I. Lý thuyết logic mệnh đề

1. Vài công thức tương đương cơ bản

- $A \Rightarrow B \equiv \neg A \lor B$
- $A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \land (B \Rightarrow A)$
- $\neg(\neg A) \equiv A$

2. Ngữ nghĩa của logic mệnh đề

- Một công thức là thỏa được (satisfiable) nếu nó đúng trong một minh họa nào đó
  - $(P \land Q) \lor \neg R$
- Một công thức là không thỏa được nếu nó sai trong mọi minh họa
  - $P \land \neg P$
- Một công thức là vững chắc (valid) nếu nó đúng trong mọi minh họa
  - $P \lor \neg P$
- Một mô hình (model) của một công thức là một minh họa sao cho công thức là đúng trong minh họa này
  - $\{P \leftarrow False, Q \leftarrow True, R \leftarrow False\}$

3. Dạng chuẩn tắc hội (CNF)

Dạng CNF là hội các câu tuyển (Clause Form CF) hoặc mệnh đề.
VD: $A \land (B \lor C) \land (D \lor E \lor F)$

4. Suy diễn logic

- Một công thức H được gọi là hệ quả logic của một tập công thức $G = \{G_1, \ldots, G_m\}$ nếu trong bất kỳ minh họa nào mà G đúng thì H cũng đúng
- Thủ tục suy diễn gồm một tập các điều kiện và một kết luận

$$\frac{\textit{tập các điều kiện}}{\textit{kết luận}}$$

  - Đúng đắn (sound): nếu kết luận là hệ quả logic của điều kiện
  - Đầy đủ (complete): nếu tìm ra mọi hệ quả logic của điều kiện
- Một số ký hiệu
  - KB : cơ sở tri thức, tập các công thức đã có (Knowledge Base)
  - KB $\vdash \alpha$: α là hệ quả logic của KB

5. Các quy tắc suy diễn

- Luật Modus Ponens

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta,\ \alpha}{\beta}$$

Admin

(A => B đúng, A đúng) thì B đúng

- Luật Modus Tollens

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta,\ \neg\beta}{\neg\alpha}$$

- Luật loại trừ và

$$\frac{\alpha_1 \wedge \ldots \wedge \alpha_i \wedge \ldots \wedge \alpha_m}{\alpha_i}$$

- Luật nhập đề và

$$\frac{\alpha_1, \ldots, \alpha_i, \ldots, \alpha_m}{\alpha_1 \wedge \ldots \wedge \alpha_i \wedge \ldots \wedge \alpha_m}$$

α, β, α_i là các công thức

- Luật nhập đề hoặc

$$\frac{\alpha_i}{\alpha_1 \vee \ldots \vee \alpha_i \vee \ldots \vee \alpha_m}$$

- Luật loại trừ phủ định kép

$$\frac{\neg(\neg\alpha)}{\alpha}$$

- Luật bắc cầu

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \beta \Rightarrow \gamma}{\alpha \Rightarrow \gamma}$$

$\alpha, \beta, \gamma, \alpha_i$ là các công thức

- Phép giải đơn vị

$$\frac{\alpha \vee \beta, \neg\beta}{\alpha}$$

- Phép giải

$$\frac{\alpha \vee \beta, \neg\beta \vee \gamma}{\alpha \vee \gamma}$$

II. Lý thuyết logic vị từ

1. Các công thức tương đương

1. $\forall x G(x) \equiv \forall y G(y)$
2. $\exists x G(x) \equiv \exists y G(y)$
3. $\neg\big(\forall x G(x)\big) \equiv \exists x\big(\neg G(x)\big)$
4. $\neg\big(\exists x G(x)\big) \equiv \forall x\big(\neg G(x)\big)$
5. $\forall x(G(x) \wedge H(x)) \equiv \forall x G(x) \wedge \forall x H(x)$
6. $\exists x(G(x) \vee H(x)) \equiv \exists x G(x) \vee \exists x H(x)$

2. Các lượng tử

Chú ý rằng lượng tử với mọi (∀) được dùng với kéo theo (⇒) chứ không dùng với và (∧); lượng tử tồn tại (∃) được dùng với và chứ không dùng với kéo theo.

