Experiência 4
Prof. Marconi Kolm Madrid
EA722 - 2017/2

Danilo Pereira Titato - RA 122541
Giovani Granzotto Oliani - RA 146253
Pedro Gabriel Calixto Mendonça - RA 118363

Exercício 1
A função de transferência é:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)\,G_p(s)}{1 + G_c(s)\,G_p(s)}$$

Para o cálculo de erro:

$$\begin{aligned} Y(s) &= G_c(s) \cdot G_p(s) \cdot E(s) \\ \frac{G_c(s)\,G_p(s)\,E(s)}{R(s)} &= \frac{G_c(s)\,G_p(s)}{1 + G_c(s)\,G_p(s)} \\ E(s) &= \frac{R(s)}{1 + G_c(s)\,G_p(s)} \end{aligned}$$

Logo, o erro de estado estacionário do sistema em malha fechada é dado por:

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} s \frac{R(s)}{1 + G_c(s)\,G_p(s)}, C.Q.D.$$

Exercício 2
Temos que, no controlador PI&D, com $k_i = 0$:

$$\begin{aligned} X(s) &= \frac{1}{m_1 s^2 + c_1 s} \cdot k_{hw} \cdot \left[\left(k_p + \frac{k_i}{s}\right)(R(s) - X(s)) - k_d s X(s)\right] \\ X(s)\left[1 + \frac{1}{m_1 s^2 + c_1 s} \cdot k_{hw} \cdot (k_p + k_d s)\right] &= R(s) \cdot \frac{1}{m_1 s^2 + c_1 s} \cdot k_{hw} \cdot k_p \\ X(s)\left[m_1 s^2 + (c_1 + k_d k_{hw})\,s + k_p k_{hw}\right] &= R(s) \cdot k_p \cdot k_{hw} \\ \frac{X(s)}{R(s)} &= \frac{k_p k_{hw}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_d k_{hw})\,s + k_p k_{hw}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(s) &= R(s) - X(s) \\ &= R(s)\left[1 - \frac{k_p k_{hw}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_d k_{hw})\,s + k_p k_{hw}}\right] \\ &= R(s)\left[\frac{m_1 s^2 + (c_1 + k_d k_{hw})\,s}{m_1 s^2 + (c_1 + k_d k_{hw})\,s + k_p k_{hw}}\right] \end{aligned}$$

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \to 0} s \cdot \left[\frac{m_1 s^2 + (c_1 + k_d k_{hw})\,s}{m_1 s^2 + (c_1 + k_d k_{hw})\,s + k_p k_{hw}}\right], C.Q.D.$$

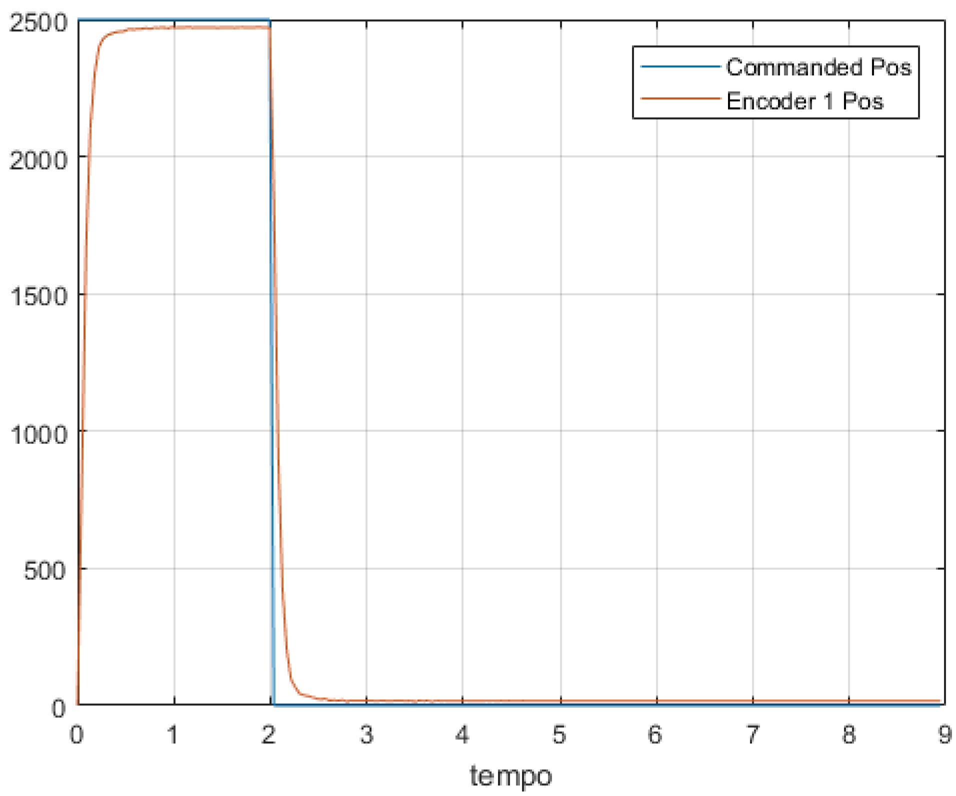
Já para o controlador PD:

$$\begin{aligned}\frac{X(s)}{R(s)} &= \frac{\frac{1}{m_1 s^2 + c_1 s} \cdot k_{hw} \cdot (k_p + k_d s)}{1 + \frac{1}{m_1 s^2 + c_1 s} \cdot k_{hw} \cdot (k_p + k_d s)} \\ &= \frac{k_{hw} \cdot (k_p + k_d s)}{m_1 s^2 + (c_1 + k_d k_{hw}) s + k_p k_{hw}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widetilde{E}(s) &= R(s) - X(s) \\ &= R(s) \cdot \left[1 - \frac{k_{hw} \cdot (k_p + k_d s)}{m_1 s^2 + (c_1 + k_d k_{hw}) s + k_p k_{hw}}\right] \\ &= R(s) \cdot \left[\frac{m_1 s^2 + c_1 s}{m_1 s^2 + (c_1 + k_d k_{hw}) s + k_p k_{hw}}\right]\end{aligned}$$

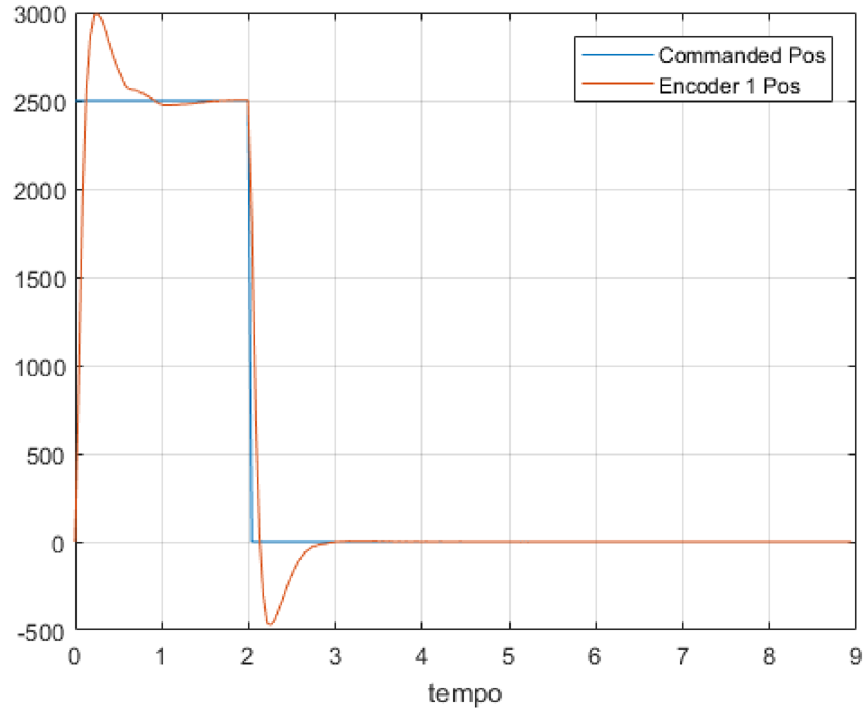
$$\widetilde{e}(\infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot \widetilde{E}(s) = \lim_{s \to 0} s \cdot \left[\frac{m_1 s^2 + c_1 s}{m_1 s^2 + (c_1 + k_d k_{hw}) s + k_p k_{hw}}\right], C.Q.D.$$

Procedimento experimental - parte 1
2.

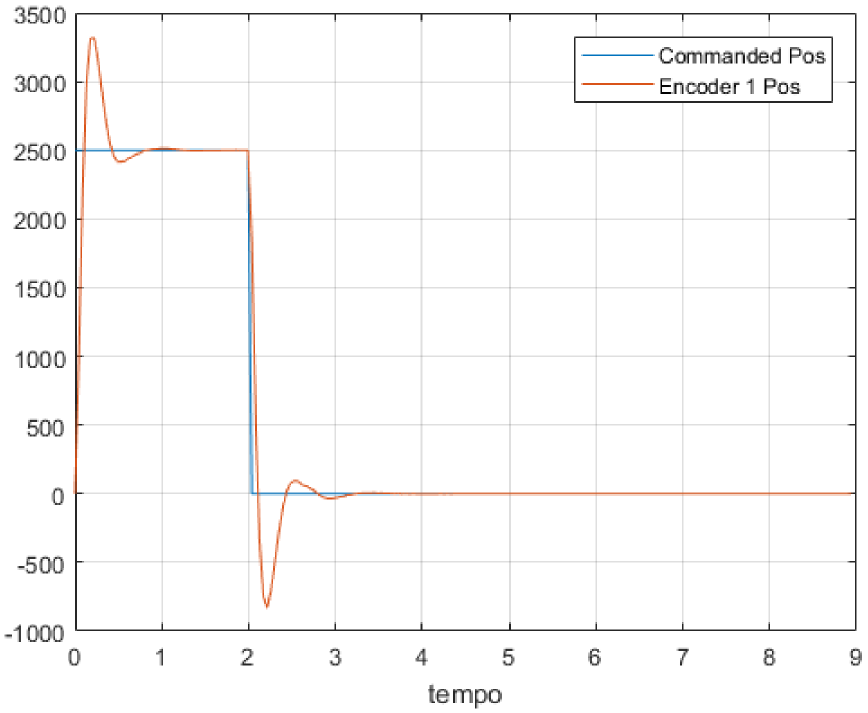


3.

$$k_i k_{hw} = 7500 \implies k_i = \frac{7500}{14732} = 0.5091$$

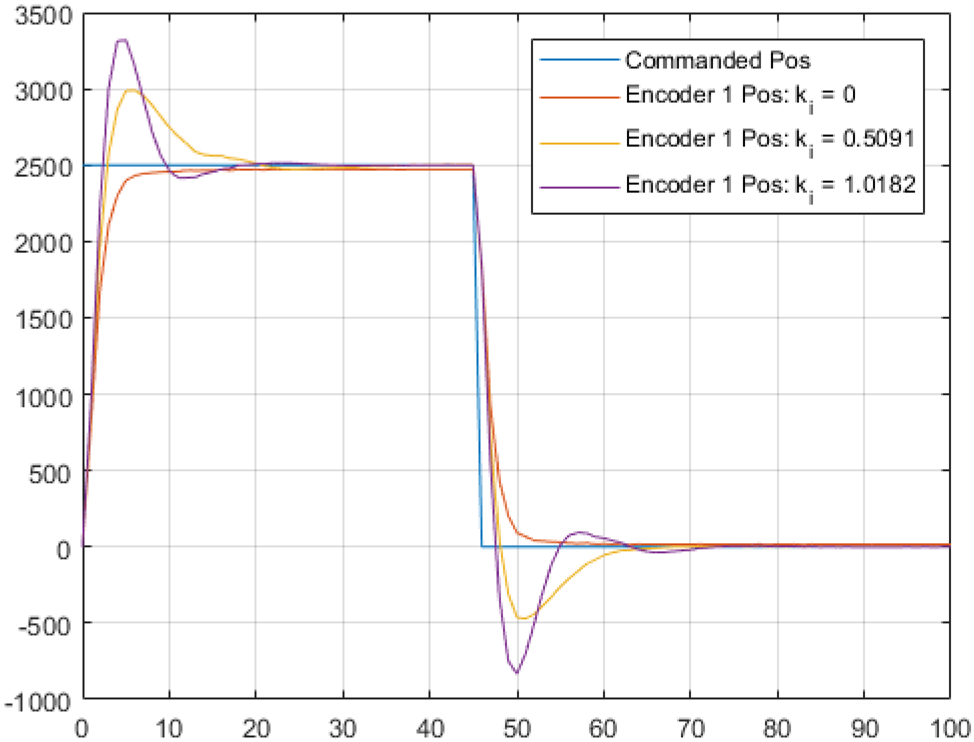


4.



Como parte da força de compensação é determinada pela integral do erro; enquanto o erro não for negativo ou zero, o termo integral aumentará de modo cumulativo. Assim, se segurarmos o carro deslocado da origem, haverá erro e a força de compensação irá aumentar ao longo do tempo. Se soltarmos o carro após o segurarmos em uma posição deslocada, o carro irá acelerar em direção à posição comandada, mas irá passar do ponto de equilíbrio e oscilar em torno dele.

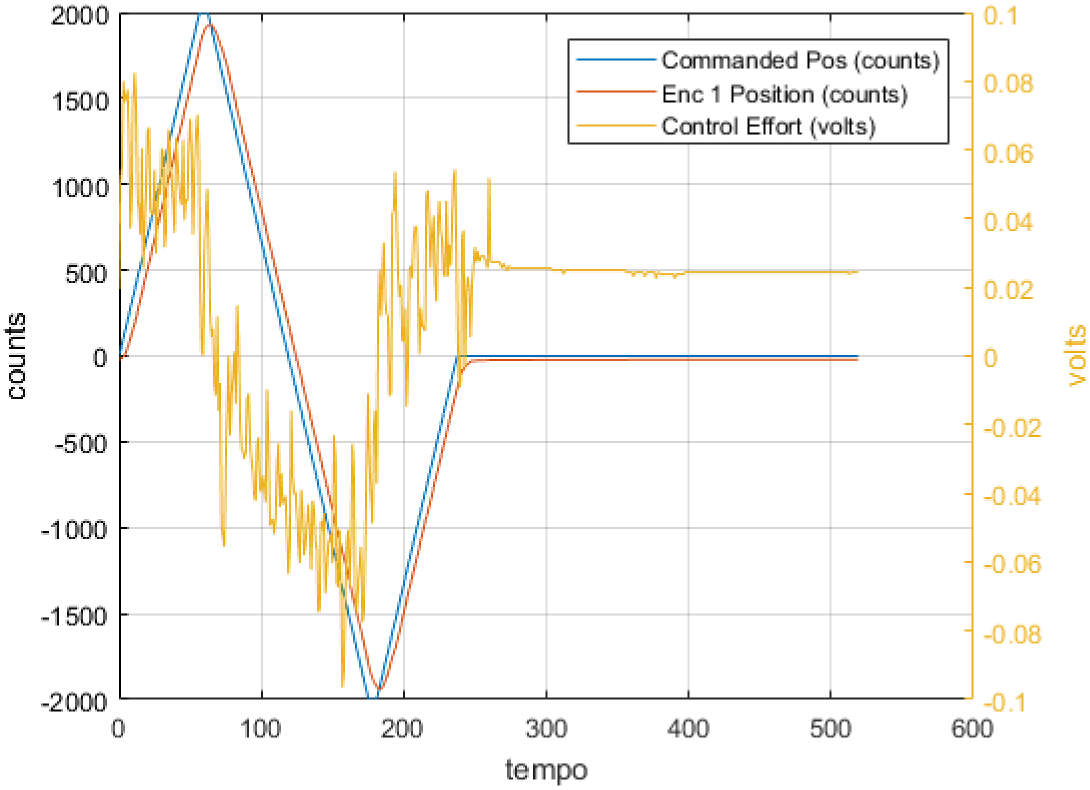
5.



Como podemos ver, a ação integral elimina o erro de regime, dado que a força de compensação aumenta enquanto houver erro. No entanto, é visível também que com um maior ganho integral, temos um aumento visível no máximo *overshoot*. Isso pode ser explicado pelo aumento da força de compensação aplicada pelo termo integrador, para que haja o controle ao redor do ponto de equilíbrio. Já que é dependente do termo integrativo, essa força acumula independentemente da taxa de variação do erro, enquanto houver erro. Com o aumento do k_i, há o aumento dessa força e o sistema apresenta um *overshoot* mais acentuado.

