**ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG**

**TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA**

**KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN**

****

**ĐỒ ÁN LẬP TRÌNH TÍNH TOÁN**

***Đề tài :***

GIẢI QUYẾT BÀI TOÁN TỐI ƯU TUYẾN TÍNH BẰNG 3 PHƯƠNG PHÁP (PP BIG M, PP ĐƠN HÌNH HAI PHA, PP KHỬ LẶP)

**SINH VIÊN** **:** Phạm Thị Quỳnh Như

Huỳnh Đức Anh

**LỚP :** 18TCLC- NHẬT

**CBHD :** Ts. Nguyễn Văn Hiệu

**ĐÀ NẴNG, 1/2020**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Điểm**  (dành cho  GV ghi) | **Bảng phân công nhiệm vụ** | | **Chữ ký của SV**  (mỗi SV ký xác nhận trước khi nộp báo cáo) |
|  | Phạm Thị Quỳnh Như | Đọc tài liệu, làm báo cáo, silde, cài đặt thuật toán, thuyết trình. |  |
|  | Huỳnh Đức Anh | Đọc tài liệu, làm báo cáo, silde, cài đặt thuật toán, thuyết trình. |  |

**LỜI CAM ĐOAN** : Chúng tôi cam đoan rằng báo cáo này là do chúng tôi tự viết dựa trên các tài liệu tham khảo. Các số liệu thực nghiệm và mã nguồn chương trình nếu không chỉ dẫn nguồn tham khảo đều do chúng tôi tự làm. Nếu vi phạm thì chúng tôi xin chịu trách nhiệm và tuân theo xử lý của giáo viên hướng dẫn.

**TOÁM TẮT**: Bài báo cáo giới thiệu về bài toán tối ưu tuyến tính. Và nêu ra các phương pháp giải quyết bài toán là :

* Phương pháp đơn hình hai pha
* Phương pháp Big M
* Phương pháp khử lặp

**Từ Khóa**: Bài toán tuyến tính, Phương pháp hai pha, Phương pháp Big M, Phương pháp khử lặp.

**MỤC LỤC**

[MỞ ĐẦU 3](#_Toc28823656)

[CHƯƠNG I : CƠ SỞ LÝ THUYẾT 4](#_Toc28823657)

[1.1 TỔNG QUAN BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH 4](#_Toc28823658)

[1.1.1 Bài toán quy hoạch tuyến tính 4](#_Toc28823659)

[1.1.2 Những thành phần của bài toán 4](#_Toc28823660)

[1.1.3 Một số định nghĩa và tính chất 4](#_Toc28823661)

[1.1.4 Các dạng của bài toán quy hoạch tuyến tính 4](#_Toc28823662)

[1.2 BIẾN ĐỔI DẠNG CỦA BÀI TOÁN QHTT 7](#_Toc28823663)

[1.2.1 Đưa dạng tổng quát về dạng chính tắc 7](#_Toc28823664)

[1.2.2 Đưa dạng chính tắc về dạng chuẩn 8](#_Toc28823665)

[1.3 THUẬT TOÁN ĐƠN HÌNH 9](#_Toc28823666)

[1.3.1 Trường hợp Bài toán Min 9](#_Toc28823667)

[1.3.2 Trường hợp Bài toán Max 11](#_Toc28823668)

[1.4 PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH HAI PHA 11](#_Toc28823669)

[1.4.1 Mối liên hệ giữa bài toán gốc và bài toán phụ 12](#_Toc28823670)

[1.4.2 Phương pháp đơn hình hai pha 12](#_Toc28823671)

[1.5 PHƯƠNG PHÁP BIG M 14](#_Toc28823672)

[1.5.1 Xây dựng bài toán Big M 14](#_Toc28823673)

[1.5.2 Mối quan hệ giữa bài toán “M” và bài toán xuất phát 14](#_Toc28823674)

[1.6 PHƯƠNG PHÁP KHỬ LẶP 17](#_Toc28823675)

[CHƯƠNG II: PHÂN TÍCH THIẾT KẾ HỆ THỐNG 25](#_Toc28823676)

[2.1 PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH HAI PHA 25](#_Toc28823677)

[2.2 PHƯƠNG BIG M 26](#_Toc28823678)

[2.3 PHƯƠNG PHÁP KHỬ LẶP 27](#_Toc28823679)

[CHƯƠNG III: ĐÁNH GIÁ KẾT QUẢ 29](#_Toc28823680)

[3.1 Thực nghiệm. 29](#_Toc28823681)

[3.2 Ứng dụng 30](#_Toc28823682)

[TÀI LIỆU THAM KHẢO 31](#_Toc28823683)

# MỞ ĐẦU

Tối ưu tuyến tính là một phương pháp được sử dụng rất phổ biến nhằm hỗ trợ cho nhà quản trị ra quyết định. Trong thực tế, tối ưu tuyến tính được sử dụng để giải quyết những bài toán như sau:

1. Nhà sản xuất muốn xây dựng tiến độ sản xuất và chính sách dự trữ nhằm đảm bảo nhu cầu bán trong tương lai. Tiến độ và chính sách dự trữ đảm bảo cho công ty cung cấp hàng hoá với chi phí sản xuất và dự trữ thấp nhất.
2. Các nhà phân tích tài chính phải chọn danh mục đầu tư sao cho lợi nhuận thu được từ đầu tư là cực đại.
3. Nhà quản trị marketing muốn phân phối quỹ quảng cáo cho những phương tiện quảng cáo như radio, television, báo, tạp chí. Nhà quản trị muốn lựa chọn phương tiện quảng cáo sao cho hiệu quả quảng cáo là lớn nhất.
4. Một công ty có một số kho ở vài nơi. Với nhu cầu của khách hàng đã xác định, công ty muốn xác định từ mỗi kho, chúng ta sẽ vận chuyển bao nhiêu hàng đến từng khách hàng sao cho tổng chi phí vận chuyển là nhỏ nhất…