3. Các quy tắc suy diễn

Mọi quy tắc suy diễn dùng trong logic mệnh đề đều có thể dùng trong logic vị từ, đối với logic vị từ, bổ sung thêm 1 số quy tắc sau:

- Phép thế (substitution)
  - Trước khi xem xét các quy tắc suy diễn, ta định nghĩa khái niệm phép thế, cần thiết cho những câu có chứa biến
  - **Ký hiệu:** $SUBST(\theta, \alpha)$
  - **Ý nghĩa:** thế giá trị θ vào câu α
  - Ví dụ
    - $SUBST\ (\{x/Nam, y/An\}, Like(x, y))\ = Like(Nam, An)$

- Phép loại trừ với mọi (universal elimination)

$$\frac{\forall x\ \alpha}{SUBST(\{x/g\}, \alpha)}$$

Ví dụ:

$$\forall x\ Like(x, IceCream) \xrightarrow{\{x/Nam\}} Like(Nam, IceCream)$$

- Phép loại trừ tồn tại (existential elimination)

$$\frac{\exists x\ \alpha}{SUBST(\{x/k\}, \alpha)} \quad k \text{ chưa xuất hiện trong KB}$$

Ví dụ:

$$\exists x\ GoodAtMath(x) \xrightarrow{\{x/C\}} GoodAtMath(C)$$

k được gọi là hằng Skolem và có thể đặt tên cho hằng này

- Nhập đề tồn tại (existential introduction)

$$\frac{\alpha}{\exists x\ SUBST(\{g/x\}, \alpha)}$$

Ví dụ:

$$Like(Nam, IceCream) \xrightarrow{\{Nam/x\}} \exists x\ Like(x, IceCream)$$

- Phép hợp nhất (unification)
  - Hợp nhất là thủ tục xác định phép thế cần thiết để làm cho 2 câu cơ sở giống nhau
  - **Kí hiệu:** $UNIFY(p, q) = (\theta)$

    $SUBST(\theta, p) = SUBST(\theta, q)$

    θ được gọi là hợp tử (phần tử hợp nhất)

p	q	θ
$Know(Nam, x)$	$Know(Nam, Bắc)$	$\{x/Bắc\}$
$Know(Nam, x)$	$Know(y, MotherOf(y))$	$\{y/Nam, x/MotherOf(Nam)\}$
$Know(Nam, x)$	$Know(y, z)$	$\{y/Nam, x/z\}$ $\{y/Nam, x/Nam, z/Nam\}$

- Modus Ponens tổng quát (GMP)
  - Giả sử ta có các câu cơ sở p_i, p'_i, q, và tồn tại phép thế θ sao cho $UNIFY(p_i, p'_i) = \theta$, với mọi i
  - Khi đó ta có:

$$\frac{p'_1, p'_2, \ldots, p'_n, (p_1 \wedge p_2 \wedge \ \ldots \wedge p_n \Rightarrow q)}{SUBST(\theta, q)}$$

4. Suy diễn tiến

- Khi câu p mới được thêm vào KB:
  - Với mỗi quy tắc q mà p hợp nhất được với một phần vế trái:
    - Nếu các phần còn lại của vế trái đã có thì thêm vế phải vào KB và suy diễn tiếp
- Ví dụ

Cho KB như sau:
1. Mèo thích cá
2. Mèo ăn gì nó thích
3. Có con mèo tên là Tom

Hỏi: Tom có ăn cá không?

Chuyển sang logic vị từ:
1. $\forall x\ Cat(x) \Rightarrow Like(x, Fish)$
2. $\forall x, y\ Cat(x) \wedge Like(x, y) \Rightarrow Eat(x, y)$
3. $Cat(Tom)$

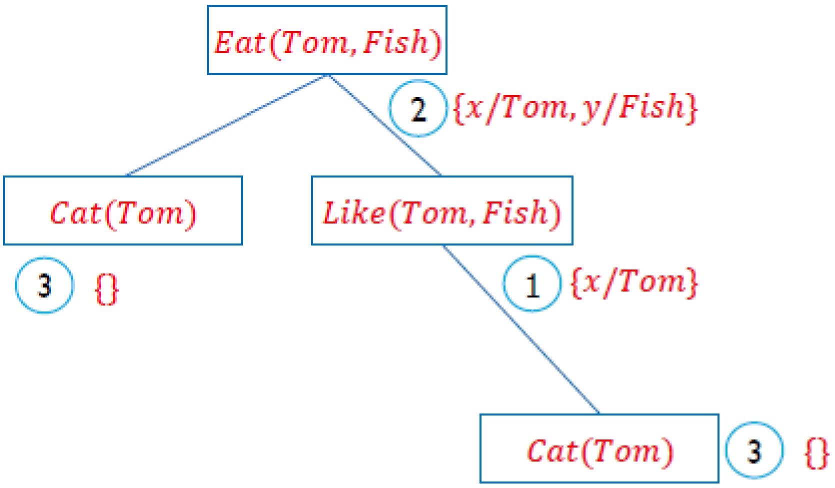
Hỏi: $Eat(Tom, Fish)$?

