

BÀI TẬP LỚN KHD17

Áp dụng python cơ bản đã được học trong chương trình để giải quyết các bài tập liên quan đến lý thuyết xác suất

KHÔNG SỬ DỤNG THƯ VIỆN NGOÀI

Phân chia bài tập

Nhóm	Bài tập	Ví dụ
Nhóm 1	Bài lẻ.lẻ	Bài 1.1, Bài 1.3,....
Nhóm 2	Bài chẵn.lẻ	Bài 2.1, Bài 2.3,....
Nhóm 3	Bài lẻ.chẵn	Bài 1.2, Bài 1.4,....
Nhóm 4	Bài chẵn.chẵn	Bài 2.2, Bài 2.4,....

Làm các bài tập vào **google colab**

Đại diện nhóm trưởng gửi đường link cho thầy

Thời hạn nộp trước 00:00 ngày 26/05/2024

Bài 1.1. Tung hai con xúc xắc cân đối và đồng chất.

- 1) Xác định không gian các biến cố sơ cấp;
- 2) Tính xác suất để được tổng số chấm bằng 7.

Bài 1.2. Xây dựng không gian biến cố sơ cấp của các phép thử sau:

- 1) Tung một đồng xu cân đối và đồng chất 2 lần liên tiếp;
- 2) Một đồng xu được tung ba lần với tình trạng sắp ngửa của các lần tung.

Bài 1.3. Một xúc xắc được tung liên tục cho tới khi xuất hiện mặt "lục" thì dừng lại.

- 1) Xây dựng không gian mẫu khi ta muốn quan sát các mặt xuất hiện ở mỗi lần gieo;
- 2) Xây dựng không gian mẫu khi ta xem xét số lần tung cho tới khi dừng lại.

Bài 1.4. Tung đồng thời hai con xúc xắc. Xây dựng không gian mẫu về cặp mặt xuất hiện trong 2 tình huống: có thứ tự (xác định rõ mặt xuất hiện là của con xúc xắc nào) và không thứ tự (không quan tâm mặt xuất hiện của con xúc xắc nào).

Bài 1.5. Có 4 sinh viên làm bài thi môn Lý thuyết xác suất. Kí hiệu B_i ($i = 1, 2, 3, 4$) là biến cố sinh viên thứ i làm bài thi đạt yêu cầu. Hãy biểu diễn các biến cố sau đây theo B_i :

- 1) Có đúng một sinh viên đạt yêu cầu;
- 2) Có đúng ba sinh viên đạt yêu cầu;
- 3) Có ít nhất một sinh viên đạt yêu cầu;
- 4) Không có sinh viên nào đạt yêu cầu.

Bài 1.6.

- 1) Cho hai biến cố A và B sao cho $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$ và $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{1}{3}$. Hãy tính $P(\overline{A} \cup \overline{B})$.
- 2) Cho hai biến cố A và B biết: $P(B) = 0,4$; $P(A) = a$; $P(A|B) = 0,25$; $P(\overline{B}|A) = 0,5$. Tìm giá trị của $a = ?$
- 3) Cho hai biến cố A và B độc lập nhau. Biết: $P(A) = 0,25$ và $P(B) = 0,35$. Tìm $P(A \cup B)$.
- 4) Cho hệ biến cố đầy đủ $\{A, B, C\}$. Biết rằng $P(F|A) = 0,35$; $P(F|B) = 0,24$; $P(F|C) = 0,45$; $P(AF) = 0,07$ và $P(B) = 7P(C)$. Tính $P(F)$.
- 5) Cho nhóm đầy đủ ba biến cố $\{A, B, C\}$ với $P(A) = P(B) = 2P(C)$. Biết biến cố F thỏa mãn: $P(F|A) = 0,25$; $P(F|B) = 0,35$ và $P(F|C) = 0,15$. Tính xác suất $P(F)$.
- 6) Cho $P(A) = 0,4$ và $P(A \cup B) = 0,6$. Hãy tìm $P(B)$ để A và B là hai biến cố độc lập.

7) Cho $P(B|A_1) = 0,5$; $P(B|A_2) = 0,25$ với A_1 và A_2 là hai biến cố đồng khả năng và tạo thành một nhóm đầy đủ các biến cố. Tính $P(A_1|B)$.

Bài 1.7. Một khách sạn có 6 phòng đơn. Có 10 khách đến muốn thuê phòng tròn đó có 6 nam và 4 nữ. Người quản lý chọn ngẫu nhiên ra 6 người. Tìm xác suất để:

- 1) Cả 6 người là nam;
- 2) Có 4 nam và 2 nữ;
- 3) Có ít nhất 2 nữ.

Bài 1.8. Tỷ lệ người mắc bệnh tim trong một vùng dân cư là 9%, mắc bệnh huyết áp là 12%, mắc cả hai bệnh là 7%. Chọn ngẫu nhiên một người trong vùng. Tính xác suất để người đó

- 1) Bị bệnh tim hay bệnh huyết áp;
- 2) Không bị bệnh tim cũng như không bị bệnh huyết áp;
- 3) Không bị bệnh tim hay không bị bệnh huyết áp;
- 4) Bị bệnh tim nhưng không bị bệnh huyết áp;
- 5) Không bị bệnh tim nhưng bị bệnh huyết áp.

Bài 1.9. Một người đầu thầu hai dự án. Xác suất trúng thầu dự án thứ nhất và thứ hai lần lượt là 0,5 và 0,4; xác suất trúng thầu cả hai là 0,1. Viết biến cố và tính xác suất để người đó:

- 1) Trúng thầu ít nhất một dự án;
- 2) Trúng thầu đúng một dự án.
- 3) Trúng thầu dự án thứ hai, biết rằng đã trúng thầu dự án thứ nhất;
- 4) Trúng thầu dự án thứ hai, biết rằng người đó không trúng thầu dự án thứ nhất.

Bài 1.10. Cho $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ và $P(A \cup B) = \frac{23}{60}$.

Hãy tính $P(A|B)$; $P[(A \cap B)|B]$; $P[(A \cap \bar{B})|B]$; $P[(A \cup B)|(A \cap \bar{B})]$; $P[(A \cap \bar{B})|\bar{B}]$.