Những ví dụ này chỉ là một vài tình huống mà qui hoạch tuyến tính được sử dụng thành công, nhưng chúng minh họa tính đa dạng của những ứng dụng của qui hoạch tuyến tính. Quan sát kỹ, các bài toán này có những đặc trưng chung. Trong mỗi ví dụ, chúng ta quan tâm đến cực đại hay cực tiểu một vài đại lượng. Trong ví dụ 1, nhà sản xuất muốn cực tiểu chi phí; trong ví dụ 2, nhà phân tích tài chính muốn cực đại lợi nhuận từ đầu tư; trong ví dụ 3, nhà quản trị muốn cực đại hiệu quả quảng cáo; và trong ví dụ 4, công ty muốn cực tiểu chi phí vận chuyển. Trong tất cả các bài toán qui hoạch tuyến tính, mục tiêu của chúng ta là cực đại và cực tiểu một vài đại lượng.

Tất cả các bài toán qui hoạch tuyến tính đều có đặc trưng là những ràng buộc. Trong ví dụ 1, nhà sản xuất bị ràng buộc bởi số lượng sản phẩm sản xuất và năng lực sản xuất. Quyết định lựa chọn phương tiện quảng cáo bị ràng buộc bởi ngân sách và tính khả thi của phương tiện quảng cáo. Trong bài toán vận tải, cực tiểu chi phí bị ràng buộc bởi khả năng cung cấp hàng hoá của mỗi kho. Chính vì vậy, ràng buộc là đặc trưng chung thứ hai của mỗi bài toán qui hoạch tuyến tính

# 

# CHƯƠNG I : CƠ SỞ LÝ THUYẾT

## 1.1 TỔNG QUAN BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH

### 1.1.1 Bài toán quy hoạch tuyến tính

Bài toán quy hoạch tuyến tính là bài toán lập kế hoạch của một hàm tuyến tính đạt cực trị khi nó bị ràng buộc bởi một hệ phương trình hoặc bất phương trình.

### 1.1.2 Những thành phần của bài toán

*Hàm mục tiêu:* là hàm toán học của các biến quyếtđịnh và có thể đạt cựctrị. Thông thường, trong kinh tế hàm mục tiêu thể hiện cực đại về kết quả và cực tiểu về chi phí.

*Các ràng buộc:* là những phương trình hay bất phương trình tuyến tính thểhiện sự kết hợp các biến quyết định. Trong kinh tế, các ràng buộc thể hiện sự hạn chế về nguồn lực.

### 1.1.3 Một số định nghĩa và tính chất

* + - * ***Định nghĩa 1****:* Ta gọi một phương án thỏa mãn n ràng buộc chặt độc lập tuyến tính là phương án cực biên.
      * ***Định nghĩa 2****:* Một phương án mà tại đó hàm mục tiêu đạt cực tiểu (cực đại) thì gọi là phương án tối ưu.
* ***Tính chất 1****:*Nếu bài toán có PA và hàm mục tiêu f(x) bị chặn (trên hoặc dưới) thì bài toán có PATU.
* ***Tính chất 2****:* Số PACB của mọi bài toán quy hoạch tuyến tính là hữu hạn (vì mỗi PACB đều tương ứng với một hệ *n* ràng buộc chặt độc lập tuyến tính, số hệ gồm phương trình độc lập tuyến tính là hữu hạn, do đó số PACB cũng là hữu hạn)

### 1.1.4 Các dạng của bài toán quy hoạch tuyến tính

Có thể khái quát các bài toán quy hoạch tuyến tính gồm các dạng cơ bản sau : dạng tổng quát, dạng chính tắc, dạng chuẩn. Trong đó dạng chuẩn sẽ là cơ sở cho phương pháp đơn hình.

a. Dạng tổng quát

Đây là dạng toán gặp rất nhiều trong thực tế, được khái quát như sau:

Hàm mục tiêu:

Ràng buộc điều kiện:

Trong đó: =

Trong đó: =

***Ví dụ bài toán dạng tổng quát:***

b. Dạng chính tắc

* Mọi bài toán đều có thể đưa ngay về dạng chính tắc và nó có đặc điểm như sau:

- Các ràng buộc về điều kiện đều là phương trình.

- Các ràng buộc về dấu thì không âm ().

***Ví dụ bài toán dạng chính tắc:***

Hàm mục tiêu:

Ràng buộc:

**c. Dạng chuẩn**

Hàm mục tiêu:

Ràng buộc:

+

+

+

và

Bài toán dạng chuẩn còn được mô tả theo kí hiệu ma trận như sau:

Với

1 0 0

Và A = 0 1 0

0 0 1

* Đặc điểm của bài toán dạng chuẩn: Bài toán dạng chuẩn là bài toán dạng chính tắc có thêm các điều kiện sau:

- Các hệ số tự do không âm ().

- Mỗi ràng buộc đều phải có một ẩn cô lập và có hệ số bằng 1.

***Ví dụ bài toán dạng chuẩn:***

Hàm mục tiêu:

Ràng buộc về điều kiện:

## 1.2 BIẾN ĐỔI DẠNG CỦA BÀI TOÁN QHTT

### 1.2.1 Đưa dạng tổng quát về dạng chính tắc

Để đưa bài toán từ dạng tổng quát về dạng chính tắc thì chúng ta thực hiện những biến đổi sau:

- Nếu bài toán tìm *max* thì ta chuyển về bài toán tìm *min*.

