NHẬP MÔN TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

LOGIC VỊ TỪ (PREDICATE LOGIC)

ThS. Vũ Hoài Thư

Ngày 8 tháng 3 năm 2024

Nội dung

1. Logic vị từ
2. Suy diễn với logic vị từ

Logic vị từ

Khái niệm vị từ

- Ví dụ biểu thức: $"X > 3"$
- Biểu thức gồm 2 phần:
  - Phần 1: Biến X
  - Phần 2: Tính chất của biến X $(X > 3)$
  - Gán $P(X) = "X > 3"$ (Hàm mệnh đề P tại X)
  - Khi X nhận một giá trị cụ thể, $P(x)$ trở thành một mệnh đề và có giá trị chân lý

Khái niệm lượng từ

- Lượng từ diễn tả phạm vi, quy mô một vị từ là đúng trên một miền các phần tử.
- Các lượng từ thường dùng: Với mọi ($\forall$), Tồn tại ($\exists$), Tồn tại duy nhất ($\exists!$)

Lượng từ với mọi (lượng từ phổ quát) (1/2)

- Lượng từ với mọi: Giả sử tập xác định gồm các phần tử $x_1, x_2, \ldots, n_n$ dẫn đến rằng phổ quát $\forall x P(x)$ là đồng nhất với phép hội của các mệnh đề:

$$P(x_1) \land P(x_2) \land \ldots \land P(x_n)$$

Lượng từ với mọi (lượng từ phổ quát) (2/2)

Ví dụ: Cho biết giá trị chân lý của:

$$\forall x P(x) : P(x) = "x^2 < 10",$$
$$\text{Tập xác định: } X = \{x \in Z+, x \leq 4\}$$

- Tập xác định $X = \{1, 2, 3, 4\}$
- $\forall x P(x) \equiv P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4)$
- Có: $P(4) = "4^2 < 10" \rightarrow$ Sai. Vậy $\forall x P(x) \rightarrow$ Sai

Lượng từ tồn tại

- Lượng từ tồn tại: Giả sử tập xác định gồm các phần tử $x_1, x_2, \ldots, n_n$ dẫn đến rằng tồn tại $\exists x P(x)$ là đồng nhất với phép tuyển của các mệnh đề:

$$P(x_1) \vee P(x_2) \vee \ldots \vee P(x_n)$$

- Đúng khi có một phần tử x (nằm trong tập xác định) cho $P(x)$ giá trị đúng.
- Sai khi tất cả các giá trị x đều cho $P(x)$ là sai

Đặc điểm của logic vị từ

- Logic mệnh đề
  - Khả năng biểu diễn giới hạn trong phạm vi thế giới các sự kiện
- Logic vị từ
  - Cho phép mô tả thế giới với các đối tượng, các thuộc tính của đối tượng, các mối quan hệ giữa các đối tượng
  - Đối tượng: một cái bàn, một cái cây, một con người, một cái nhà, một con số, ...
  - Tính chất: cái bàn có bốn chân, làm bằng gỗ, có ngăn kéo,...
  - Quan hệ: cha con, anh em, bạn bè (giữa con người), bên trong, bên ngoài, nằm trên, nằm dưới (giữa các đồ vật),...
  - Hàm: một trường hợp riêng của quan hệ, với mỗi đầu vào ta có một giá trị hàm duy nhất

Cú pháp của logic vị từ

Các ký hiệu:

- Ký hiệu hằng: $a, b, c, An, Ba, John, \ldots$
- Các ký hiệu biến: $x, y, z, u, v, \ldots$
- Các ký hiệu vị từ: $P, Q, R, S, Like, Friend, \text{Bạn\_bè} \ldots$
  - Mỗi vị từ là vị từ của n biến ($n \geq 0$)
  - Vị từ không biến là các ký hiệu mệnh đề
- Các ký hiệu hàm: $f, g, sin, cos, min, husband, mother, \ldots$
  - Mỗi hàm là hàm của n biến ($n \geq 0$)
- Các ký hiệu kết nối logic: $\neg, \vee, \wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow$
- Các ký hiệu lượng tử: $\forall, \exists$
- Các ký hiệu ngăn cách: dấu phẩy, mở ngoặc, đóng ngoặc