Bài 1.11. Có ba tiêu chí phổ biến cho việc chọn mua một chiếc xe hơi mới nào đó là A: hộp số tự động, B: động cơ V6 và C: điều hòa nhiệt độ. Dựa trên dữ liệu bán hàng trước đây, ta có thể giả sử rằng $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,75$; $P(C) = 0,8$; $P(A \cup B) = 0,8$; $P(A \cup C) = 0,85$, $P(B \cup C) = 0,9$ và $P(A \cup B \cup C) = 0,95$. Tính xác suất của các biến cố sau:

- 1) Người mua chọn ít nhất một trong 3 tiêu chí;
- 2) Người mua không chọn tiêu chí nào trong ba tiêu chí trên;
- 3) Người mua chỉ chọn tiêu chí điều hòa nhiệt độ;

4) Người mua chọn chính xác một trong 3 tiêu chí trên.

Bài 1.12. Ba máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất 25%, máy II sản xuất 30% và máy III sản xuất 45% tổng sản lượng. Tỷ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là 0,1%; 0,2%; 0,4%. Tìm xác suất để khi chọn ngẫu nhiên ra một sản phẩm từ kho thì:

- 1) Được chi tiết phế phẩm;
- 2) Chi tiết phế phẩm đó do máy I sản xuất.

Bài 1.13. Ba khẩu pháo cùng bắn vào một mục tiêu với xác suất bắn trúng đích của mỗi khẩu là 0,4; 0,7; 0,8. Biết rằng xác suất để mục tiêu bị tiêu diệt khi trúng một phát đạn là 30%, khi trúng 2 phát đạn là 70%, còn trúng 3 phát đạn thì chắc chắn mục tiêu bị tiêu diệt. Giả sử mỗi khẩu pháo bắn 1 phát.

- 1) Tính xác suất để mục tiêu bị tiêu diệt;
- 2) Biết rằng mục tiêu đã bị tiêu diệt. Tính xác suất để cả 3 khẩu đóng góp vào thành công đó.

Bài 1.14. Có 3 hộp phần: hộp I có 7 viên phần trắng và 3 viên phần vàng; hộp II có 16 viên phần trắng và 4 viên phần vàng; hộp thứ III có 42 viên phần trắng và 8 viên phần vàng. Ta tung đồng thời 3 đồng xu cân đối và đồng chất: nếu được cả 3 mặt sấp thì chọn hộp I; nếu được 1 mặt sấp và 2 mặt ngửa thì chọn hộp II; trường hợp còn lại chọn hộp III. Từ hộp đã chọn được ta lấy ngẫu nhiên ra 1 viên phần.

- 1) Tính xác suất để lấy được viên phần trắng;
- 2) Giả sử ta lấy được viên phần vàng từ hộp đã chọn. Tính xác suất để viên phần đó lấy được từ hộp III.

Bài 1.15. Có hai hộp đựng bi. Hộp 1 đựng 20 bi trong đó có 5 bi đỏ và 15 bi trắng. Hộp 2 đựng 15 bi trong đó có 6 bi đỏ và 9 bi trắng. Lấy một bi ở hộp 1 bỏ vào hộp 2, trộn đều rồi lấy ra một bi. Tính xác suất nhận được bi đỏ? bi trắng?

Bài 1.16. Trong một vùng dân cư, cứ 100 người thì có 30 người hút thuốc lá. Biết tỉ lệ người bị viêm họng trong số người hút thuốc lá là 60%, trong số người không hút thuốc lá là 30%. Khám ngẫu nhiên một người và thấy người đó bị viêm họng.

- 1) Tìm xác suất để người đó hút thuốc lá;
- 2) Nếu người đó không bị viêm họng thì xác suất để người đó hút thuốc lá là bao nhiêu?

Bài 1.17. Một cặp trẻ sinh đôi có thể do cùng một trứng (sinh đôi thật) hay do hai trứng khác nhau sinh ra (sinh đôi giả). Các cặp sinh đôi thật luôn luôn là cùng giới tính. Các cặp

sinh đôi giả thì giới tính của mỗi đứa độc lập với nhau và có xác suất là 0,5. Thống kê cho thấy 34% cặp sinh đôi là trai; 30% cặp sinh đôi là gái và 36% cặp sinh đôi có giới tính khác nhau.

1) Tính tỉ lệ cặp sinh đôi thật;

2) Tìm tỉ lệ cặp sinh đôi thật trong số các cặp sinh đôi có cùng giới tính.

Bài 1.18. Giả sử 3 máy M_1 , M_2 , M_3 sản xuất lần lượt 500, 1000, 1500 linh kiện mỗi ngày với tỉ lệ phế phẩm tương ứng 5%, 6% và 7%. Vào cuối ngày làm việc nào đó, người ta lấy một linh kiện được sản xuất bởi một trong 3 máy trên một cách ngẫu nhiên, kết quả là được một phế phẩm. Tìm xác suất linh kiện này được sản xuất bởi máy M_3 .

Bài 1.19. Có 3 cửa hàng I, II, III cùng kinh doanh sản phẩm Y, trong đó thị phần của cửa hàng I, III như nhau và gấp đôi thị phần của cửa hàng II. Tỉ lệ sản phẩm loại A trong 3 cửa hàng lần lượt 70%, 75% và 50%. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 cửa hàng và từ đó mua một sản phẩm. Biết rằng người đó mua được sản phẩm loại A, tìm xác suất để sản phẩm đó được mua ở cửa hàng I.

Bài 1.20. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng? Giải thích?

1) Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$;

2) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ thì A và B là hai biến cố xung khắc;

3) $P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A} \cap \overline{B})$;

4) $P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A} \cup \overline{B})$.

Bài 2.1. Trong cuộc đua xe đạp, xét các biến ngẫu nhiên được tạo ra từ kết quả cuộc đua. Cho biết trong các biến ngẫu nhiên đó, biến nào là biến ngẫu nhiên rời rạc, biến nào là biến ngẫu nhiên liên tục:

- 1) Thời gian hoàn thành chặng đua của mỗi vận động viên;
- 2) Thứ tự về đích trong toàn đoàn đua;
- 3) Tốc độ khi về đích của vận động viên;
- 4) Số tiền thưởng nhận được từ ban tổ chức.