- Nếu ràng buộc dạng chúng ta cộng thêm vào vế trái một biến phụ không âm để chuyển ràng buộc về dạng phương trình .

- Nếu ràng buộc dạng chúng ta trừ đi ở vế trái một biến phụ không âm để chuyển ràng buộc về dạng phương trình .

* Các biến phụ là những biến giúp ta biến đổi các ràng buộc dạng bất phương trình thành phương trình, chứ không đóng vai trò gì về mặt kinh tế nên nó không ảnh hưởng đến hàm mục tiêu. Vì vậy, hệ số của biến phụ trong hàm mục tiêu bằng 0.

***Ví dụ đưa bài toán dạng tổng quát về dạng chính tắc:***

Ràng buộc: (1)

(2)

(3)

(4)

***Nhận thấy:***

Ràng buộc (1), (3), (4) là những bất phương trình.Vì vậy, để đưa về dạng chính tắc, ta thêm những biến phụ , vào các ràng buộc (1), (3), (4).

Như vậy, ta có được bài toán ở dạng chính tắc như sau:

Ràng buộc:

### 1.2.2 Đưa dạng chính tắc về dạng chuẩn

- Lúc này bài toán đang ở dạng chính tắc, nếu bi < 0 thì ta cần đổi dấu hai vế để được .

- Ở ràng buộc dạng , sau khi trừ đi ở vế trái một biến phụ không âm thì cần cộng thêm một biến giả không âm ( i = ) để xuất hiện ma trận đơn vị.

- Ở hàm mục tiêu:

+ Nếu giải bài toán theo phương pháp đơn hình hai pha thì hàm mục tiêu sẽ là:

Đối với bài toán tìm

Đối với bài toán tìm

+ Nếu giải bài toán theo phương pháp Big M thì hàm mục tiêu sẽ là:

Đối với bài toán tìm

Đối với bài toán tìm

Trong đó M là một đại lượng rất lớn, lớn hơn bất kì số nào cho trước.

**Ví dụ chuyển bài toán dạng chính tắc về dạng chuẩn:**

Cho bài toán ở dạng chính tắc:

Ràng buộc:

(1)

(2)

(3)

(4)

***Nhận thấy:***

- Hệ số tự do (vế phải) của ràng buộc (3) là một số âm nên ta đổi dấu hai vế để được một số dương.

- Ở ràng buộc (2) chưa có biến cơ bản nên ta thêm một biến giả A2 để xuất hiện ma trận đơn vị.

Khi đó bài toán được đưa về dạng chuẩn như sau:

Ràng buộc:

## 1.3 THUẬT TOÁN ĐƠN HÌNH

- Xuất phát từ bài toán dạng chuẩn với một phương án cực biên, ta đánh giá tính tối ưu của phương án này theo một chuẩn gọi là dấu hiệu tối ưu. Nếu phương án đã cho thỏa mãn các điều kiện tối ưu thì ta gọi nó là phương án tối ưu của bài toán.

- Nếu điều kiện tối ưu bị vi phạm thì ta tìm cách chuyển sang một phương tốt hơn theo nghĩa làm cho giá trị hàm mục tiêu giảm thấp hơn (khi ) và tăng cao hơn (khi ).

### 1.3.1 Trường hợp Bài toán Min

Thuật toán gồm 5 bước như sau:

***Bước 1:*** Lập bảng đơn hình đầu tiên: Căn cứ vào bài toán dạng chuẩn mà ta có bảng đơn hình như sau:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Biến  cơ bản | Hệ số | x1 x2 xr  xm  xm+1  xc  xn  c1  c2  cr cm cm+1 cc  cn | Phương án |
| x1  x2  xr  xm | c1  c2  cr  cm | 1 0 0 0 a1(m+1)  a1c  a1n  1 0 0 0 a2(m+1)  a2c  a1n    1 0 0 0 ar(m+1)  **arc** arn    1 0 0 0 am(m+1)  amc  amn | b1  b2  br  bm |
|  |  | **0** **0** **0** **0** **m+1**  **c**  **n** | **f0** |

Trong đó: và

***Bước 2:*** Xét dấu hiệu tối ưu

- Nếu thì phương án đang xét là phương án tối ưu và giá trị hàm mục tiêu là

f(x) = f0.

- Nếu mà thì bài toán không có phương án tối ưu.

- Nếu và có ít nhất một thì phương án đang xét chưa tối ưu 🡪 Chuyển sang bước 3.

***Bước 3:*** Tìm biến đưa vào:

Nếu c = minj thì xc được chọn đưa vào. Khi đó cột **c** gọi là cột xoay.

***Bước 4:*** Tìm biến đưa ra:

Tính λi = bi/aic ứng với các aic > 0

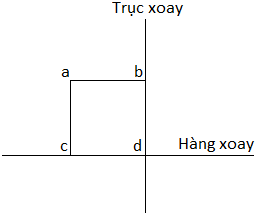
Nếu λr = min λi thì xr là biến đưa ra. Khi đó, hàng **r** gọi là hàng xoay, phần tử arc là phần tử trục xoay.

***Bước 5:*** Biến đổi bảng như sau:

1. Thay xr bằng xc và cr bằng cc. Các biến cơ bản khác và hệ số tương ứng để nguyên.

2. Chia các phần tử trên hàng xoay (hàng r) cho phần tử trục xoay arc, chúng ta được hàng r mới và được gọi là hàng chuẩn.