Cú pháp của logic vị từ

Các hạng thức (term)

- Là các biểu thức mô tả đối tượng, được xác định đệ quy như sau
  - Các ký hiệu hằng và các ký hiệu biến là hạng thức
  - Nếu $t_1, t_2, \ldots, t_n$ là n hạng thức, và f là một ký hiệu hàm n biến thì $f(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ là hạng thức
- Một hạng thức không chứa biến được gọi là một hạng thức cụ thể
- Hai hạng thức bằng nhau nếu cùng tương đương với một đối tượng. Ví dụ: Father(John) = Mike

Cú pháp của logic vị từ

Công thức nguyên tử (câu đơn)

- Biểu diễn tính chất của đối tượng, hoặc quan hệ giữa các đối tượng, được xác định đệ quy như sau
  - Các ký hiệu vị từ không biến (mệnh đề) là công thức nguyên tử
  - Nếu $t_1, t_2, \ldots, t_n$ là n hạng thức, và P là một vị từ n biến thì $P(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ là công thức nguyên tử

Cú pháp của logic vị từ

Công thức:

- Được xây dựng từ công thức nguyên tử, sử dụng các kết nối logic và các lượng tử, theo đệ quy như sau
  - Các công thức nguyên tử là công thức
  - Nếu G và H là các công thức, thì các biểu thức sau là công thức: $G \land H, G \lor H, \neg G, G \Rightarrow H, G \Leftrightarrow H$
  - Nếu G là công thức và x là biến thì các biểu thức sau là các công thức: $\forall x G, \exists x G$

Cú pháp của logic vị từ

Một số quy ước:

- Các công thức không phải công thức nguyên tử gọi là công thức phức hợp (câu phức hợp)
- Công thức không chứa biến gọi là công thức cụ thể
- Khi viết công thức ta bỏ đi các dấu ngoặc không cần thiết

Cú pháp của logic vị từ

- Lượng từ phổ quát (với mọi) ($\forall$)
  - Mô tả tính chất của cả một lớp các đối tượng, mà không cần liệt kê các đối tượng ra
  - $\forall x Elephant(x) \Rightarrow Color(x, Gray)$ (Mọi con voi thì có màu xám)
  - Lượng từ phổ quát sử dụng phép kéo theo
- Lượng từ tồn tại ($\exists$)
  - Cho phép tạo ra câu nói đến một đối tượng nào đó trong một lớp đối tượng, có tính chất hoặc thỏa mãn một quan hệ nào đó
  - $\exists x Student(x) \wedge Inside(x, P501)$ (Tồn tại sinh viên ở trong phòng 501)
  - Lượng từ tồn tại sử dụng phép và

Cú pháp của logic vị từ

- Literal
  - Là công thức nguyên tử hoặc phủ định của công thức nguyên tử
  - Ví dụ: $Play(x, Football), \neg Like(Lan, Rose)$
- Câu tuyển
  - Là tuyển của các literal
  - Ví dụ: $Male(x) \vee \neg Like(x, Football)$

Ngữ nghĩa của logic vị từ

- Minh hoạ
  - Là một cách gán cho các biến đối tượng một đối tượng cụ thể, gán cho các ký hiệu hàm một hàm cụ thể, và các ký hiệu vị từ một vị từ cụ thể
  - Ý nghĩa của công thức trong một thế giới hiện thực nào đó
- Ngữ nghĩa câu đơn
  - Trong một minh họa, mỗi câu đơn sẽ chỉ định một sự kiện cụ thể, có thể đúng (True) hoặc sai (False)
  - Ví dụ: Student(Lan)
- Ngữ nghĩa của câu phức
  - Được xác định dựa trên ngữ nghĩa của các câu đơn và các kết nối logic
  - Ví dụ: $Student(Lan) \wedge Like(An, Rose)$

