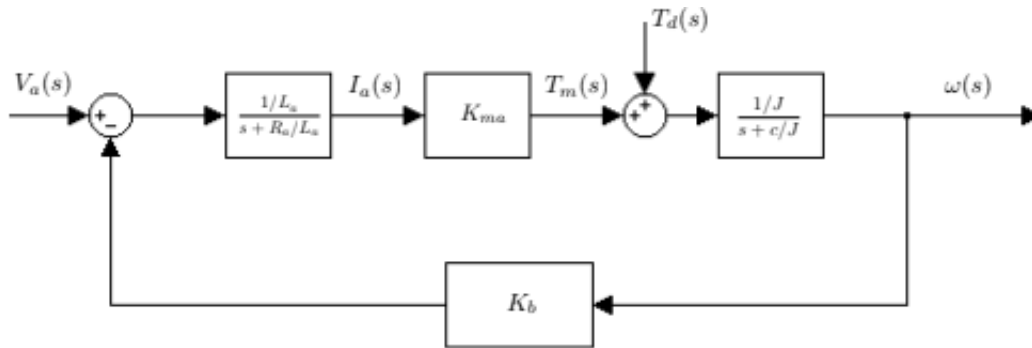


Figura 1: Diagrama de blocos para um motor DC

Cria-se um arquivo tut10a.m, em que calcularemos a função de transferência desejada usando dois métodos diferentes para efetuar interconexões de blocos no Matlab. O script utilizado é descrito abaixo

```

1 clear;
2 clc;
3 close all;
4
5 % Começamos definindo os parametros numericos de nosso motor.
6 La=1;
7 Ra=1;
8 J=10;
9 c=1;
10 Kma=0.1;
11 Kb=1;
12
13 % Definimos as funcoes de transferencia dos tres blocos superiores e a do bloco de realimentacao.
14 G1=tf([1/La],[1 Ra/La]);
15 G2=tf(Kma,1);
16 G3=tf([1/J],[1 c/J]);
17 H=tf(Kb,1);
18
19 % Td = 0, usamos o comando feedback para encontrar a funcao de transferencia T(s) entre w(s) e Va(s)
20 G1=ss(G1);
21 T(1,1)=zpk(feedback(series(series(G1,G2),G3),H));
22
23 % Va = 0, obtemos a funcao de transferencia entre w(s) e Td
24 T(1,2)=zpk(feedback(G3,-H*G1*G2,1));
25 % pause
26
27 % desta vez usamos o operador * para obter a conexao em serie.
28 % segundo o Help do matlab ele eh usado para conectar modelos LTI em series

```

```

29
30 % diagramas de bode = representam a resposta em frequencia do sistema em escala logaritmica
31 bode(T)
32 grid
33
34 % vamos obter a mesma funcao de transferencia T usando o comando connect, que pode ser usado para ...
    diagramas de blocos bem mais complexos que um loop de realimentacao negativa.
35 G1=[G1 -G1];
36 G1.inputname={'Va','Vb'};
37 G1.outputname='Ia';
38
39 % Usamos as propriedades inputname e outputname para identificar as entradas e saidas nominalmente.
40 G2.inputname={'Ia'};
41 G2.outputname='Tm';
42
43 % De forma analoga, unimos o terceiro bloco ao somador que o precede:
44 G3 = [G3 G3];
45 G3.inputname={'Tm','Td'};
46 G3.outputname='w';
47 H.inputname='w';
48 H.outputname='Vb';
49
50 % as entradas e saidas de mesmo nome serao conectadas:
51 T = connect(G1, G2, G3, H, {'Va','Td'}, 'w')
52
53 % indicar as variaveis de entrada e de saida do sistema resultante.
54 zpk(T)
55 % pause
56
57 % Quando executar o arquivo, voce observara que T (1, 1)tem um polo e um zero identicos. Isso acontece ...
    porque em geral o Matlab nao cancela polos e zeros automaticamente. Para realizar o cancelamento, ...
    utilizamos o comando minreal:
58 T = minreal(T);
59 zpk(T)
60
61 % Para visualizar as propriedades do sistema T , usamos o comando get
62 get(T)

```

```

T =

From input 1 to output:
      0.01
-----
(s+0.1113) (s+0.9887)

From input 2 to output:
      0.1 (s+1)
-----
(s+0.1113) (s+0.9887)

Continuous-time zero/pole/gain model.

