1. Sumatorio: Sigma $\sum$

La suma de n términos consecutivos se representa de la siguiente forma:

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$$

Límite superior
Límite inferior
Índice

El índice del sumatorio puede ser cualquier letra, normalmente se utilizan las letras i, j, k, n; pero no puede coincidir con los límites de la suma. Así,

$$a_3 + a_4 + ... + a_n = \sum_{k=3}^{n} a_k$$

El límite inferior del sumatorio no tiene por qué ser 1, sino que puede ser cualquier número entero inferior al límite superior.

Ejemplo: *Expresar en sumatorio las siguientes sumas:*

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = \sum_{i=1}^{6} i$$

$$3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 = \sum_{i=3}^{7} i^2 = \sum_{i=2}^{6} (i+1)^2$$

$$\frac{1}{n}(1^2+1) + \frac{1}{n}(2^2+1) + ... + \frac{1}{n}(n^2+1) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}(i^2+1)$$

Ejemplo: *Expresar el sumatorio sacando los dos primeros términos:*

$$\sum_{i=1}^{100} a_i = a_1 + a_2 + \sum_{i=3}^{100} a_i$$

$$\sum_{i=1}^{100} \frac{1}{(i+5)!} = \frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} + \sum_{i=3}^{100} \frac{1}{(i+5)!}$$

2. Propiedades

1. Una constante puede sacarse factor común:

$$\sum_{i=1}^{n} c.a_i = c.\sum_{i=1}^{n} a_i$$

   Una constante es cualquier número o letra que **no** coincida con el **índice**. Por ejemplo:

$$\sum_{i=1}^{n} n.a_i = n.\sum_{i=1}^{n} a_i$$

2. El sumatorio de una suma se puede descomponer en dos sumatorios:

$$\sum_{i=1}^{n} (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{i=1}^{n} b_i$$

3. La suma de una constante equivale a sumar n veces la constante:

$$\sum_{i=1}^{n} c = \underbrace{c + c + c + ... + c}_{n \text{ veces}} = n.c$$

3. Sumatorios más frecuentes

Al calcular el número de instrucciones de un algoritmo es necesario conocer el valor de algunos sumatorios. Estos son los más frecuentes:

1. $$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$$

2. $$\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

3. Caso general de una **progresión aritmética** es:
$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

4. $$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} \approx \frac{n^3}{3}$$

5. $$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

6. caso general :
$$\sum_{i=1}^{n} i^k \approx \frac{n^{(k+1)}}{k+1}$$

7. $$\sum_{i=0}^{n} 2^i = 2^{n+1} - 1$$

8. Caso general:
$$\sum_{i=0}^{n} c^i = \frac{c^{n+1} - 1}{c - 1}$$

9. Caso general de una **progresión geométrica** es:
$$\sum_{i=0}^{n} ar^i = a\frac{r^{n+1} - 1}{r - 1} \quad r \neq 1$$

4. Enlaces

Progresión Aritmética
Progresión Geométrica