Ngữ nghĩa của logic vị từ

- Ngữ nghĩa của câu chứa lượng tử
  - Công thức $\forall x G$ là đúng nếu và chỉ nếu mọi công thức nhận được từ G bằng cách thay x bởi một đối tượng trong miền đối tượng đều đúng.
    - Ví dụ: Miền đối tượng {An, Ba, Lan}, ngữ nghĩa của câu $\forall x Student(x)$ được xác định là ngữ nghĩa của câu sau: $Student(An) \land Student(Ba) \land Student(Lan)$
  - Công thức $\exists x G$ là đúng nếu và chỉ nếu một trong các công thức nhận được từ G bằng cách thay x bởi một đối tượng trong miền đối tượng đều đúng
    - Ví dụ: ngữ nghĩa của câu $\exists x Student(x)$ được xác định là ngữ nghĩa của câu sau: $Student(An) \lor Student(Ba) \lor Student(Lan)$

Ngữ nghĩa của logic vị từ

- Các khái niệm công thức thỏa được, không thỏa được, vững chắc, mô hình, tương tự logic mệnh đề
- Có thể biểu diễn lượng tử tồn tại bằng cách sử dụng phép phủ định của lượng từ với mọi, và ngược lại
  - Ví dụ:
    $\forall x Like(x, IceCream) \equiv \neg \exists x \neg Like(x, IceCream)$
    $\exists x Like(x, IceCream) \equiv \neg \forall x \neg Like(x, IceCream)$

Ngữ nghĩa của logic vị từ

- Các lượng tử lồng nhau
  - Có thể sử dụng đồng thời nhiều lượng tử trong câu phức hợp

$$\forall x \forall y Sibling(x, y) \Rightarrow Relationship(x, y)$$

  - Nhiều lượng tử cùng loại có thể được viết gọn bằng một ký hiệu lượng tử

$$\forall x, y Sibling(x, y) \Rightarrow Relationship(x, y)$$

Ngữ nghĩa của logic vị từ

- Không được phép thay đổi các lượng từ khác loại trong câu

$$\forall x \exists y Love(x, y)$$
$$\exists y \forall x Love(x, y)$$

Các công thức tương đương

1. $\forall x G(x) \equiv \forall y G(y)$
2. $\exists x G(x) \equiv \exists y G(y)$
3. $\neg(\forall x G(x)) \equiv \exists x(\neg G(x))$
4. $\neg(\exists x G(x)) \equiv \forall x(\neg G(x))$
5. $\forall x(G(x) \wedge H(x)) \equiv \forall x G(x) \wedge \forall x H(x)$
6. $\exists x(G(x) \vee H(x)) \equiv \exists x G(x) \vee \exists x H(x)$

Ví dụ (1/2)

Dịch các câu sau sang logic vị từ:

1. An không cao
2. An và Ba là anh em
3. Tất cả nhà nông đều thích mặt trời
4. Mọi cây nấm đỏ đều có độc
5. Không có cây nấm đỏ nào độc cả
6. Chỉ có đúng hai nấm đỏ
7. Một số học sinh vượt qua kỳ thi
8. Tất cả học sinh đều vượt qua kỳ thi trừ một bạn
9. Hai anh em phải cùng cha cùng mẹ

Ví dụ (2/2)