Bài 2.2. Hai người thợ săn độc lập bắn vào một con thú, xác suất bắn trúng của mỗi người lần lượt là 0,7; 0,8. Mỗi người bắn 2 viên. Gọi X là số viên đạn bắn trúng con thú.

- 1) Hãy lập bảng phân phối xác suất của X ;
- 2) Tính xác suất để số viên đạn trúng thú của hai người bằng nhau.

Bài 2.3. Một thí sinh thi ba vòng độc lập với xác suất đỗ của các vòng lần lượt là 0,8; 0,6 và 0,55.

- 1) Tính xác suất để thí sinh đó đỗ qua cả ba vòng;
- 2) Lập bảng phân phối xác suất cho số vòng thi đỗ của thí sinh đó;
- 3) Tính kì vọng và phương sai của số vòng thi đỗ.

Bài 2.4. Bắn 2 viên đạn vào 1 tấm bia. Bia có 2 vòng. Bắn trúng vòng 1 được 10 điểm, trúng vòng 2 được 5 điểm. Gọi X là tổng số điểm của 2 viên đạn đã bắn.

- 1) Lập bảng phân phối xác suất của X . Biết rằng xác suất bắn trúng vòng 1 là 0,6; bắn trúng vòng 2 là 0,3 và bắn trượt là 0,1;
- 2) Tính kỳ vọng, phương sai và Môđ của X .

Bài 2.5. Hai cầu thủ bóng rổ mỗi người ném 2 quả vào rổ. Xác suất ném trúng rổ của mỗi người lần lượt là 0,7; 0,8. Gọi X là số quả ném trúng rổ của 2 người.

- 1) Lập bảng phân phối xác suất của X ;
- 2) Tính xác suất để số quả ném trúng rổ của hai người bằng nhau;
- 3) Đặt $Y = 2X - 5$. Tính kì vọng và phương sai của Y .

Bài 2.6. Giả sử bảng phân phối xác suất của số lỗi mắc phải của một công nhân trong một tháng làm việc như sau:

X	0	1	2	3	4	5	6	> 6
P	0,2	0,3	0,15	0,1	0,1	0,05	0,05	p

- 1) Xác định p và tính khả năng công nhân đó mắc từ 3 lỗi trở lên;

2) Công nhân nếu không mắc lỗi thì được thưởng 10 triệu đồng, mắc 1 đến 2 lỗi thì thưởng 3 triệu đồng, mắc 3 đến 4 lỗi thì không được thưởng, mắc từ 5 đến 6 lỗi thì bị phạt 2 triệu, mắc trên 6 lỗi thì bị phạt 4 triệu. Đặt Y là số tiền thưởng (phạt). Lập bảng phân phối xác suất của Y và tính kì vọng, phương sai của Y .

Bài 2.7. Một máy sản xuất ra sản phẩm với tỷ lệ phế phẩm là 2%. Có một lô hàng có 10 sản phẩm có tỷ lệ phế phẩm là 40%. Lấy 2 sản phẩm do máy sản xuất và 2 sản phẩm từ lô hàng. Gọi X là số sản phẩm tốt trong 4 sản phẩm lấy ra.

- 1) Lập bảng phân phối xác suất của X ;
- 2) Tính $E(X)$, $V(X)$;
- 3) Tính xác suất để số sản phẩm tốt do máy sản xuất và số sản phẩm tốt lấy ra từ lô hàng bằng nhau.

Bài 2.8. Giả sử X là số hợp đồng mà doanh nghiệp kí được sau một tháng đàm phán với các đối tác, có bảng phân phối xác suất như sau:

X	0	1	2	3	4
P	0,05	0,15	0,4	0,3	p

- 1) Tính giá trị của p và xác suất số hợp đồng là từ 2 trở lên;
- 2) Tính hàm khối lượng xác suất;
- 3) Tính kì vọng và phương sai của số hợp đồng kí được;
- 4) Nếu mỗi hợp đồng kí được sẽ đem lại lợi nhuận là 100 triệu đồng, hãy tính kì vọng và phương sai của lợi nhuận.

Bài 2.9. Xét biến ngẫu nhiên X có $E(X) = 5$, $E[X(X - 1)] = 27,5$. Tính $V(X)$ và $\sigma(X)$.

Bài 2.10. Cho hàm khối lượng xác suất sau:

$$P(X = x) = c \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

- 1) Tính c và $E(X)$;
- 2) Tính $P(X \geq 3)$;
- 3) Tính $P(X = 2k + 1)$

Bài 2.11. Một chùm chìa khóa gồm 4 chiếc giống nhau, trong đó chỉ có một chiếc mở được cửa. Người ta thử ngẫu nhiên từng chiếc cho đến khi mở được cửa. Gọi X là số lần thử.

- 1) Tìm phân phối xác suất của X ;
- 2) Tính kì vọng và phương sai của X ;

3) Tìm hàm phân phối xác suất của X và tìm Mốt của X .

Bài 2.12. Tỷ lệ cử tri ủng hộ ứng cử viên A trong cuộc bầu cử tổng thống là 40%. Người ta hỏi ý kiến 20 cử tri được chọn ngẫu nhiên. Gọi X là số người bỏ phiếu cho ông A trong 20 người đó.

1) Tìm giá trị trung bình và độ lệch chuẩn của X và Mốt của X ;

2) Tìm $P(X = 10)$.

Bài 2.13. Biến ngẫu nhiên rời rạc X chỉ có 2 giá trị x_1 và x_2 ($x_1 < x_2$). Xác suất để X nhận giá trị x_1 là 0,2. Tìm phân phối xác suất của X , biết kì vọng $E(X) = 2,6$ và độ lệch tiêu chuẩn $\sigma(X) = 0,8$.

Bài 2.14. Cho hàm số:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & : x \notin (10; 20) \\ \frac{1}{20} & : x \in (10; 20) \end{cases}$$

$f(x)$ có phải là hàm mật độ xác suất không?

Bài 2.15. Giả sử thời gian hoạt động tốt của một bóng đèn là biến ngẫu nhiên liên tục T (đơn vị là giờ) có hàm mật độ:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & : t \geq 0 \\ 0 & : t < 0 \end{cases}$$

Tham số λ được gọi là “tỉ lệ hỏng” của bóng đèn. Giả sử $\lambda = 0,01$.