- Thêm câu (1): Không hợp nhất được với về trái câu nào
- Thêm câu (2): Không hợp nhất được với về trái câu nào
- Thêm câu (3): Hợp nhất được với về trái câu (1)
  GMP$(1),(3) \Rightarrow$ Thích$(Tom, \text{cá})$ $\{x|Tom\}$ (4)
- Thêm câu (4): Hợp nhất được với vế trái của câu (2)
  GMP$(2),(3),(4) \Rightarrow$ Ăn$(Tom, \text{cá})$ $\{x|Tom, y|\text{Cá}\}$ (5)
- Thêm câu (5): Không hợp nhất được với về trái câu nào => Kết thúc

Chú ý: Khi so sánh với suy diễn lùi, suy diễn tiến có nhược điểm là số câu sinh ra có thể rất nhiều, trước khi sinh ra được câu truy vấn mà ta cần xác định tính đúng sai.

5. Suy diễn lùi

- Với câu hỏi q, nếu tồn tại q' hợp nhất với q thì trả về hợp tử
- Với mỗi quy tắc có vế phải q' hợp nhất với q cố gắng chứng minh các phần tử vế trái bằng suy diễn lùi



- Câu $\breve{\mathrm{A}}\mathrm{n}(Tom, \mathrm{cá})$ có thể hợp nhất được với vế phải của câu (2) với phép thế $\{x|Tom, y|C\}$
- Vế trái (2) sau khi thực hiện phép thế, sẽ gồm hai phần $\mathrm{Mèo}(Tom)$ và $\mathrm{Thích}(Tom, \mathrm{Cá})$ => cần chứng minh hai phần này
- $\mathrm{Mèo}(Tom)$ có thể chứng minh do hợp nhất với (3)
- $\mathrm{Thích}(Tom, \mathrm{Cá})$ hợp nhất được với vế phải câu (1) với phép thế $\{x|Tom\}$, cần chứng minh vế trái của (1) là $\mathrm{Mèo}(Tom)$ (hợp nhất với (3))

6. Suy diễn sử dụng phép giải

- Phép giải cho logic vị từ
  - Cho các câu sau, trong đó P_i, Q_i là các literal
    - $P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_n$
    - $Q_1 \vee Q_2 \vee \ldots \vee Q_m$
  - Nếu P_j và $\neg Q_k$ có thể hợp nhất bởi hợp tử θ thì ta có phép giải

$$\frac{P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_n, Q_1 \vee Q_2 \vee \ldots \vee Q_m}{SUBST(\theta, P_1 \vee \ldots \vee P_{j-1} \vee P_{j+1} \vee \ldots \vee P_n \vee Q_1 \vee \ldots \vee Q_{k-1} \vee Q_{k+1} \vee \ldots \vee Q_m)}$$

Ví dụ:

$$\frac{\forall x\big(Rich(x) \vee Good(x)\big), \neg Good(Nam) \vee Handsome(Nam)}{Rich(Nam) \vee Handsome(Nam)}$$

7. Suy diễn sử dụng phép giải và phản chứng (hay Robinson)

- Cần chứng minh $KB \vdash Q$?
- Cách làm:
  - Thêm $\neg Q$ vào KB, chứng minh tồn tại một tập con của KB mới có giá trị False
  - $(KB \vdash Q) \Leftrightarrow (KB \wedge \neg Q \vdash False)$

- Thuật toán
  - $KB = UNION\ (KB, \neg Q)$
  - **while** (KB không chứa False) **do**
    - 1. Chọn 2 câu S_1, S_2 từ KB sao cho có thể áp dụng phép giải cho 2 câu này
      - Thêm kết quả phép giải vào KB
    - 2. Nếu không có hai câu như vậy
      - **return** False
  - **end while**
  - **return** Success

- Ví dụ

KB:
$\neg A \vee \neg B \vee P$ (1)
$\neg C \vee \neg D \vee P$ (2)
$\neg E \vee C$ (3)
A (4)
E (5)
D (6)
Cần chứng minh: $KB \vdash P$

Chứng minh:
Thêm vào KB câu sau:
$\neg P$ (7)
Áp dụng phép giải cho câu (2) và (7) ta được
$\neg C \vee \neg D$ (8)
Áp dụng phép giải cho câu (6) và (8) ta được
$\neg C$ (9)
Áp dụng phép giải cho câu (3) và (9) ta được
$\neg E$ (10)
Câu (10) mang giá trị False.
Kết luận:Từ KB suy ra P