Câu logic vị từ

1. $\neg Tall(An)$
2. $Sibling(An, Ba)$
3. $\forall x Farmer(x) \Rightarrow LikeSun(x)$
4. $\forall x(Mushroom(x) \wedge Red(x) \Rightarrow Poisonous(x))$
5. $\forall x(Mushroom(x) \wedge Red(x) \Rightarrow \neg Poisonous(x))$
6. $\exists x, y(Mushroom(x) \wedge Red(x) \wedge Mushroom(y) \wedge Red(y) \wedge (x \neq y) \wedge \forall z(Mushroom(z) \wedge Red(z) \Rightarrow (z = x) \vee (z = y)))$
7. $\exists x(Student(x) \wedge Pass(x))$
8. $\exists x((Student(x) \wedge \neg Pass(x)) \wedge \forall y(Student(y) \wedge (y \neq x) \Rightarrow Pass(y)))$
9. $\forall x, y(Sibling(x, y) \Rightarrow \exists p, q(Father(p, x) \wedge Father(p, y) \wedge Mother(q, x) \wedge Mother(q, y)))$

Suy diễn với logic vị từ

Suy diễn với logic vị từ

Các phương pháp suy diễn với logic vị từ:

1. Quy tắc suy diễn
2. Suy diễn tiến và suy diễn lùi
3. Suy diễn sử dụng phép giải

Các quy tắc suy diễn

- Suy diễn với logic vị từ khó hơn logic mệnh đề do các biến có thể nhận vô số giá trị
  - Không thể dùng bảng chân lý
- Các quy tắc suy diễn cho logic mệnh đề cũng đúng với logic vị từ
  - Modus ponens, modus tollens, phủ định của phủ định, nhập đề và/hoặc, loại trừ và/hoặc, phép giải
- Ngoài ra:
  - Có thêm một số quy tắc suy diễn dùng cho các lượng tử

Các quy tắc suy diễn

- Phép thế (substitution)
  - Trước khi xem xét các quy tắc suy diễn, ta định nghĩa khái niệm phép thế, cần thiết cho những câu có chứa biến
  - **Ký hiệu:** $SUBST(\theta, \alpha)$
  - **Ý nghĩa:** Thế giá trị θ và câu α
  - Ví dụ:

$$SUBST(\{x|Nam, y|An\}, Like(x, y)) = Like(Nam, An)$$

Các quy tắc suy diễn

- Phép loại trừ với mọi (universal elimination)

$$\frac{\forall x \alpha}{SUBST(\{x|g\}, \alpha)}$$

Ví dụ: $\forall x Like(x, IceCream) \xrightarrow{\{x|Nam\}} Like(Nam, IceCream)$

Các quy tắc suy diễn

- Phép loại trừ tồn tại (existential elimination)

$$\frac{\exists x \alpha}{SUBST(\{x|k\}, \alpha)}, \quad k \text{ chưa xuất hiện trong KB}$$

Ví dụ:

$$\exists x GoodAtMath(x) \xrightarrow{\{x|C\}} GoodAtMath(C)$$

C được gọi là hằng Skolem và có thể đặt tên cho hằng này

Các quy tắc suy diễn

- Nhập đề tồn tại (existential introduction)

$$\frac{\alpha}{\exists x SUBST(\{g|x\}, \alpha)}$$

Ví dụ:

$$Like(Nam, IceCream) \xrightarrow{\{Nam|x\}} \exists x Like(x, IceCream)$$

Ví dụ suy diễn (1/3)

Cho KB gồm các câu sau:

1. Bob là trâu
2. Pat là lợn
3. Trâu to hơn lợn

Chứng minh: Bob to hơn Pat?

Ví dụ suy diễn (2/3)

1. Bob là trâu: $Bufflo(Bob)$
2. Pat là lợn: $Pig(Pat)$
3. Trâu to hơn lợn: $\forall x, y\ Buffalo(x) \wedge Pig(y) \Rightarrow Bigger(x, y)$

   Q: Bob to hơn Pat?: $Bigger(Bob, Pat)?$

Ví dụ suy diễn (3/3)

Vấn đề

Bob là trâu	$Buffalo(Bob)$	(1)
Pat là lợn	$Pig(Pat)$	(2)
Trâu to hơn lợn	$\forall x, y\ Buffalo(x) \wedge Pig(y) \Rightarrow Bigger(x, y)$	(3)
Bob to hơn Pat?	$Bigger(Bob, Pat)$?	