```

Figura 2: Command Window

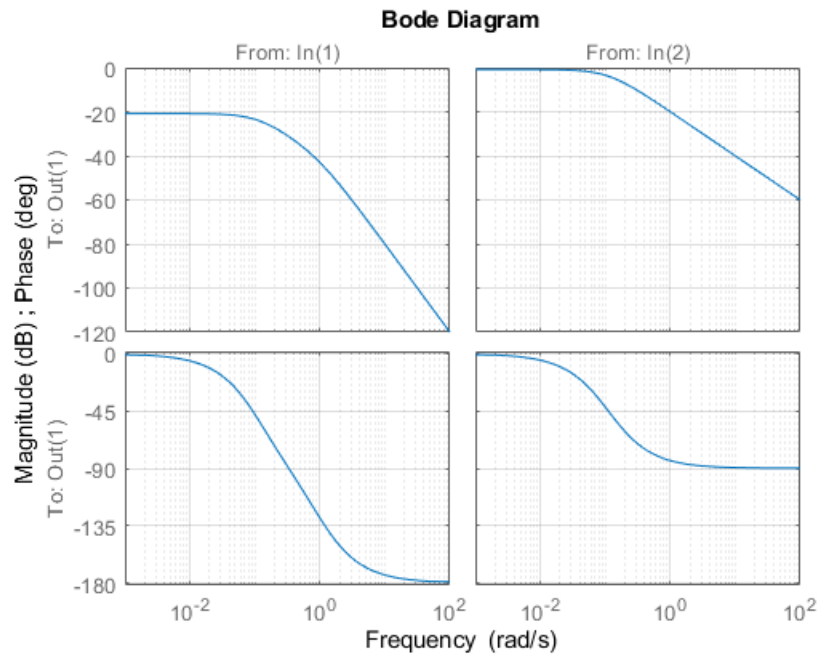


Figura 3: Diagrama de Bode

```

Command Window
ans =

    From input "Va" to output "w":
           0.01 (s+1)
    -----
    (s+0.1113) (s+0.9887) (s+1)

    From input "Td" to output "w":
           0.1 (s+1)
    -----
    (s+0.9887) (s+0.1113)

    Continuous-time zero/pole/gain model.

    1 state removed.

ans =

    From input "Va" to output "w":
           0.01
    -----
    (s+0.1113) (s+0.9887)

    From input "Td" to output "w":
           0.1 (s+1)
    -----
    (s+0.1113) (s+0.9887)
  
```

Figura 4: Funções de transferência

```

        A: [2×2 double]
        B: [2×2 double]
        C: [-0.5000 -2.6473e-30]
        D: [0 0]
        E: []
        Scaled: 0
        StateName: {2×1 cell}
        StatePath: {2×1 cell}
        StateUnit: {2×1 cell}
        InternalDelay: [0×1 double]
        InputDelay: [2×1 double]
        OutputDelay: 0
        Ts: 0
        TimeUnit: 'seconds'
        InputName: {2×1 cell}
        InputUnit: {2×1 cell}
        InputGroup: [1×1 struct]
        OutputName: {'w'}
        OutputUnit: {''}
        OutputGroup: [1×1 struct]
        Notes: [0×1 string]
        UserData: []
        Name: ''
        SamplingGrid: [1×1 struct]

```

Figura 5: *Propriedades do sistema*

```

T =

A =

      x1      x2      x3
x1      -1       0       0
x2       0      -1      0.5
x3    0.02  -0.02  -0.1

B =

      Va   Td
x1       1    0
x2       0    0
x3       0  0.2

C =

      x1   x2   x3
w       0    0  0.5

D =

      Va   Td
w       0    0

Continuous-time state-space model.

