Question de cours Quel algorithme utiliser pour trouver un arbre couvrant de poids minimum dans un graphe? Expliquez-le et donnez sa complexité temporelle.

Exercice 1 (Trois boucles pour les gouverner toutes) Expliquez comment utiliser l'algorithme de Floyd-Warshall pour résoudre le problème de décision suivant:

Entrée: G = (S, A) un graphe pondéré.

Sortie: G possède-t-il un cycle de poids négatif?

Exercice 2 (Les graphes cordaux sont parfaits) Un graphe G est cordale si ses cycles sans cordes sont des triangles. Un ensemble de sommets S d'un graphe connexe G est un cutset si $G \setminus S$ n'est pas connexe. C'est un clique-cutset si S induit une clique. Il est minimal aucune de ses parties n'est un cutset.

Question 1 Montrer qu'un minimal cutset d'un graphe cordale est une clique.

Question 2 En déduire que si G est cordale alors G est complet ou G possède un clique-cutset

Question 3 En déduire que tout graphe cordal est parfait i.e vérifie $\chi(G) = \omega(G)$ avec $\omega(G)$ la taille maximale d'une clique de G.