1) Tính xác suất bóng đèn hoạt động tốt trước t_0 giờ;

2) Tính kì vọng của thời gian hoạt động tốt.

Bài 2.16. X được gọi là có phân phối mũ nếu hàm mật độ của nó có dạng:

$$f(x) = \begin{cases} a.e^{-\frac{x}{\theta}} & : x > 0 \\ 0 & : x \leq 0 \end{cases}$$

Hãy xác định:

1) Xác định giá trị của hệ số a ;

2) Tìm hàm phân phối xác suất của X và tính $P(0 < X < \theta)$.

Bài 2.17. Cho hàm số:

$$f(x) = \begin{cases} a & : x \in [0, 1] \\ 0 & : x \notin [0, 1] \end{cases}$$

1) Xác định a để $f(x)$ là hàm mật độ của một biến ngẫu nhiên liên tục X nào đó;

2) Tính $P(\frac{1}{4} < X < \frac{1}{2})$;

3) Xác định hàm phân phối xác suất của X.

Bài 2.18. X là biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ xác suất như sau:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3} & : x \in [1, 4] \\ 0 & : x \notin [1, 4] \end{cases}$$

1) Tìm kì vọng và phương sai của X;

2) Tìm Mốt của X.

Bài 2.19. Giả sử X là thời gian một khách hàng dừng lại tại một cửa hàng (đơn vị: giờ), có hàm phân phối xác suất như sau:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & : x \leq 0 \\ 2x^3 - 3x^2 + 2x & : 0 < x \leq 1 \\ 1 & : x > 1 \end{cases}$$

1) Tính xác suất một khách hàng dừng lại tại cửa hàng ít nhất là 20 phút;

2) Xác định hàm mật độ xác suất của X;

3) Tính kì vọng, phương sai của X.

Bài 2.20. Cho hàm mật độ của X có dạng:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 & : x \in [0, 1] \\ 0 & : x \notin [0, 1] \end{cases}$$

1) Tính kì vọng, phương sai, trung vị của biến X;

2) Tính hệ số bất đối xứng, hệ số nhọn của biến X.

Bài 2.21. Cho X là biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : x \in (a, b) \\ 0 & : x \notin (a, b) \end{cases}$$

Xác định hàm mật độ xác suất của $Y = e^X$ và $Z = \ln(X)$.

Bài 2.22. Giả sử các chuyến bay từ thành phố A đến B có thời gian hạ cánh chênh lệch với thời gian ghi trên vé là biến ngẫu nhiên liên tục (đơn vị: phút), có hàm mật độ xác suất như sau:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{288}(36 - x^2) & : x \in (-6, 6) \\ 0 & : x \notin (-6, 6) \end{cases}$$

Tính xác suất để một chuyến bay

- 1) Sớm ít nhất 2 phút;
- 2) Muộn ít nhất 1 phút;
- 3) Sớm trong khoảng 1 đến 3 phút;
- 4) Muộn đúng 5 phút.

Bài 2.23. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm phân phối xác suất:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & : x \leq 2 \\ (x-2)^2 & : 2 < x \leq 3 \\ 1 & : x > 3 \end{cases}$$

- 1) Tìm hàm mật độ xác suất của X ;
- 2) Tính $P(1 < X < 1,6)$;
- 3) Tính kì vọng và phương sai của X ;
- 4) Tìm Môđ của X và các hệ số bất đối xứng, hệ số nhọn của X .

Bài 2.24. Cho hàm mật độ của biến ngẫu nhiên X :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & : x \leq 0 \vee x > 2 \\ ax^2 & : 0 < x < 1 \\ a(2-x)^2 & : 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

- 1) Tìm giá trị của a ;
- 2) Tìm kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của X ;
- 3) Tính $P(0,5 < X < 2)$.

Bài 2.25. Giả sử chi cho y tế (đơn vị: triệu đồng) hàng năm của một hộ gia đình có hàm mật độ như sau:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & : x \leq 0 \\ \frac{x}{4} & : 0 < x \leq 2 \\ \frac{4}{x^3} & : x > 2 \end{cases}$$

- 1) Tính xác suất chi cho y tế trong năm là trên 3 triệu đồng;

2) Tính kì vọng, phương sai của chi cho y tế hàng năm.

Bài 3.1. Một phân xưởng có 5 máy hoạt động độc lập. Xác suất trong một ngày mỗi máy bị hỏng đều bằng 0,1. Tìm xác suất để:

- 1) Trong một ngày có 2 máy hỏng;
- 2) Trong một ngày có không quá 2 máy hỏng.

Bài 3.2. Tỷ lệ một loại bệnh bẩm sinh trong dân số là $p = 0,01$. Bệnh này cần sự chăm sóc đặc biệt lúc mới sinh. Một nhà hộ sinh thường có 20 ca sinh trong một tuần. Tính xác suất để:

- 1) Không có trường hợp nào cần chăm sóc đặc biệt;
- 2) Có đúng một trường hợp cần chăm sóc đặc biệt;
- 3) Có nhiều hơn một trường hợp cần chăm sóc đặc biệt.

Bài 3.3. Lấy ngẫu nhiên có hoàn lại 9 lần, mỗi lần một viên bi từ một hộp gồm 4 bi xanh, 6 bi đỏ và 15 bi vàng.

- 1) Tìm xác suất để có 4 lần nhận được bi vàng;
- 2) Nếu biết rằng có 4 lần nhận được bi vàng, tìm xác suất để các bi vàng đó được nhận ở các lần lấy thứ chẵn.

Bài 3.4. Giả sử xác suất thành công của mỗi thí nghiệm là 0,8. Tiến hành các thí nghiệm liên tiếp độc lập cho đến khi có 3 thí nghiệm thành công thì dừng. Tìm xác suất để số thí nghiệm cần thiết:

- 1) Đúng bằng 6;
- 2) Ít nhất là 6;
- 3) Nhiều nhất là 6.

Bài 3.5. Cho ba biến ngẫu nhiên X, Y, Z độc lập có phân phối nhị thức. Biết rằng:

$$X \sim B(14; 0,1), \quad Y \sim B(9; 0,1), \quad Z \sim B(7; 0,1).$$

Hãy tính $P(X + Y + Z = 4)$.