8. Đưa về công thức dạng CNF

- Bước 1: Khử tương đương
  - Thay $P \Leftrightarrow Q$ bằng $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$
- Bước 2: Loại bỏ kéo theo
  - Thay $P \Rightarrow Q$ bởi công thức tương đương $\neg P \vee Q$
- Bước 3: Đưa các phủ định vào gần vị từ
  - Chuyển các dấu phủ định ($\neg$) vào sát các vị từ bằng cách áp dụng luật De Morgan và thay $\neg(\neg A)$ bởi A :

$$\neg(\neg P) \equiv P$$
$$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$$
$$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$$
$$\neg(\forall x Q) \equiv \exists x(\neg Q)$$
$$\neg(\exists x Q) \equiv \forall x(\neg Q)$$

- Bước 4: Chuẩn hóa tên biến sao cho mỗi lượng tử có biến riêng
  - Ví dụ

$$\boxed{\begin{array}{l}\forall x \neg P(x) \vee Q(x)\\ \forall x \neg R(x) \vee Q(x)\end{array}} \Longrightarrow \boxed{\begin{array}{l}\forall x \neg P(x) \vee Q(x)\\ \forall \mathbf{y} \neg \mathbf{R}(\mathbf{y}) \vee \mathbf{Q}(\mathbf{y})\end{array}}$$

- Bước 5: Loại bỏ các lượng tử tồn tại bằng cách sử dụng hằng Skolem và hàm Skolem
  - Biến đổi $\exists x\, P(x)$ thành $P(C)$, trong đó C là hằng mới (Skolem)
  - Nếu $\exists$ nằm trong $\forall$ thì thay bằng hàm có biến là biến của $\forall$, hàm phải chưa xuất hiện trong KB và được gọi là hàm Skolem
  - Ví dụ:

    $\forall x\, \exists y\, P(x,y)$ thành $\forall x\, P(x, f(x))$, $\quad f(x)$ là hàm Skolem

- Bước 6: Loại bỏ các lượng tử với mọi ($\forall$)
  - Để loại bỏ lượng tử với mọi ($\forall$), ta đưa các lượng tử với mọi ($\forall$) sang trái sau đó bỏ lượng tử với mọi ($\forall$)
  - Ví dụ: $\forall x\, (P(x,y) \vee Q(x))$ thành $P(x,y) \vee Q(x)$
- Bước 7: Sắp xếp "và" ra ngoài "hoặc"
  - $(P \wedge Q) \vee R \equiv (P \vee R) \wedge (Q \vee R)$
  - $(P \vee Q) \vee R \equiv (P \vee Q \vee R)$
- Bước 8: Loại bỏ các phép "và"
  - Ta thực hiện loại bỏ các phép "và" để tạo thành các clause riêng
  - Ví dụ: $(P \vee R \vee S) \wedge (Q \vee \neg R)$ thành 2 câu:1) $P \vee R \vee S$ 2) $Q \vee \neg R$
- Bước 9: Chuẩn hóa tên biến sao cho mỗi câu có biến riêng của mình

III. Bài tập

1. **Cho cơ sở tri thức KB:**

   $Q \wedge S \Rightarrow G \wedge H$ **(1)**

   $P \Rightarrow Q$ **(2)**

   $R \Rightarrow S$ **(3)**

   P **(4)**

   R **(5)**

   Sử dụng các quy tắc suy diễn chứng minh rằng: KB $\vdash G$

   BL

   Từ luật Modus Ponens:

   (2)(4) => $(P \Rightarrow Q, P)\ /\ Q$

   (3)(5) => $(R \Rightarrow S, R)\ /\ S$

   Từ luật nhập đề và: (Q, S) / $(Q \wedge S)$

   Từ luật Modus Ponens: (1) => $(Q \wedge S, Q \wedge S \Rightarrow G \wedge H)\ /\ (G \wedge H)$

   Từ luật loại trừ và: $(G \wedge H)\ /\ G$ => Vậy KB $\vdash G$

2. **Dịch các câu sau sang dạng logic vị từ:**

   a) An không cao

   b) An và Ba là anh em

   c) Tất cả nhà nông đều thích mặt trời

   d) Mọi cây nấm đỏ đều có độc

   e) Không có nấm đỏ nào độc cả

   f) Chỉ có đúng 2 nấm đỏ

   g) Học AI chắc chắn ra trường có nhiều tiền

   h) Một số học sinh vượt qua kỳ thi

   i) Tất cả học sinh đều vượt qua kỳ thi trừ một bạn

   j) Hai anh em phải cùng cha cùng mẹ

   BL

   a) $\neg Tall(An)$

   b) $Sibling(An, Ba)$

   c) $\forall x(Farmer(x) \Rightarrow LikeSun(x))$

d) $\forall x(Mushroom(x) \wedge Red(x) \Rightarrow Poisonous(x))$

e) $\forall x(Mushroom(x) \wedge Red(x) \Rightarrow \neg Poisonous(x))$

f) $\exists x,y(Mushroom(x) \wedge Red(x) \wedge Mushroom(y) \wedge Red(y) \wedge (x \neq y) \wedge$
$\forall z(Mushroom(z) \wedge Red(z) \Rightarrow (z = x) \vee (z = y)))$