3. Mỗi phần tử khác ngoài hàng xoay trừ đi tích của phần tử cùng hàng với nó trên  
cột xoay với phần tử cùng cột với nó trên hàng chuẩn được phần tử cùng vị trí trong  
bảng đơn hình mới.



### 1.3.2 Trường hợp Bài toán Max

* Để nhất quán trong lập luận, ta xét bài toán tìm cực tiểu sau đó sẽ xét cách chuyển bài toán cực đại về cực tiểu. Ta chuyển bài toán tìm cực đại về bài toán tìm cực tiểu như sau:

Nếu gặp bài toán tìm Max:

Thì ta giữ nguyên các ràng buộc và đưa về bài toán tìm min:

***Chứng minh:***

Nêu bài toán tìm min có PATƯ là X\* thì bài toán tìm max cũng có PA là X\* và g(x) = f(x). Cho X\* là PATƯ của bài toán tìm min

Hay –f(x\*) = g(x\*) g(x)

🡪 X\* là PATƯ của bài toán tìm max

và

## 1.4 PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH HAI PHA

Trong trường hợp khi bài toán quy hoạch tuyến tính đã đưa về dạng chính tắc nhưng chưa có cơ sở đơn vị và PACB (tức là không ở dạng chuẩn) thì ta phải tìm cách đưa về dạng có thể áp dụng thuật toán đơn hình với PACB xuất phát. Một trong những cách đó là dùng biến giả và sẽ được trình bày dưới đây.

Giả sử ta cần giải bài toán (mà ta sẽ gọi là bài toán gốc)

Tương ứng với bài toán gốc, ta lập bài toán phụ sau:

P(x, w) = w1 + w2 + … + wi  🡪 min

,

Trong đó, wT = (w1, w2, …, wi) với wi là các biến giả với i = .

### 1.4.1 Mối liên hệ giữa bài toán gốc và bài toán phụ

Gọi tập phương án bài toán gốc và bài toán phụ là P1 và P2.

Ta thấy, x ∈ P1 khi và chỉ khi (x,0) ∈ P2; x là PACB bài toán gốc khi và chỉ khi (x,0) là PACB bài toán phụ.

***Xét bài toán phụ:*** P(x, w) 🡪 min

- Bài toán phụ có dạng chính tắc và có sẵn cơ sở đơn vị và PACB nên áp dụng phương pháp đơn hình gốc để giải. Tìm được PACB của bài toán phụ là ()

***Các trường hợp xảy ra khi giải bài toán phụ:***

- Bài toán gốc không có phương án (tức P1 = ).

- = 0 tức là mọi biến giả bằng 0 là phương án cực biên của bài toán gốc.

### 1.4.2 Phương pháp đơn hình hai pha

**PHA 1:** Tìm phương án cực biên cho bài toán gốc

- Lập bài toán phụ. Lập biến giả ứng cho những véc tơ đơn vị còn thiếu.

- Giải bài toán phụ, áp dụng thuật toán đơn hình để giải, tìm được Pmin.

+ Nếu Pmin 0 thì P1 = . 🡪 Bài toán không có PATU.

+ Nếu Pmin = 0 thì tìm được x\* là PACB cho bài toán gốc và chuyển sang pha 2.

**PHA 2:** Tìm PATƯ cho bài toán gốc, áp dụng thuật toán đơn hình gốc để giải.

***Ví dụ bài toán áp dụng phương pháp đơn hình 2 pha***

(1)

(2)

(3)

Ta đưa vào 2 biến giả w2 và w3 cho các ràng buộc (2) và (3). Khi đó ta lập được bài toán phụ sau:

P(x, w) = w2 + w3

🡪 Ta lập bảng đơn hình sau:

**PHA 1**

**Bảng 1**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Hệ số | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | Phương án | λi |
| x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | w2 | w3 |
| x5 | 0 | 0 | 3 | 2 | -2 | 1 | 0 | 0 | 72 |  |
| w2 | 1 | 2 | 0 | -3 | 1 | 0 | 1 | 0 | 60 | 30 |
| w3 | 1 | 2 | -4 | -3 | -2 | 0 | 0 | 1 | 36 | 18 |
|  |  | -4 | 4 | 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 96 |  |

***Nhận thấy:***

- và các ai1 > 0 nên phương án đang xét có thể cải tiến, đồng thời chọn cột 1 là cột xoay và x1 là biến đưa vào.

- min { = bi / ai1} nên dòng 3 là dòng xoay và w3 là biến đưa ra.

🡪 Ta có bảng 2:

**Bảng 2**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Hệ số | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | Phương án | λi |
| x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | w2 | w3 |
| x5 | 0 | 0 | 3 | 2 | -2 | 1 | 0 | - | 72 | 24 |
| w2 | 1 | 0 | 4 | 0 | 3 | 0 | 1 | - | 24 | 6 |
| x1 | 0 | 1 | -2 | -3/2 | -1 | 0 | 0 | - | 18 |  |
|  |  | 0 | -4 | 0 | -3 | 0 | 0 | - | 24 |  |

- và tồn tại ai2 > 0 nên phương án đang xét có thể cải tiến, đồng thời chọn cột 2 là cột xoay và x2 là biến đưa vào.

- min { = bi / ai2 với ai2 >0} nên dòng 2 là dòng xoay và wlà biến đưa ra.