```

Figura 6: *Variáveis*

Modela-se a plataforma como um sistema massa-mola-amortecedor.

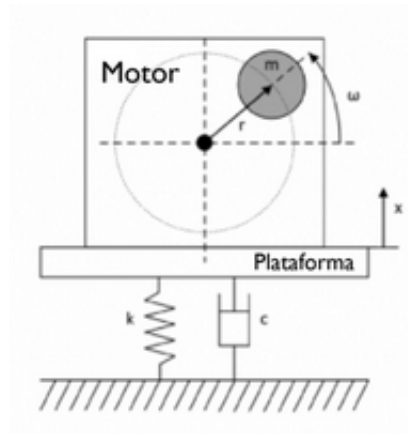


Figura 7: Variáveis

Nosso objetivo é calcular a amplitude de oscilação da plataforma devido à ressonância com a rotação do motor.

```

1 clear;
2 clc;
3 close all;
4
5 w=1633;
6 k=8.35e5;
7 c=0.6e3;
8 M=30;
9 m=29;
10 r=2;
11 x0=0;
12
13 % calculamos a funcao de transferencia G (s) = X (s)/F (s) e plotamos a resposta em magnitude da mesma
14 G=tf([1],[M c k]);
15 figure
16 bodemag(G);
17
18 % a amplitude de oscilacao
19 amplitude=m*r*w^2*abs(freqresp(G,w));
20
21 % Calculamos o pico e a frequencia de ressonancia do sistema
22 ww=10.^(-2:0.01:3);
23 [gr,indwr]=max(abs(freqresp(G,ww)));
24 wr=ww(indwr);
25
26 % frequencia de ressonancia
27 [gr,wr]=norm(G,Inf);
28
29 % comando series para achar a contribuicao devida a entrada F(s)
30 F=m*r*w^2*tf([w],[1 0 w^2]);
31 X=series(G,F);
32 t=0:0.002:0.7;
33 xf=impulse(X,t);
34
35 % calculamos a contribuicao devida a condicao inicial:
36 X0=x0*tf([M c],[M c k]);
37 xt0=impulse(X0,t);
38
39 % Encerramos plotando a solucao obtida e calculando a amplitude de oscilacao apos o transitorio.
40 figure
41 y=xf+xt0;

