

Kuliah I

Matematika Diskrit

Zaenab Muslimin

PENGANTAR

PENDAHULUAN

- Mata kuliah ini akan mengajarkan bagaimana bekerja dengan struktur diskrit, yang merupakan bahasa dasar dan konseptual untuk semua komputer teknik dan science;
- Mata kuliah ini digunakan untuk memahami komputer teknik, yaitu dengan :
 - Memahami algoritma program
 - Membuktikan suatu program bekerja atau tidak
 - Pemilihan struktur data

Apa Matematika Diskrit itu?

- Matematika diskrit adalah: cabang matematika yang mengkaji objek-objek diskrit.
- Apa yang dimaksud dengan kata **diskrit** (*discrete*)?
Benda disebut diskrit jika:
 - terdiri dari sejumlah berhingga elemen yang berbeda
 - elemen-elemennya tidak bersambungan (*unconnected*).

Contoh: himpunan bilangan bulat (*integer*)

- Lawan kata diskrit: **kontinyu** atau **menerus** (*continuous*).
- Contoh: himpunan bilangan riil (*real*)

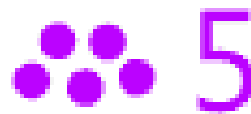
Data

Qualitative

"It was great fun"

Quantitative

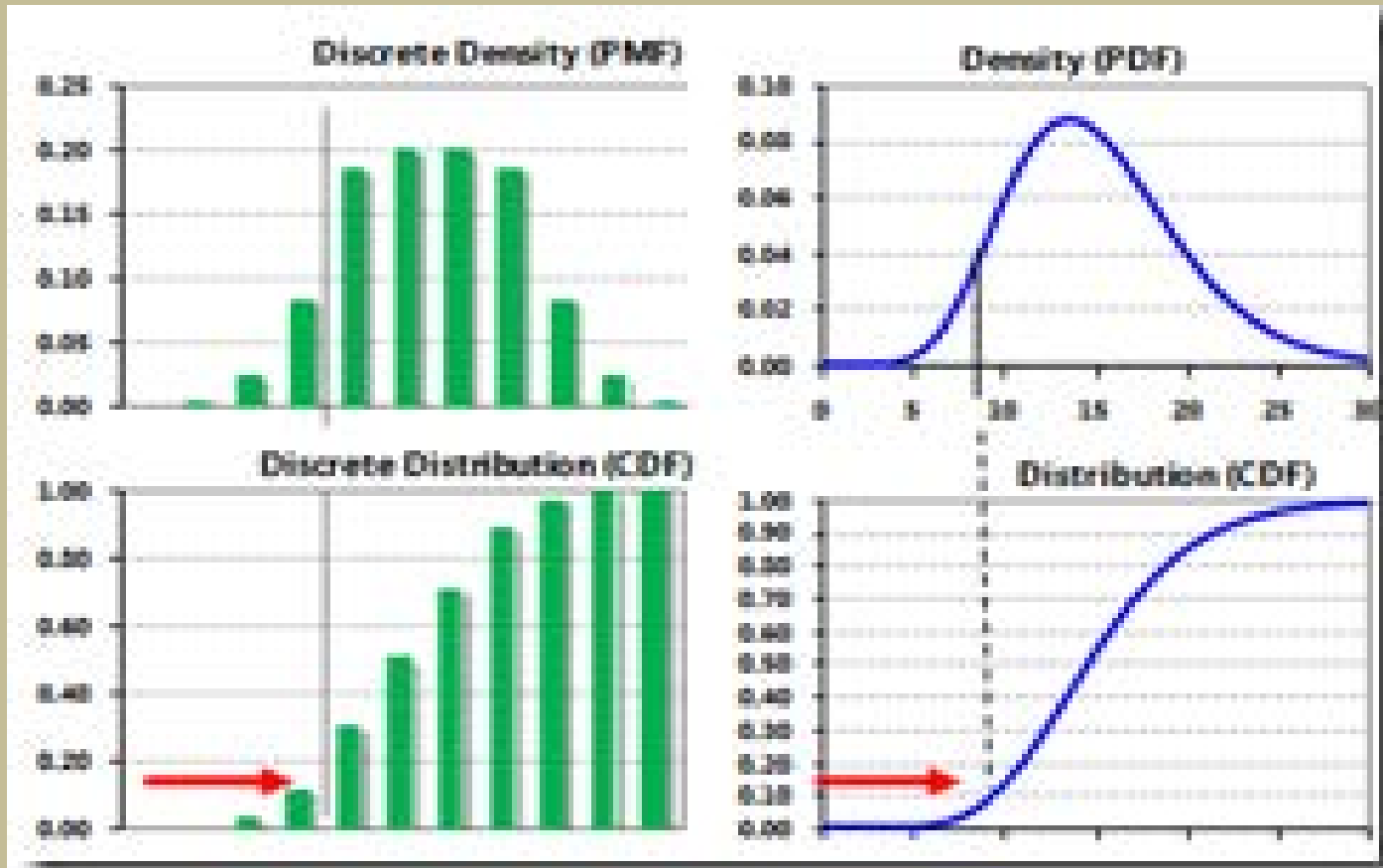
Discrete



Continuous



- Struktur Diskrit terdiri dari elemen yang terpisah atau tidak tersambung serta terdiri dari elemen yang tertentu atau tidak tertentu.
Struktur Diskrit merupakan lawan dari Struktur Kontinue.