**Bảng 3**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Hệ số | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | Phương án | λi |
| x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | w2 | w3 |
| x5 | 0 | 0 | 0 | 2 | -17/4 | 1 | - | - | 54 |  |
| x2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3/4 | 0 | - | - | 6 |  |
| x1 | 0 | 1 | 0 | -3/2 | 1/2 | 0 | - | - | 30 |  |
|  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | - | 0 |  |

**-** Pmin = 0 🡪 x = (30, 6, 0, 0, 54) là phương án cực biên của bài toán gốc.

**PHA 2**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Hệ số | 4 | -6 | 14 | -5/2 | 0 | Phương án | λi |
| x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| x5 | 0 | 0 | 0 | 2 | -17/4 | 1 | 54 |  |
| x2 | -6 | 0 | 1 | 0 | 3/4 | 0 | 6 |  |
| x1 | 4 | 1 | 0 | -3/2 | 1/2 | 0 | 30 |  |
|  |  | 0 | 0 | -20 | 0 | 0 | 84 |  |

🡪 phương án tối ưu của bài toán gốc là: x\*= (30, 6, 0, 0, 54) và fmin = 84

## 1.5 PHƯƠNG PHÁP BIG M

Big M là phương pháp giải các bài toán qui hoạch tuyến tính bằng các thuật toán đơn hình mở rộngcác vấn đề chứa các ràng buộc “lớn hơn”.

Thuật toán đơn giản là một trong những phương pháp được sử dụng rộng rãi nhất để giải các bài toán tối ưu tuyến tính.

### 1.5.1 Xây dựng bài toán Big M

Nếu ma trận hệ số A = (aij) mn không chứa vecto đơn vị nào thì ta xây dựng bài toán Big M bằng cách thêm một biến giả có hệ số bằng 1 vào vế trái của phương trình. Và hệ số của các biến giả ở hàm mục tiêu đều bằng M, với M là số dương rất lớn.

### 1.5.2 Mối quan hệ giữa bài toán “M” và bài toán xuất phát

- Nếu PATU của bài toán mở rộng là ) thì PATU của bài toán xuất phát là ).

- Nếu bài toán mở rộng có phương án tối ưu trong đó có ít nhất một biến giả nhận giá trị dương, thì bài toán xuất phát không có phương án tối ưu.

- Nếu bài toán mở rộng không có phương án tối ưu thì bài toán xuất phát cũng không có phương án tối ưu.

**Ví dụ giải bài toán bằng phương pháp Big M**

Hàm mục tiêu: f(x) = 600x1 +500x­2 min

Ràng buộc:

Giải bài toán mở rộng:

Z = 600x1 +500x­2+MA1 +MA2 min

Ràng buộc

**Bảng 1**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Cj | | X1 | X2 | S1 | S2 | A1 | A2 |  |
| Hệ số | Phương án | 600 | 500 | 0 | 0 | M | M |
| A1 | M | 80 | 2 | 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | 80/1 |
| A­2 | M | 60 | 1 | 2 | 0 | -1 | 0 | 1 | 60/2 |
| Zj | | | 3M | 3M | -M | -M | M | M |  |
|  | | | 600-3M | 500-3M | M | M | 0 | 0 |

- nên ta chọn cột 2 là cột xoay và biến x2 là biến đưa vào .

- λ2 = min { = bi / ai2 với ai2 >0} nên ta chọn dòng 2 là dòng xoay và A2 là biến đưa ra.

**Bảng 2**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Cj | | X1 | X2 | S1 | S2 | A1 | A2 |  |
| Hệ số | Phương án | 600 | 500 | 0 | 0 | M | M |
| A1 | M | 50 | 3/2 | 0 | -1 | 1/2 | 1 | - | 100 |
| X2 | 500 | 30 | 1/2 | 1 | 0 | -1/2 | 0 | - | - |
| Zj | | | 3M/2+250 | 500 | -M | M/2-250 | M | - |  |
|  | | | 350-3M/2 | 0 | M | 250-M/2 | 0 | - |

- nên ta chọn cột 4 là cột xoay và S2 là biến đưa vào. - = min nên ta chọn dòng 1 là dòng xoay và biến A1 là biến đưa ra.

**Bảng 3**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Cj | | X1 | X2 | S1 | S2 | A1 | A2 |  |
| Hệ số | Phương án | 600 | 500 | 0 | 0 | M | M |
| S2 | 0 | 100 | 3 | 0 | -2 | 1 | - | - | 100/3 |
| ­  X2 | 500 | 80 | 2 | 1 | -1 | 0 | - | - | 80/2 |
| Zj | | | 1000 | 500 | -500 | 0 | - | - |  |
|  | | | -400 | 0 | 500 | 0 | - | - |

- nên ta chọn cột 1 là cột xoay và X1 là biến đưa vào.

- λ1 = min nên ta chọn dòng 1 là dòng xoay và biến S2 là biến đưa ra.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Cj | | X1 | X2 | S1 | S2 | A1 | A2 |  |
| Hệ số | Phương án | 600 | 500 | 0 | 0 | M | M |
| X1 | 600 | 100/3 | 1 | 0 | -2/3 | - | - | - |  |
| ­  X2 | 500 | 40/3 | 0 | 1 | 1/3 | - | - | - |  |
| Zj | | | 600 | 500 | -1700/3 | - | - | - |  |
|  | | | 0 | 0 | 1700/3 | - | - | - |

**Bảng 4**

Nhận thấy nên ta được phương án tối ưu của bài toán là X = (100/3; 40/3)

fmin=600\*100/3+500\*40/3 = 26666

## 1.6 PHƯƠNG PHÁP KHỬ LẶP

Là hiện tượng xoay vòng.

