

Algorytmy i Struktury Danych

25 kwietnia 2021

Ćwiczenia 7: Algorytmy zachłanne

Zadanie obowiązkowe

Zadanie 1. (problem stacji benzynowych) Czołg jedzie z punktu A do punktu B . Spalanie czołgu to dokładnie jeden litr paliwa na jeden kilometr trasy. W baku mieści się dokładnie L litrów paliwa. Trasa z A do B to prosta, na której znajdują się stacje benzynowe (na pozycjach będących liczbami naturalnymi; A jest na pozycji 0). Proszę podać algorytmy dla następujących przypadków:

- (1) Wyznaczamy stacje na których tankujemy tak, żeby łączna liczba tankowań była minimalna.
- (2) Wyznaczamy stacje tak, żeby koszt przejazdu był minimalny (w tym wypadku każda stacja ma dodatkowo cenę za litr paliwa). Na każdej stacji możemy tankować dowolną ilość paliwa.
- (3) j.w., ale jeśli na stacji tankujemy, to musimy zatankować do pełna.

Zadania standardowe

Zadanie 1. (pokrycie przedziałami jednostkowymi) Dany jest zbiór punktów $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ na prostej. Proszę podać algorytm, który znajduje minimalną liczbę przedziałów jednostkowych domkniętych, potrzebnych do pokrycia wszystkich punktów z X . (Przykład: Jeśli $X = \{0.25, 0.5, 1.6\}$ to potrzeba dwóch przedziałów, np. $[0.2, 1.2]$ oraz $[1.4, 2.4]$).

Zadanie 2. (wybór zadań z terminami) Mamy dany zbiór zadań $T = \{t_1, \dots, t_n\}$. Każde zadanie t_i dodatkowo posiada: (a) termin wykonania $d(t_i)$ (liczba naturalna) oraz (b) zysk $g(t_i)$ za wykonanie w terminie (liczba naturalna). Wykonanie każdego zadania trwa jednostkę czasu. Jeśli zadanie t_i zostanie wykonane przed przekroczeniem swojego terminu $d(t_i)$, to dostajemy za nie nagrodę $g(t_i)$ (pierwsze wybrane zadanie jest wykonywane w chwili 0, drugie wybrane zadanie w chwili 1, trzecie w chwili 2, itd.).

Proszę podać algorytm, który znajduje podzbiór zadań, które można wykonać w terminie i który prowadzi do maksymalnego zysku. Proszę uzasadnić poprawność algorytmu.

Zadanie 3. (ładowanie przyczepy) Mamy przyczepę o pojemności K kilogramów oraz zbiór ładunków o wagach w_1, \dots, w_n . Waga każdego z ładunków jest potęgą dwójki (czyli, na przykład, dla siedmiu ładunków wagi mogą wynosić 2, 2, 4, 8, 1, 8, 16, a pojemność przyczepy $K = 27$). Proszę podać algorytm zachłanny (i uzasadnić jego poprawność), który wybiera ładunki tak, że przyczepa jest możliwie maksymalnie zapełniona (ale bez przekraczania pojemności) i jednocześnie użyliśmy możliwie jak najmniej ładunków. (Ale jeśli da się np. załadować przyczepę do pełna używając 100 ładunków, albo załadować do pojemności $K - 1$ używając jednego ładunku, to lepsze jest to pierwsze rozwiązanie).

Zadanie 4. (wieże) Grupa m dzieci bawi się w układanie możliwie jak największej wieży. Każde dziecko ma klocki różnej wysokości. Pierwsze dziecko ma klocki o wysokościach $w_1^1, \dots, w_{n_1}^1$, drugie dziecko klocki o

wyskościach $w_1^2, \dots, w_{n_2}^2$, itd. Dzieci właśnie poszły zjeść deser zanim ułożą swoje wieże, ale jedno dziecko zostało. Ma teraz jedyną okazję, żeby odebrać kilka klocków innym dzieciom tak, żeby jego wieża była najwyższa. Proszę podać możliwie najszybszy algorytm rozwiązujący ten problem, który zabiera minimalną ilość klocków. (Proszę zwrócić uwagę, że liczby w_j^i mogą być bardzo duże.)

Zadanie 6. (suma odległości) Dana jest posortowana tablica A zawierająca n liczb i celem jest wyznaczenie liczby x takiej, że wartość $\sum_{i=0}^{n-1} |A[i] - x|$ jest minimalna. Proszę zaproponować algorytm, uzasadnić jego poprawność oraz ocenić złożoność obliczeniową.