Apa Matematika Diskrit itu?

- Komputer digital bekerja secara diskrit. Informasi yang disimpan dan dimanipulasi oleh komputer adalah dalam bentuk diskrit.
- Matematika diskrit merupakan ilmu dasar dalam pendidikan informatika atau ilmu komputer.
- Matematika diskrit memberikan landasan matematis untuk kuliah-kuliah lain di informatika.
 - algoritma, struktur data, basis data, otomata dan teori bahasa formal, jaringan komputer, keamanan komputer, sistem operasi, teknik kompilasi, dsb.

I. LOGIKA

1.1 Proposisi

- Logika penting untuk bernalar matematis
- Logika: sistem yg didasarkan atas **proposisi**.
- **Proposisi**: suatu kalimat yang dapat bernilai benar atau salah, tetapi tidak sekaligus keduanya.
- Nilai kebenaran dari suatu proposisi adalah benar (*True*) atau salah (*False*).
- Berkorespondensi dengan **1** dan **0** dalam dunia digital.

Contoh Proposisi (1)

“Gajah lebih besar daripada kucing.”

Ini suatu pernyataan ?

benar

Ini suatu proposisi ?

benar

Apa nilai kebenaran dari
proposisi ini ?

Benar/true

Contoh Proposisi (2)

“1089 < 101”

Ini pernyataan ?

Benar

Ini proposisi ?

Benar

Apa nilai kebenaran dari
proposisi ini ?

Salah/false

Contoh proposisi (3)

$$“y > 15”$$

Ini pernyataan ?

benar

Ini proposisi ?

salah

- Nilai kebenarannya bergantung pada nilai y , nilai y tidak dispesifikasikan nilainya.
- Tipe pernyataan ini adalah kalimat terbuka.

Contoh proposisi (4)

“Bulan ini Februari dan $24 < 5$.”

Ini pernyataan ?

benar

Ini proposisi ?

benar

Nilai kebenaran dari
proposisi tersebut ?

salah

Contoh proposisi (5)

“Serahkan uangmu sekarang!”

Ini pernyataan ?

salah

(Kalimat perintah)

Ini proposisi ?

salah

Hanya pernyataan yang dapat menjadi proposisi.

Contoh proposisi (6)

“Untuk sembarang bilangan bulat $n \geq 0$,
maka $2n$ adalah bilangan genap.”

Ini pernyataan ? benar

Ini proposisi ? benar

Apa nilai kebenaran
proposisi tersebut ? Benar

Contoh proposisi (7)

“ $x < y$ jika dan hanya jika $y > x$.”

Ini pernyataan ?

benar

Ini proposisi ?

benar

... sebab nilai kebenarannya
bergantung pada nilai x dan y .

Apa nilai kebenaran dari
proposisi tsb ?

benar

1.2 Mengkombinasikan proposisi

- Proposisi baru dapat dibentuk dengan cara mengkombinasikan satu atau lebih proposisi yang dinamakan proposisi majemuk (*compound proposition*).
- Proposisi majemuk ada 3 macam, yaitu: konjungsi (*and* / \wedge), disjungsi (*or* / \vee), dan ingkaran (*not* / \neg / \sim).
- Notasi proposisi diformalkan dengan menggunakan alfabet seperti *p, q, r, s* dan kombinasi dengan operator logika

Contoh Proposisi majemuk

Diketahui proposisi-proposisi:

p : Hari ini hujan

q : Murid-murid diliburkan dari sekolah

Maka

$p \wedge q$: Hari ini hujan dan murid-murid diliburkan dari sekolah

$p \vee q$: Hari ini hujan atau murid-murid diliburkan dari sekolah

$\sim p$: Tidak benar hari ini hujan / Hari ini *tidak* hujan

Operator Logika

- Negasi (NOT)
- Konjungsi - Conjunction (AND)
- Disjungsi - Disjunction (OR)
- Eksklusif Or (XOR)
- Implikasi (JIKA – MAKA)
- Bikondisional (JIKA DAN HANYA JIKA)

Tabel kebenaran dapat digunakan untuk menunjukkan bagaimana operator-operator tsb menggabungkan proposisi-proposisi.