Khi thực hiện thuật toán đơn hình hay big M để đổi ẩn cơ sơ, ta căn cứ vào việc tính toán

Phương án trở thành phương án suy biến .

* Nếu xuất hiện = 0
* Nếu đạt tại nhiều chỉ số
* không tồn tại do các .

1. Trường hợp không tồn tại.

Ví dụ : giải bài toán quy hoạch tuyến tính sau

f(x) =x1 –x2

Giải:

f(x) =x1 –x2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Cj | | X1 | X2 | S1 | S2 | S3 | λi |
| Hệ số Cb | Phương án | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| S1 | 0 | 2 | 1 | -2 | 1 | 0 | 0 | - |
| ­  S2 | 0 | 6 | -3 | 0 | 0 | 1 | 0 | - |
| S3 | 0 | 0 | -2 | 0 | 0 | 0 | 1 | - |
| Zj | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
|  | | | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 |

Bảng 1:

Ta thấy x (0, 0, 2, 6, 0) là phương án cực biên suy biến. Mặt khác do ∆2 = -1 0 và các phần tử trên cột này đều ≤ 0 , nên λ không tồn tại, bài toán không có phương án tối ưu.

b.Trường hợp λ = 0

Ta thực hiện thuật toán đơn hình bình thường, tức véctơ ar ứng với λ vẫn bị loại khỏi cơ sở. Trong trường hợp này, phương án cực biên và giá trị hàm mục tiêu vẫn không đổi, chỉ có cơ sở của nó thay đổi. Vì thế sau một số phép biến đổi đơn hình ta sẽ gặp lại cơ sở ban đầu. Đó là hiện tượng xoay vòng. Khi đó thuật toán không thể kết thúc.

c.Trường hợp λ đạt được tại nhiều chỉ số.

Ta loại khỏi cơ sở cũ một véctơ trong các véc tơ ứng với λ = 0 theo quy tắc ngẫu nhiên.

Ví dụ:

Trường hợp bài toán tuyến tính dạng xoay vòng

f(x) =

Chuyển đổi bài toán về dạng chuẩn:

f(x) =

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Cj | | x1 | x2 | x3 | x4 | S1 | S2 | S3 | λr |
| Hệ số | Phương án | -10 | 57 | 9 | 24 | 0 | 0 | 0 |
| S1 | 0 | 0 | 0,5 | -5,5 | -2,5 | 9 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| ­  S2 | 0 | 0 | 0,5 | -1,5 | -0,5 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| S3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Zj | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
|  | | | -10 | 57 | 9 | 24 | 0 | 0 | 0 |

**Bảng 1:**

Nhận thấy cột λi  các hành đều chứa giá trị 0 là min λi  ta chọn phần từ trục xoay ở hàng 1 vì có chỉ số của ẩn cơ sở nhỏ hơn, S1 ra khỏi cơ sở.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Cj | | x1 | x2 | x3 | x4 | S1 | S2 | S3 | λr |
| Hệ số | Phương án | -10 | 57 | 9 | 24 | 0 | 0 | 0 |
| x1 | -10 | 0 | 1 | -11 | -5 | 18 | 2 | 0 | 0 |  |
| ­  S2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 2 | -8 | -1 | 1 | 0 | 0 |
| S3 | 0 | 1 | 0 | 11 | 5 | -18 | -2 | 0 | 1 | 0 |
| Zj | | | -10 | 110 | 50 | 180 | - 20 | 0 | 0 |  |
|  | | | 0 | -53 | -41 | 204 | 20 | 0 | 0 |

**Bảng 2:**

Ta thấy ở bảng 2 thì λ = 0 🡪 min ở hàng 2 và 3, loại S2 ra khỏi cơ sở.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | Cj | | x1 | x2 | x3 | x4 | S1 | S2 | S3 | λr |
| Hệ số | Phương án | -10 | 57 | 9 | 24 | 0 | 0 | 0 |
| x1 | -10 | 0 | 1 | 0 | 0.5 | -4 | -0,75 | 2,75 | 0 | 0 |
| ­  x2 | 57 | 0 | 0 | 1 | 0.5 | -2 | -0,25 | 0,25 | 0 | 0 |
| S3 | 0 | 1 | 0 | 0 | -0.5 | 4 | 0,75 | 2,75 | 1 |  |
| Zj | | | -10 | 57 | 23,5 | -74 | -6,75 | -13,25 | 0 |  |
|  | | | 0 | 0 | -14,5 | 98 | 6,75 | 13,25 | 0 |

**Bảng 3:**

Ta thấy ở bảng 3 thì λ = 0 🡪 min ở hàng 2 và 1, loại x1 ra khỏi cơ sở.

**Bảng 4:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Cj | | x1 | x2 | x3 | x4 | S1 | S2 | S3 | λr |
| Hệ số | Phương án | -10 | 57 | 9 | 24 | 0 | 0 | 0 |
| x3 | 9 | 0 | 2 | 0 | 1 | -8 | -1,5 | 5,5 | 0 |  |
| ­  x2 | 57 | 0 | -1 | 1 | 0 | 2 | 0,5 | -2,5 | 0 | 0 |
| S3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Zj | | | -39 | 57 | 9 | 42 | 15 | -93 |  |  |
|  | | | 29 | 0 | 0 | -18 | -15 | 93 |  |

Ta thấy ở bảng 4 thì λ = 0 🡪 min ở hàng 2 và 3 ,chọn x2 ra khỏi cơ sở.

