

Algorytmy i Struktury Danych

11 kwietnia 2021

Ćwiczenia 5: Programowanie dynamiczne

Zadania obowiązkowe

Zadanie 1. (problem plecakowy) Proszę podać i zaimplementować algorytm znajdujący wartość optymalnego zbioru przedmiotów w dyskretnym problemie plecakowym. Algorytm powinien działać w czasie wielomianowym względem liczby przedmiotów oraz sumy ich profitów.

Zadanie 2. (problem sumy podzbioru) Dana jest tablica n liczb naturalnych A . Proszę podać i zaimplementować algorytm, który sprawdza, czy da się wybrać podciąg liczb z A , które sumują się do zadanej wartości T .

Zadania standardowe

Zadanie 3. (najdłuższy wspólny podciąg) Mamy dane dwie tablice, $A[n]$ i $B[n]$. Należy znaleźć długość ich najdłuższego wspólnego podciągu. (Klasyczny algorytm dynamiczny $O(n^2)$).

Zadanie 3. (najdłuższy podciąg rosnący) Proszę rozwiązać dwa następujące zadania:

1. Jak wykorzystać algorytm dla problemu najdłuższego wspólnego podciągu do rozwiązania zadania najdłuższego rosnącego podciągu?
2. Na wykładzie podaliśmy algorytm działający w czasie $O(n^2)$. Proszę podać algorytm o złożoności $O(n \log n)$.

Zadanie 4. (mnożenie macierzy) Dany jest ciąg macierzy A_1, A_2, \dots, A_n . Ktoś chce policzyć iloczyn $A_1 A_2 \dots A_n$. Macierze nie są koniecznie kwadratowe (ale oczywiście znamy ich rozmiary). Zależnie w jakiej kolejności wykonujemy mnożenia, koszt obliczeniowy może być różny—należy podać algorytm znajdujący koszt mnożenia przy optymalnym doborze kolejności.

Zadanie 5. (maximin) Rozważmy ciąg (a_0, \dots, a_{n-1}) liczb naturalnych. Załóżmy, że został podzielony na k spójnych podciągów: (a_0, \dots, a_{ℓ_1}) , $(a_{\ell_1+1}, \dots, a_{\ell_2})$, \dots , $(a_{\ell_{k-1}+1}, \dots, a_{n-1})$. Przez wartość i -go podciągu rozumiemy sumę jego elementów a przez najgorszy podciąg rozumiemy podciąg o najmniejszej wartości (rozstrzygając remisy w dowolny sposób). Wartością podziału jest wartość jego najgorszego podciągu. Zadanie polega na znalezieniu podziału ciągu (a_0, \dots, a_{n-1}) o maksymalnej wartości.

Zadanie 6. (wydawanie monet) Mamy daną tablicę z nominalami monet stosowanych w pewnym dziwnym kraju, oraz kwotę T . Proszę podać algorytm, który oblicza minimalną ilość monet potrzebną do wydania kwoty T (algorytm zachłanny, wydający najpierw największą monetę, nie działa: dla monet 1, 5, 8 wyda kwotę 15 jako $8 + 5 + 1 + 1$ zamiast $5 + 5 + 5$).

Zadanie 7. (wędrówka po szachownicy) Dana jest szachownica A o wymiarach $n \times n$. Szachownica zawiera liczby wymierne. Należy przejść z pola $(1, 1)$ na pole (n, n) korzystając jedynie z ruchów “w dół” oraz “w prawo”. Wejście na dane pole kosztuje tyle, co znajdująca się tam liczba. Proszę podać algorytm znajdujący trasę o minimalnym koszcie.