Bài 3.6. Cho biến ngẫu nhiên $X \sim B(2; 0,4)$ và $Y \sim B(2; 0,7)$. Biết X, Y là hai biến ngẫu nhiên độc lập.

- 1) Tìm phân phối xác suất của $X + Y$;
- 2) Chứng minh rằng $X + Y$ không có phân phối nhị thức.

Bài 3.7. Xác suất sinh được bé gái là 0,52. Tính xác suất sao cho trong 300 em bé sắp sinh:

- 1) Có 180 bé trai;
- 2) Số bé trai sinh ra khoảng từ 150 đến 170;
- 3) Số bé trai sinh ra ít hơn 170.

Bài 3.8. Cho 3 biến ngẫu nhiên độc lập X, Y, Z với:

$$X \sim N(12; 25); \quad Y \sim B(2; 0,6); \quad Z \sim H(10; 6; 3/100).$$

$$\text{Đặt } U = E(X).Y + D(X).Z - \text{Mod}(X).\text{Mod}(Y).$$

- 1) Tính $E(U), D(U)$;
- 2) Tính xác suất $P(Y = Z)$.

Bài 3.9. Một ký túc xá của một trường đại học có 650 sinh viên. Xác suất để một sinh viên nội trú đến đọc sách tại thư viện trong một ngày bằng 0,7.

- 1) Tính xác suất để số sinh viên đến đọc sách tại thư viện trong ngày ít hơn 440 sinh viên;
- 2) Thư viện cần phải chuẩn bị bao nhiêu ghế ngồi để với xác suất 0,99 có thể đảm bảo đủ ghế chỗ cho sinh viên đến đọc sách.

Bài 3.10. Lượng truy cập của một Website có dung lượng lớn được giả định tuân theo quy luật phân phối Poisson. Lượng truy cập trung bình là 10 000 truy cập mỗi ngày.

- 1) Tính xấp xỉ xác suất để có hơn 20 000 truy cập mỗi ngày;
- 2) Tính xấp xỉ xác suất để ít hơn 9 900 truy cập mỗi ngày;
- 3) Xác định giá trị mà với xác suất 0,01 thì có lượng truy cập mỗi ngày vượt quá giá trị đó.

Bài 3.11. Cho X và Y là hai biến ngẫu nhiên độc lập.

- 1) Giả sử $X \sim B\left(1; \frac{1}{5}\right), Y \sim B\left(2; \frac{1}{5}\right)$. Lập bảng phân phối xác suất của $X + Y$ và kiểm tra rằng $X + Y \sim B\left(3; \frac{1}{5}\right)$.

- 2) Giả sử $X \sim B\left(1; \frac{1}{2}\right), Y \sim B\left(2; \frac{1}{2}\right)$. Tìm phân phối xác suất của $X + Y$. Chứng minh rằng $X + Y$ không phải là phân phối nhị thức.

Bài 3.12. Các sản phẩm được sản xuất trong một dây chuyền. Để thực hiện kiểm tra chất lượng, mỗi giờ người ta rút ngẫu nhiên không hoàn lại 10 sản phẩm từ một hộp có 25 sản phẩm. Quá trình sản xuất được báo cáo là đạt yêu cầu nếu có không quá một sản phẩm là thứ phẩm.

- 1) Nếu tất cả các hộp được kiểm tra đều chứa chính xác hai thứ phẩm, thì xác suất quá trình sản xuất được báo cáo đạt yêu cầu ít nhất 7 lần trong một ngày làm việc 8 giờ là bao nhiêu?
- 2) Sử dụng phân phối Poisson để xấp xỉ xác suất trong câu 1);

3) Biết rằng lần kiểm tra chất lượng cuối cùng trong câu 1), quá trình sản xuất được báo cáo đạt yêu cầu. Hỏi xác suất mẫu 10 sản phẩm tương ứng không chứa thứ phẩm là bao nhiêu?

Bài 3.13. Một cửa hàng cho thuê xe ô tô nhận thấy rằng số người đến thuê xe ô tô vào ngày thứ bảy cuối tuần là một biến ngẫu nhiên X có phân phối Poisson với tham số $\lambda = 2$. Giả sử cửa hàng có 4 chiếc ô tô.

- 1) Tìm xác suất tất cả 4 chiếc ô tô đều được thuê;
- 2) Tìm xác suất không phải tất cả 4 chiếc ô tô đều được thuê;
- 3) Tìm xác suất cửa hàng không đáp ứng được yêu cầu;
- 4) Trung bình có bao nhiêu ô tô được thuê;
- 5) Cửa hàng cần có ít nhất bao nhiêu ô tô để xác suất không đáp ứng được nhu cầu cần thuê bé hơn 2%.

Bài 3.14. Thời gian đi từ nhà đến trường của một sinh viên A là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn. Biết rằng có 65% số ngày sinh viên A đến trường mất hơn 20 phút. 8% số ngày sinh viên A đến trường mất hơn 30 phút.

- 1) Tính thời gian trung bình và độ lệch chuẩn của thời gian đi từ nhà đến trường của sinh viên A;
- 2) Nếu sinh viên A xuất phát từ nhà trước giờ học 25 phút thì tỷ lệ ngày đi học muộn là bao nhiêu?

Bài 3.16. Tuổi thọ của một loại sản phẩm do một nhà máy sản xuất là một biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với tuổi thọ trung bình 1000 giờ và độ lệch chuẩn là 10 giờ.

- 1) Tính tỉ lệ sản phẩm phải bảo hành, nếu quy định thời gian bảo hành sản phẩm là 980 giờ.
- 2) Muốn tỉ lệ sản phẩm phải bảo hành là 1% thì phải quy định thời gian bảo hành là bao nhiêu giờ?
- 3) Nếu mỗi sản phẩm bán ra nhà máy lãi 150 ngàn đồng, còn nếu sản phẩm bị hỏng trong thời gian bảo hành thì nhà máy chi phí khoảng 500 ngàn. Tính lợi nhuận kì vọng mà nhà máy thu được khi bán mỗi sản phẩm;
- 4) Nếu muốn lợi nhuận kì vọng là 45 ngàn đồng thì phải quy định thời gian bảo hành là bao nhiêu giờ?