g) $\forall x(\text{Student}(x, \text{AI}) \wedge \text{Graduate}(x) \Rightarrow \text{Rich}(x))$

h) $\exists x(Student(x) \wedge Pass(x))$

i) $\exists x((Student(x) \wedge \neg Pass(x)) \wedge \forall y(Student(y) \wedge (y \neq x) \Rightarrow Pass(y)))$

j) $\forall x,y(Sibling(x, y) \Rightarrow \exists p, q(Father(p, x) \wedge Father(p, y) \wedge Mother(q, x) \wedge$
$Mother(q, y)))$

3. Cho các mệnh đề sau:

- **Mọi máy tính xách tay đều nhẹ (1)**
- **Máy tính ở phòng thực hành nhẹ nhưng không nhanh (2)**
- **Mọi máy tính xách tay đều nhanh (3)**
- **Máy ở phòng thực hành không phải máy tính xách tay (4)**

a) Viết các mệnh đề trên dưới dạng logic vị từ

b) Viết các câu trên dưới dạng CNF

c) Câu (4) có phải là hệ quả logic của KB gồm các câu (1), (2) và (3) không ?

BL

a) Các mệnh đề dưới dạng logic vị từ:

(1) $\forall x(\text{Laptop}(x) \Rightarrow \text{Lightweight}(x))$

(2) $\forall x(\text{ComputerPractice}(x) \Rightarrow (\text{Lightweight}(x) \wedge \neg\text{Fast}(x)))$

(3) $\forall x(\text{Laptop}(x) \Rightarrow \text{Fast}(x))$

(4) $\forall x(\text{ComputerPractice}(x) \Rightarrow \neg\text{Laptop}(x))$

b) Các câu trên dưới dạng CNF:

(1) $\neg\text{Laptop}(x) \vee \text{Lightweight}(x)$

(2) $\forall x(\text{ComputerPractice}(x) \Rightarrow (\text{Lightweight}(x) \wedge \neg\text{Fast}(x)))$

$\equiv \forall x(\neg\text{ComputerPractice}(x) \vee (\text{Lightweight}(x) \wedge \neg\text{Fast}(x)))$

$\equiv \neg\text{ComputerPractice}(x) \vee (\text{Lightweight}(x) \wedge \neg\text{Fast}(x))$

$\equiv (\neg\text{ComputerPractice}(x) \vee \text{Lightweight}(x)) \wedge (\neg\text{ComputerPractice}(x) \vee$
$\neg\text{Fast}(x)))$

Ta tách thành 2 câu sau đó chuẩn hoá tên biến:

(2.1) ¬ComputerPractice(y) ∨ Lightweight(y)

(2.2) ¬ComputerPractice(z) ∨ ¬Fast(z)

(3) ¬Laptop(w) ∨ Fast(w)

(4) ¬ComputerPractice(v) ∨ ¬Laptop(v)

c) Theo đề bài, KB gồm các câu đã được chuẩn hoá:

(1) ¬Laptop(x) ∨ Lightweight(x)

(2.1) ¬ComputerPractice(y) ∨ Lightweight(y)

(2.2) ¬ComputerPractice(z) ∨ ¬Fast(z)

(3) ¬Laptop(w) ∨ Fast(w)

Ta cần kiểm tra từ KB này có thể suy ra câu:

(4) ¬ComputerPractice(x) ∨ ¬Laptop(x) không ?

Áp dụng phép giải cho câu (3) và (2.2) => ¬ComputerPractice(w) ∨ ¬Laptop(w) {z/w} ≡ ¬ComputerPractice(x) ∨ ¬Laptop(x) (đpcm) => câu (4) là 1 hệ quả logic từ KB này.

