2. PENARIKAN KESIMPULAN (INFERENSI)

2. Penarikan Kesimpulan (Inferensi)

- Penarikan kesimpulan dilakukan dari beberapa pernyataan yang diketahui nilai kebenarannya yang disebut premis.
- Kemudian dengan menggunakan prinsip-prinsip yang ada diperoleh pernyataan yang baru yang disebut kesimpulan/konklusi yang diturunkan dari premis yang ada.
- Penarikan kesimpulan seperti ini sering disebut dengan argumentasi.

2. Penarikan Kesimpulan (Inferensi)

- Suatu argumentasi dikatakan sah jika premis-premisnya benar maka konklusinya juga benar.
- Suatu argumentasi dikatakan tidak sah jika premis-premisnya benar dan konklusinya salah
- Inferensi adalah proses penarikan kesimpulan dari beberapa proposisi.

2.1 Argumentasi

- Argumen adalah suatu deret proposisi yang dituliskan sebagai

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n) \rightarrow q$$

- Argumen terdiri dari pernyataan-pernyataan yang terdiri atas dua kelompok, yaitu kelompok pernyataan sebelum kata ‘jadi’ yang disebut premis (hipotesa) dan pernyataan setelah kata ‘jadi’ yang disebut konklusi (kesimpulan).

2.1 Argumentasi

- Argumen adalah suatu deret proposisi yang dituliskan sebagai

$$
\begin{array}{l}
\quad p_1 \\
\quad p_2 \\
\quad \ldots \\
\quad p_n \\
\hline
\therefore\ q
\end{array}
$$

- yang dalam hal ini, p1, p2, …, pn disebut hipotesis (atau premis), dan q disebut konklusi.

2.1 Argumentasi

- Argumen ada yang sahih (valid) dan palsu (invalid). Catatlah bahwa kata “valid” tidak sama maknanya dengan “benar” (true).

- **Definisi** : Sebuah argumen dikatakan sahih jika konklusi benar bilamana semua hipotesisnya benar; sebaliknya argumen dikatakan palsu (fallacy atau invalid).

- Jika argumen sahih, maka kadang-kadang kita mengatakan bahwa secara logika konklusi mengikuti hipotesis atau sama dengan memperlihatkan bahwa implikasi

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n) \rightarrow q$$

- adalah benar (yaitu, sebuah tautologi). Argumen yang palsu menunjukkan proses penalaran yang tidak benar.

2.1 Argumentasi

- Jadi, argumen adalah kumpulan pernyataan, baik tunggal maupun majemuk dimana pernyataan-pernyataan sebelumnya disebut premis-premis dan pernyataan terakhir disebut konklusi/ kesimpulan dari argumen.

2.1 Argumentasi

- Suatu argumen disebut valid jika untuk sembarang pernyataan yang disubtitusikan kepada hipotesa, jika semua hipotesa tersebut benar, maka kesimpulan juga benar.
- Sebaliknya, jika semua hipotesa benar tetapi ada kesimpulan yang salah, maka argument tersebut dikatakan tidak valid (invalid).

2.1 Argumentasi

- Untuk mengecek apakah suatu argumen merupakan kalimat yang valid, dapat dilakukan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Tentukan hipotesis dan kesimpulan kalimat
2. Buat tabel yang menunjukkan nilai kebenaran untuk semua hipotesis dan kesimpulan
3. Carilah baris kritis, yaitu baris dimana semua hipotesis bernilai benar
4. Dalam baris kritis tersebut, jika semua nilai kesimpulan benar, maka argumen itu valid. Jika di antara baris kritis tersebut ada baris dengan nilai kesimpulan yang salah, maka argumen tersebut adalah invalid

2.1 Argumentasi

Contoh 1 argumen berikut:

- Adi bermain gitar atau keyboard
- Adi tidak bermain gitar.
- Jadi, adi bermain keyboard.