Bài 3.17. Giả sử chiều dài X (đơn vị tính m) của một nơi đỗ xe bất kì tuân theo phân phối chuẩn; $X \sim N(\mu; 0,01\mu^2)$.

- 1) Một người đàn ông sở hữu một chiếc xe hơi cao cấp có chiều dài lớn hơn 15% chiều dài trung bình của một chỗ đậu xe. Hỏi tỉ lệ chỗ đậu xe có thể sử dụng là bao nhiêu?

2) Giả sử rằng $\mu = 4$. Hỏi chiều dài của xe là bao nhiêu nếu ta muốn chủ của nó có thể sử dụng 90% chỗ đậu xe?

Bài 3.18. Trọng lượng X (tính bằng gam) một loại trái cây có phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$ với $\mu = 500$ (gam) và $\sigma^2 = 16$ (gam²). Trái cây thu hoạch được phân loại theo trọng lượng như sau:

- (a) loại 1: trên 505 gam;
- (b) loại 2: từ 495 gam đến 505 gam;
- (c) loại 3: dưới 495 gam.

Tính tỉ lệ mỗi loại.

Bài 3.19. Nghiên cứu chiều cao của những người trưởng thành, người ta nhận thấy rằng chiều cao đó tuân theo quy luật phân phối chuẩn với trung bình là 175 cm và độ lệch chuẩn 4 cm. Hãy xác định:

- 1) Tỉ lệ người trưởng thành có tầm vóc trên 180 cm;
- 2) Tỉ lệ người trưởng thành có chiều cao từ 166 cm đến 177 cm;
- 3) Tìm h_0 , nếu biết rằng 33% người trưởng thành có tầm vóc dưới mức h_0 ;
- 4) Giới hạn biến động chiều cao của 90% người trưởng thành xung quanh giá trị trung bình của nó.

Bài 3.20. Trọng lượng một con bò là một biến ngẫu nhiên có phân phối Chuẩn với giá trị trung bình 250kg và độ lệch chuẩn là 40 kg. Tìm xác suất để một con bò được chọn ngẫu nhiên có trọng lượng:

- 1) Nặng hơn 300kg;
- 2) Nhẹ hơn 175kg;
- 3) Nằm trong khoảng 260kg đến 270kg.

Bài 3.21. Cho X là biến ngẫu nhiên có phân phối mũ với tham số $\lambda = 2$. Tìm kì vọng và độ lệch chuẩn của biến $Y = e^{-X}$.

Bài 3.22. Cho X là biến phân phối Mũ với tham số $\lambda = 1$. Đặt biến $Y = 2X^2$. Tính:

- 1) $P(2 < Y < 18)$;
- 2) $P(Y < 4)$.

Bài 3.23. Cho X là một biến ngẫu nhiên có kì vọng $\mu = E(X)$ và độ lệch chuẩn $\sigma = \sqrt{V(X)}$.
. Hãy tính $P(|X - \mu| < 3\sigma)$ trong các trường hợp sau:

- 1) X có phân phối chuẩn;
- 2) X có phân phối mũ;
- 3) X có phân phối đều trên đoạn $[-1; 1]$;
- 4) X có phân phối Poisson với tham số $\lambda = 0,09$.

Bài 4.1. Cho hàm phân phối xác suất đồng thời của BNN hai chiều (X, Y):

$$F_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \sin x + \sin y & : 0 \leq x, y \leq \pi/2 \\ 0 & : x, y \text{ khác} \end{cases}.$$

a) Tìm các hàm mật độ biên của X và Y.

b) Tính $P(\frac{\pi}{6} < X < \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4} < Y < \frac{\pi}{3})$.

Bài 4.2. Một lô hàng có 15 sản phẩm trong đó có 8 sản phẩm loại A, 5 sản phẩm loại B và 3 sản phẩm loại C. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm từ lô hàng. Gọi X là số sản phẩm loại A được lấy ra trong 3 sản phẩm; Y là số sản phẩm loại B được lấy từ ra trong 3 sản phẩm. Lập bảng phân phối xác suất đồng thời (X, Y).

Bài 4.3. Cho bảng phân phối của đại lượng ngẫu nhiên (X, Y)

$x_i \backslash y_j$	1	2	3
1	0,15	0,20	0,10
2	0,35	0,05	0,15

1) Xác định hàm phân phối đồng thời của (X, Y);

2) Hai đại lượng X và Y có độc lập không?

3) Tính $P(X = 1 | Y = 2) = p(1|2)$.

Bài 4.4. Ta có hai hộp, mỗi hộp có 6 viên bi:

Hộp I có một bi mang số 1, hai bi số 2 và ba bi số 3.

Hộp II có hai bi mang số 1, ba bi số 2 và một bi số 3.

Gọi X và Y tương ứng là số hiệu của viên bi tương ứng chọn ngẫu nhiên từ hai hộp (mỗi hộp chọn một bi). Xây dựng bảng phân phối của cặp biến (X, Y) và chứng tỏ rằng X và Y độc lập nhau.

Bài 4.5. Cho hai biến ngẫu nhiên X và Y độc lập và có phân phối đều trên [a; b]. Xác định hàm phân phối của $Z = X + Y$.

Bài 4.6. Cho phân phối xác suất đồng thời của biến ngẫu nhiên (X, Y) cho bởi bảng

$X \backslash Y$	1	2	3
6	0,10	0,05	0,15

7	0,05	0,15	0,10
8	0,10	0,20	0,10

- 1) Lập bảng phân phối xác suất biên của X, Y;
- 2) Tính $E(X)$, $E(Y)$, $V(X)$, $V(Y)$;
- 3) Lập bảng phân phối xác suất của Y với điều kiện $X = 7$;
- 4) Tính $P(X = 6)$ và $P(X \geq 7, Y \geq 2)$.

Bài 4.7. Từ kết quả phân tích các số liệu thống kê trong tháng về doanh số bán hàng X và chi phí cho quảng cáo Y (đơn vị triệu đồng) của một công ty, thu được bảng phân phối xác suất đồng thời

X \ Y	100	200	300
	Y		
1	0,15	0,10	0,14
1,5	0,05	0,20	0,15
2	0,01	0,05	0,15

- 1) Tính kì vọng và phương sai của quảng cáo;
- 2) Tính xác suất quảng cáo 300 triệu đồng với điều kiện doanh số bán hàng là 2;
- 3) Tính hiệp phương sai và hệ số tương quan giữa X và Y;
- 4) Tính kì vọng và phương sai khi doanh số bán hàng là 1,5.

