## Tutoriumsblatt 4 zu Mathematik I (Physik)

## Aufgabe 1: Zeige, daß

- a) für  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n \ge 7$  die Ungleichung  $13n \le 2^n$  gilt.
- b) jede der Zahlen  $2^{4n-1} + 3^{3n-2}, n \in \mathbb{N}$ , ohne Rest durch 11 teilbar ist.

**Aufgabe 2:** Zeige, daß  $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{0\} \cup \{-n : n \in \mathbb{N}\}$  und  $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}\}$  abzählbare Mengen sind.

## Aufgabe 3:

Es sei (G, \*) eine Gruppe und

$$\operatorname{Aut}(G) := \{ \psi : G \to G : \psi \text{ ist bijektiver Gruppenhomomorphismus } \}.$$

Zeige, daß  $(\operatorname{Aut}(G), \circ)$  mit der Komposition von Abbildungen als Verknüpfung eine Gruppe bildet.