

Algorytmy i Struktury Danych

23 maja 2021

Ćwiczenia 9: Zastosowania DFS i najkrótsze ścieżki

Zadania obowiązkowe

Zadanie 1. Proszę zaimplementować algorytm Dijkstry (dla wybranej przez prowadzącego reprezentacji grafu).

Zadanie 2. Proszę zaimplementować wybrany przez siebie algorytm obliczania minimalnego drzewa rozpinającego dla wybranej przez prowadzącego reprezentacji grafu.

Zadania standardowe

Zadanie 1. (ścieżka Hamiltona w DAGu) Ścieżka Hamiltona to ścieżka przechodząca przez wszystkie wierzchołki w grafie, przez każdy dokładnie raz. W ogólnym grafie znalezienie ścieżki Hamiltona jest problemem NP-trudnym. Proszę podać algorytm, który stwierdzi czy istnieje ścieżka Hamiltona w acyklicznym grafie skierowanym.

Zadanie 2. (dobry początek) Wierzchołek v w grafie skierowanym nazywamy *dobrym początkiem* jeśli każdy inny wierzchołek można osiągnąć ścieżką skierowaną wychodzącą z v . Proszę podać algorytm, który stwierdza czy dany graf zawiera dobry początek.

Zadanie 3. (najkrótsze ścieżki w DAGu) Jak znaleźć najkrótsze ścieżki z wierzchołka s do wszystkich innych w acyklicznym grafie skierowanym?

Zadanie 4. (logarytmy) Mamy dany graf $G = (V, E)$ z wagami $w: E \rightarrow \mathbb{N} - \{0\}$ (dodatnie liczby naturalne). Chcemy znaleźć ścieżkę z wierzchołka u do v tak, by iloczyn wag był minimalny. Omówić rozwiązanie (bez implementacji)

Zadanie 5. (problem przewodnika turystycznego) Przewodnik chce przewieźć grupę K turystów z miasta A do miasta B . Po drodze jest jednak wiele innych miast i między różnymi miastami jeżdżą autobusy o różnej pojemności. Mamy daną listę trójek postaci (x, y, c) , gdzie x i y to miasta między którymi bezpośrednio jeździ autobus o pojemności c pasażerów.

Przewodnik musi wyznaczyć wspólną trasę dla wszystkich turystów i musi ich podzielić na grupki tak, żeby każda grupka mogła przebyć trasę bez rozdzielania się. Proszę podać algorytm, który oblicza na ile (najmniej) grupek przewodnik musi podzielić turystów (i jaką trasą powinni się poruszać), żeby wszyscy dostali się z A do B .

Zadanie 6. (dwóch kierowców) Dana jest mapa kraju w postaci grafu $G = (V, E)$, gdzie wierzchołki to miasta a krawędzie to drogi łączące miasta. Dla każdej drogi znana jest jej długość (wyrażona w kilometrach

jako liczba naturalna). Alicja i Bob prowadzą (na zmianę) autobus z miasta $x \in V$ do miasta $y \in V$, zamieniając się za kierownicą w każdym kolejnym mieście. Alicja wybiera trasę oraz decyduje, kto prowadzi pierwszy. Proszę zaproponować algorytm, który wskazuje taką trasę (oraz osobę, która ma prowadzić pierwsza), żeby Alicja przejechała jak najmniej kilometrów. Algorytm powinien być jak najszybszy (ale przede wszystkim poprawny).

Zadanie 7. (problem stacji benzynowych na grafie) Pewien podróżnik chce przebyć trasę z punktu A do punktu B . Niestety jego samochód spala dokładnie jeden litr paliwa na jeden kilometr trasy. W baku mieści się dokładnie D litrów paliwa. Trasa jest reprezentowana jako graf, gdzie wierzchołki to miasta a krawędzie to łączące je drogi. Każda krawędź ma długość w kilometrach (przedstawioną jako liczbę naturalną). W każdym wierzchołku jest stacja benzynowa, z daną ceną za litr paliwa. Proszę podać algorytm znajdujący trasę z punktu A do punktu B o najmniejszym koszcie. Proszę uzasadnić poprawność algorytmu.