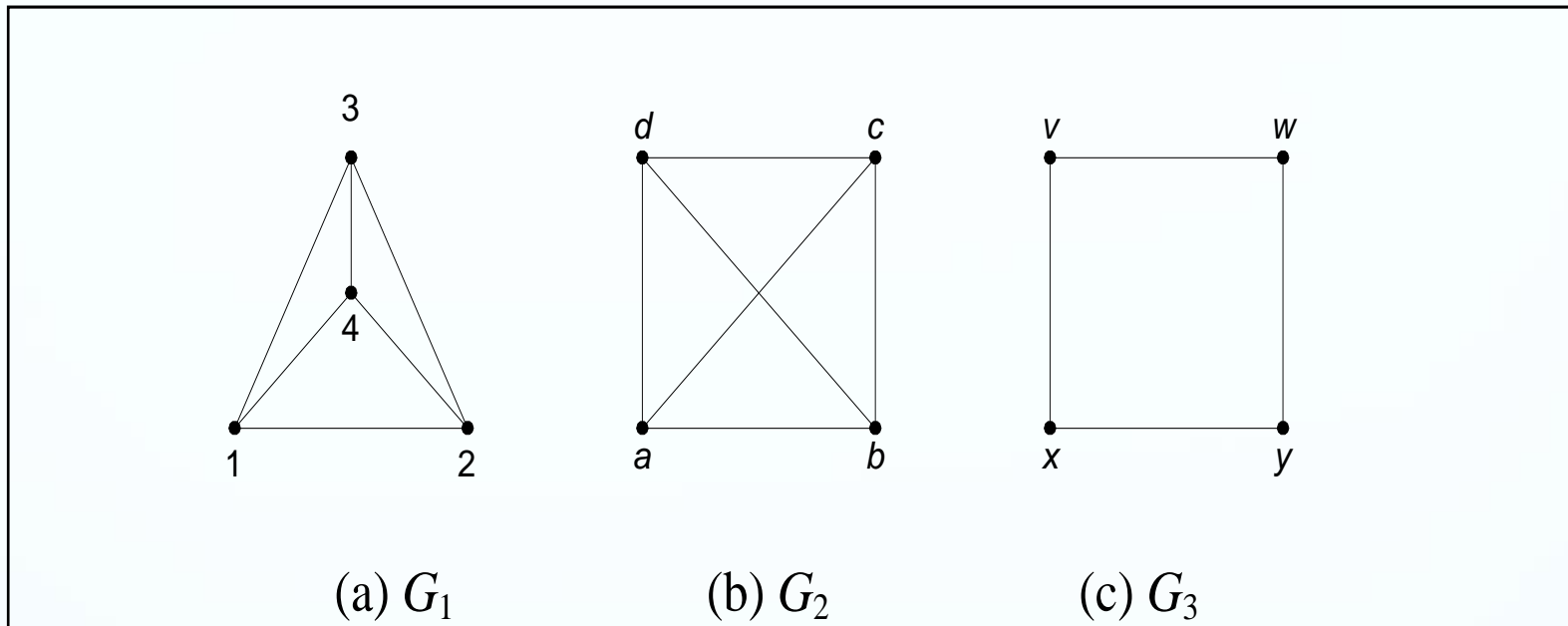


GRAF ISOMORFIK

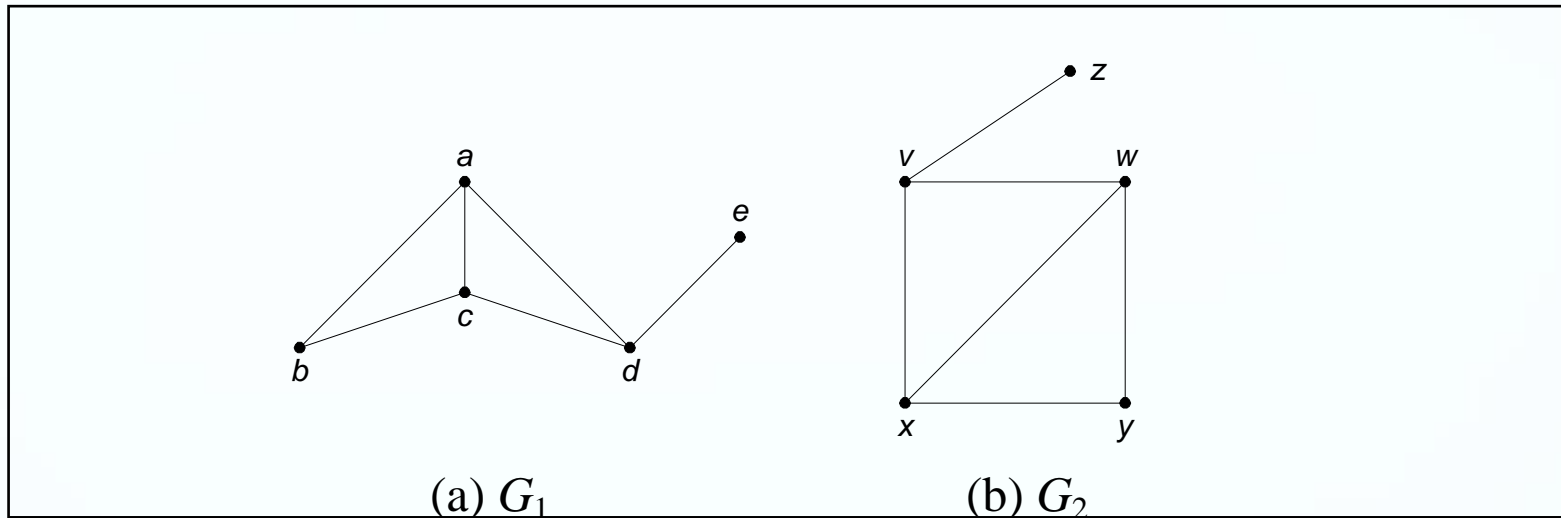
- Dua buah graf yang sama tetapi secara geometri berbeda disebut graf yang saling **isomorfik**.
- Dua buah graf, G_1 dan G_2 dikatakan isomorfik jika terdapat korespondensi satu-satu antara simpul-simpul keduanya dan antara sisi-sisi keduanya sedemikian sehingga hubungan kebersisian tetap terjaga.
- Dengan kata lain, misalkan sisi e bersisian dengan simpul u dan v di G_1 , maka sisi e' yang berkoresponden di G_2 harus bersisian dengan simpul u' dan v' yang di G_2 .
- Dua buah graf yang isomorfik adalah graf yang sama, kecuali penamaan simpul dan sisinya saja yang berbeda. Ini benar karena sebuah graf dapat digambarkan dalam banyak cara.