Misal:

- p : Adi bermain gitar
- q : Adi bermain keyboard

maka argumen diatas mempunyai symbol sebagai berikut:

- $p \vee q$
- $\sim p$
- $\therefore q$

2.1 Argumentasi

- Selanjutnya kita ubah argumen diatas menjadi pernyataan kondisional yang berkoresponden dengan argumen tersebut, yaitu dengan cara meng-konjungsi-kan premis-premis, kemudian hasilnya di-implikasi-kan dengan konklusi.
- Jadi, argumen contoh diatas mempunyai pernyataan kondisional yang berkoresponden yaitu:
- –$[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$

2.1 Argumentasi

p	q	~p	pvq	(pvq)^ ~p	[(pvq)^ ~p] →q
B	B	S	B	S	B
B	S	S	B	S	B
S	B	B	B	B	B
S	S	B	S	S	B

Jadi karena kesimpulan argumen bernilai benar atau tautologi maka contoh soal ini adalah argumen yang valid.

2.1 Argumentasi

Contoh 2:

Perlihatkan bahwa argumen adalah sahih:

"Jika air laut surut setelah gempa di laut, maka tsunami datang.

Air laut surut setelah gempa di laut. Karena itu tsunami datang."

Penyelesaian:

Misalkan P adalah proposisi "Air laut surut setelah gempa di laut" dan q adalah proposisi "tsunami datang". Maka, argumen di dalam soal dapat ditulis sebagai:

$$\begin{array}{l} \quad p \rightarrow q \\ \quad p \\ \hline \therefore\ q \end{array}$$

2.1 Argumentasi

Jawab:

Perlihatkan dengan tabel kebenaran apakah

$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ merupakan tautologi.

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

2.1 Argumentasi

Contoh 3:

Perlihatkan bahwa penalaran argumen berikut adalah palsu:

“Jika air laut surut setelah gempa di laut, maka tsunami datang.

Tsunami datang. Jadi, air laut surut setelah gempa di laut.”

Penyelesaian:

p	q	$p \to q$	$q \wedge (p \to q)$	$[q \wedge (p \to q)] \to p$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	F
F	F	T	F	T

2.1 Argumentasi

- **Contoh** Perlihatkan bahwa argumen berikut: “Jika air laut surut setelah gempa di laut, maka tsunami datang. Air laut surut setelah gempa di laut. Karena itu tsunami datang.” adalah sahih.
- Penyelesaian: Misalkan p adalah proposisi “Air laut surut setelah gempa di laut” dan q adalah proposisi “tsunami datang”. Maka, argumen di dalam soal dapat ditulis sebagai:

$$\begin{array}{rl} & p \rightarrow q \\ & p \\ \hline \therefore & q \end{array}$$

2.1 Argumentasi

- Ada dua cara yang dapat digunakan untuk membuktikan kesahihan argumen ini. Keduanya menggunakan tabel kebenaran.
- Cara 1: Bentuklah tabel kebenaran untuk p, q, dan p $\rightarrow$ q (table 1)

p	q	$p \rightarrow q$	
T	T	T	(baris 1)
T	F	F	(baris 2)
F	T	T	(baris 3)
F	F	T	(baris 4)

2.1 Argumentasi

- Argumen dikatakan sahih jika semua hipotesisnya benar, maka konklusinya benar. Kita periksa apabila hipotesis p dan p $\rightarrow$ q benar, maka konklusi q juga benar sehingga argumen dikatakan benar. Periksa di Tabel, p dan p $\rightarrow$ q benar secara bersama-sama pada baris 1. Pada baris 1 ini q juga benar. Jadi, argumen yang berbentuk modus ponen di atas sahih.

2.1 Argumentasi

- Cara 2: Perlihatkan dengan tabel kebenaran apakah $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow p$ merupakan tautologi sehingga argumen dikatakan sahih. (tabel 2)

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$	$[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow p$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

- Perhatikanlah bahwa penarikan kesimpulan di dalam argumen ini kesimpulannya semuanya bernilai benar (tautologi)

2.1 Argumentasi

						premises		conclusion
p	q	r	$\sim r$	$q \vee \sim r$	$p \wedge r$	$p \to q \vee \sim r$	$q \to p \wedge r$	$p \to r$
T	T	T	F	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	F	T	F	
T	F	T	F	F	T	F	T	
T	F	F	T	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	T	F	
F	T	F	T	T	F	T	F	
F	F	T	F	F	F	T	T	T
F	F	F	T	T	F	T	T	T