**Bảng 5:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Cj | | x1 | x2 | x3 | x4 | S1 | S2 | S3 | λr |
| Hệ số | Phương án | -10 | 57 | 9 | 24 | 0 | 0 | 0 |
| x3 | 9 | 0 | -2 | 4 | 1 | 0 | 0,5 | -4,5 | 0 | 0 |
| ­  x4 | 24 | 0 | -0,5 | 0,5 | 0 | 1 | 0,25 | -1,25 | 0 | 0 |
| S3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  |
| Zj | | | -30 | 48 | 9 | 24 | 10,5 | -70,5 | 0 |  |
|  | | | 20 | 9 | 0 | 0 | -10,5 | 70,5 | 0 |

Ta thấy ở bảng 5 thì λ = 0 🡪 min ở hàng 2 và 1 ,chọn x3 ra khỏi cơ sở.

**Bảng 6:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Cj | | x1 | x2 | x3 | x4 | S1 | S2 | S3 | λr |
| Hệ số | Phương án | -10 | 57 | 9 | 24 | 0 | 0 | 0 |
| S1 | 0 | 0 | -4 | 8 | 2 | 0 | 1 | -9 | 0 |  |
| ­  x4 | 24 | 0 | 0,5 | -1,5 | -0,5 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| S3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Zj | | | 12 | -36 | -12 | 24 | 0 | 24 | 0 |  |
|  | | | -22 | 93 | 21 | 0 | 0 | -24 | 0 |

Ta thấy ở bảng 6 thì λ = 0 🡪 min ở hàng 2 và 3, chọn x4 ra khỏi cơ sở.

**Bảng 7:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến  cơ bản | Cj | | x1 | x2 | x3 | x4 | S1 | S2 | S3 | λr |
| Hệ số | Phương án | -10 | 57 | 9 | 24 | 0 | 0 | 0 |
| S1 | 0 | 0 | 0,5 | -5,5 | -2,5 | 9 | 1 | 0 | 0 |  |
| S2 | 0 | 0 | 0,5 | -1,5 | -0,5 | 1 | 0 | 1 | 0 |  |
| S3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  |
| Zj | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
|  | | | -10 | 57 | 9 | 24 | 0 | 0 | 0 |

Bảng đơn hình ở bước lặp thứ 7 trùng với bảng đơn hình ở bước đầu tiên, bài toán xoay vòng. Hiện tượng xoay vòng này hiếm khi xảy ra.

Để tránh hiện tượng này ta có thể áp dụng quy tắc chỉ số bé nhất của R.G.Bland như sau:

+ Nếu hàng cuối có nhiều số âm, ta chọn số âm có chỉ số nhỏ nhất.

+ Nếu có nhiều dòng để chọn làm dòng xoay chọn dòng có chỉ số nhỏ nhất.

Trong ví dụ này ở bảng 6 ta sẽ không chọn cột A6 làm cột xoay mà ta sẽ chọn cột A1 theo quy tắc của Bland, và chọn dòng A4 làm dòng xoay.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Cj | | x1 | x2 | x3 | x4 | S1 | S2 | S3 | λr |
| Hệ số | Phương án | -10 | 57 | 9 | 24 | 0 | 0 | 0 |
| S1 | 0 | 0 | -4 | 8 | 2 | 0 | 1 | -9 | 0 |  |
| ­  x4 | 24 | 0 | 0,5 | -1,5 | -0,5 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| S3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Zj | | | 12 | -36 | -12 | 24 | 0 | 24 | 0 |  |
|  | | | -22 | 93 | 21 | 0 | 0 | -24 | 0 |

Ta có bảng đơn hình mới như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Cj | | x1 | x2 | x3 | x4 | S1 | S2 | S3 | λr |
| Hệ số | Phương án | -10 | 57 | 9 | 24 | 0 | 0 | 0 |
| S1 | 0 | 0 | 0 | -4 | -2 | 8 | 1 | -1 | 0 |  |
| ­  x1 | -10 | 0 | 1 | -3 | -1 | 2 | 0 | 2 | 0 |  |
| S3 | 0 | 1 | 0 | 3 | 1 | -2 | 0 | -2 | 1 | 0 |
| Zj | | | -10 | 30 | 10 | -20 | 0 | -20 | 0 |  |
|  | | | 0 | 27 | -1 | 44 | 0 | 20 | 0 |

Hàng cuối có một số dương trên cột này có một số dương nên nó chính là phần tử trục xoay.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Biến cơ bản | Cj | | x1 | x2 | x3 | x4 | S1 | S2 | S3 | λr |
| Hệ số | Phương án | -10 | 57 | 9 | 24 | 0 | 0 | 0 |
| S1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 4 | 1 | -5 | 2 |  |
| ­  x1 | -10 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |  |
| x3 | 9 | 1 | 0 | 3 | 1 | -2 | 0 | -2 | 1 |  |
| Zj | | | -10 | 27 | 9 | -18 | 0 | -18 | -1 |  |
|  | | | 0 | 30 | 0 | 42 | 0 | 18 | 1 |  |

Bài toán có phương án tối ưu là \* x (1,0,1,0,2,0,0) = với fmin = −1 .

