INSTITUTO FEDERAL
Sul-rio-grandense | Câmpus Pelotas

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

Estrutura de Dados

Aula 16

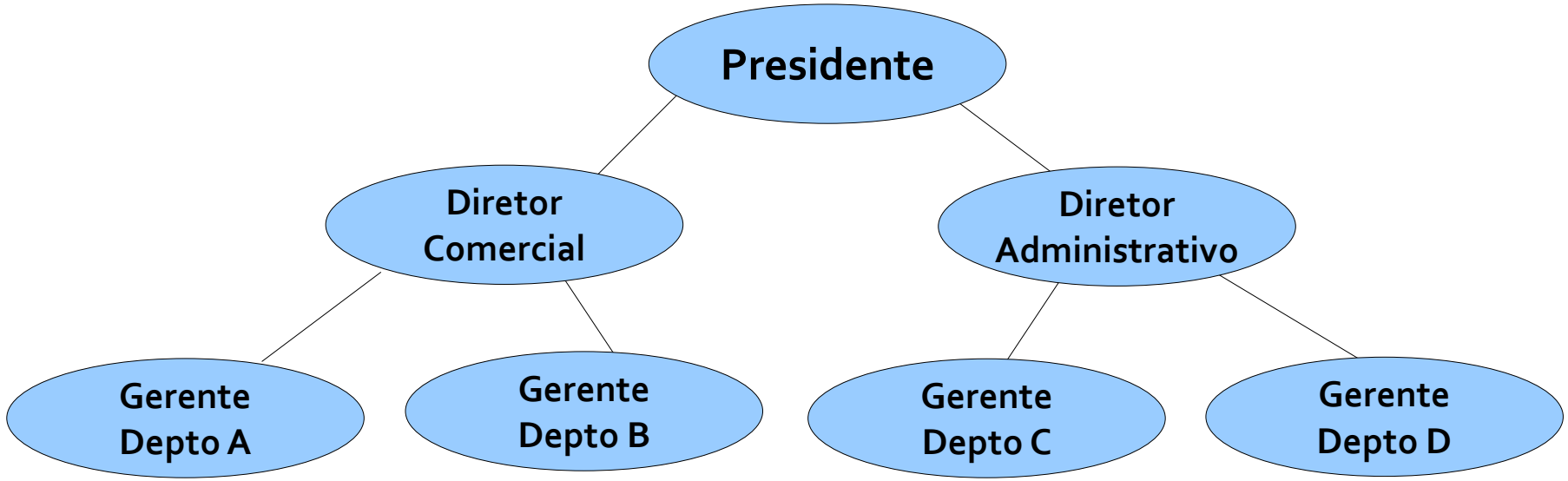
Árvores

Curso Superior de Tecnologia em Sistemas para Internet

Árvores

Uma Árvore é uma estrutura de dados que se caracteriza por uma relação de hierarquia entre os elementos que a compõe.

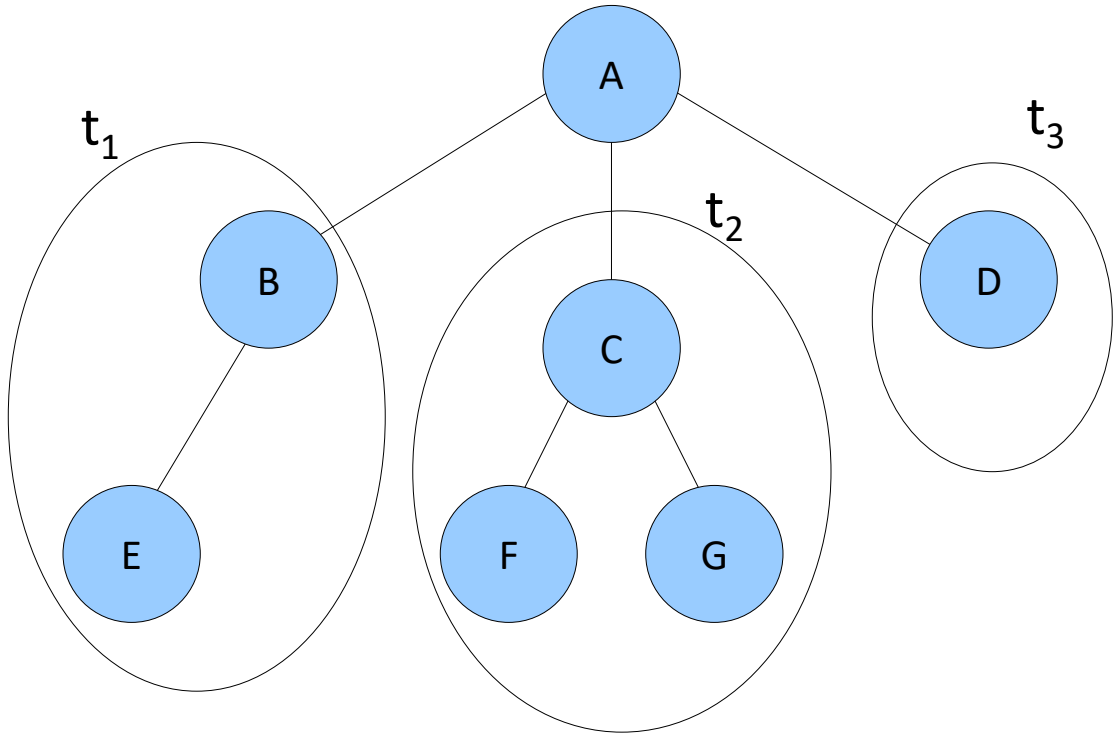
Ex: - Organograma de uma empresa.
- Divisão de um livro em capítulos, seções, tópicos.
- Estruturas de diretórios.



Árvores

Definição: É um conjunto finito T de um ou mais nodos tal que:

- Existe um nodo denominado raiz da árvore.
- Os demais nodos formam **n>=0** subconjuntos disjuntos $t_1, t_2, \ldots, t_n$, onde cada um deles é uma árvore. As árvores t_i, **(1 <= i <= n)** recebem a denominação de subárvores.



Árvores

Terminologia:

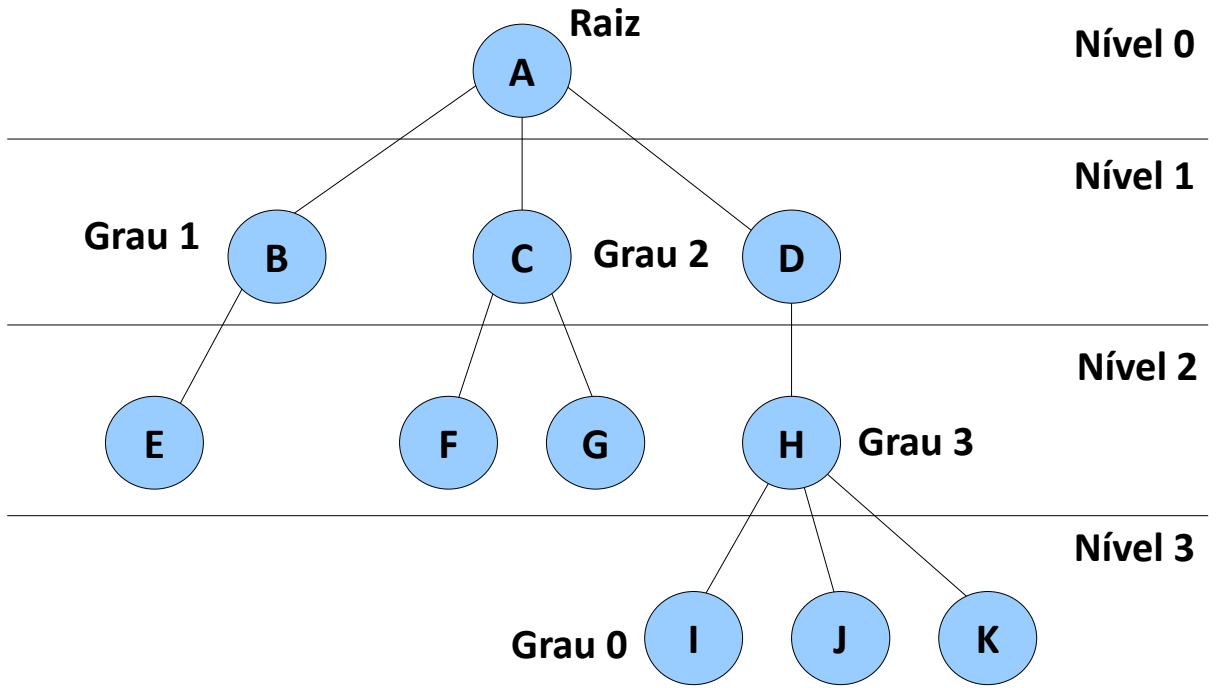
Raiz: Nodo de origem da árvore.