Bài 4.8. Cho biến ngẫu nhiên (X, Y) có hàm mật độ được xác định

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{A}{\sqrt{xy}} & : 0 < x \leq y \leq 1 \\ 0 & : x, y \text{ khác} \end{cases}$$

- 1) Tìm hệ số A;
- 2) Tìm $f_X(x)$; $f_Y(y)$;
- 3) Xét tính độc lập của X và Y.

Bài 4.9. Cho biến ngẫu nhiên hai chiều (X, Y) có bảng phân phối xác suất đồng thời

X \ Y	2	2,5	4
	Y		
X			

1	3a	a	2a
1,5	2a	2a	0
2	a	4a	5a

- 1) Xác định hệ số a;
- 2) Tìm các phân phối xác suất biên của X, Y;
- 3) Tìm $P[X|Y]$; $P[Y|X]$.

Bài 4.10. Tỷ lệ carbonne X (tính theo %) và độ bền Y (tính bằng kg/cm²) của thép được cho bởi bảng:

X \ Y	90	110	130	150	180
4	0,04	0,07	0,02		
7	0,02	0,14	0,06	0,07	
12		0,17	0,12	0,08	0,06
17			0,09	0,04	0,02

- 1) Hãy tìm phân phối xác suất của tỷ lệ carbonne X và của độ bền Y;
- 2) Tìm phân phối xác suất của tỷ lệ carbonne X đối với thép có độ bền 130 kg/cm²;
- 3) Tìm phân phối xác suất của độ bền Y đối với thép có tỷ lệ carbonne là 12%;
- 4) Xét tính độc lập của X và Y.

Bài 4.11. Cho biến ngẫu nhiên hai chiều (X, Y) về thu nhập nhân viên của xí nghiệp A có bảng phân phối xác suất đồng thời, trong đó X là lương tháng (đơn vị triệu đồng), Y là thưởng của tháng (đơn vị triệu đồng),

X \ Y	0	5	10
10	0,10	0,05	0,05
15	0,10	0,20	0,05
20	0,05	p	0,35

- 1) Tính p; xác định phân phối xác suất biên cho từng thành phần X, Y;
- 2) Tính hiệp phương sai và hệ số tương quan giữa lương và thưởng;

3) Tính kì vọng và phương sai của lương khi thưởng là 5 triệu đồng;

4) Cho biết tổng thu nhập là Z là tổng của lương và thưởng. Tính kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của thu nhập.

Bài 4.12. Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên rời rạc có phân phối xác suất đồng thời như sau

X \ Y	Y	-1	0	1
	X			
-1		$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{15}$
15		$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$
20		0	$\frac{2}{15}$	0

1) Tìm các phân phối xác suất biên của X, Y;

2) Tính $E(X)$, $E(Y)$, $E(X.Y)$, $Cov(X, Y)$ và $\rho(X, Y)$;

3) Xác định tính độc lập của X, Y.

Bài 4.13. Cho hàm mật độ xác suất đồng thời của biến ngẫu nhiên hai chiều (X, Y)

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x-y} & : x > 0, y > 0 \\ 0 & : x \leq 0, y \leq 0 \end{cases}$$

1) Kiểm tra tính chất của hàm mật độ xác suất đồng thời;

2) Xác định hàm phân phối xác suất đồng thời;

3) Xác định các mật độ biên và phân phối biên của các thành phần X, Y;

4) Xác định các hàm mật độ có điều kiện;

5) Tính $P(X \leq Y \leq c)$ với $c = \ln 2$;

6) Tính $P(X < Y)$ và $P(X + Y \leq 3)$.

Bài 4.14. Cho hàm mật độ xác suất của (X, Y) là

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{6}{5}(x + y^2) & : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & : x, y \text{ khác} \end{cases}$$

1) Xác định các hàm mật độ biên của X, Y;

2) Xác định các hàm mật độ có điều kiện;

3) Tính $E(X)$, $E(Y)$, $V(X)$, $V(Y)$;

4) Xác định $E(X|y)$ và $E(Y|x)$;

5) Tính hiệp phương sai và hệ số tương quan $\text{Cov}(X, Y)$ và $\rho(X, Y)$.

Bài 4.15. Cho hàm mật độ xác suất của (X, Y) là

$$f(x, y) = \begin{cases} 8xy & : 0 < x \leq y < 1 \\ 0 & : x, y \text{ khác} \end{cases}$$

- 1) Xác định các hàm mật độ biên của X, Y ;
- 2) Xác định các hàm mật độ có điều kiện;
- 3) Tính $E(X), E(Y), V(X), V(Y)$;
- 4) Xác định $E(X|y)$ và $E(Y|x)$;
- 5) Tính hiệp phương sai và hệ số tương quan $\text{Cov}(X, Y)$ và $\rho(X, Y)$.

Bài 4.16. Hai người bạn hẹn gặp nhau tại một công viên trong khoảng từ 19 đến 20 giờ để cùng nhau đi chơi. Họ quy ước rằng sẽ đợi nhau không quá 15 phút. Tính xác suất để họ cùng nhau đi chơi.

Bài 4.17. Một sinh viên thấy rằng thời gian tự học ở nhà của mình là BNN phân phối chuẩn với trung bình 2,2 giờ và độ lệch chuẩn 0,4 giờ. Thời gian giải trí cũng là BNN phân phối chuẩn với trung bình 2,5 giờ và độ lệch chuẩn 0,6 giờ. Hệ số tương quan giữa thời gian học và thời gian giải trí là $-0,5$. Tính xác suất để:

- a) Tổng số thời gian học và thời gian chơi lớn hơn 5 giờ;
- b) Thời gian học lớn hơn thời gian chơi.

Bài 4.18. Cho biến ngẫu nhiên 3 chiều (X, Y, Z) có hàm mật độ xác suất đồng thời:

$$f(x, y, z) = c(x + y + z), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1.$$

Hãy xác định:

- a) Giá trị tham số c ;
- b) Hàm phân phối xác suất $F(x, y, z)$.