2.2 Kaidah Kaidah Inferensi

- Untuk menentukan validitas suatu argumen dengan selalu mengerjakan tabel kebenarannya tidaklah praktis.
- Cara lain untuk membuktikan kevalidan argumen yang lebih baik dan lebih singkat dengan bukti formal adalah dengan menggunakan hukum-hukum penggantian dan juga aturan penyimpulan seperti yang tercantum berikut ini yang lazim disebut sebagai kaidah-kaidah inferensi

2.2 Kaidah Kaidah Inferensi

Kaidah-kaidah inferensi:

1. Modus ponen (*Law of detachment*)
2. Modus Tollen
3. Silogisme Hipotesis
4. Silogisme Disjungtif
5. Simplifikasi
6. Penjumlahan
7. Konjungsi

2.2 Kaidah Kaidah Inferensi

Kaidah-kaidah inferensi:

1. Modus ponen (*Law of detachment*)
2. Modus Tollen
3. Silogisme Hipotesis
4. Silogisme Disjungtif
5. Simplifikasi
6. Penjumlahan
7. Konjungsi

2.2.1 Modus Ponen

- Modus ponens adalah metode penarikan kesimpulan apabila ada pernyataan "p → q" dan diketahui "p" maka bisa ditarik kesimpulan "q".

- Skema argumen dapat ditulis sebagai berikut :
  - . . . . premis 1
  - . . . . premis 2
  - . . . . . . kesimpulan / konklusi

2.2.1 Modus Ponen

- Kaidah modus ponens dapat ditulis dengan cara:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

- Dalam bentuk implikasi, argumentasi tersebut dapat dituliskan sebagai Argumentasi ini dikatakan sah kalau pernyataan implikasi merupakan tautologi.

2.2.1 Modus Ponen

- Contoh dalam kalimat:

  p : Hari ini hari Senin.

  q : Saya belajar Matematika Diskrit.

  $p \rightarrow q$: Jika hari ini hari Senin maka saya belajar Matematika Diskrit.

  p : Hari ini hari Senin.

kesimpulan(q) : Saya belajar Matematika Diskrit.

2.2.1 Modus ponen

- Tabel kebenaran modus ponens

$$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q :$$

p	q	p→q	(p→q) ∧ p	((p→q) ∧ p) → q
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

2.2.1 Modus Ponen

Contoh 1

Jika digit terakhir suatu bilangan adalah 0, maka bilangan tersebut habis dibagi 10,

Digit terakhir bilangan 1470 adalah 0

$\therefore$ bilangan 1470 habis dibagi 10

2.2.1 Modus Ponen

Contoh 2:

Misalkan implikasi “Jika 20 habis dibagi 2, maka 20 adalah bilangan genap” dan hipotesis “20 habis dibagi 2” keduanya benar. Maka menurut modus ponen, inferensi berikut:

Jika 20 habis dibagi 2, maka 20 adalah bilangan genap

20 habis dibagi 2

$\therefore$ 20 adalah bilangan genap

2.2.2 Modus *Tollens*

- Modus tollens adalah metode penarikan kesimpulan apabila ada pernyataan "p → q" dan diketahui "-q" maka bisa ditarik kesimpulan "-p".
- Skema argumen dapat ditulis sebagai berikut:
- . . . . ……. premis 1
- ~*q* . . . . . . .premis 2
- **~***p* . . . . . . kesimpulan / konlusi

2.2.2 Modus *Tollens*

- Kaidah modus tollens dapat ditulis dengan cara:

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \therefore\ \sim p \end{array}$$

- Dalam bentuk implikasi, modus tollens dapat dituliskan sebagai ,sah atau tidaknya modus tollens dapat diuji dengan tabel kebenaran .

2.2.2 Modus *Tollens*

- Contoh dalam kalimat:

  p : Hari ini hari Senin.

  q : Saya belajar Matematika Diskrit.

  p → q : Jika hari ini hari Senin maka saya belajar Matematika Diskrit.

  -q : Saya tidak belajar Matematika Diskrit

  kesimpulan(-p) : Hari ini bukan hari Senin.

2.2.2 Modus *Tollens*

- Tabel kebenaran modus tollens

$$((p \rightarrow q) \wedge -q) \rightarrow -p:$$

p	q	p→q	-q	(p→q) ∧ -q	-p	((p→q) ∧ -q) → -p
T	T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T

2.2.2 Modus *Tollen*

- Contoh 1

Jika Zeus seorang manusia, maka ia dapat mati

Zeus tidak dapat mati

∴ Zeus bukan seorang manusia

2.2.2 Modus *Tollen*

Contoh 2:

Misalkan implikasi "Jika n bilangan ganjil, maka n^2 bernilai ganjil" dan hipotesis "n^2 bernilai genap" keduanya benar. Maka menurut modus tollen, inferensi berikut:

Jika n bilangan ganjil, maka n^2 bernilai ganjil

n^2 bernilai genap

$\therefore$ n bukan bilangan ganjil

2.2.3 Silogisme Hipotesis

- Silogisme Hipotesis adalah jika diketahui "$p \to q$" dan "$q \to r$"

  maka kesimpulannya "$p \to r$".
- Skema argumnya dapat dinyatakan sebagai berikut :
  - . . . . . premis 1
  - . . . . . premis 2
  - . . . … kesimpulan / konklusi

2.2.3 Silogisme Hipotesis

- Kaidah silogisme dapat ditulis dengan cara:

$$\begin{array}{l} \quad p \rightarrow q \\ \quad q \rightarrow r \\ \hline \therefore\ p \rightarrow r \end{array}$$

- Dalam bentuk implikasi, silogisme dapat dituliskan sebagai sah atau tidaknya silogisme dapat diuji dengan tabel kebenaran.

2.2.3 Silogisme Hipotesis

- Contoh kalimat:

  p : Saya belajar.

  q : Saya bisa mengerjakan soal.

  r : Saya lulus ujian.

$p \rightarrow q$: Jika saya belajar maka saya akan bisa mengerjakan soal.

$q \rightarrow r$: Jika saya bisa mengerjakan soal maka saya lulus ujian.

- kesimpulan ($p \rightarrow r$) : Jika saya belajar maka saya lulus ujian.

2.2.3 Silogisme Hipotesis

- Tabel kebenaran silogisme hipotesis

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$p \rightarrow r$	$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	F	T	F	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

2.2.3 Silogisme Hipotesis

- Contoh 1 :

Jika 18486 habis dibagi 18, maka 18486 habis dibagi 9

Jika 18486 habis dibagi 9, maka jumlah digit-digitnya habis dibagi 9

$\therefore$ Jika 18486 habis dibagi 18, maka jumlah digit-digitnya habis dibagi 9

2.2.3 Silogisme Hipotesis

Contoh 2:

Misalkan implikasi "Jika saya belajar dengan giat, maka saya lulus ujian" dan implikasi "Jika saya lulus ujian, maka saya cepat menikah" adalah benar. Maka menurut kaidah silogisme, inferensi berikut:

Jika saya belajar dengan giat, maka saya lulus ujian

Jika saya lulus ujian, maka saya cepat menikah

$\therefore$ **Jika saya belajar dengan giat, maka saya cepat menikah**

2.2.4 Silogisme Disjungtif

- Silogisme disjungsi adalah penarikan kesimpulan dimana jika diberikan dua pilihan "p" atau "q" sedangkan "q" tidak dipilih maka kesimpulannya yang dipilih adalah "p".
- Prinsip dasar silogisme disjungtif adalah kenyataan bahwa apabila kita dihadapkan pada 2 pilihan yang ditawarkan dimana kita harus memilih salah satunya A atau B.

2.2.4 Silogisme Disjungtif

Kaidah silogisme dapat ditulis dengan cara:

a)
$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \hline \sim p \\ \therefore\ q \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \hline \sim q \\ \therefore\ p \end{array}$$

2.2.4 Silogisme Disjungtif

Contoh kalimat:

- p v q : Bulan ini saya akan mudik ke Yogyakarta atau pergi ke Bali.
- \- q : Bulan ini saya tidak pergi ke Bali.
- kesimpulan(p) : Bulan ini saya mudik ke Yogyakarta.

2.2.4 Silogisme Disjungtif

Tabel kebenaran silogisme disjungsi

$$((p \vee q) \wedge -q) \rightarrow p \quad \text{atau} \quad ((p \vee q) \wedge -p) \rightarrow q$$

p	q	p v q	-p	-q	(p v q) ∧ -p	(p v q) ∧ -q	((p v q) ∧ -p) → q	((p v q) ∧ -q) → p
T	T	T	F	F	F	F	T	T
T	F	T	F	T	F	T	T	T
F	T	T	T	F	T	F	T	T
F	F	F	T	T	F	F	T	T

2.2.4 Silogisme Disjungtif

- Contoh 1 :

Kunci kamarku ada di sakuku atau tertinggal di rumah

Kunci kamarku tidak ada di sakuku

∴ Kunci kamarku tertinggal di rumah

2.2.4 Silogisme Disjungtif

Contoh 2:

Inferensi berikut:

"Saya belajar dengan giat atau saya menikah tahun depan. Saya tidak belajar dengan giat. Karena itu, saya menikah tahun depan"

menggunakan kaidah silogisme disjungtif, atau dapat ditulis dengan cara:

Saya belajar dengan giat atau saya menikah tahun depan

Saya tidak belajar dengan giat

$\therefore$ **saya menikah tahun depan**

2.2.5 Simplifikasi (Penyederhanaan)

- Jika suatu kalimat dihubungkan dengan "∧" maka dapat diambil salah satu komponennya secara khusus.
- Argumennya dapat dituliskan :

$$(p \wedge q) \rightarrow p$$

- Dimana p dan q adalah hipotesis, sedangkan p adalah konklusi.

2.2.5 Simplifikasi (Penyederhanaan)

Kaidah simplifikasi dapat ditulis dengan cara:

a)
$$\frac{p \wedge q}{\therefore\ q}$$

b)
$$\frac{p \wedge q}{\therefore\ p}$$

2.2.5 Simplifikasi (Penyederhanaan)

- Contoh dalam kalimat:
- $p \wedge q$: Saya mengambil mata kuliah Logika Matematika Diskrit dan Sistem Digital.
- Kesimpulan1(p) : Saya mengambil mata kuliah Matematika Diskrit.
- Kesimpulan2(q) : Saya mengambil mata kuliah Sistem Digital

2.2.5 Simplifikasi (Penyederhanaan)

Contoh 1 :

Lina menguasai bahasa Basic atau Pascal

$\therefore$ Lina menguasai bahasa Basic

Penghubung “dan”dalam hipotesis di atas berarti bahwa Lina menguasai bahasa Basic, sekaligus bahasa Pascal sehingga secara khusus dapat dikatakan bahwa Lina menguasai Basic.

2.2.5 Simplifikasi (Penyederhanaan)

Contoh 2:

Penarikan kesimpulan seperti berikut ini:

"Hamid adalah mahasiswa ITB dan mahasiswa Unpar. Karena itu, Hamid adalah mahasiswa ITB."

menggunakan kaidah simplifikasi, atau dapat ditulis dengan cara:

Hamid adalah mahasiswa ITB dan mahasiswa Unpar

$\therefore$ Hamid adalah mahasiswa ITB

Simplifikasi berikut juga benar:

"Hamid adalah mahasiswa ITB dan mahasiswa Unpar. Karena itu, Hamid adalah mahasiswa Unpar."

2.2.6 Penjumlahan (Penambahan)

- Penarikan kesimpulan dengan menambahkan disjungsi didasarkan pada fakta yakni jika suatu kalimat dihubungkan dengan "v" maka kalimat itu akan bernilai benar jika sekurang-kurangnya salah satu komponennya bernilai benar.
- Sebagai contoh, perhatikan kalimat yang diucapkan Monde, “ Saya suka jeruk” (bernilai benar).
- Kalimat tersebut tetap bernilai benar jika ditambahkan kalimat lain dengan penghubung "v"
- Jadi kalimat “Saya suka jeruk atau durian” yang diucapkan Monde juga tetap bernilai benar dan tidak tergantung pada suka/tidaknya Monde akan durian.