- Pada Gambar 5, G_1 isomorfik dengan G_2 . Simpul 1,2,3, dan 4 di G_1 berkoresponden dengan simpul a,b,c dan d di G_2 . Sisi $(1,2), (2,3), (3,1), (3,4), (1,4)$ dan $(2,4)$ berkoresponden dengan sisi $(a,b), (b,c), (c,d), (a,d), (a,c)$ dan (b,d) .
- Semua simpul di G_1 dan G_2 berderajat 3.
- G_1 maupun G_2 tidak isomorfik dengan G_3 , karena simpul-simpul di G_3 dua buah berderajat dua dan dua buah lagi berderajat tiga, sedangkan simpul-simpul di G_1 dan G_2 semuanya berderajat tiga.



Gambar 5. G_1 isomorfik dengan G_2 , tetapi G_1 tidak isomorfik dengan G_3

- Gambar 6. juga isomorfik. Simpul a,b,c,d, dan e di G1 masing-masing berkoresponden dengan simpul x,y,w,v, dan z di G2. Masing-masing simpul yang disebutkan tersebut berderajat 3,2,3,3, dan 1.
- Untuk memperlihatkan bahwa dua buah graf isomorfik, dapat ditunjukkan bahwa matriks ketetanggaannya kedua graf itu sama.
- Matriks ketetanggaan untuk dua buah graf yang isomorfik juga tampak pada gambar 6.