Folha (nodo Terminal): Nodo que não tem filhos.

Grau de um nodo: número de filhos do nodo.

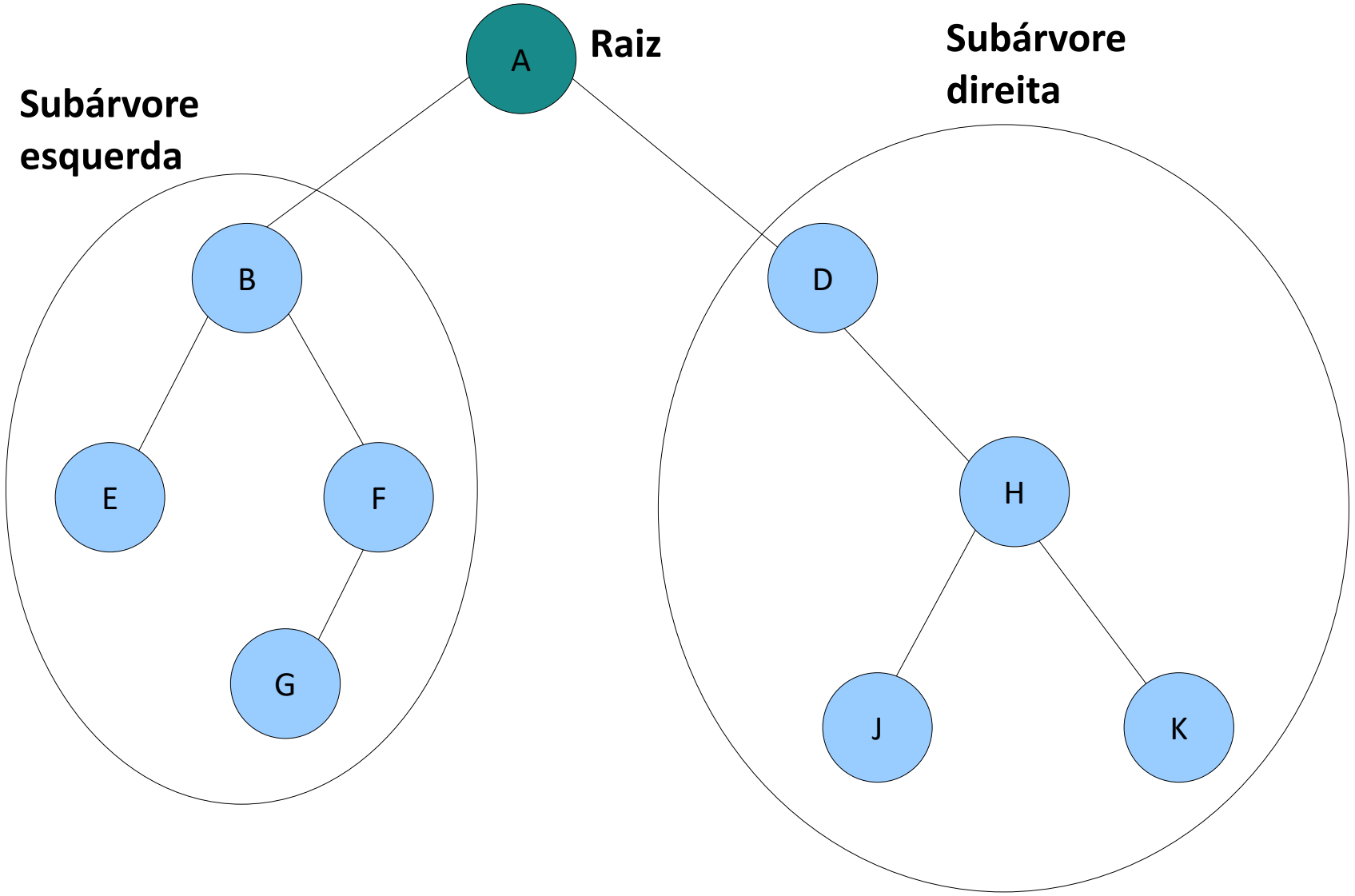
Nível de um nodo: zero para o nodo raiz; e para os demais nodos é o número de "linhas" que o ligam ao nodo raiz.

Altura (ou Profundidade): é o nível mais alto da árvore.



Árvores Binárias

São árvores em que todos os nodos tem grau menor ou igual a dois.



Percursos em Árvores Binárias

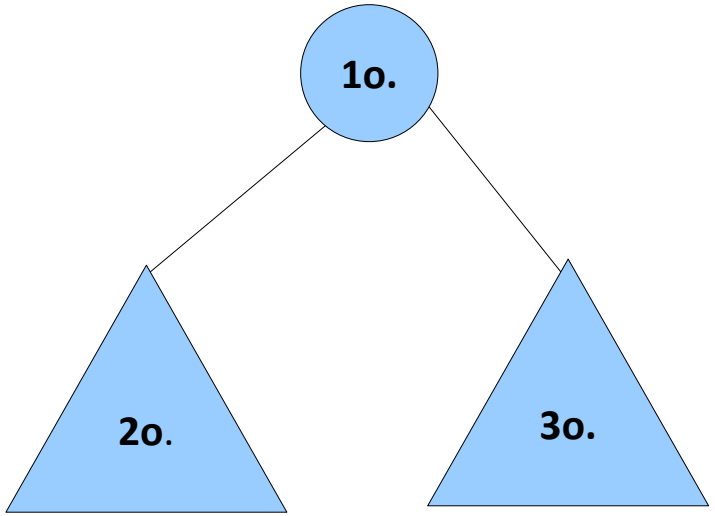
Define em que ordem os nodos da Árvore Binária são visitados.