1.2.1 Ingkaran atau Negasi (NOT)

- Operator Uner, Notasi , Simbol: \neg / \sim
- Ingkaran merupakan pernyataan yang menyangkal yang diberikan. Ingkaran pernyataan dapat dibentuk dengan menambah 'Tidak benar bahwa ...' didepan pernyataan yang diingkar.

1.2.1 Ingkaran atau Negasi (NOT)

Tabel Kebenarannya

| p | $\sim p$ |
|-----------|-----------|
| True (T) | False (F) |
| False (F) | True (T) |

1.2.1 Ingkaran atau Negasi (NOT)

Contoh :

tentukan ingkaran dari sebuah pernyataan
serta tentukan nilai kebenarannya!

1. B : Sepeda motor beroda dua

~ B : tidak benar sepeda motor beroda
dua

1.2.1 Ingkaran atau Negasi (NOT)

2. p : kayu memuai bila dipanaskan

$\sim p$:

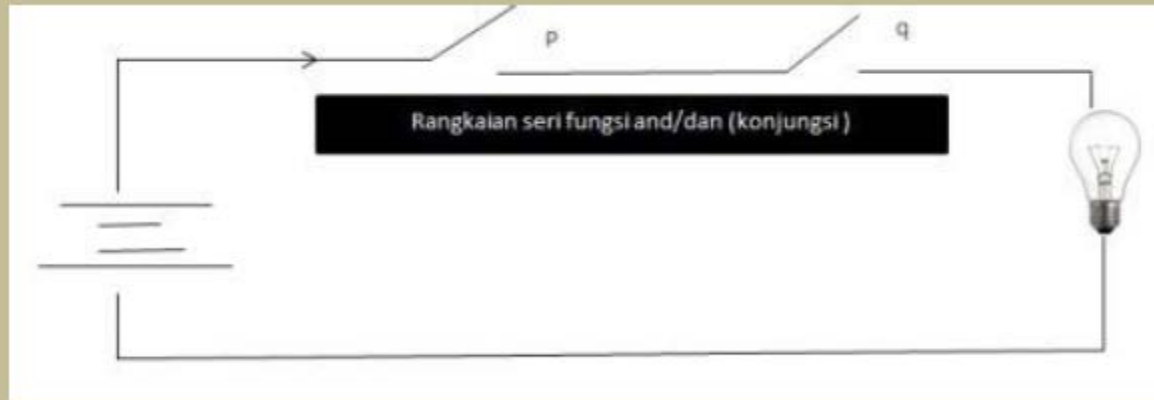
3. r : 3 bilangan positif (B)

$\sim r$:

1.2.2 Konjungsi - Conjunction (AND)

- Gabungan dua pernyataan yang dirangkai dengan kata hubung logika “dan, tetapi, meskipun, walaupun”.
- Lambangnya " \wedge "
- Operasi konjungsi sering juga diperlihatkan sebagai hubungan seri pada rangkaian listrik.

1.2.2 Konjungsi - Conjunction (AND)



- Jika saklar p dan q tertutup (on) ternyata lampu menyala maka pernyataan bernilai benar
- Jika salah satu saklar p atau q terbuka (off) ternyata lampu tidak menyala maka pernyataan bernilai salah.
- Jika keduanya saklar p dan q terbuka (off) ternyata lampu juga tidak menyala, maka pernyataan bernilai salah.

1.2.2 Konjungsi - Conjunction (AND)

Operator Biner, Simbol: \wedge



| p | q | $p \wedge q$ |
|-----|-----|--------------|
| T | T | T |
| T | F | F |
| F | T | F |
| F | F | F |

1.2.2 Konjungsi - Conjunction (AND)

- Contoh : tentukan nilai kebenaran dari pernyataan majemuk $p \wedge q$ berikut ini!

a. $p : 100 + 500 = 800$

$q : 4$ adalah faktor dari 12

b. $p : \text{Pulau Bali dikenal sebagai pulau Dewata}$

$q : 625$ adalah bilangan kuadrat

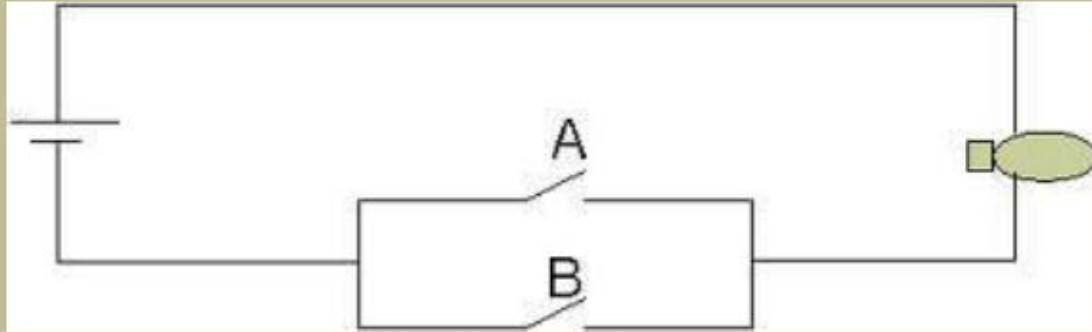
c. “Bulan ini bulan Februari dan $24 < 5$.”

d. “Bulan ini bulan Maret dan $24 > 5$.”