Gambar 6 Graf (a) dan graf (b) isomorfik

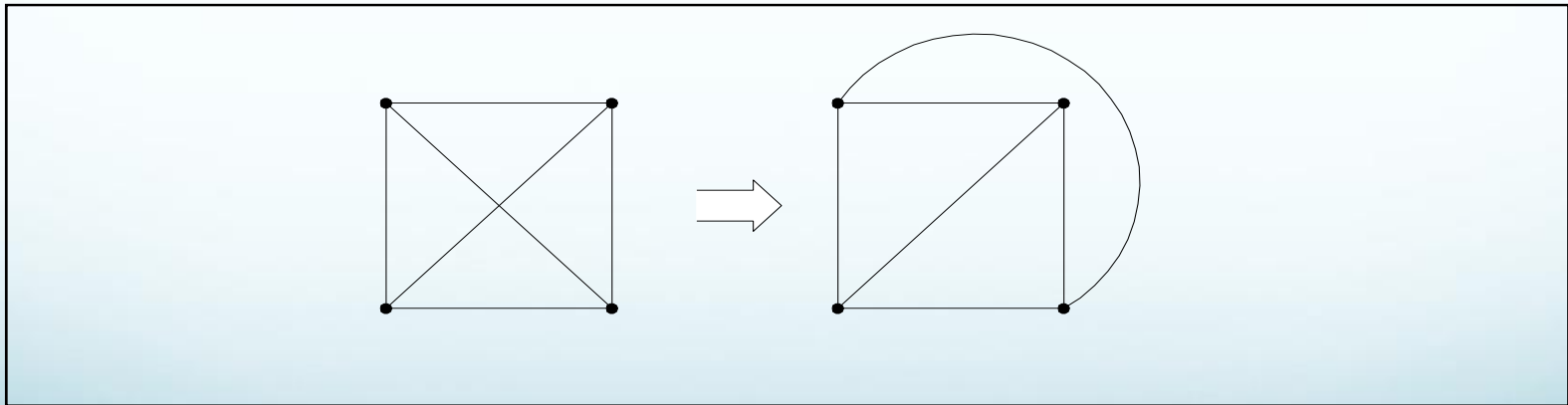
$$A_{G_1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c & d & e \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$A_{G_2} = \begin{matrix} & \begin{matrix} x & y & w & v & z \end{matrix} \\ \begin{matrix} x \\ y \\ w \\ v \\ z \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Graf Planar (*Planar Graph*) dan Graf Bidang (*Plane Graph*)

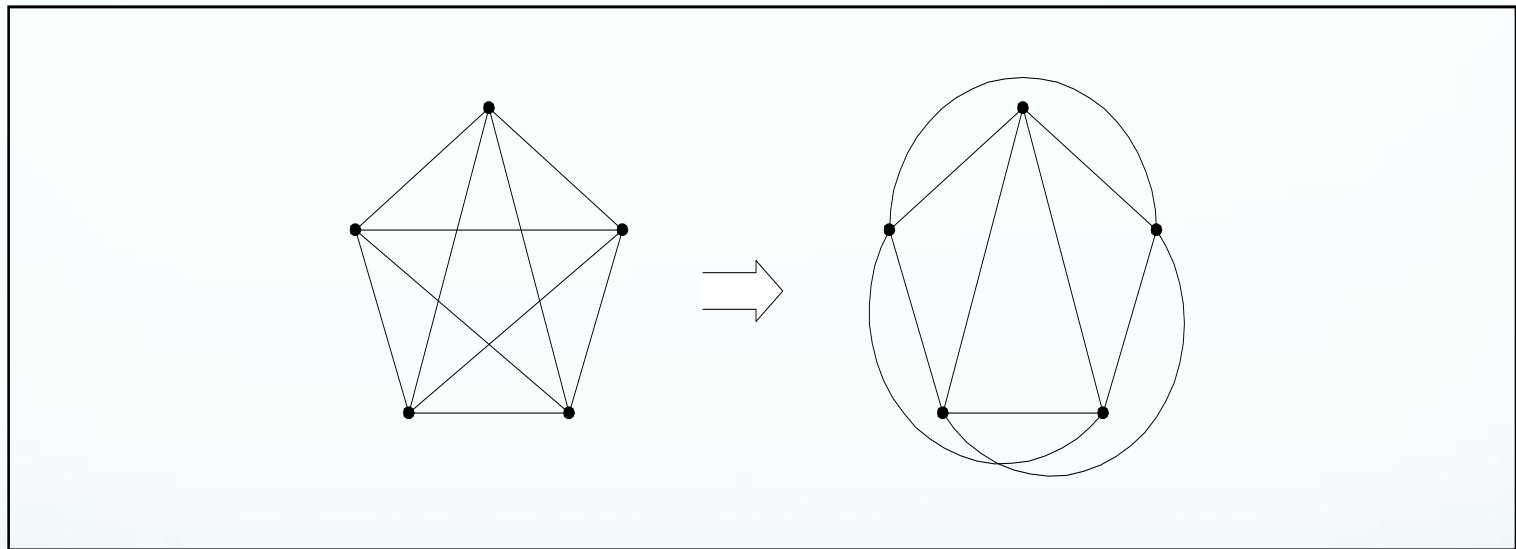
Graf yang dapat digambarkan pada bidang datar dengan sisi-sisi tidak saling memotong disebut sebagai **graf planar**, jika tidak, ia disebut **graf tak-planar**.

