Bài 2 – MSARR

Gợi ý: hãy thử "lộn ngược" lại bài toán: thay vì ta xóa đi từng số một trên bảng, ta có N ô trống, ta điền từng chữ số một, và sau khi ta điền mỗi chữ số, hãy tìm dãy liên tiếp có tổng lớn nhất.

Bằng cách này, hãy thử cải tiến bài toán từ $O(N^2) => O(N)$.

Ta dùng kỹ thuật Disjoint Set-Union để cải tiến bài toán này.

Mỗi vị trí là một đỉnh, và các cạnh sẽ nối hai số cạnh nhau. Khi ta thêm một số vào một vị trí, ta sẽ đồng thời thêm cạnh nối nó với vị trí ở bên trái, và vị trí ở bên phải, rồi cộng tổng của 3 thành phần liên thông vừa ghép vào và tạo thành một thành phần liên thông mới. Ta sẽ cần duy trì biến max để kiểm soát xem thành phần liên thông nào đang có kích thước lớn nhất.

Độ phức tạp: $O(N)$.

Bài 3. Tình bạn diệu kì

Tóm tắt đề bài : Có K đỉnh đặc biệt trong đồ thị N đỉnh, M cạnh. Với mỗi đỉnh đặc biệt ta cần tìm đỉnh đặc biệt khác gần nhất với nó.

Subtask 1: Thực hiện dijkstra lần lượt từ từng đỉnh trong số K đỉnh đặc biệt để tìm được đỉnh gần nhất với nó.

Subtask 2: Đồ thị ở dạng một đường thẳng. Ta tìm ra 1 đỉnh u có duy nhất một cạnh nối với nó, từ đỉnh này lần lượt dfs tới các đỉnh khác. Lúc này bài toán trên đồ thị quy về bài toán thông thường trên mảng một chiều. Ta chỉ cần dùng các mảng đánh dấu để xác định được đỉnh đặc biệt gần nhất nằm bên trái và bên phải đỉnh u, từ đó tính được output của bài toán.

Subtask 3: Đồ thị ở dạng một cây, ta sẽ thực hiện quy hoạch động trên cây, lấy 1 đỉnh bất kì làm gốc. Gọi F(u)=+oo là đường đi ngắn nhất để đi từ u tới một đỉnh đặc biệt nằm trong cây con gốc u (trừ đỉnh u). Xét cạnh (u,v,c) với v là con u. Ta có F(u)=min(F(u),c) nếu v là đỉnh đặc biệt, nếu không F(u)=min(F(u),F(v)+c). Bên cạnh F(u), ta tính T(u) là đường đi ngắn nhì từ u tới 1 đỉnh đặc biệt nằm trong cây con gốc u. Gọi G(u)=+oo là đường đi ngắn nhất để đi từ u tới một đỉnh đặc biệt nằm ngoài cây con gốc u. Xét cạnh (u,v,c) với v là con u, G(v)=min(G(v),c) nếu v là đỉnh đặc biệt, nếu không G(v)=min(G(v),G(u)+c). Ngoài ra nếu F(u)==F(v)+c hoặc F(u)=c và v là đỉnh đặc biệt thì G(v)=min(G(v),T(u)+c); nếu không thì G(v)=min(G(v),F(u)+c).

Subtask 4:

Nhận xét: một đỉnh u nhận đỉnh v làm đỉnh gần nhất với nó trong tập đỉnh đặc biệt sao cho u và v khác nhau thì u và v sẽ sai khác nhau ít nhất 1 bit trong biểu diễn nhị phân. Do vậy duyệt log2(N) tầng bit, tại mỗi tầng bit chia tập hợp các đỉnh đặc biệt thành 2 tập hợp, tập thứ nhất gồm các đỉnh có bit 0 tại tầng này, tập thứ hai gồm các đỉnh có bit 1 tại tầng này. Thực hiện dijkstra từ tập đỉnh 1 sang tập đỉnh 2 và ngược lại từ tập đỉnh 2 sang tập đỉnh 1 và tối ưu dần kết quả cho các đỉnh đặc biệt.

Độ phức tạp là N*log2(N)* log2(N).