# CHƯƠNG II: PHÂN TÍCH THIẾT KẾ HỆ THỐNG

## 2.1 PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH HAI PHA

File vào

Biến đổi ma trận về dạng chuẩn

Lập bài toán phụ

Tìm ra phương án cực biên cho bài toán xuất phát

Giải bài toán xuất phát

Kết quả

*Hình 1: Sơ đồ thuật toán phương pháp đơn hình hai pha*

## 2.2 PHƯƠNG BIG M

File vào

Biến đổi ma trận về dạng chuẩn

Thêm biến phụ với hệ số M vào hàm mục tiêu

Giải bài toán mở rộng

Phương án tối ưu của bài toán mở rộng

Phương án tối ưu cho bài toán xuất phát

*Hình 2: Sơ đồ thuật toán phương pháp Big M*

## 2.3 PHƯƠNG PHÁP KHỬ LẶP

File vào

Biến đổi ma trận về dạng chuẩn

Thêm biến phụ với hệ số M vào hàm mục tiêu

Giải bài toán mở rộng

Lặp lại bảng đơn hình đầu tiên

Dùng quy tắc Bland

Phương án tối ưu của bài toán mở rộng

Phương án tối ưu cho bài toán xuất phát

*Hình 3: Sơ đồ thuật toán phương pháp khử lặp.*

# CHƯƠNG III: ĐÁNH GIÁ KẾT QUẢ

## 3.1 Thực nghiệm.

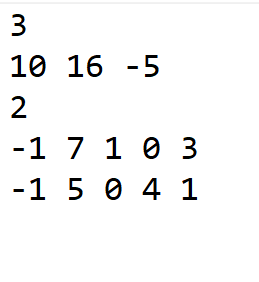
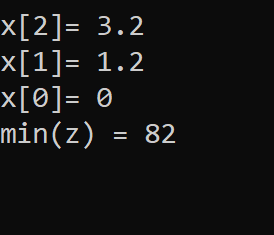
- Bài toán 1:

Hàm mục tiêu: Z= 10x1 +16x2 -5x3 🡪 min

Ràng buộc:

Giải bài toán:

File tín hiệu vào như sau: Kết quả nhận được:

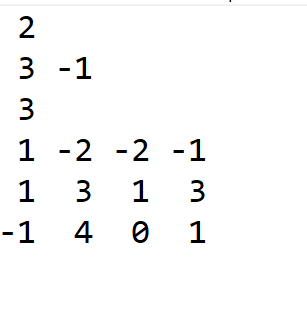
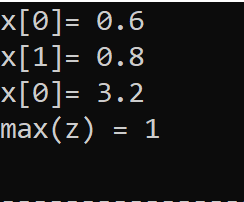
Bài toán 2:

Hàm mục tiêu: f(x) =

Ràng buộc:

Giải bài toán:

File vào Kết quả nhận được

## 3.2 Đánh giá các phương pháp.

* Trong thuật toán đơn hình 2 pha phải áp dụng thuật toán đơn hình 2 lần:

Lần thứ nhất giải bài toán ở pha 1 để tìm phương án cực biên xuất phát.

Lần thứ hai ở pha 2 để tìm phương án tối ưu cho bài toán đặt ra.

Trong phương pháp này việc tính 2 pha kiến cho thời gian giải bài toán lâu hơn và dễ rối.

* Trong thuật toán big M, kết hợp hai hợp 2 pha này lại và chỉ cần áp dụng thuật toán đơn hình một lần.

Nhưng trong thuật toán này, có ẩn M là một giá trị rất lớn nên trong việc tính toán sẽ gặp nhiều khó khăn, dễ nhầm lẫn. Nhưng thời gian sẽ ngắn và nhanh hơn phương pháp đơn hình. Big M là một trong những phương pháp dùng để giải các bài toán phức tạp hơn phương pháp hai pha.

* Khử lặp là một phương pháp hiến khi sử dùng đến. vì khử lặp là dùng có các bài toán có trường hợp đặc biệt. Trường hợp nổi bật nhất là trong quá trình giải bài toán theo bảng đơn hình thì sẽ có quá trình bị lặp lại.

## 3.3 ỨNG DỤNG

Bài toán lập kế hoạch sản xuất Một cơ sở có thể sản xuất hai loại sản phẩm A và B, từ các nguyên liệu I, II, III.  
Chi phí từng loại nguyên liệu và tiền lãi của một đơn vị sản phẩm, cũng như dự trữ  
nguyên liệu cho trong bảng sau đây:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Nguyên liệu Sản phẩm | I | II | III | Lãi |
| A | 2 | 0 | 1 | 3 |
| B | 1 | 1 | 0 | 5 |
| Dự trữ | 8 | 4 | 3 |  |

Hãy lập bài toán thể hiện kế hoạch sản xuất sao cho có tổng số lãi lớn nhất, trên cơ  
sở dự trữ nguyên liệu đã có.  
 ***Lập bài toán:*** Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm A và B được sản xuất (x,y ≥ 0 , đơn vị sản phẩm).  
 Khi đó ta cần tìm x,y ≥ 0 sao cho đạt lãi lớn nhất.

f(x) = 3x1+5x2

Với điều kiện nguyên liệu:

2x1+x2

1.x2

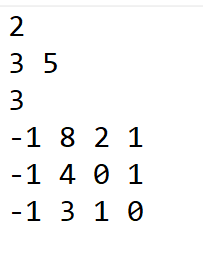
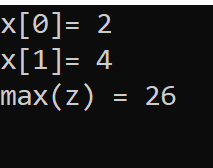
1.x1

Tức cần giải bài toán: f(x) = 3x1+ 5x2

Với điều kiện:

***Chạy chương trình:***

File vào: File kết quả

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] <https://www.slideshare.net/banthe1704/bi-ging-qui-hoch-tuyn-tnh-phng-php-n-hnh>

[2] <https://www.slideshare.net/NiteshSinghPatel/big-m-32360766>

[3] <https://voer.edu.vn/m/quy-hoach-tuyen-tinh-suy-bien/8d60d974>

[4] <https://dangcnd.files.wordpress.com/2009/08/bai-giang-toan-kinh-te-tin-hoc.pdf>