1. Pré Ordem
2. Em Ordem
3. Pós Ordem
4. Em Nível

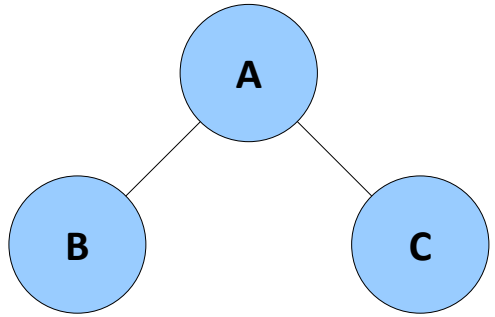
1. Percurso em Pré Ordem

```
inicio
    se árvore não é vazia então
        Visitar o nodo raiz
        Percorrer a subárvore esquerda
        Percorrer a subárvore direita
    fim se
fim
```

R – E – D

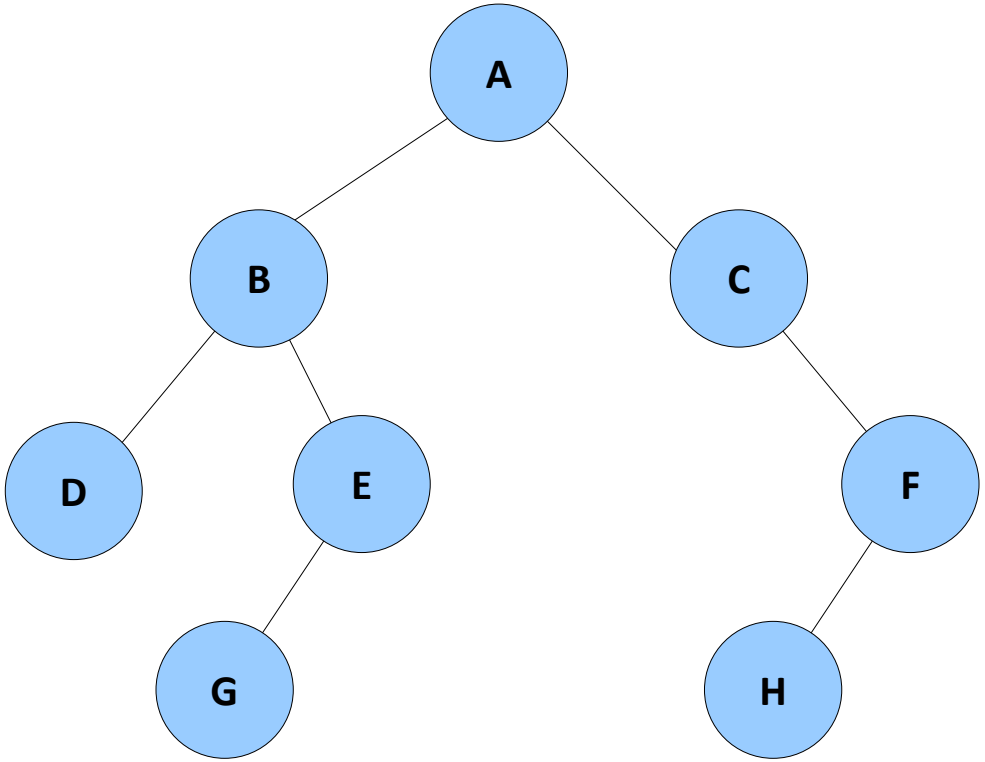


Exemplo



A B C

1. Percurso em Pré Ordem



R – E – D

Percurso:

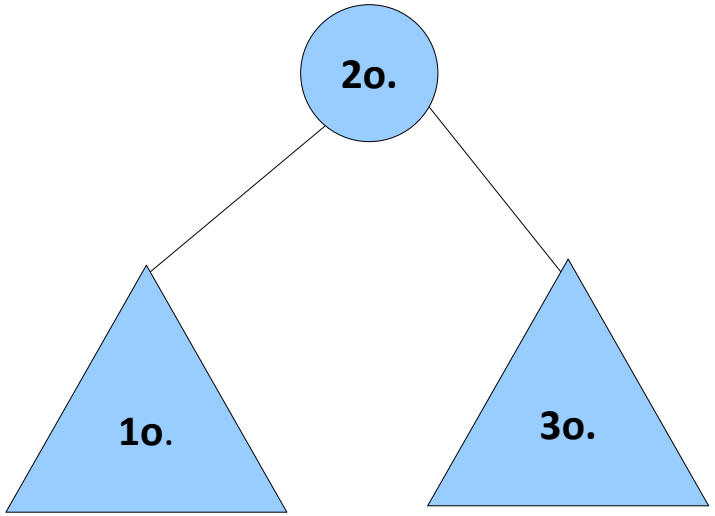
A B D E G C F H

? ? ?

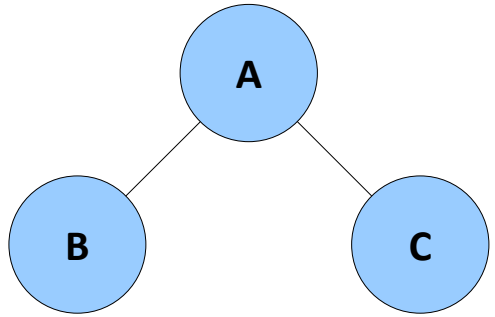
2. Percurso Em Ordem

```
inicio
    se árvore não é vazia então
        Percorrer a subárvore esquerda
        Visitar o nodo raiz
        Percorrer a subárvore direita
    fim se
fim
```

E – R – D

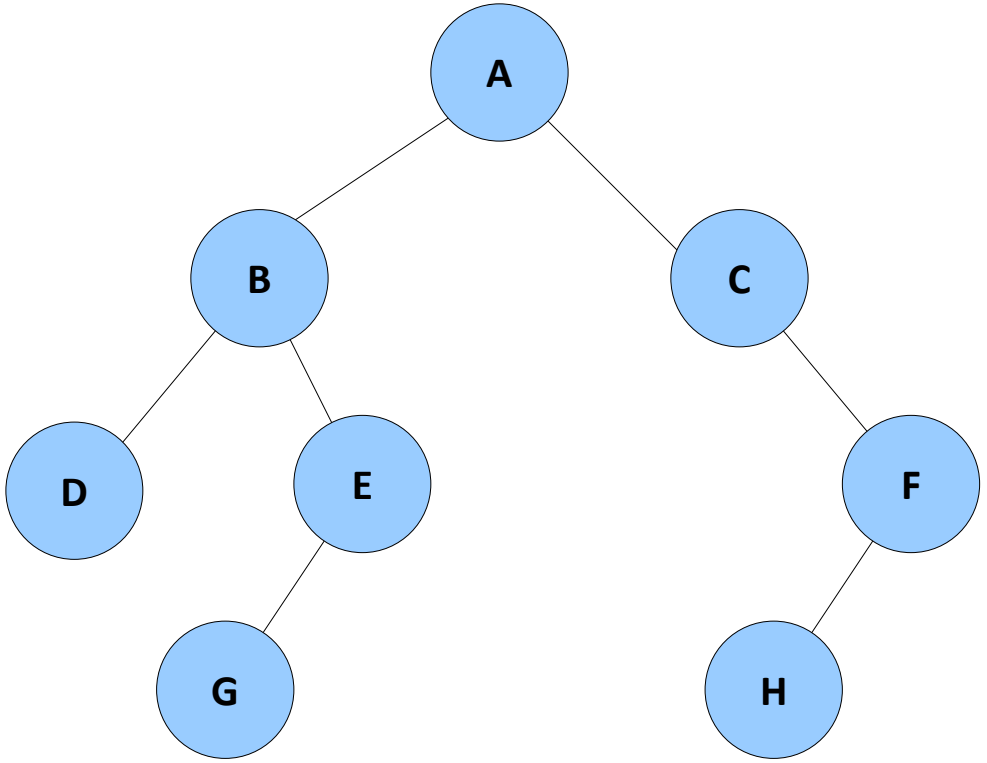


Exemplo



B A C

2. Percurso Em Ordem



? ? ?