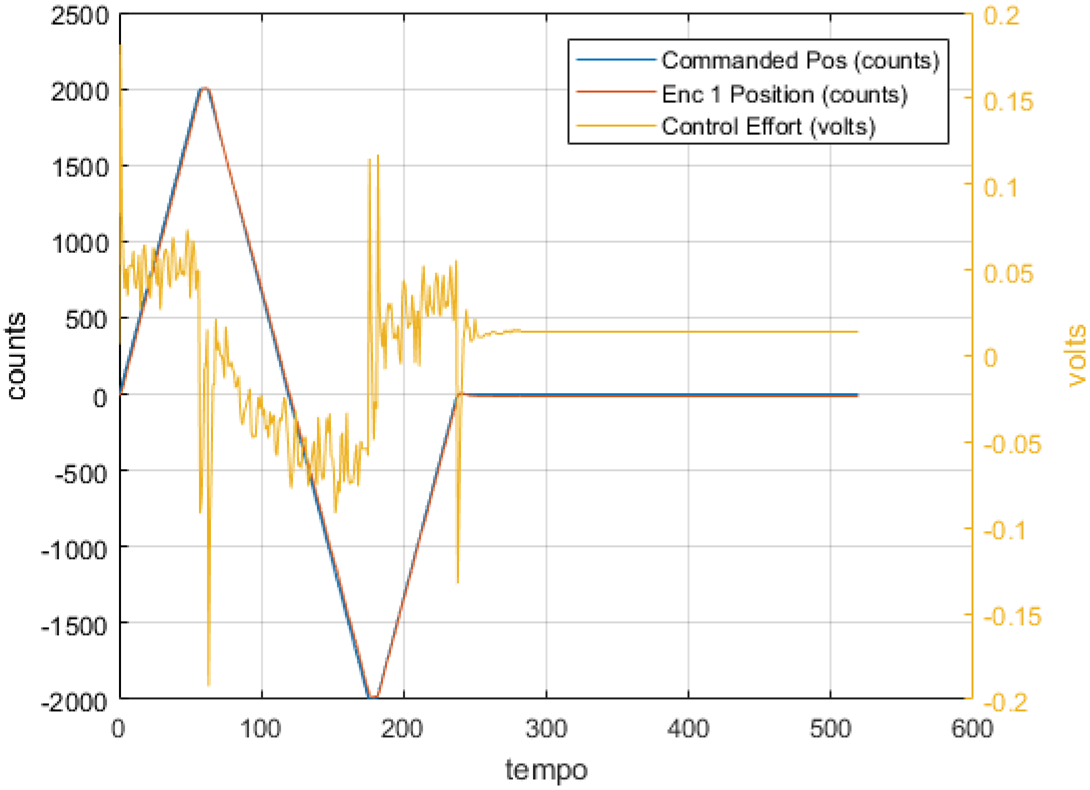
Procedimento experimental - parte 2

8. PI&D, $k_i = 0$ (P&D):

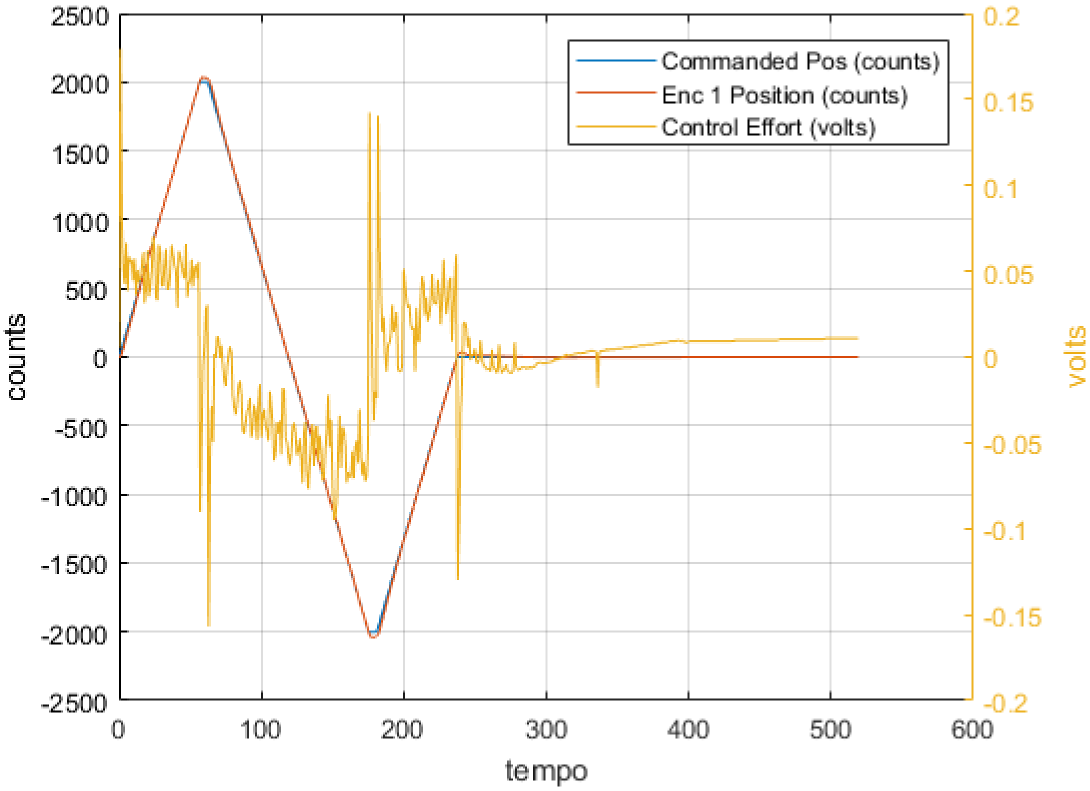


9.

PD:



PID:



10.
8-PI&D houve erro notável, sem overshoot
9-PD existe erro mt mt mt pequeno. overshoot mt mt pequeno
9-PID houve overshoot notavel, sem erro
Procedimento experimental - parte 3
12.