3. HIMPUNAN

3.12 Cartesian Product (PERKALIAN KARTESIAN)

Contoh 26

- Misalkan $C = \{ 1, 2, 3 \}$, dan $D = \{ a, b \}$, maka
- $C \times D = \{ (1, a), (1,b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b) \}$

- Misalkan $A = B$ = himpunan semua bilangan riil, maka

  $A \times B$ = himpunan semua titik di bidang datar

3.12 Cartesian Product (PERKALIAN KARTESIAN)

- Jika A dan B merupakan himpunan berhingga, maka: $|A \times B| = |A| \cdot |B|$.
- Pasangan berurutan (a, b) berbeda dengan (b, a), dengan kata lain $(a, b) \neq (b, a)$.
- Perkalian kartesian tidak komutatif, yaitu $A \times B \neq B \times A$ dengan syarat A atau B tidak kosong.
- Jika $A = \varnothing$ atau $B = \varnothing$, maka $A \times B = B \times A = \varnothing$

3.12 Cartesian Product (PERKALIAN KARTESIAN)

Contoh 27:

Misalkan

A = himpunan makanan = { s = soto, g = gado-gado, n = nasi goreng, m = mie rebus }

B = himpunan minuman = { c = coca-cola, t = teh, d = es dawet }

Berapa banyak kombinasi makanan dan minuman yang dapat disusun dari kedua himpunan di atas?

Jawab:

4 x 3 = 12

yaitu { (s, c), (s, t), (s, d), (g, c), (g, t), (g, d), (n, c), (n, t), (n, d), (m, c), (m, t), (m, d)}.

3.12 Cartesian Product (PERKALIAN KARTESIAN)

Contoh 28 : Daftarkan semua anggota himpunan berikut:

(a) $P(\emptyset)$ (b) $\emptyset \times P(\emptyset)$ (c) $\{\emptyset\} \times P(\emptyset)$ (d) $P(P(\{3\}))$

- <u>Penyelesaian</u>:

(a) $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$

(b) $\emptyset \times P(\emptyset) = \emptyset$

(ket: jika $A = \emptyset$ atau $B = \emptyset$ maka $A \times B = \emptyset$)

(c) $\{\emptyset\} \times P(\emptyset) = \{\emptyset\} \times \{\emptyset\} = \{(\emptyset, \emptyset)\}$

(d) $P(P(\{3\})) = P(\{\emptyset, \{3\}\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{3\}\}, \{\emptyset, \{3\}\}\}$

3.13 Hukum-hukum Himpunan

- Hukum identitas:
  - $A \cup \varnothing = A$
  - $A \cap U = A$
- Hukum *null*/dominasi:
  - $A \cap \varnothing = \varnothing$
  - $A \cup U = U$
- Hukum komplemen:
  - $A \cup \bar{A} = U$
  - $A \cap \bar{A} = \varnothing$

3.13 Hukum-hukum Himpunan

- *Hukum idempoten:*
  - $A \cap A = A$
  - $A \cup A = A$
- *Hukum involusi:*
  - $(\overline{\overline{A}}) = A$
- *Hukum penyerapan (absorpsi):*
  - $A \cup (A \cap B) = A$
  - $A \cap (A \cup B) = A$

3.13 Hukum-hukum Himpunan

- Hukum komutatif:
  - $A \cup B = B \cup A$
  - $A \cap B = B \cap A$
- *Hukum asosiatif:*
  - $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
  - $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

3.13 Hukum-hukum Himpunan

- Hukum distributif:
  - $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
  - $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- Hukum De Morgan:
  - $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
  - $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

3.13 Hukum-hukum Himpunan

- Hukum 0/1
  - $\overline{\varnothing} = U$
  - $\overline{U} = \varnothing$

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

- Prinsip Inklusi dan Eksklusi merupakan perluasan dari diagram Venn.
- Pengertian prinsip inklusi –eksklusi , jika ada dua himpunan yang saling beririsan, ingin diketahui berapa jumlah masing-masing anggota tiap himpunan.
- Untuk mengetahui jumlahnya maka kedua himpunan tersebut harus dipisahkan terlebih dahulu