E – R – D

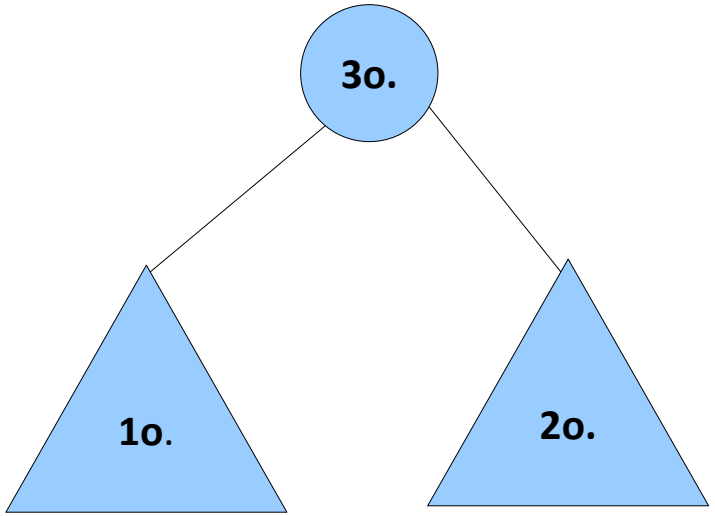
Percurso:

D B G E A C H F

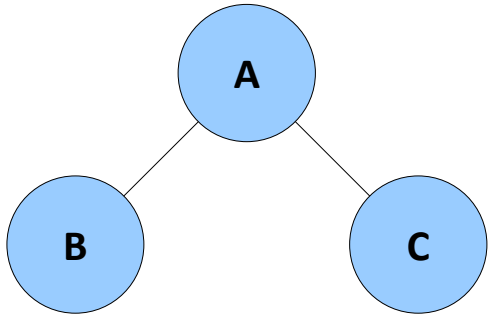
3. Percurso em Pós Ordem

```
inicio
    se árvore não é vazia então
        Percorrer a subárvore esquerda
        Percorrer a subárvore direita
        Visitar o nodo raiz
    fim se
fim
```

E – D – R

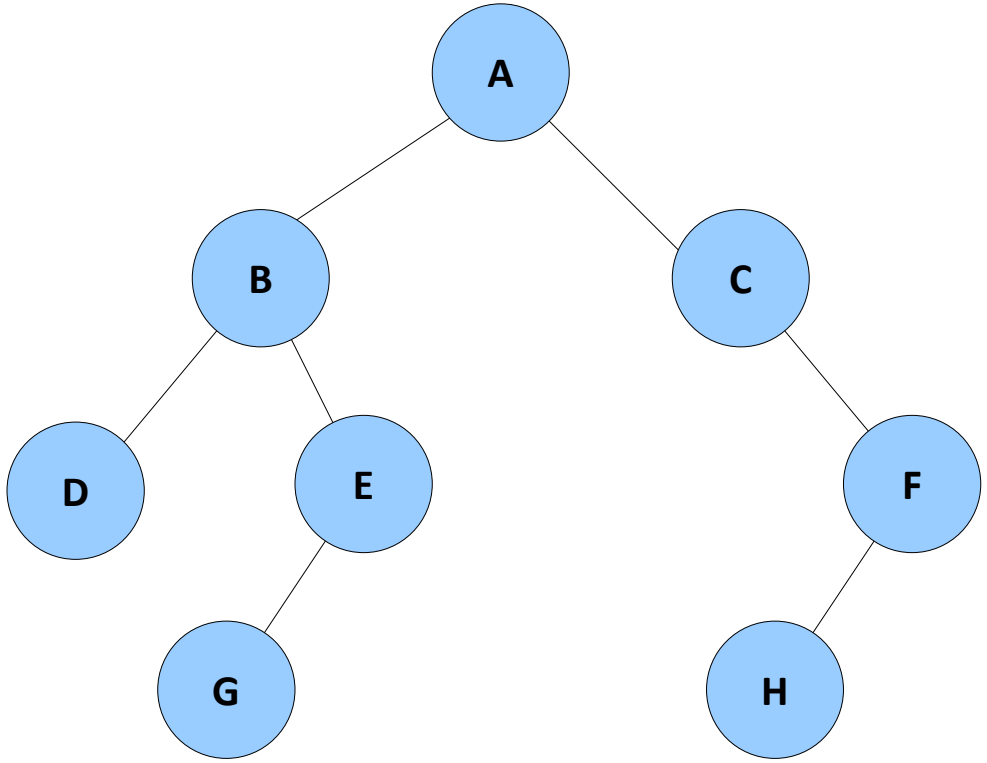


Exemplo



B C A

3. Percurso em Pós Ordem



? ? ?

E – D – R

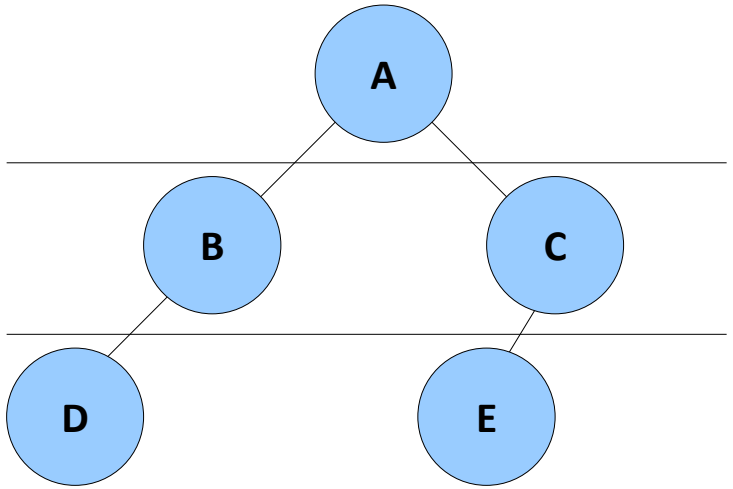
Percurso:

D G E B H F C A

4. Percurso em Nível

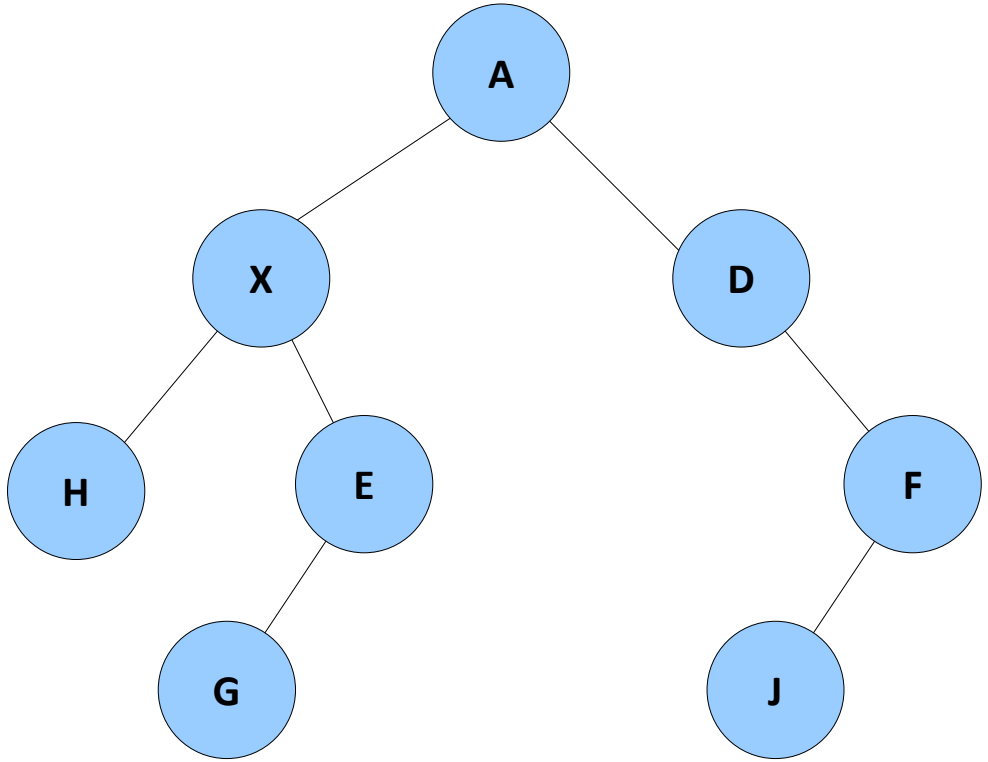
```
inicio
    Inserir o nodo raiz em uma fila
    Enquanto a fila não estiver vazia
        Retirar o nodo T da fila
        Visitar T
        Adicionar os filhos de T na fila
    fim_Enquanto
fim
```