Suy diễn

Nhập đề và, (1)(2)	$Buffalo(Bob) \wedge Pig(Pat)$	(4)
Loại trừ với mọi (3)	$Buffalo(Bob) \wedge Pig(Pat) \Rightarrow Bigger(Bob, Pat)$	(5)
Modus Ponens, (4)(5)	$Bigger(Bob, Pat)$	

Các quy tắc suy diễn

- Phép hợp nhất (unification)
  - Hợp nhất là thủ tục xác định phép thế cần thiết để làm cho 2 câu cơ sở giống nhau
  - **Ký hiệu:** $UNIFY(p, q) = (\theta)$
    $SUBST(\theta, p) = SUBST(\theta, q)$
    θ được gọi là hợp tử (phần tử hợp nhất)
  - Trong trường hợp có nhiều hợp tử thì ta sử dụng hợp tử tổng quát nhất, tức là hợp tử sử dụng ít phép thế cho biến nhất
  - MGU: most general unifier
  - Phép hợp nhất có thể thực hiện tự động bằng thuật toán có độ phức tạp tỉ lệ tuyến tính với số lượng biến

Ví dụ hợp nhất

p	q	θ
$Know(Nam, x)$	$Know(Nam, Bắc)$	$\{x/Bắc\}$
$Know(Nam, x)$	$Know(y, MotherOf(y))$	$\{y/Nam, x/MotherOf(Nam)\}$
$Know(Nam, x)$	$Know(y, z)$	$\{y/Nam, x/z\}$ $\{y/Nam, x/Nam, z/Nam\}$

Các quy tắc suy diễn

- Modus Ponens tổng quát (GMP)
  - Giả sử ta có các câu cơ sở p_i, p'_i, q, và tồn tại phép thế θ sao cho $UNIFY(p_i, p'_i) = \theta$, với mọi i
  - Khi đó ta có:

$$\frac{p'_1, p'_2, \ldots, p'_n, (p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n \Rightarrow q)}{SUBST(\theta, q)}$$

- Sử dụng GMP cho phép xây dựng thuật toán suy diễn tự động, suy diễn tiến và suy diễn lùi

Suy diễn tiến

Khi câu p mới được thêm vào KB:

- Với mỗi quy tắc q mà p hợp nhất được với một phần vế trái: Nếu các phần còn lại của vế trái đã có thì thêm vế phải vào KB và suy diễn tiếp

Suy diễn tiến

Khi câu p mới được thêm vào KB:

- Với mỗi quy tắc q mà p hợp nhất được với một phần vế trái: Nếu các phần còn lại của vế trái đã có thì thêm vế phải vào KB và suy diễn tiếp
- Ví dụ: Cho KB gồm các câu sau:
  1. Mèo thích cá
  2. Mèo ăn gì nó thích
  3. Có con mèo tên là Tom

     Hỏi: Tom có ăn cá không?

Suy diễn tiến

Ví dụ:

1. Mèo thích cá: $\forall x(\text{Mèo}(x) \Rightarrow \text{Thích}(x, \text{cá}))$
2. Mèo ăn gì nó thích: $\forall x, y(\text{Mèo}(x) \wedge \text{Thích}(x, y) \Rightarrow \text{Ăn}(x, y))$
3. Có con mèo tên là Tom: $\text{Mèo}(Tom)$

   Hỏi: Tom có ăn cá không? $\text{Ăn}(Tom, \text{cá})$

Suy diễn tiến

- Thêm câu (1): Không hợp nhất được với vế trái câu nào
- Thêm câu (2): Không hợp nhất được với vế trái câu nào
- Thêm câu (3): Hợp nhất được với vế trái câu (1)

  GMP$(1),(3) \Rightarrow \text{Thích}(Tom, \text{cá}) \quad \{x|Tom\} \quad (4)$
- Thêm câu (4): Hợp nhất được với vế trái của câu (2)