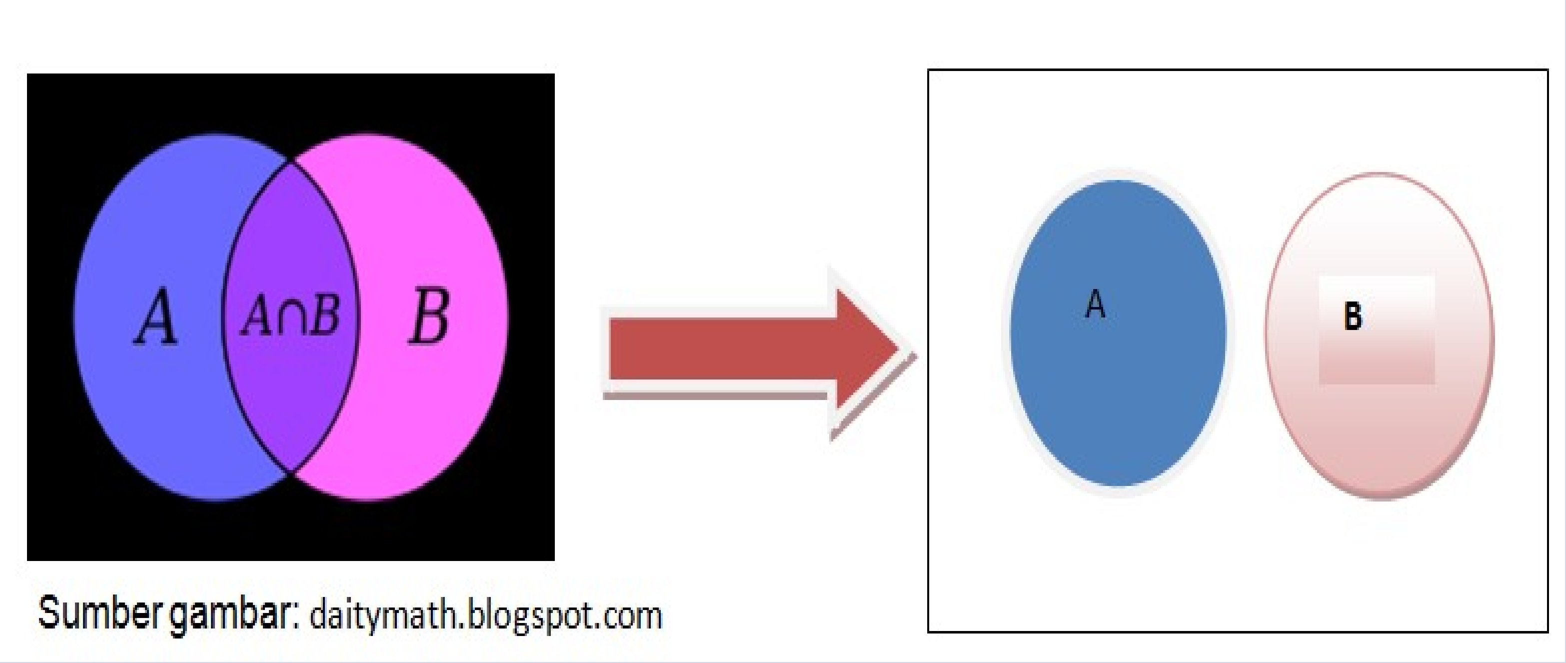
3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

Contoh 29

- Prodi T. Informatika mengadakan pelatihan tentang rekayasa perangkat keras dan rekayasa perangkat lunak . Ada 20 mahasiswa yang mengikuti pelatihan rekayasa perangkat keras dan 30 mahasiswa yang mengikuti pelatihan rekayasa perangkat lunak. Berapa tepatnya jumlah mahasiswa yang mengikuti pelatihan rekayasa perangkat keras atau mengikuti pelatihan rekayasa perangkat lunak?

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

Jika digambarkan dengan diagram Venn,



3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

Untuk dapat menjawab berapa jumlah mahasiswa yang mengikuti pelatihan rekayasa perangkat keras atau mengikuti pelatihan rekayasa perangkat lunak, terlebih dahulu perlu diketahui berapa jumlah mahasiswa yang mengikuti kedua pelatihan tersebut atau berapa jumlah mahasiswa dalam irisan kedua himpunan tersebut. (Inklusi jika kedua himpunan beririsan, dan eksklusi jika kedua himpunan dipisahkan)

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

- Banyaknya anggota himpunan gabungan antara himpunan A dan himpunan B merupakan jumlah banyaknya anggota dalam himpunan tersebut dikurangi banyaknya anggota di dalam irisannya, dengan demikian dapat dituliskan :

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

- Persaman tersebut dikenal dengan Prinsip Inklusi-Eksklusi

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

- Jika informasi pada contoh 29 ditambah dengan jumlah mahasiswa yang mengikuti kedua pilihan tersebut 15 orang, maka banyaknya mahasiswa yang mengikuti pelatihan perangkat keras atau rekayasa perangkat lunak dapat diketahui dengan menggunakan rumus prinsip inklusi –eksklusi

$$\left|A \cup B\right| = \left|A\right| + \left|B\right| - \left|A \cap B\right|$$

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

- Untuk dua himpunan A dan *B*:
  - $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
  - $|A \oplus B| = |A| + |B| - 2|A \cap B|$

- Untuk tiga buah himpunan *A*, *B*, dan *C*, berlaku
  - $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

Contoh 30:

- Berapa banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3 atau 5?

  Penyelesaian:

Misal

$|A|$ = banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3

$|B|$ = banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 5

$|A \cap B|$ = banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3*5

3.14 Prinsip Inklusi-Eksklusi

Contoh 31:

Di antara bilangan bulat antara 101 – 600 (termasuk 101 dan 600 itu sendiri), berapa banyak bilangan yang tidak habis dibagi oleh 4 atau 5 namun tidak keduanya?

3.15 Himpunan Ganda

- Himpunan yang elemennya boleh berulang (tidak harus berbeda) disebut **himpunan ganda** (*multiset*).

  misal : {1, 1, 1, 2, 2, 3}, {2, 2, 2}, {2, 3, 4}, {}.
- **Multiplisitas** dari suatu elemen pada himpunan ganda adalah jumlah kemunculan elemen tersebut pada himpunan ganda.
- Contoh: M = { 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1 }, multiplisitas 0 adalah 4.

3.15 Himpunan Ganda

- Himpunan yang elemennya boleh berulang (tidak harus berbeda) disebut **himpunan ganda** (*multiset*).

  misal : {1, 1, 1, 2, 2, 3}, {2, 2, 2}, {2, 3, 4}, {}.
- **Multiplisitas** dari suatu elemen pada himpunan ganda adalah jumlah kemunculan elemen tersebut pada himpunan ganda. Contoh: M = { 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1 }, multiplisitas 0 adalah 4.

3.15 Himpunan Ganda

- Himpunan (*set*) merupakan contoh khusus dari suatu *multiset*, yang dalam hal ini multiplisitas dari setiap elemennya adalah 0 atau 1.
- Kardinalitas dari suatu *multiset* didefinisikan sebagai kardinalitas himpunan padanannya (ekivalen), dengan mengasumsikan elemen-elemen di dalam *multiset* semua berbeda.

3.15 Himpunan Ganda

- Himpunan (*set*) merupakan contoh khusus dari suatu *multiset*, yang dalam hal ini multiplisitas dari setiap elemennya adalah 0 atau 1.
- Kardinalitas dari suatu *multiset* didefinisikan sebagai kardinalitas himpunan padanannya (ekivalen), dengan mengasumsikan elemen-elemen di dalam *multiset* semua berbeda.

3.16 Operasi Antara Dua Buah *Multiset*

Misalkan P dan Q adalah *multiset*:

- $P \cup Q$ adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan multiplisitas maksimum elemen tersebut pada himpunan P dan Q.

  Contoh: $P = \{ a, a, a, c, d, d \}$ dan $Q = \{ a, a, b, c, c \}$,

  $P \cup Q = \{ a, a, a, b, c, c, d, d \}$

- $P \cap Q$ adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan multiplisitas minimum elemen tersebut pada himpunan P dan Q.

  Contoh: $P = \{ a, a, a, c, d, d \}$ dan $Q = \{ a, a, b, c, c \}$

  $P \cap Q = \{ a, a, c \}$

3.17 Operasi Antara Dua Buah *Multiset*

- P – *Q* adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan
  - multiplisitas elemen tersebut pada *P* dikurangi multiplisitasnya pada *Q*, jika selisihnya positif
  - 0 jika selisihnya nol atau negatif.

Contoh: $P = \{ a, a, a, b, b, c, d, d, e \}$ dan $Q = \{ a, a, b, b, b, c, c, d, d, f \}$ maka $P – Q = \{ a, e \}$

3.18 Operasi Antara Dua Buah *Multiset*

- $P + Q$, yang didefinisikan sebagai jumlah (*sum*) dua buah himpunan ganda, adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan penjumlahan dari multiplisitas elemen tersebut pada P dan Q.

Contoh: $P = \{ a, a, b, c, c \}$ dan $Q = \{ a, b, b, d \}$,

$$P + Q = \{ a, a, a, b, b, b, c, c, d \}$$