1.2.3 Disjungsi - Disjunction (OR)

- Gabungan dua pernyataan yang dirangkai dengan kata hubung logika “atau”.
- Lambang “V”
- Operasi disjungsi sering juga ditunjukkan dengan hubungan paralel pada rangkaian listrik.

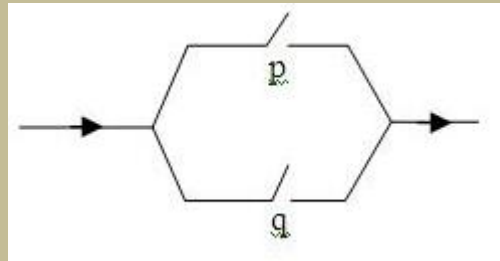
1.2.3 Disjungsi - Disjunction (OR)



- Jika saklar A dan B tertutup (on) ternyata lampu menyala maka pernyataan bernilai benar
- •Jika salah satu saklar A tertutup (on) dan B terbuka (off), atau jika salah satu saklar A terbuka (off) dan B tertutup (on) ternyata lampu menyala maka pernyataan bernilai benar.
- •Jika keduanya saklar A dan B terbuka (off) ternyata lampu tidak menyala, maka pernyataan bernilai salah.

1.2.3 Disjungsi - Disjunction (OR)

Operator Biner, Simbol: \vee



| P | q | $p \vee q$ |
|-----|-----|------------|
| T | T | T |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | F |

1.2.3 Disjungsi - Disjunction (OR)

Contoh 1:

- Tentukanlah nilai kebenaran untuk disjungsi dua pernyataan yang diberikan !
 - a. $p : 3 + 4 = 12$
 $q : \text{Dua meter sama dengan 200 cm}$
 - b. $p : 29 \text{ adalah bilangan prima}$
 $q : \text{Bandung adalah ibu kota Provinsi Jawa Barat}$
 - c. $p : \text{Dua garis yang sejajar mempunyai titik potong}$
 $q : \sqrt{5} \text{ adalah bilangan bulat}$

1.2.3 Disjungsi - Disjunction (OR)

Jika p dan q merupakan dua buah pernyataan maka " $p \vee q$ " bernilai benar (B) jika p dan q keduanya bernilai benar, atau salah satu bernilai salah, sebaliknya " $p \vee q$ " bernilai salah (S) jika keduanya bernilai salah ini juga disebut **Disjungsi inklusif** atau **inklusif OR**

1.2.3 Disjungsi - Disjunction (OR)

Contoh 2 :

- p : Andre membeli permen.
- q : Andre membeli coklat.
- $p \vee q$: Andre membeli permen atau coklat.

Di sini mempunyai dua pengertian:

- 1) Andre membeli permen saja atau coklat saja tetapi tidak keduanya.
- 2) Andre membeli permen saja atau coklat saja tetapi mungkin juga keduanya.

1.2.4 Eksklusif Or (XOR)

- **Eksklusif OR (XOR)** adalah jika p dan q merupakan dua buah pernyataan maka " $p \vee q$ " bernilai benar (B) jika salah satu bernilai salah (S) atau salah satu bernilai (B), sebaliknya " $p \vee q$ " bernilai salah (S) jika keduanya bernilai benar (B) atau keduanya bernilai salah (S).
- sebuah disjungsi eksklusif or bernilai benar, jika paling sedikit satu komponennya benar tetapi tidak dua-duanya.

1.2.4 Eksklusif Or (XOR)

Operator Biner, Simbol: \oplus

| p | q | $p \oplus q$ |
|-----|-----|--------------|
| T | T | F |
| T | F | T |
| F | T | T |
| F | F | F |

1.2.4 Eksklusif Or (XOR)

Contoh :

- p : Dodi naik pesawat terbang.
- q : Dodi naik kapal laut.
- $p \vee q$: Dodi naik pesawat terbang atau kapal laut.

Dalam contoh tersebut, Dodi hanya naik pesawat terbang saja atau kapal laut saja, dan tidak mungkin naik pesawat terbang dan sekaligus naik kapal laut.

1.2.4 Eksklusif Or (XOR)

Kata “atau” (*or*) dalam operasi logika digunakan dalam salah satu dari dua cara:

1. *Inclusive or*

“atau” berarti “ p atau q atau keduanya”

2. *Exclusive or*

“atau” berarti “ p atau q tetapi bukan keduanya”.