  GMP$(2),(3),(4) \Rightarrow \text{Ăn}(Tom, \text{cá}) \quad \{x|Tom, y|\text{Cá}\} \quad (5)$
- Thêm câu (5): Không hợp nhất được với vế trái câu nào => Kết thúc

Suy diễn tiến

Nhận xét:

- Thêm dần các câu vào KB khi có các câu mới xuất hiện
- Quá trình không hướng tới câu truy vấn hay kết luận cụ thể nào
- Chỉ sinh ra những câu thực sự là đúng đắn (hệ quả logic của KB)

Bài tập 1

Cho cơ sở tri thức KB gồm các câu sau:

- Chó đốm là chó
- Bo là chó đốm
- Chó đốm thích uống sữa
- Bo biết làm xiếc

Sử dụng thủ tục suy diễn tiến viết truy vấn cho câu sau: "Có con chó thích uống sữa và biết làm xiếc"

Bài tập 2

Cho KB gồm các câu sau:

1. $\forall y, z(Pig(y) \wedge Snail(z) \Rightarrow Faster(y, z))$
2. $\forall z(Small(z) \wedge Crawl(z) \Rightarrow Snail(z))$
3. $Pig(Pat)$
4. $Small(Steve)$
5. $Crawl(Steve)$

Hãy chứng minh bằng suy diễn tiến câu sau: $Faster(Pat, Steve)$?

Suy diễn lùi

- Nguyên tắc: Bắt đầu từ câu truy vấn, sau đó tìm các sự kiện và quy tắc trong KB cho phép câu chứng minh là đúng
- Quá trình:
  - Với câu hỏi q, nếu tồn tại q' hợp nhất với q thì trả về hợp tử.
  - Với mỗi quy tắc có vế phải q' hợp nhất với q, cố gắng chứng minh các phần tử vế trái bằng suy diễn lùi

Suy diễn lùi - Ví dụ

Ví dụ:

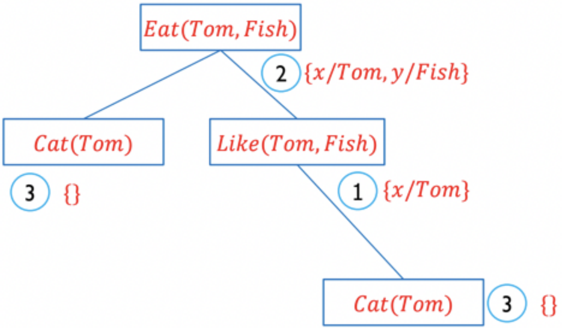
1. Mèo thích cá: $\forall x(\text{Mèo}(x) \Rightarrow \text{Thích}(x, \text{cá}))$
2. Mèo ăn gì nó thích: $\forall x, y(\text{Mèo}(x) \wedge \text{Thích}(x, y) \Rightarrow \text{Ăn}(x, y))$
3. Có con mèo tên là Tom: $\text{Mèo}(Tom)$

   Hỏi: Tom có ăn cá không? $\text{Ăn}(Tom, \text{cá})$

Suy diễn lùi - Ví dụ

- Câu $\text{Ăn}(Tom, \text{cá})$ có thể hợp nhất được với vế phải của câu (2) với phép thế $\{x|Tom, y|C\}$
- Vế trái (2) sau khi thực hiện phép thế, sẽ gồm hai phần $\text{Mèo}(Tom)$ và $\text{Thích}(Tom, \text{Cá})$ => cần chứng minh hai phần này
- $\text{Mèo}(Tom)$ có thể chứng minh do hợp nhất với (3)
- $\text{Thích}(Tom, \text{Cá})$ hợp nhất được với vế phải câu (1) với phép thế $\{x|Tom\}$, cần chứng minh vế trái của (1) là $\text{Mèo}(Tom)$ (hợp nhất với (3))

Suy diễn lùi - Ví dụ



Bài tập 3

Cho KB gồm các câu sau:

1. Trẻ em thích ipad
2. Trẻ em đòi mua những gì mình thích
3. Nam là một em bé

Viết câu truy vấn "Nam đòi mua ipad" sử dụng thủ tục suy diễn lùi.