Exemplo



A B C D E

4. Percurso em Nível



? ? ?

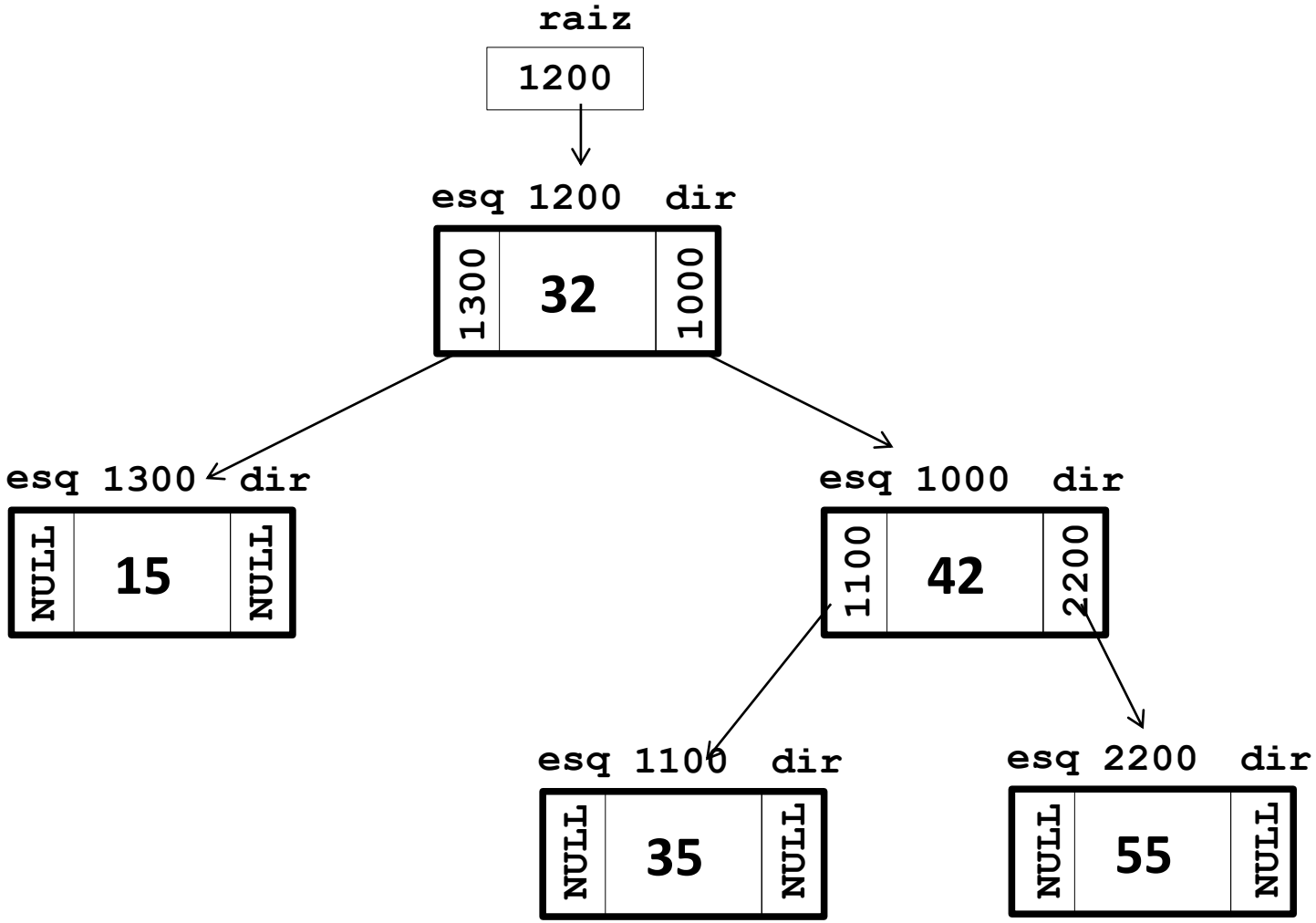
```
inicio
    Inserir o nodo raiz em uma fila
    Enquanto a fila não estiver vazia
        Retirar o nodo T da fila
        Visitar T
        Adicionar os filhos de T na fila
    fim_Enquanto
fim
```

Percurso:

A X D H E F G J

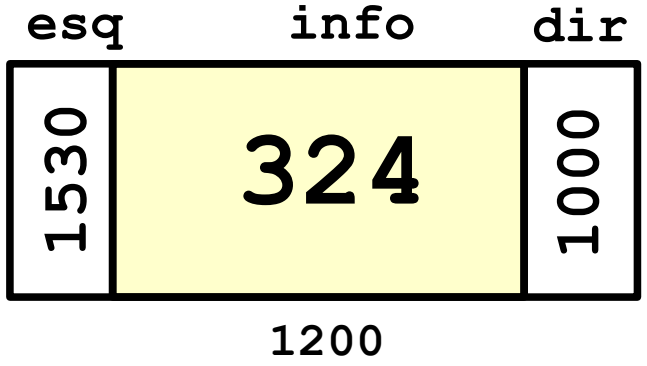
Árvores - Implementação

Representação por encadeamento:



Árvores - Implementação

Nodo para armazenar um inteiro



esq: contém o endereço do nodo filho a esquerda (**NULL** se não possui filho a esquerda).

info : contém a informação armazenada (Ex: um inteiro).

dir: contém o endereço do nodo filho a direita (**NULL** se não possui filho a direita).