4. **Cho các câu sau:**
   - **Mọi bé trai đều thích chơi đá bóng (1)**
   - **Ai thích chơi đá bóng đều có giày đá bóng (2)**
   - **Nam là 1 bé trai (3)**

   a) Biểu diễn các câu ở dạng logic vị từ sau đó chuyển về dạng chuẩn tắc hội

   b) Viết câu truy vấn "Nam có giày đá bóng" dưới dạng logic vị từ sau đó chứng minh sử dụng phép giải

BL

a)

- ∀x(Boy(x) ⇒ Like(x, Football))

  Dạng CNF: ¬Boy(x) ∨ Like(x, Football) (1)
- ∀x(Like(x, Football) ⇒ Have(x, Shoes))

  Dạng CNF: ¬Like(y, Football) ∨ Have(y, Shoes) (2)
- Boy(Nam) (3)

b) Câu truy vấn dưới dạng logic vị từ: Have(Nam, Shoes)

Áp dụng phép giải cho (1) và (3) => Like(Nam, Football) {x/Nam} (4)

Áp dụng phép giải cho (2) và (4) => Have(Nam, Shoes) {y/Nam} (đpcm)

5. **Cho các mệnh đề sau dưới dạng ngôn ngữ tự nhiên và logic vị từ:**

- **Máy tính mới thì chạy nhanh.** $\forall x(\mathrm{M}(x) \Rightarrow \mathrm{N}(x))$
- **Máy tính phòng thực hành chạy chậm.** $\forall x(\mathrm{T}(x) \Rightarrow \neg\mathrm{N}(x))$
- **Một số máy phòng thực hành có bộ nhớ RAM lớn.** $\exists x(\mathrm{T}(x) \wedge \mathrm{R}(x))$

a) Chuẩn hoá các câu trên về dạng chuẩn tắc hội (CNF)

b) Viết câu truy vấn: "Có những máy tính có bộ nhớ RAM lớn nhưng chậm" dưới dạng logic vị từ sử dụng các vị từ đã cho.

c) Chứng minh câu truy vấn câu b) đúng sử dụng suy diễn tiến

d) Chứng minh câu truy vấn câu b) đúng sử dụng phép giải

e) Chứng minh câu truy vấn câu b) đúng sử dụng phép giải và phản chứng

BL

a) Chuẩn hoá về dạng CNF:

$\forall x(\mathrm{M}(x) \Rightarrow \mathrm{N}(x)) \equiv \forall x(\neg\mathrm{M}(x) \vee \mathrm{N}(x)) \equiv \neg\mathrm{M}(x) \vee \mathrm{N}(x)$

$\forall x(\mathrm{T}(x) \Rightarrow \neg\mathrm{N}(x)) \equiv \forall y(\neg\mathrm{T}(y) \vee \neg\mathrm{N}(y)) \equiv \neg\mathrm{T}(y) \vee \neg\mathrm{N}(y)$

$\exists x(\mathrm{T}(x) \wedge \mathrm{R}(x)) \equiv \mathrm{T}(C) \wedge \mathrm{R}(C)$ (C là hằng mới (Skolem) từ luật loại trừ tồn tại)

=> Tách thành 2 câu là T(C) và R(C)

b) Câu truy vấn dưới dạng logic vị từ: $\exists x(\mathrm{R}(x) \wedge \neg\mathrm{N}(x))$

c) Ta đặt các câu đang có như sau:

$\forall x(\mathrm{M}(x) \Rightarrow \mathrm{N}(x))$ (1)

$\forall x(\mathrm{T}(x) \Rightarrow \neg\mathrm{N}(x))$ (2)

$\exists x(\mathrm{T}(x) \wedge \mathrm{R}(x))$ (3)

Áp dụng loại trừ tồn tại cho (3): $\mathrm{T(C)} \wedge \mathrm{R(C)}$ {x/C} (4)

Áp dụng loại trừ và cho (4) được 2 câu T(C) (5) và R(C) (6)

Áp dụng GMP cho (2) và (5): $\neg$N(C) {x/C} (7)

Áp dụng luật nhập đề và cho (6) và (7): $\mathrm{R(C)} \wedge \neg\mathrm{N(C)}$ {x/C} (8)

Áp dụng luật nhập đề tồn tại cho câu (8) ta được: $\exists x(\mathrm{R}(x) \wedge \neg\mathrm{N}(x))$ {C/x}

=> Đây chính là câu truy vấn cần tìm (đpcm)

d) Ta đặt các câu theo chuẩn CNF đang có:

$\neg M(x) \lor N(x)$ (1)

$\neg T(y) \lor \neg N(y)$ (2)

T(C) (3)

R(C) (4)

Áp dụng phép giải cho (2) và (3) => $\neg N(C)$ {y/C} (5)

Áp dụng luật nhập đề và cho (4) và (5) => $R(C) \land \neg N(C)$ (6)

Áp dụng luật nhập đề tồn tại cho câu (6) ta được: $\exists x(R(x) \land \neg N(x))$ {C/x}

=> Đây chính là câu truy vấn cần tìm (đpcm)

e) Sử dụng phép giải và phản chứng (dùng luôn các câu dạng CNF ở d)):