Suy diễn sử dụng phép giải

Phép giải cho logic vị từ

- Cho các câu sau, trong đó P_i, Q_i là các literal
  - $P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_n$
  - $Q_1 \vee Q_2 \vee \ldots \vee Q_m$
- Nếu P_j và $\neg Q_k$ có thể hợp nhất bởi hợp tử θ thì ta có phép giải:

$$\frac{P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_n, Q_1 \vee Q_2 \vee \ldots \vee Q_m}{SUBST(\theta, P_1 \vee \ldots \vee P_n \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \ldots \vee Q_m)}$$

- Ví dụ:

$$\frac{\forall x(Rich(x) \vee Good(x)), \neg Good(Nam) \vee Handsome(Nam)}{Rich(Nam) \vee Handsome(Nam)}$$

Suy diễn sử dụng phép giải và phản chứng

- Cần chứng minh $KB \vdash Q$
- Cách làm:
    - Thêm $\neg Q$ vào KB, chứng minh tồn tại một tập con KB mới có giá trị False
    - $(KB \vdash Q) \Leftrightarrow (KB \wedge \neg Q \vdash False)$

Suy diễn sử dụng phép giải và phản chứng

Thuật toán

$KB = UNION(KB, \neg Q)$

while (KB không chứa False) **do**

1. Chọn 2 câu S_1, S_2 từ KB sao cho có thể áp dụng phép giải cho 2 câu này $\Rightarrow$ Thêm kết quả phép giải vào KB
2. Nếu không có hai câu như vậy $\Rightarrow$ **return** False

end while

return Success

Suy diễn và sử dụng phép giải và phản chứng

Ví dụ: Cho cơ sở tri thức KB gồm các công thức sau:

1. $\neg A \vee \neg B \vee P$
2. $\neg C \vee \neg D \vee P$
3. $\neg E \vee C$
4. A
5. E
6. D

Cần chứng minh $KB \vdash P$

Suy diễn sử dụng phép giải và phản chứng

Chứng minh:

- Thêm vào KB câu sau: $\neg P$ (7)
- Áp dụng phép giải cho câu (2) và (7) ta được: $\neg C \vee \neg D$ (8)
- Áp dụng phép giải cho câu (6) và (8) ta được: $\neg C$ (9)
- Áp dụng phép giải cho câu (3) và (9) ta được: $\neg E$ (10)
- Câu (10) mang giá trị False

Kết luận: Từ KB suy ra P

Conjunctive Normal Form (CNF) và Clause Form

- Clause là tuyển của literal, có dạng $A_1 \vee A_2 \vee \ldots \vee A_m$, trong đó A_i là các literal
- Conjunctive Normal Form (CNF-dạng chuẩn hội) là câu bao gồm hội của phép tuyển của các literal hoặc là hội của clause

$$A \wedge (B \vee C) \wedge (D \vee E \vee F)$$

- Có thể biến đổi 1 công thức bất kì về công thức dạng CNF bằng cách áp dụng 1 số bước thủ tục.

Đưa về CNF và Clause Form

- Bước 1: Khử tương đương

  Thay $P \Leftrightarrow Q$ bằng $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$
- Bước 2: Loại bỏ kéo theo

  Thay $P \Rightarrow Q$ bằng công thức tương đương $(\neg P \vee Q)$
- Bước 3: Đưa các phủ định vào gần các vị từ

  Chuyển các dấu phủ định $(\neg)$ vào sát các vị từ bằng cách áp dụng luật De Morgan và thay $\neg(\neg A)$ bởi A

$$\neg(\neg P) \equiv P$$
$$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$$
$$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$$
$$\neg(\forall x Q) \equiv \exists x(\neg Q)$$
$$\neg(\exists x Q) \equiv \forall x(\neg Q)$$