2.2.6 Penjumlahan (Penambahan)

- Argumen dapat dituliskan :

$$p \rightarrow (p \vee q)$$

- Kaidah penjumlahan dapat ditulis dengan cara:

a) p

$\therefore\ p \vee q$

b) q

$\therefore\ p \vee q$

2.2.6 Penjumlahan (Penambahan)

- Contoh dalam kalimat:

  p : Saya mengambil mata kuliah Logika Matematika

  q : Saya mengambil mata kuliah Kalkulus.

kesimpulan ($p \vee q$) : Saya mengambil mata kuliah Logika Matematika atau Kalkulus.

Contoh 1:

Simon adalah siswa SMA (Sekolah Menengah Atas)

$\therefore$ Simon adalah siswa sekolah menengah(SMA atau SMP)

2.2.6 Penjumlahan (Penambahan)

Contoh 2:

Penarikan kesimpulan seperti berikut ini:

"Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit. Karena itu, Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit atau mengulang kuliah Algoritma."

menggunakan kaidah penjumlahan, atau dapat ditulis dengan cara:

Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit

∴ Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit atau mengulang kuliah Algoritma

2.2.7 Konjungsi

- Argumennya dapat dituliskan sebagai berikut :

$$((p)\wedge(q)) \rightarrow (p \wedge q)$$

- Kaidah konjungsi dapat ditulis dengan cara:

$$\begin{array}{l} \quad p \\ \quad q \\ \hline \therefore\ p \wedge q \end{array}$$

2.2.7 Konjungsi

Contoh:

Penarikan kesimpulan seperti berikut ini:

“Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit. Taslim mengulang kuliah Algoritma. Karena itu, Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit dan mengulang kuliah Algoritma.”

menggunakan kaidahpenjumlahan, atau dapat ditulis dengan cara:

Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit

Taslim mengulang kuliah Algoritma

∴ Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit dan mengulang kuliah Algoritma

ATURAN	BENTUK ARGUMEN	
Modus Ponen	$p \to q$ p $\therefore q$	
Modus Tollen	$p \to q$ $\sim q$ $\therefore \sim p$	
Silogisme Hipotesis	$p \to q$ $q \to r$ $\therefore p \to r$	
Silogisme Disjungtif	$p \vee q$ $\sim p$ $\therefore q$	$p \vee q$ $\sim q$ $\therefore p$
Simplifikasi (Penyederhanaan)	$p \wedge q$ $\therefore p$	$p \wedge q$ $\therefore q$
Penjumlahan (Penambahan)	p $\therefore p \vee q$	q $\therefore p \vee q$
Konjungsi	p q $\therefore p \wedge q$	

2.3 Aksioma, Teorema, *Lemma*, *Corollary*

- **Aksioma** adalah proposisi yang diasumsikan benar. Aksioma tidak memerlukan pembuktian kebenaran lagi.
- Contoh-contoh aksioma:

(a) Untuk semua bilangan real x dan y, berlaku

$x + y = y + x$ (hukum komutatif penjumlahan)

(b) Jika diberikan dua buah titik berbeda, maka hanya ada satu garis lurus yang melalui dua buah titik tersebut.

2.3 Aksioma, Teorema, *Lemma*, *Corollary*

- **Teorema** adalah proposisi yang sudah terbukti benar. Bentuk khusus dari teorema adalah *lemma* dan *corollary*.
- **Lemma** adalah teorema sederhana yang digunakan dalam pembuktian teorema lain.
- **Corollary** adalah teorema yang dapat dibentuk langsung dari teorema yang telah dibuktikan, atau dapat dikatakan sebagai teorema yang mengikuti dari teorema lain.

2.3 Aksioma, Teorema, *Lemma*, *Corollary*

- **Contoh-contoh teorema:**

  (a) Jika dua sisi dari sebuah segitiga sama panjang, maka sudut yang berlawanan dengan sisi tersebut sama besar.

  (b) Untuk semua bilangan real x, y, dan z, jika $x \leq y$ dan $y \leq z$, maka $x \leq z$ (hukum transitif)

- **Contoh *Corollary*:**

  Jika sebuah segitiga adalah sama sisi, maka segitiga tersebut sama sudut.

  Corollary ini mengikuti teorema (a) di atas.

- **Contoh *Lemma* :**

  Jika *n* adalah bilangan bulat positif, maka $n - 1$ bilangan positif atau $n - 1 = 0$

Terima Kasih