Thêm vào KB câu sau: $\neg(\exists x(R(x) \land \neg N(x)))$ hay $\neg R(x) \lor N(x)$ (5)

Áp dụng phép giải cho câu (4) và (5) => N(C) {x/C} (6)

Áp dụng phép giải cho câu (2) và (6) => $\neg T(C)$ {y/C} (7)

Câu (7) mang giá trị False => Từ KB suy được ra $\exists x(R(x) \land \neg N(x))$

6. **Cho các mệnh đề sau dưới dạng ngôn ngữ tự nhiên và logic vị từ:**

- **Trẻ em thích Ipad.** $\forall x(\text{Child}(x) \Rightarrow \text{Like}(x, \text{Ipad}))$
- **Trẻ em đòi mua những gì nó thích.** $\forall x \forall y(\text{Child}(x) \land \text{Like}(x, y) \Rightarrow \text{Buy}(x, y))$
- **Nam là 1 em bé.** Child(Nam)

a) Chuẩn hoá các câu trên về dạng chuẩn tắc hội (CNF)

b) Viết câu truy vấn: "Nam đòi mua Ipad" dưới dạng logic vị từ sử dụng các vị từ đã cho.

c) Chứng minh câu truy vấn câu b) đúng sử dụng suy diễn lùi

BL

a) Chuẩn hoá về dạng CNF:

- $\forall x(\text{Child}(x) \Rightarrow \text{Like}(x, \text{Ipad})) \equiv \forall x(\neg\text{Child}(x) \lor \text{Like}(x, \text{Ipad}))$

$\equiv \neg\text{Child}(x) \lor \text{Like}(x, \text{Ipad})$

- $\forall x \forall y(\text{Child}(x) \land \text{Like}(x, y) \Rightarrow \text{Buy}(x, y))$

$\equiv \forall x \forall y(\neg(\text{Child}(x) \land \text{Like}(x, y)) \lor \text{Buy}(x, y))$

$\equiv \forall z \forall y(\neg\text{Child}(z) \lor \neg\text{Like}(z, y) \lor \text{Buy}(z, y))$

$\equiv \neg\text{Child}(z) \lor \neg\text{Like}(z, y) \lor \text{Buy}(z, y)$

- Child(Nam)

b) Câu truy vấn dưới dạng logic vị từ: Buy(Nam, Ipad)

c) Ta đặt các câu đang có như sau:

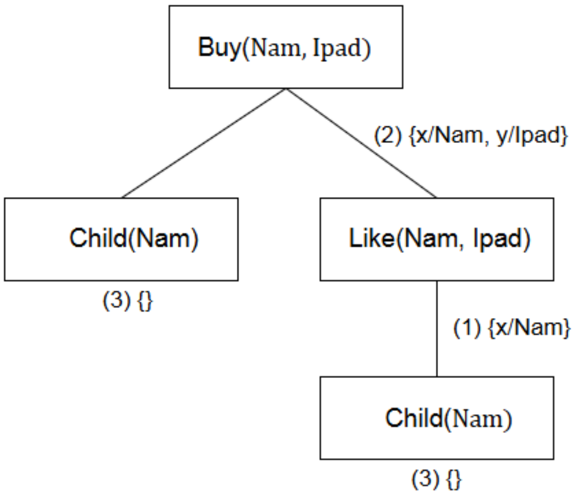
- $\forall x(\mathrm{Child}(x) \Rightarrow \mathrm{Like}(x, \mathrm{Ipad}))$ (1)

- $\forall x \forall y(\mathrm{Child}(x) \wedge \mathrm{Like}(x, y) \Rightarrow \mathrm{Buy}(x, y))$ (2)

- Child(Nam) (3)

Suy diễn lùi:

Ta hoàn thành chứng minh Buy(Nam, Ipad) với phép thế {x/Nam, y/Ipad} bằng suy diễn lùi



7. Cho cơ sở tri thức KB dưới dạng ngôn ngữ tự nhiên và logic vị từ:

- **Chó đốm là chó.** $\forall x(\mathrm{Dalmatian}(x) \Rightarrow \mathrm{Dog}(x))$ (1)
- **Bo là chó đốm.** Dalmatian(Bo) (2)
- **Chó đốm thích uống sữa.** $\forall x(\mathrm{Dalmatian}(x) \Rightarrow \mathrm{Drink}(x, \mathrm{Milk}))$ (3)
- **Bo biết làm xiếc.** Circus(Bo) (4)

a) Viết truy vấn câu sau dưới dạng logic vị từ sử dụng các vị từ đã cho: "Có con chó thích uống sữa và biết làm xiếc)

b) Chứng minh câu truy vấn sử dụng suy diễn tiến

c) Chứng minh câu truy vấn sử dụng phép giải

d) Chứng minh câu truy vấn sử dụng phép giải và phản chứng

e) Chứng minh câu truy vấn sử dụng suy diễn lùi

BL

a) Câu truy vấn dưới dạng logic vị từ: $\exists x(\mathrm{Dog}(x) \wedge \mathrm{Drink}(x, \mathrm{Milk}) \wedge \mathrm{Circus}(x))$

b) Suy diễn tiến:

Áp dụng GMP cho (1) và (2) sinh ra câu (5):

(5) GMP (1)(2) => Dog(Bo) {x/Bo}

Áp dụng GMP cho (2) và (3) sinh ra câu (6):

(6) GMP (2)(3) => Drink(Bo, Milk) {x/Bo}

Áp dụng luật nhập đề và cho (4), (5) và (6) sinh ra câu (7):

(7) Nhập đề và (4)(5)(6) => $\text{Dog(Bo)} \wedge \text{Drink(Bo,Milk)} \wedge \text{Circus(Bo)}$

Áp dụng luật nhập đề tồn tại cho câu (7) ta được:

$\exists x(\text{Dog}(x) \wedge \text{Drink}(x, \text{Milk}) \wedge \text{Circus}(x))$ {Bo/x}

=> Đây chính là câu truy vấn cần tìm (đpcm)

c) Sử dụng phép giải, đầu tiên ta có các câu dưới dạng CNF:

- $\forall x(\text{Dalmatian}(x) \Rightarrow \text{Dog}(x))$

  $\equiv \forall x(\neg\text{Dalmatian}(x) \vee \text{Dog}(x)) \equiv \neg\text{Dalmatian}(x) \vee \text{Dog}(x)$ (1')
- Dalmatian(Bo) (2')
- $\forall x(\text{Dalmatian}(x) \Rightarrow \text{Drink}(x, \text{Milk}))$

  $\equiv \forall y(\neg\text{Dalmatian}(y) \vee \text{Drink}(y, \text{Milk}))$

  $\equiv \neg\text{Dalmatian}(y) \vee \text{Drink}(y, \text{Milk})$ (3')

  (Ở đây ta chuẩn hoá tên biến vì đã tồn tại lượng tử có biến là x (1'))
- Circus(Bo) (4')

Áp dụng phép giải cho (2') và (3') => Drink(Bo, Milk) {y/Bo} (5)

Áp dụng phép giải cho (1') và (2') => Dog(Bo) {x/Bo} (6)

Áp dụng luật nhập đề và cho (4'), (5) và (6)

=> $\text{Dog(Bo)} \wedge \text{Drink(Bo,Milk)} \wedge \text{Circus(Bo)}$ (7)

Áp dụng luật nhập đề tồn tại cho câu (7) ta được:

$\exists x(\text{Dog}(x) \wedge \text{Drink}(x, \text{Milk}) \wedge \text{Circus}(x))$ {Bo/x}

=> Đây chính là câu truy vấn cần tìm (đpcm)

d) Sử dụng phép giải và phản chứng (dùng luôn các câu dạng CNF ở d)):

Thêm vào KB câu sau: $\neg(\exists x(\text{Dog}(x) \wedge \text{Drink}(x, \text{Milk}) \wedge \text{Circus}(x)))$ hay

$\neg\text{Dog}(x) \vee \neg\text{Drink}(x, \text{Milk}) \vee \neg\text{Circus}(x)$ (5)

Áp dụng phép giải cho câu (4') và (5)=> $\neg\text{Dog(Bo)} \vee \neg\text{Drink(Bo, Milk)}$ {x/Bo} (6)

Áp dụng phép giải cho câu (3') và (6) => $\neg\text{Dog(Bo)} \vee \neg\text{Dalmatian(Bo)}$ {y/Bo} (7)

Áp dụng phép giải cho câu (1') và (7) => $\neg$Dalmatian(Bo) {x/Bo} (8)

Câu (8) mang giá trị False

=> Từ KB suy được ra $\exists x(\text{Dog}(x) \wedge \text{Drink}(x, \text{Milk}) \wedge \text{Circus}(x))$

e) Để chứng minh câu truy vấn $\exists x(\text{Dog}(x) \wedge \text{Drink}(x, \text{Milk}) \wedge \text{Circus}(x))$, đầu tiên ta loại trừ tồn tại: Dog(C) ∧ Drink(C, Milk) ∧ Circus(C) (*)

Chứng minh câu (*) sử dụng suy diễn lùi: