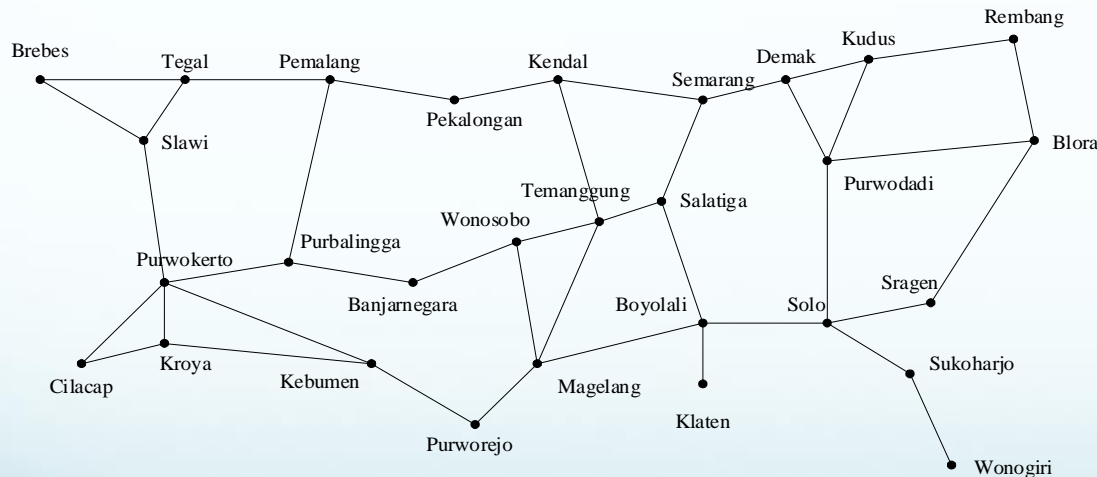


PENDAHULUAN

- Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut.
- Gambar 1 adalah sebuah graf yang menyatakan peta jaringan jalan raya yang menghubungkan sejumlah kota di Provinsi Jawa Tengah.



Gambar 1. Jaringan Jalan Raya di Provinsi Jawa Tengah

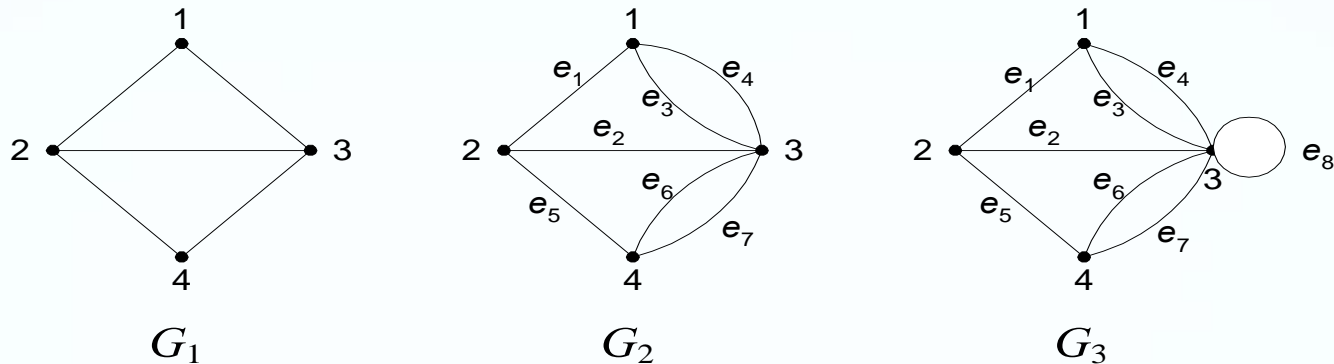
DEFINISI gRAF

- Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) , ditulis dengan notasi $G = (V, E)$

Graf $G = (V, E)$, yang dalam hal ini:

V = himpunan titik-titik tidak-kosong dari simpul-simpul
(*vertices* atau *node*) = $\{ v_1, v_2, \dots, v_n \}$

E = himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan sepasang
simpul = $\{ e_1, e_2, \dots, e_n \}$



Gambar 2. (a) graf sederhana, (b) graf ganda, dan (c) graf semu

Contoh 1. Pada Gambar 2, G_1 adalah graf dengan

$$V = \{ 1, 2, 3, 4 \} \quad E = \{ (1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 4) \}$$

G_2 adalah graf dengan

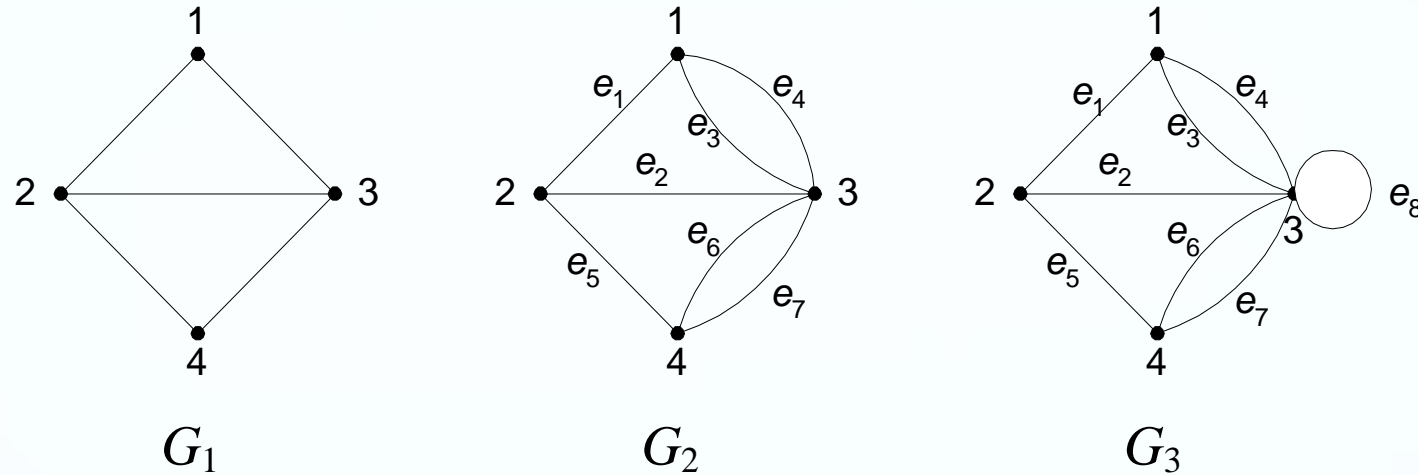
$$V = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$\begin{aligned} E &= \{ (1, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 3), (2, 4), (3, 4), (3, 4) \} \\ &= \{ e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7 \} \end{aligned}$$

G_3 adalah graf dengan

$$V = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$\begin{aligned} E &= \{ (1, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 3), (2, 4), (3, 4), (3, 4), (3, 3) \} \\ &= \{ e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8 \} \end{aligned}$$



Gambar 2. (a) graf sederhana, (b) graf ganda, dan (c) graf semu

- Pada G_2 , sisi $e_3 = (1, 3)$ dan sisi $e_4 = (1, 3)$ dinamakan **sisi-ganda** (*multiple edges* atau *parallel edges*) karena kedua sisi ini menghubungkan dua buah simpul yang sama, yaitu simpul 1 dan simpul 3.
- Pada G_3 , sisi $e_8 = (3, 3)$ dinamakan **gelang** atau **kalang** (*loop*) karena ia berawal dan berakhir pada simpul yang sama.

JENIS-JENIS GRAF

- Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka graf digolongkan menjadi dua jenis:

1. **Graf sederhana** (*simple graph*).

Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi-ganda dinamakan graf sederhana. G_1 pada Gambar 2 adalah contoh graf sederhana

2. **Graf tak-sederhana** (*unsimple-graph*).

Graf yang mengandung sisi ganda atau gelang dinamakan graf tak-sederhana (*unsimple graph*). G_2 dan G_3 pada Gambar 2 adalah contoh graf tak-sederhana

- Ada dua macam graf tak-sederhana, yaitu graf ganda dan graf semu.
- Graf ganda adalah graf yang mengandung sisi ganda. Sisi ganda yang menghubungkan sepasang simpul bisa lebih dari dua buah. G_2 adalah graf ganda.
- Dapat juga mendefinisikan graf ganda $G=(V,E)$ terdiri dari himpunan tidak kosong simpul-simpul dan E adalah himpunan ganda yang mengandung sisi ganda.
- Pada jaringan telekomunikasi sisi ganda pada G_2 dapat diandaikan sebagai saluran telepon tambahan apabila beban komunikasi data antara komputer sangat padat.
- Perhatikanlah bahwa setiap graf sederhana juga adalah graf ganda, tetapi tidak setiap graf ganda merupakan graf sederhana

- Graf semu adalah graf yang mengandung gelang (*loop*).
- G3 adalah graf semu (termasuk bila memiliki sisi ganda sekalipun).
- Sisi gelang pada G3 dapat dianggap sebagai saluran telepon tambahan yang menghubungkan komputer dengan dirinya sendiri (mungkin untuk tujuan diagnostik)
- Graf semu lebih umum daripada graf ganda, karena sisi pada graf semu dapat terhubung ke dirinya sendiri.
- Jumlah simpul pada graf disebut sebagai kardinalitas graf, dan dinyatakan dengan $n=|V|$, dan jumlah sisi dinyatakan dengan $m=|E|$.

- Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas 2 jenis:

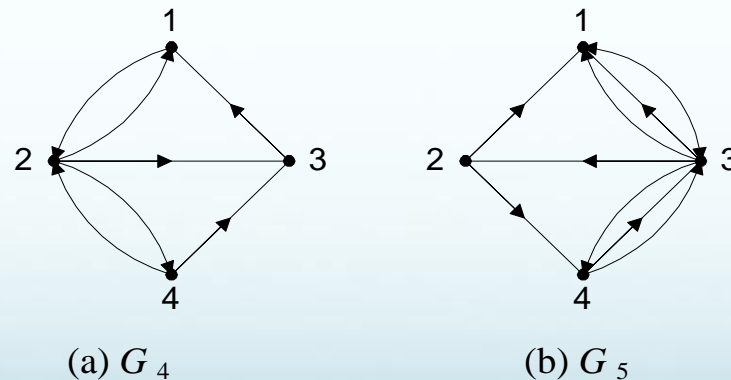
1. **Graf tak-berarah** (*undirected graph*)

Graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah disebut graf tak-berarah. Urutan pasangan simpul yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan. Jadi $(u,v) = (v,u)$ adalah sisi yang sama. Tiga buah graf pada Gambar 2 adalah graf tak-berarah.

2. **Graf berarah** (*directed graph* atau *digraph*)

Graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut sebagai graf berarah. Pada graf berarah (u,v) dan (v,u) menyatakan dua buah busur yang berbeda, dengan kata lain (u,v) tidak sama dengan (v,u) . Untuk busur (u,v) simpul u dinamakan simpul asal dan simpul v dinamakan simpul terminal. G_4 pada Gambar 3 adalah contoh graf berarah dan G_5 pada Gambar 3 adalah contoh graf ganda berarah

- Pada G_4 dapat dibayangkan sebagai saluran telepon tidak dapat beroperasi pada dua arah. Saluran hanya beroperasi pada arah yang ditunjukkan oleh anak panah.
- Jadi saluran telepon (1,2) tidak sama dengan saluran telepon (2,1). Graf berarah sering dipakai untuk menggambarkan aliran proses, peta lalu lintas suatu kota (jalan searah atau dua arah).
- Pada graf berarah gelang diperbolehkan tetapi sisi ganda tidak.



Gambar 3 (a) graf berarah, (b) graf-ganda berarah