Bài 4.19. Cho biến ngẫu nhiên 3 chiều (X, Y, Z) có hàm mật độ xác suất đồng thời:

$$f(x, y, z) = k.xyz, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1.$$

Hãy xác định:

- a) Giá trị tham số k ;
- b) Các hàm mật độ biên;
- c) Các hàm mật độ điều kiện $f_{X/Y}, f_{Y/XZ}$.

Bài 5.1. Có 10 máy hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để trong ca làm việc mỗi ngày máy bị hỏng là 0,05. Dựa vào bất đẳng thức (BĐT) Chebyshev hãy đánh giá xác suất của sự sai lệch giữa số máy hỏng và số máy hỏng trung bình.

- a) Nhỏ hơn 2;
- b) Lớn hơn 3.

Bài 5.2. Xác suất xuất hiện sản phẩm loại I (biến cố A) khi kiểm tra một sản phẩm là 0,5. Sử dụng bất đẳng thức Chebyshev để đánh giá xác suất của X là số lần xuất hiện biến cố A nằm trong khoảng từ 40 đến 60 nếu tiến hành kiểm tra lần lượt 100 sản phẩm.

Bài 5.3. Cho bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên X như sau:

X	0,1	0,4	0,6
P	0,2	0,3	0,5

Sử dụng BĐT Chebyshev hãy đánh giá xác suất của biến cố: $|X - E(X)| < \sqrt{0,4}$.

Bài 5.4. Dùng bất đẳng thức Chebyshev hãy đánh giá xác suất để biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn nhận giá trị sai lệch so với kỳ vọng toán lớn hơn ba lần độ lệch chuẩn.

Bài 5.5. Xác suất chậm tàu của mỗi hành khách là 0,007. Dùng bất đẳng thức Chebyshev hãy đánh giá xác suất để trong 20.000 hành khách có từ 100 – 180 người chậm tàu.

Bài 5.6. Phải kiểm tra bao nhiêu chi tiết để với xác suất không nhỏ hơn 0,98 có thể hy vọng rằng sai lệch giữa tần suất xuất hiện chi tiết tốt và xác suất để chi tiết là tốt bằng 0,95 sẽ không vượt quá 0,01.

Bài 5.7. Xác suất để chi tiết sản xuất ra đạt tiêu chuẩn là 0,8. Hãy dùng bất đẳng thức Chebyshev để đánh giá xác suất tỷ lệ chi tiết đạt tiêu chuẩn trong 4000 sản phẩm sẽ nằm trong khoảng từ 78% đến 83%.

Bài 5.8. Cho dãy biến ngẫu nhiên độc lập X_i ($i = 1, \dots, n$) có quy luật phân phối xác suất như sau:

X_i	-ia	0	ia
P	$1/2i^2$	$1 - 1/i^2$	$1/2i^2$

Hỏi có thể áp dụng định lý Chebyshev đối với dãy các biến ngẫu nhiên nói trên không? Tại sao?

Bài 5.9. Có thể áp dụng được bất đẳng thức Chebyshev cho dãy các biến ngẫu nhiên X_i ($i = 1, \dots, n$) có các phân phối xác suất sau đây hay không?

- a)

X_i	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
P	1/3	1/3	1/3

b)

X_i	a	-a
P	$\frac{i}{2i+1}$	$\frac{i+1}{2i+1}$

Bài 5.10. Cho biến ngẫu nhiên rời rạc X với hàm phân phối xác suất như sau:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & : x \leq -2 \\ 1/8 & : -2 < x \leq -1 \\ 3/8 & : -1 < x \leq 0 \\ 4/8 & : 0 < x \leq 1 \\ 1 & : x > 1 \end{cases}.$$

a) Viết bảng phân phối xác suất của X.

b) Áp dụng bất đẳng thức Chebyshev đối với X nếu lấy $\varepsilon = 2$.

Bài 5.11. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X với hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} k \cdot (10 - x) & : x \in (0, 10) \\ 0 & : x \notin (0, 10) \end{cases}.$$

a) Xác định hệ số k.

b) Áp dụng bất đẳng thức Chebyshev đối với X nếu lấy $\varepsilon = 2$.

Bài 5.12. Thu nhập trung bình hàng năm của các giám đốc doanh nghiệp vừa và nhỏ là 18 triệu và độ lệch chuẩn là 1,6 triệu đồng. Hãy xác định khoảng thu nhập của 96% giám đốc.

Bài 5.13. Cho biến ngẫu nhiên X_k chỉ nhận một trong hai giá trị là k^s và $-k^s$ với xác suất như nhau. Với giá trị nào của s thì có thể áp dụng được luật số lớn của Chebyshev đối với trung bình số học của dãy các biến ngẫu nhiên độc lập $X_1, X_2, \dots, X_k, \dots$

Bài 5.14. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X với hàm mật độ xác suất như sau:

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{-|x|}.$$

Tìm xác suất tối thiểu để biến ngẫu nhiên X nhận giá trị sai lệch so với kỳ vọng toán không quá 2.

Bài 5.15. Cho các biến ngẫu nhiên độc lập X_1, X_2, \dots, X_n cùng có hàm mật độ xác suất như sau:

$$f(x) = \begin{cases} 1/2 & : x \in [-1, 1] \\ 0 & : x \notin [-1, 1] \end{cases}.$$

Đặt $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Hãy chứng minh rằng:

$$P\left(\left|\frac{S_n}{n}\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{1}{3n\varepsilon^2}; \quad \forall \varepsilon > 0.$$

Bài 5.16. Cho BNN liên tục X với hàm mật độ xác suất như sau:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^m}{m!} \cdot e^{-x} & : x \geq 0 \\ 0 & : x < 0 \end{cases}$$

Hãy chứng minh rằng:

$$P[0 < X < 2(m+1)] \geq \frac{m}{m+1}.$$

Bài 5.17. Tung một con xúc xắc 3000 lần.

a) Tìm xác suất tối thiểu để số lần xuất hiện mặt sáu chấm nằm trong khoảng từ 450 đến 550.

b) Gọi \bar{X} là số chấm trung bình xuất hiện trong 3000 lần tung trên. Tìm xác suất của biến cố: $|\bar{X} - 3,5| < 0,1$.