Perlu diperhatikan bahwa belum tentu suatu graf yang secara kasat mata terlihat sisi-sisinya saling berpotongan tidak planar. Graf tersebut mungkin saja planar, karena graf tersebut dapat digambarkan kembali dengan cara berbeda yang sisi-sisinya tidak saling berpotongan. Seperti tampak pada Gambar 7.



Gambar 7. K_4 adalah graf planar

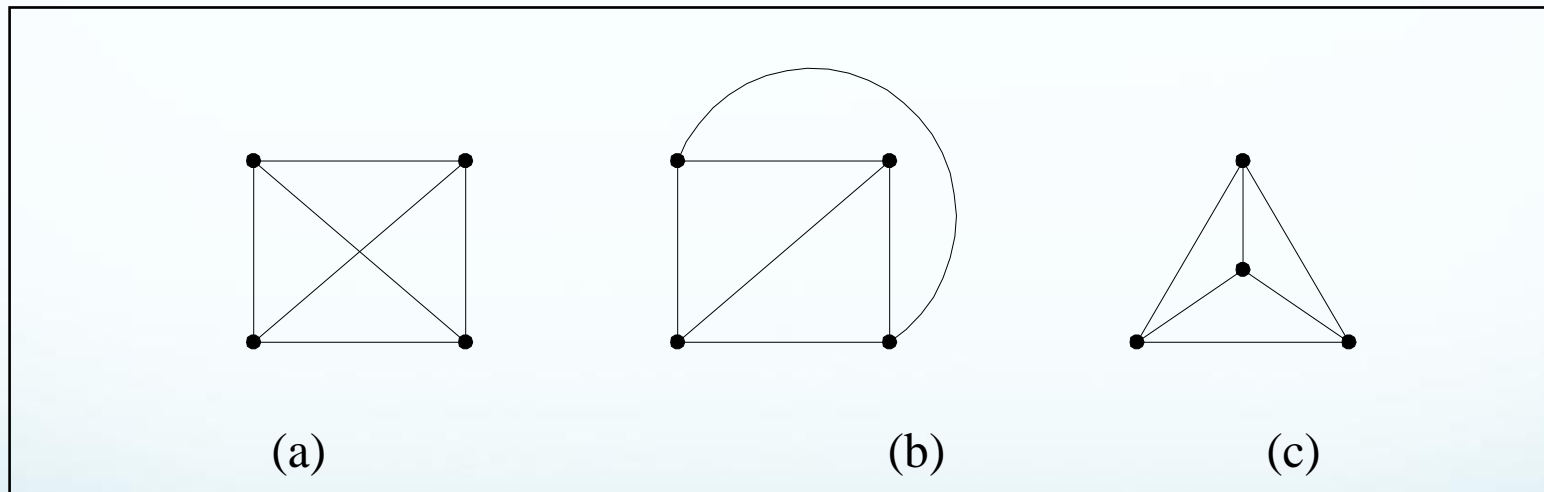
K_5 pada Gambar 8. Adalah bukan graf planar, karena setelah digambar kembali tetap ada yang berpotongan



Gambar 8. K_5 bukan graf planar

Graf planar yang digambarkan dengan sisi-sisi yang tidak saling berpotongan disebut **graf bidang** (*plane graph*).

Pada Gambar 9. Ketiga buah graf adaalah graf planar, tetapi graf (a) bukan graf bidang, sedangkan graf (b) dan (c) adalah graf bidang. Ketiga graf tersebut isomorfik



Gambar 9. Tiga buah graf planar. Graf (b) dan (c) adalah graf bidang

Lintasan dan Sirkuit Euler

- **Lintasan Euler** ialah lintasan yang melalui masing-masing sisi di dalam graf tepat satu kali.
- Sirkuit Euler ialah sirkuit yang melewati masing-masing sisi tepat satu kali dan membentuk lintasan tertutup
- Graf yang mempunyai sirkuit Euler disebut **graf Euler** (*Eulerian graph*). Graf yang mempunyai lintasan Euler dinamakan juga graf **semi-Euler** (*semi-Eulerian graph*).