```

```
42 plot(t,y)
43
44 amplitude1=max(y(end/2:end));
```

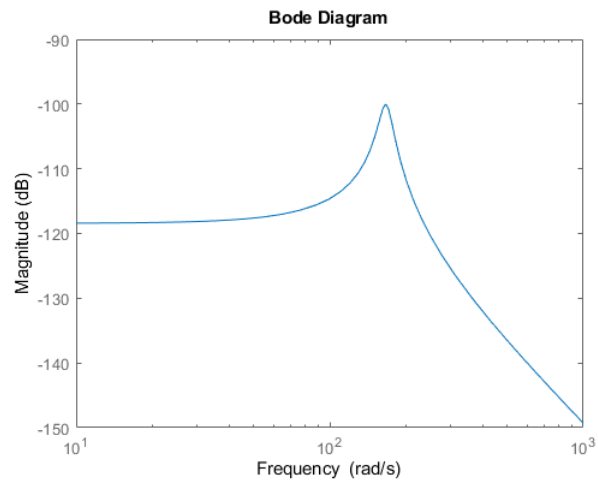


Figura 8: Diagrama de Bode

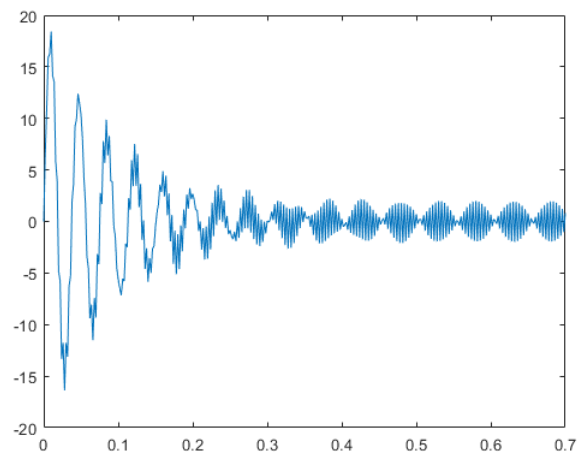


Figura 9: Gráfico da resposta oscilatória

Name	Value
amplitude	1.9536
amplitude1	2.2142
c	600
F	1x1 tf
G	1x1 tf
gr	1.0008e-05
indwr	423
k	835000
m	29
M	30
r	2
t	1x351 double
w	1633
wr	166.2376
ww	1x501 double
X	1x1 tf
x0	0
X0	1x1 tf
xf	351x1 double
xt0	351x1 double
y	351x1 double

Figura 10: Workspace

O gráfico da resposta oscilatória demonstra o fenômeno de ressonância pela superposição das frequências – como o sinal da frequência $xt0$ depende apenas da plataforma oscilatória, ele logo é defasado, enquanto y e fx se sobrepõem. O diagrama de Bode explicita um sistema subamortecido, que oscila com frequência de 1633 rpm, ou 171 rad/s, que coincide com o valor de pico encontrado no gráfico obtido. Com isso, obtém-se também uma magnitude de cerca de -101dB, e a frequência de ressonância calculada foi de cerca de 167 rad/s. Ainda, o valor da amplitude de saída encontrado foi em torno de 0,17m.

II. EXERCÍCIO COMPUTACIONAL 10

Além dos exercícios feitos no tutorial anterior houve algumas diferenças para o exercício computacional. O valor de K_0 será fixado em $1.35 \cdot 10^4$ [N/m] e M_0 será fixado em 0.4617.

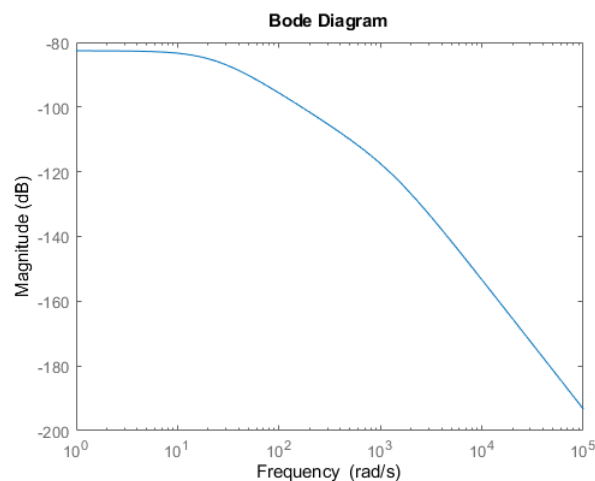


Figura 11: Diagrama de Bode

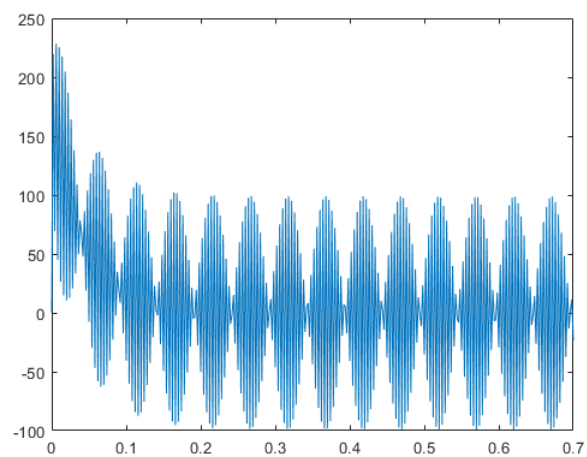


Figura 12: *Gráfico da resposta oscilatória*

```
ans =  
  
      2.1659  
-----  
      (s+1277) (s+22.9)  
  
Continuous-time zero/pole/gain model.
```

Figura 13: *Resposta zpk*