Đưa về CNF và Clause Form

- Bước 4: Chuẩn hóa tên biến sao cho mỗi lượng tử có biến riêng

$$\boxed{\begin{array}{l}\forall x \neg P(x) \vee Q(x) \\ \forall x \neg R(x) \vee Q(x)\end{array}} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l}\forall x \neg P(x) \vee Q(x) \\ \forall \boldsymbol{y} \neg \boldsymbol{R}(\boldsymbol{y}) \vee \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{y})\end{array}}$$

- Bước 5: Loại bỏ các lượng tử tồn tại bằng cách sử dụng hằng Skolem và hàm Skolem
  - Biến đổi $\exists x P(x)$ thành P(C), trong đó C là hằng mới (Skolem)
  - Nếu $\exists$ nằm trong $\forall$ thì thay bằng hàm có biến là biến của $\forall$, hàm phải chưa xuất hiện trong KB và được gọi là hàm Skolem
  - Ví dụ: Thay $\forall x \exists y P(x, y)$ thành $\forall x P(x, f(x))$, $f(x)$ được gọi là hàm Skolem

Đưa về CNF và Clause Form

- Bước 6: Loại bỏ các lượng tử với mọi ($\forall$)
  - Để loại bỏ lượng tử với mọi ($\forall$), ta đưa các lượng tử với mọi ($\forall$) sang trái sau đó bỏ lượng tử với mọi ($\forall$)
  - Ví dụ: $\forall x(P(x,y) \lor Q(x))$ thành $P(x,y) \lor Q(x)$
- Bước 7: Sắp xếp "và" ra ngoài "hoặc"
  - $(P \land Q) \lor R \equiv (P \lor R) \land (Q \lor R)$
  - $(P \lor Q) \lor R \equiv (P \lor Q \lor R)$

Đưa về CNF và Clause Form

- Bước 8: Loại bỏ các phép "và"
  - Ta thực hiện loại bỏ các phép “và” để tạo thành các clause riêng
  - Ví dụ: $(P \vee R \vee S) \wedge (Q \vee \neg R)$ thành 2 câu: 1) $P \vee R \vee S$, 2) $Q \vee \neg R$
- Bước 9: Chuẩn hoá tên biến sao cho mỗi câu có biến riêng của mình

Ví dụ

Chuẩn hoá công thức sau:

$$\forall x(P(x) \Rightarrow (\forall y(P(y) \Rightarrow P(f(x,y))) \wedge \neg\forall y(Q(x,y) \Rightarrow P(y))))$$

Bài tập 4

Cho cơ sở tri thức KB gồm các câu sau:

- Mọi máy tính xách tay đều nhẹ
- Máy tính ở phòng thực hành nhẹ nhưng không nhanh
- Mọi máy tính xách tay đều nhanh

a) Viết các câu trên dưới dạng logic vị từ
b) Viết các câu trên dưới dạng clause form
c) Viết câu truy vấn sau "Máy tính ở phòng thực hành không phải máy tính xách tay" dưới dạng logic vị từ và chứng minh câu truy vấn là đúng sử dụng **phép giải và phản chứng**.

Bài tập 5

Cho cơ sở tri thức KB gồm các câu sau:

- Gấu trúc là gấu
- Po là gấu trúc
- Gấu trúc thích ăn lá
- Po biết Kungfu

a) Viết câu truy vấn "Có con gấu thích ăn lá và biết Kungfu" dưới dạng logic vị từ.

b) Chứng minh câu truy vấn là đúng sử dụng **phép giải**

Bài tập 6

Giả sử ta biết các thông tin sau:

- Ông Ba nuôi một con chó
- Hoặc ông Ba hoặc ông Am đã giết con mèo Bibi
- Mọi người nuôi chó đều yêu động vật
- Ai yêu quý động vật cũng không giết động vật
- Chó mèo đều là động vật

Hỏi ai đã giết con mèo Bibi?