Contoh :

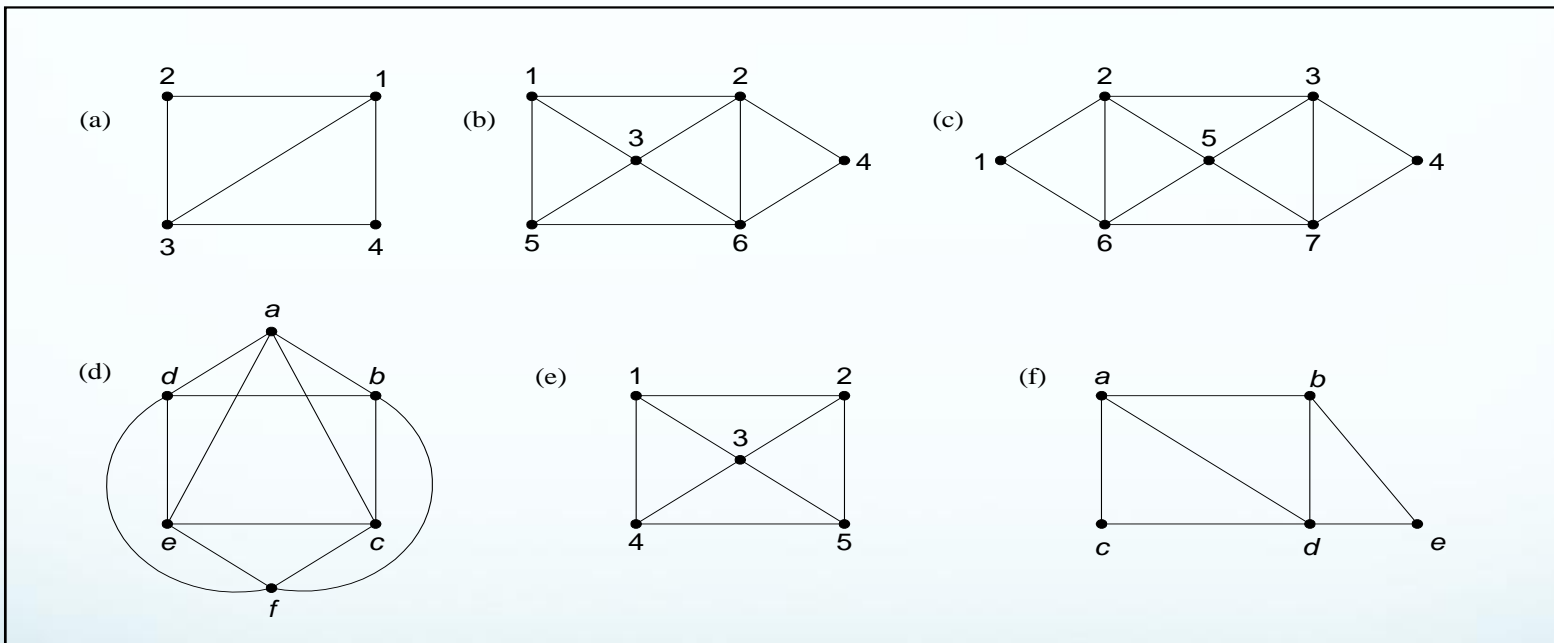
Lintasan Euler pada graf Gambar 10 (a) : 3, 1, 2, 3, 4, 1

Lintasan Euler pada graf Gambar 10 (b) : 1, 2, 4, 6, 2, 3, 6, 5, 1, 3

Sirkuit Euler pada graf Gambar 10 (c) : 1, 2, 3, 4, 7, 3, 5, 7, 6, 5, 2, 6, 1

Sirkuit Euler pada graf Gambar 10 (d) : $a, c, f, e, c, b, d, e, a, d, f, b, a$

Graf (e) dan (f) tidak mempunyai lintasan maupun sirkuit Euler



Gambar 10. (a) dan (b) graf semi-Euler
(c) dan (d) graf Euler
(e) dan (f) bukan graf semi-Euler atau graf Euler