

**Bài 1: (4 điểm)**

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P

$$P = \frac{x^3 + x^2}{x^2 - 2x + 1} : \left( \frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$$

b) Phân tích đa thức sau thành nhân tử:  $x^3 + 5x - 6$ **Bài 2: (6 điểm)**a) Chứng minh rằng đa thức  $f(x) = x^{99} + x^{88} + \dots + x^{11} + 1$  chia hết cho đa thức  $g(x) = x^9 + x^8 + \dots + x + 1$ .b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên a thì  $(a^3 - 2029a)$  chia hết cho 6.c) Tìm x, y nguyên biết:  $x^2 - 4xy + 5y^2 = 2(x - y)$ **Bài 3: (3 điểm)**a) Giải phương trình:  $(x^2 + 1)^3 + (2 - 4x)^3 = (x^2 - 4x + 3)^3$ b) Cho x, y là các số thực không âm thỏa mãn  $x^2 + y^2 = 8$ .Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $M = x\sqrt{25y+1} + y\sqrt{26x+1}$ **Bài 4: (6 điểm)** Cho hình vuông ABCD cạnh a, điểm E thuộc cạnh BC, điểm F thuộc cạnh AD sao cho  $CE=AF$ . Các đường thẳng AE, BF cắt đường thẳng CD theo thứ tự tại M, N.a) Chứng minh rằng:  $CM \cdot DN = a^2$ b) Gọi K là giao điểm của NA và MB. Chứng minh rằng:  $\widehat{MKN} = 90^\circ$ 

c) Các điểm E và F có vị trí như thế nào thì MN có độ dài nhỏ nhất?

**Bài 5: (1,0 điểm)** Cho 2025 số tự nhiên  $a_1; a_2; \dots; a_{2025}$  khác 0 thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2025}}} \geq 90$$

Chứng minh rằng trong 2025 số tự nhiên đó luôn tồn tại ít nhất hai số bằng nhau.

----- Hết -----

Họ tên thí sinh: ..... SBD: .....