Árvores - Implementação

```
typedef struct {
   int cod;
   float sal;
} Dado;

typedef struct nodo Nodo;

struct nodo {
   Dado info;
   Nodo *esq;
   Nodo *dir;
};

typedef struct {
    Nodo *raiz;
} Arvore;
```

Árvore de Busca Binária

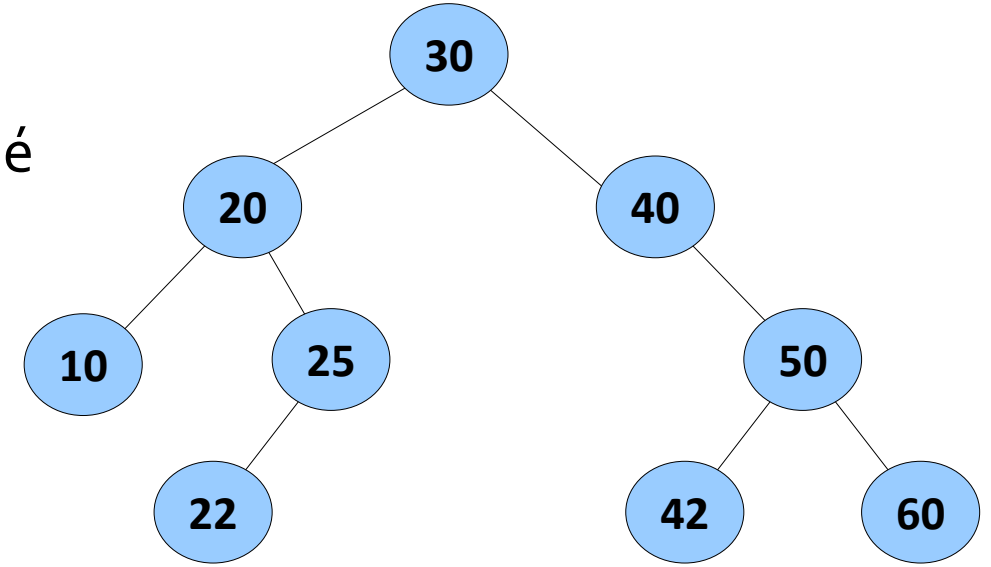
- Os dados são distribuídos pelos nodos de forma a facilitar a pesquisa de um determinado elemento.

- Uma árvore binária, cuja raiz armazena o elemento R, é denominada árvore de busca binária se:

  1) Todo elemento armazenado na subárvore esquerda é menor que R.

  2) Nenhum elemento armazenado na subárvore direita é menor que R.

  3) As árvores esquerda e direita também são árvores de busca binária.



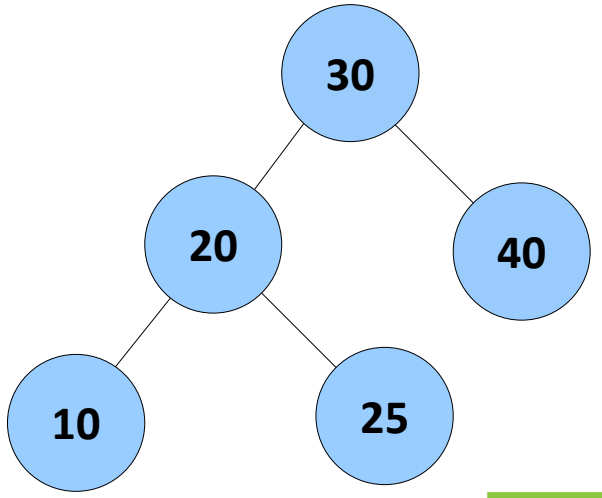
Árvore de Busca Binária - Inserção

```
início
   se a árvore está vazia
   então
      inserir o nodo
   senão
      se o dado do nodo que será inserido é menor
           que o dado armazenado no nodo raiz
      então
         inserir o nodo na subárvore esquerda
      senão
         inserir o nodo na subárvore direita
      fim_se
   fim_se
fim
```

Inserir os nodos:

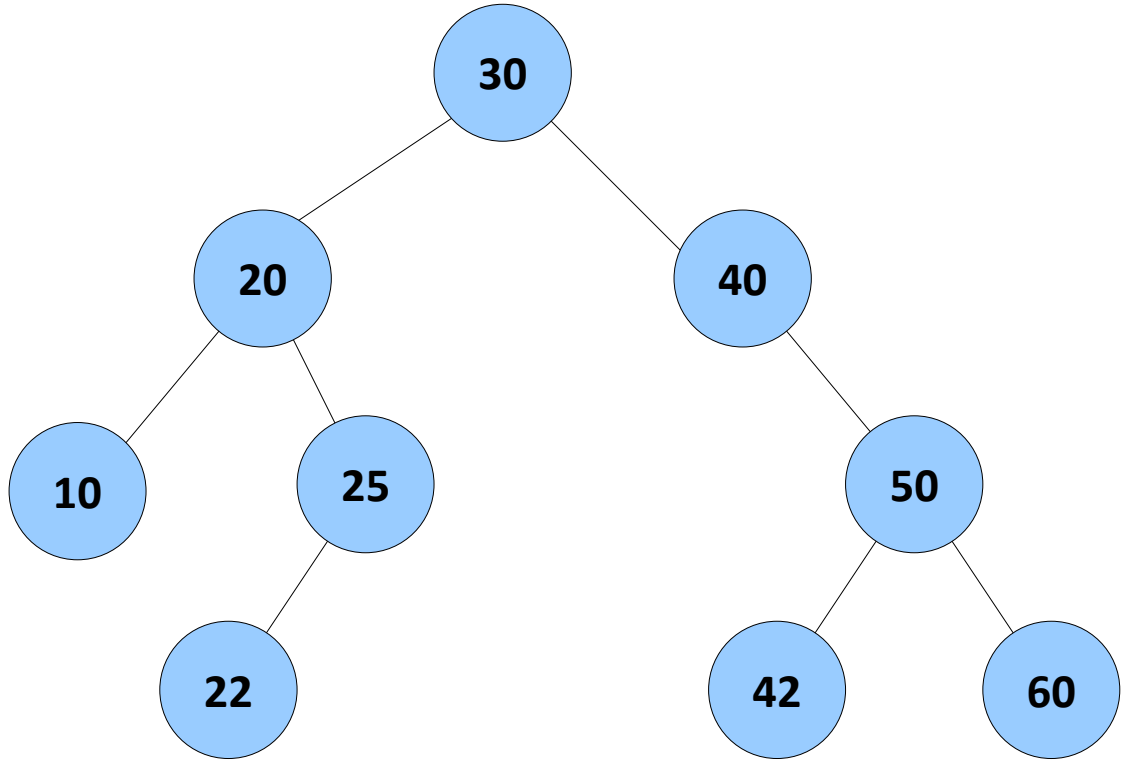
30 20 25 10 40

em uma árvore vazia:



Árvore de Busca Binária - Procura

```
início
  se a árvore está vazia então
    nodo não encontrado
  senão
    se a raiz armazena o elemento procurado então
      nodo encontrado
    senão
      se o valor procurado for menor que o valor
                armazenado no nodo raiz então
          procurar a partir da subárvore esquerda
      senão
          procurar a partir da subárvore direita
      fim_se
    fim_se
  fim_se
fim
```



Procurar os nodos:

27

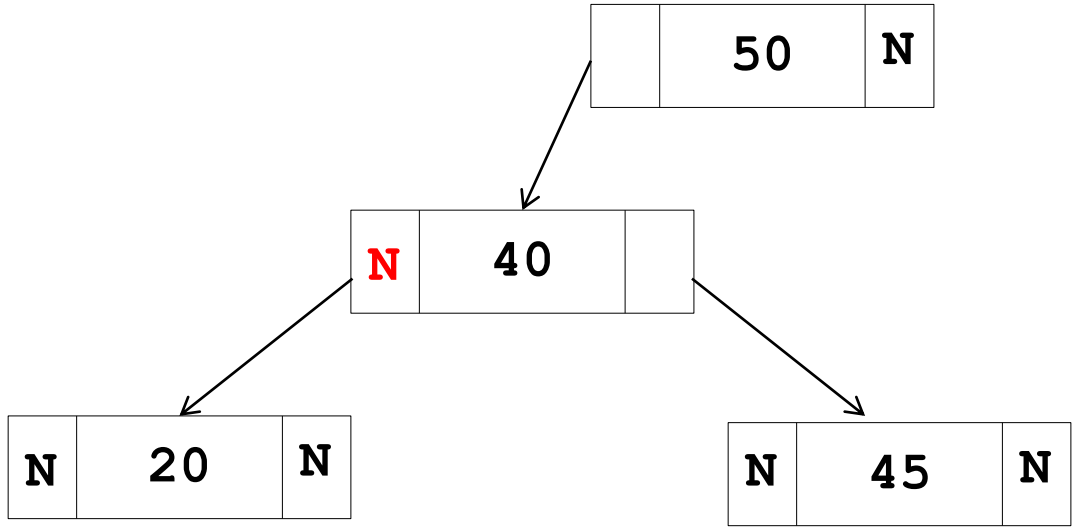
25

Árvore de Busca Binária - Remoção

Procurar o elemento a ser removido. Caso seja encontrado:

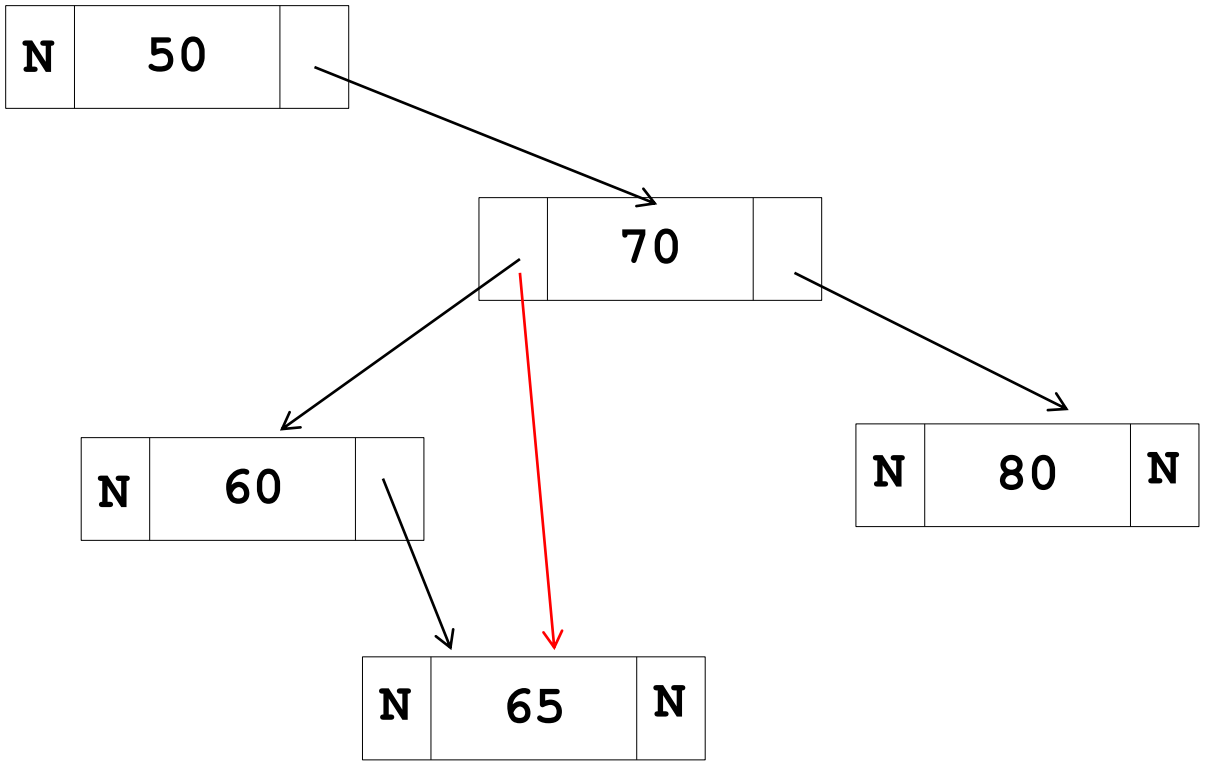
Existem 3 casos:

1) O elemento removido não possui filhos. Remover o nodo e tornar nula a raiz da subárvore.



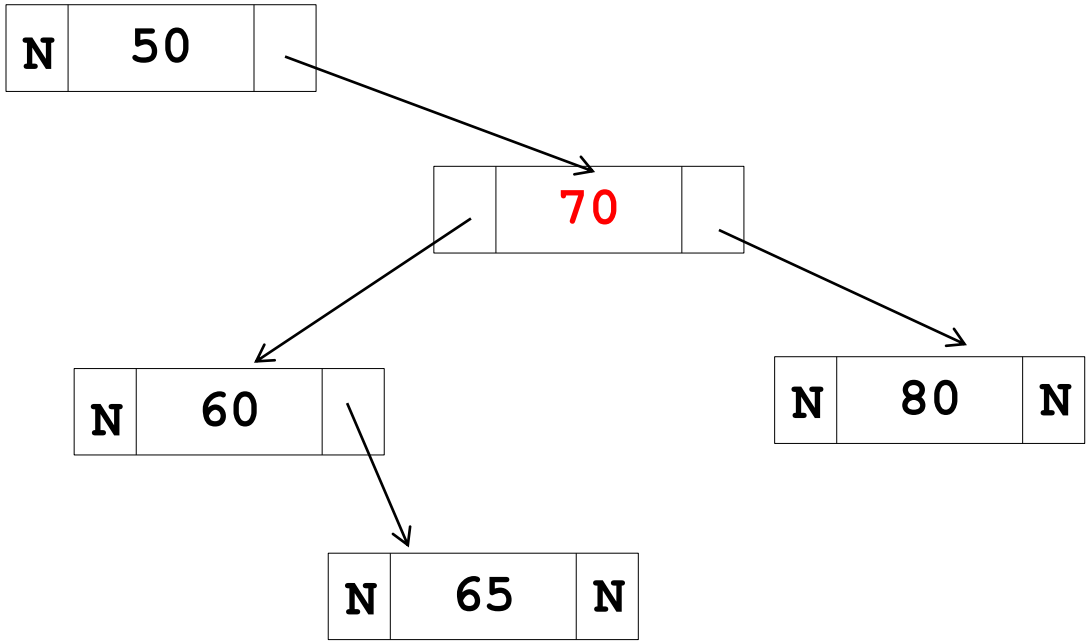
Árvore de Busca Binária - Remoção

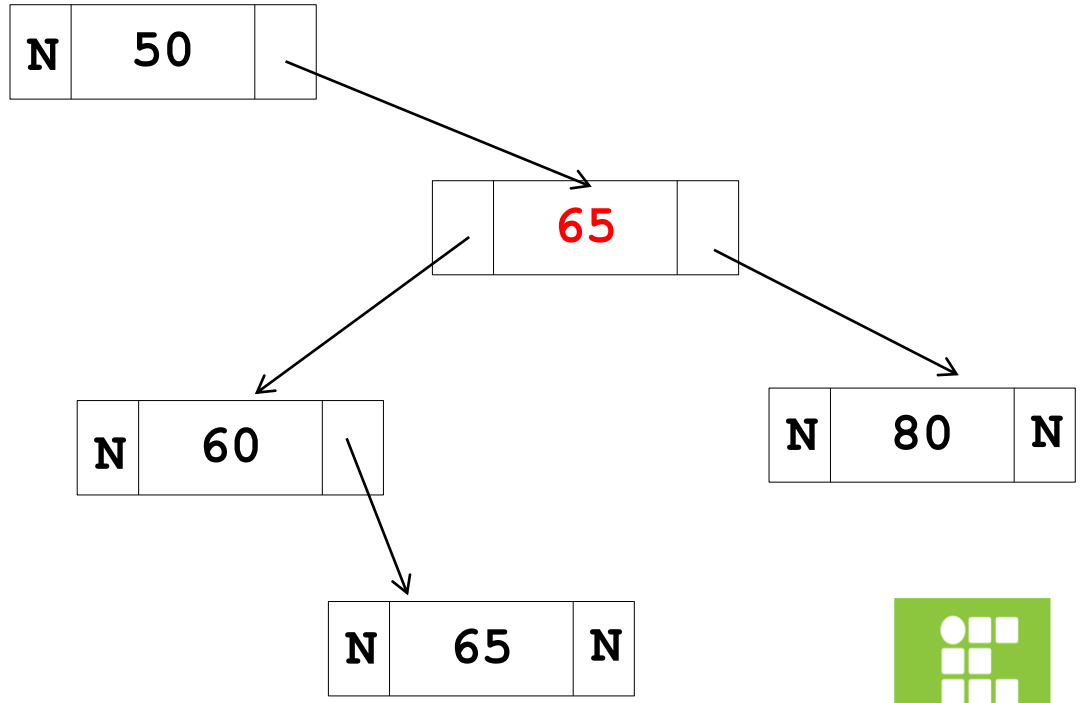
2) O elemento removido possui um filho. Remover o nodo substituindo-o pelo seu nodo filho.



Árvore de Busca Binária - Remoção

3) O elemento removido possui dois filhos. Procurar o nodo que armazena o maior elemento na subárvore esquerda. Este nodo será removido e o elemento armazenado será copiado para o nodo excluído.

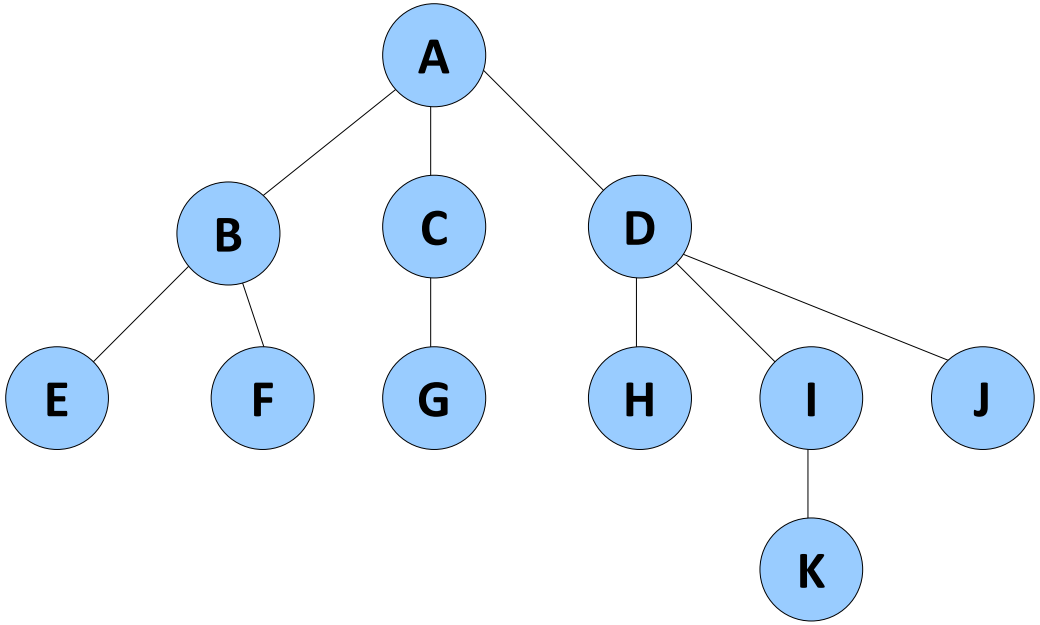


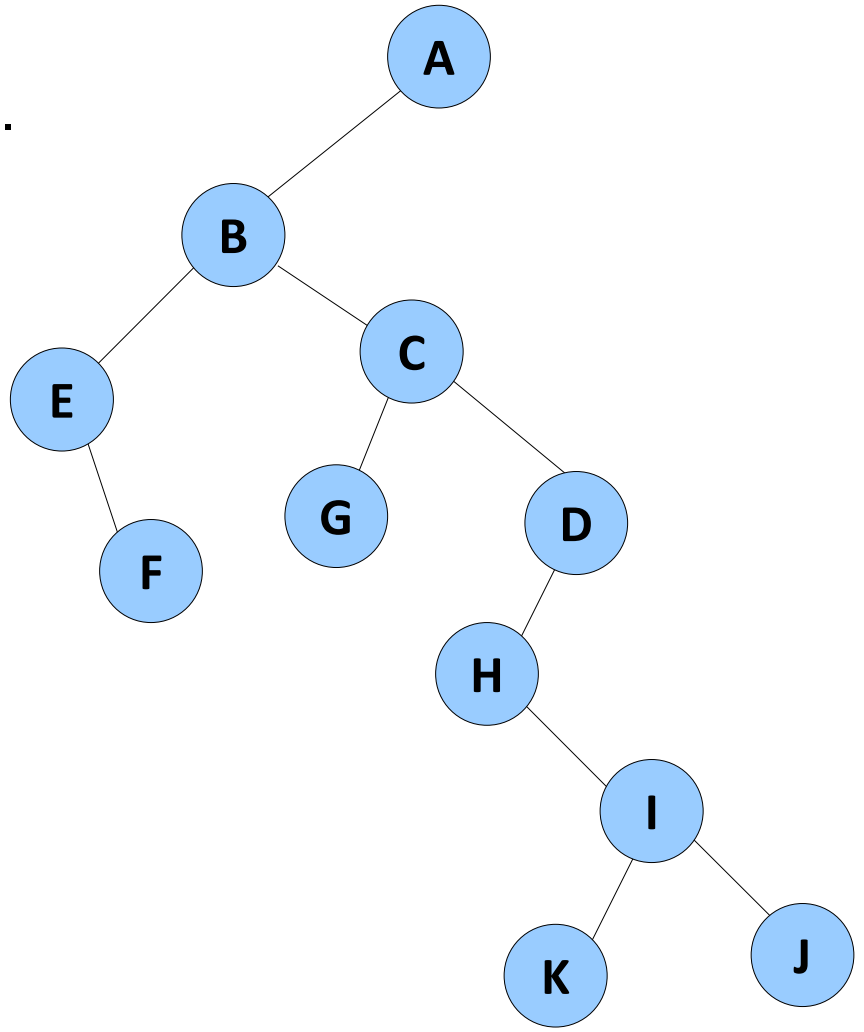


Árvores de Grau Qualquer

Para representar árvores de grau qualquer utilizar uma árvore binária fornecendo aos ponteiros **esq** e **dir** significados diferentes:

esq : passa a armazenar o endereço do primeiro filho.
dir: passa a armazenar o endereço do irmão.





INSTITUTO FEDERAL
Sul-rio-grandense | Câmpus Pelotas

EDUCAÇÃO PÚBLICA 100% GRATUITA

Estrutura de Dados

Aula 16

Árvores

Curso Superior de Tecnologia em Sistemas para Internet